

# Lógica para Computação

## Exercícios de Lógica Proposicional

### em Tableau Analítico

### Saída da API CHATGPT

#### 1 Informações:

MODELO = "gpt-4o"

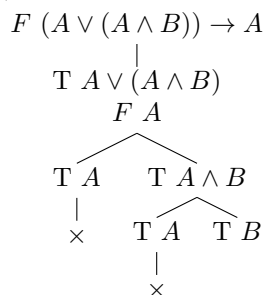
DATA = 12/05/25

ENTRADA = 1 Exemplo de Resolução (pergunta seguida de Resposta), seguido pela seguinte string "escreva a prova (Questão Aqui) usando o sistema de tableaux analítico na linguagem latex na biblioteca qtree"

SAÍDA = 1. Resposta da API escrita em LATEX;

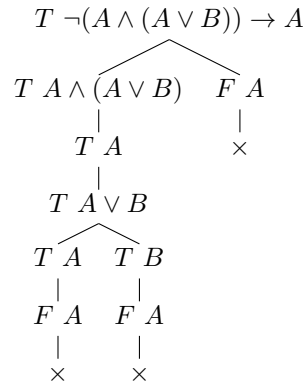
EXEMPLO = 'escreva a prova  $A \vee (B \wedge C) \vdash (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

Questão 1:  $\vdash (A \vee (A \wedge B)) \rightarrow A$



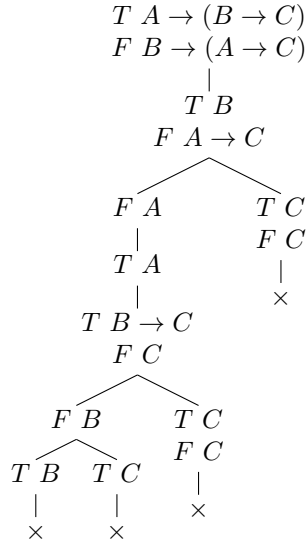
**Comentário:** Ao derivar a fórmula  $T A \wedge B$  ele bifurcou um ramo em dois, aplicando errado a regra da conjunção verdade. Erros(1)

Questão 2:  $\vdash (A \wedge (A \vee B)) \rightarrow A$



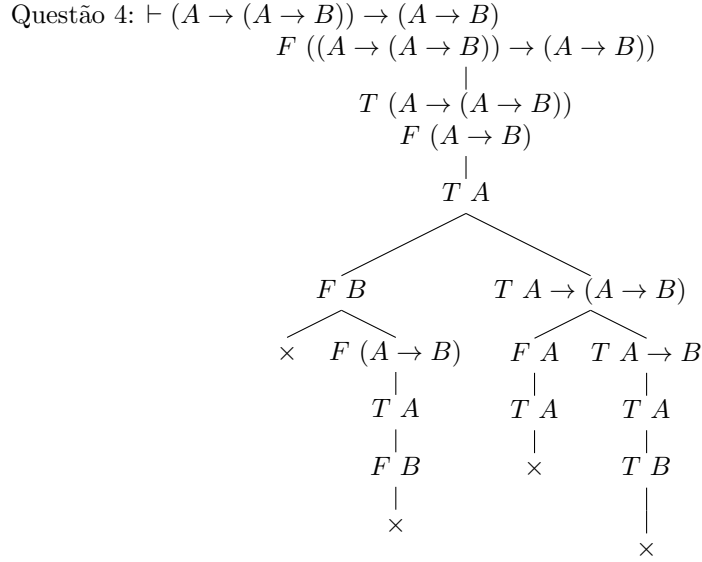
**Comentário:** O modelo aplicou errado a regra do tableau inicial, deveria atribuir  $F$  a conclusão. Seguindo o raciocínio do modelo a partir desse erro, ele também falha ao expandir a fórmula  $T \neg(A \wedge (A \vee B)) \rightarrow A$  a partir da regra da implicação falso, sem antes ter aplicado a regra da negação verdade. Ainda na aplicação da implicação falso o correto seria resultar em um ramo com as duas subfórmulas ao invés de dois ramos. No segundo ramo ele chega a uma contradição sem justificativa. No primeiro ramo ao aplicar a regra da disjunção verdade ele falha em criar um ramo para cada subfórmula. Por fim, nesse ramo ele acrescenta a fórmula  $F A$  sem existir referência dela antes. Erros(7).

Questão 3:  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$



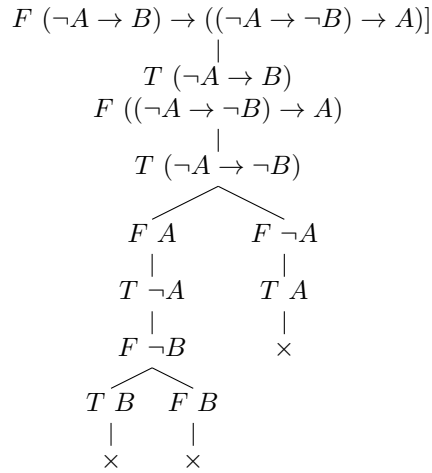
**Comentário:** Ao aplicar a regra da implicação falso, ele erra em expandir em dois ramos e em aplicar o valor verdade para cada fórmula resultante. No ramo mais a esquerda ele acrescenta a fórmula  $F C$  sem existir referência dela antes. No ramo mais a direita ele aplica errado a regra implicação verdade, além de colocar cada fórmula em um ramo ao invés de bifurca-las em duas pos-

sibilidades, ele ainda atribui o valor verdade  $T$  para ambas as formas quando o correto seria  $F A$  e  $T B \rightarrow C$ . Não existe justificativa para acrescentar a fórmula  $F C$  junto da fórmula anterior, assim como no ramo mais a esquerda da expansão de  $T B \rightarrow C$ . Por fim eles acrescenta uma bifurcação com duas fórmulas que não foram mencionadas anteriormente. Erros(9).



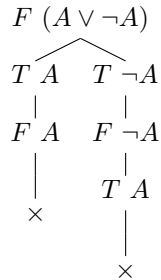
**Comentário:** Ao expandir a fórmula  $F A \rightarrow B$  ele erra por não colocar a fórmula  $F B$  abaixo de  $T A$ , mas sim em uma bifurcação com a fórmula  $T A \rightarrow (A \rightarrow B)$ . No ramo a esquerda com início em  $F B$ , o modelo erra ao colocar um contradição sem justificativa e a fórmula  $F A \rightarrow B$ . Na ramo  $T A \rightarrow (A \rightarrow B)$  a direita da bifurcação principal ele acrescenta a fórmula  $T A$  sem necessidade, apenas copiando a fórmula que esta mais acima. Já a aplicação da regra da implicação verdade no ultimo ramo mais a direita está incorreta, deveria ter ramificado em dois e acrescentado o valor verdade  $F$  na fórmula  $A$  ao invés de  $T A$ . Erros(7).

Questão 5:  $\vdash (\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$



**Comentário:** A expansão da fórmula  $F ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$  está incorreta pois ele cria uma bifurcação com a segunda fórmula resultante e a fórmula  $F \neg A$ . No ramo  $F A$  ele erra na aplicação da regra de implicação verdade, expandindo em um ramo e depois outro, ao invés de fazer uma bifurcação. Ao aplicar a regra da negação verdade e da negação falso das fórmulas acima ele erra em criar uma bifurcação. A regra  $F B$  não foi apresentada antes então não deveria ser colocada no ultimo ramo. Erros(5).

Questão 6:  $\vdash A \vee \neg A$



**Comentário:** A regra da disjunção falso está errada, o correto seria resultar em um unico ramo com as fórmulas  $F A$  e  $F A$ , ele erra ao atribuir valor verdade  $T$  para ambas as fórmulas. No ramo a esquerda ele adiciona  $F A$  sem ter referência anterior, assim como a fórmula  $F \neg A$  que ele acrescenta no ramo a direita. Erros(5).

Questão 7:  $\vdash (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$

$$\begin{array}{c}
F (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A) \\
| \\
F A \rightarrow B \\
F B \rightarrow A \\
| \\
T A \\
F B \\
| \\
T B \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 8:  $\vdash A \rightarrow A$

$$\begin{array}{c}
F A \rightarrow A \\
| \\
T A \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

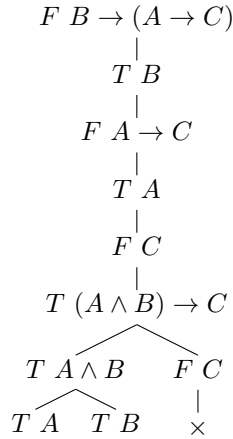
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 9:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))$

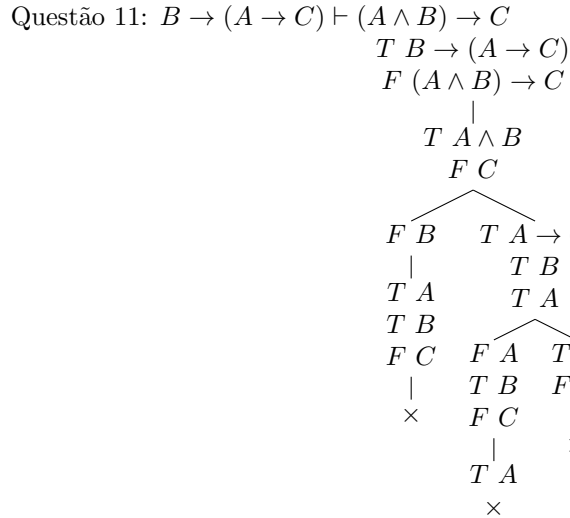
$$\begin{array}{c}
F ((A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))) \\
| \\
T (A \rightarrow B) \\
F (C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A) \\
| \\
T C \rightarrow A \\
F C \rightarrow A \\
| \\
T C \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** O modelo coloca a fórmula  $C \rightarrow A$  em um ramo novo abaixo de  $T C \rightarrow A$  ao invés de deixar ambas no mesmo ramo. Ele faz o mesmo com as fórmulas  $T C$  e  $F A$ . Por fim o raciocínio não está completo e ele já chega a uma contradição sem justificativa. Erros(3).

Questão 10:  $(A \wedge B) \rightarrow C \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$

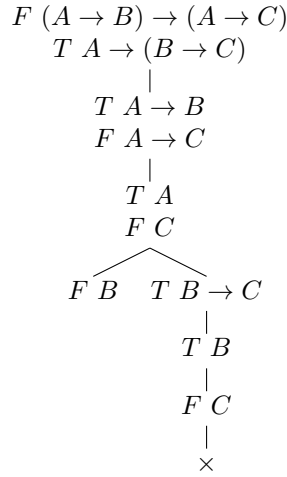


**Comentário:** O modelo erra na aplicação da regra do tableau inicial deixando a fórmula  $T \ (A \wedge B) \rightarrow C$  fora de lugar. O modelo coloca a fórmula  $F \ A \rightarrow C$  em um ramo novo abaixo de  $T \ B$  ao invés de deixar ambas no mesmo ramo. Ao aplicar a regra da implicação verdade ele inverte os valores verdades das fórmulas. Não fecha os ramos mais a esquerda e no ramo mais a direita chega a uma contradição sem justificativa. Erros(7).



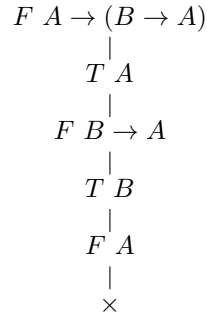
**Comentário:** No ramo mais a esquerda o modelo acrescenta a fórmula  $F \ C$  que já estava expandida anteriormente no próprio ramo, isso se repete mais duas vezes no ramo mais a direita. Ele faz isso com a expansão da fórmula  $T \ A \wedge B$ , repete a expansão no final do ramo central, porém com as fórmulas  $T \ B$  e  $T \ A$  em ramificações distintas. Erros(4).

Questão 12:  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$



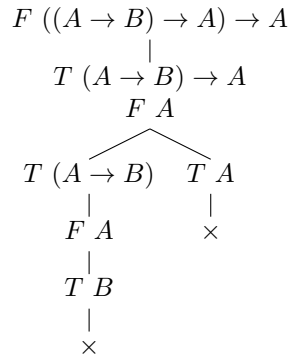
**Comentário:** O modelo troca a ordem da regra do tableau inicial. Na expansão da fórmula  $T A \rightarrow (B \rightarrow C)$  ele erra ao colocar a fórmula  $F B$  ao invés de  $F A$ , provavelmente um erro na hora da escrita, e nesse caso não será contabilizado. no ramo mais a esquerda ele para de aplicar as regras e não fecha o ramo. na fórmula  $T B \rightarrow C$  ele aplica errado a regra da implicação verdade, cria um ramo para cada fórmula, ao invés de bifurcar em dois ramos. Ele também troca a aplicação dos valores verdades. Erros(5).

Questão 13:  $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow A)$



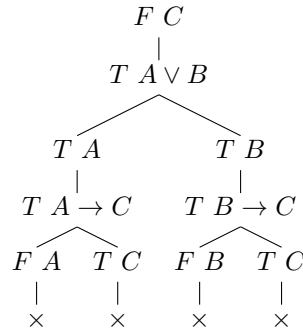
**Comentário:** Aqui os erros estão em o modelo ao aplicar a regra da implicação falsa nas fórmulas  $F A \rightarrow (B \rightarrow A)$  e  $F B \rightarrow A$  e expandir cada subfórmula, de ambas as fórmulas, em um ramo diferente, porém o correto seria estar as duas subfórmulas de cada fórmula estarem juntas em um ramo só. Erros(2).

Questão 14:  $\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$



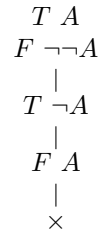
**Comentário:** Na aplicação da regra implicação verdade na fórmula  $T (A \rightarrow B) \rightarrow A$  o modelo erra ao aplicar  $T$  para a fórmula antecedente, o correto seria  $F$ . Considerando que ele aplicou a regra da implicação verdade na fórmula  $T (A \rightarrow B)$ , ele faz a expansão errado, pois deveria ter bifurcado em dois ramos. Erros(2).

Questão 15:  $A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow C \vdash C$



**Comentário:** Aplicou errado a regra do Tableau Inicial. Erros(1).

Questão 16:  $A \vdash \neg\neg A$



**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 17:  $\neg\neg A \vdash A$



$$\begin{array}{c}
T \neg \neg A \\
F A \\
| \\
F \neg A \\
| \\
T A \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 18:  $A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$

$$\begin{array}{c}
T A \rightarrow B \\
T \neg B \\
F \neg A \\
\swarrow \quad \searrow \\
F A \quad T B \\
| \quad | \\
T A \quad F B \\
| \quad | \\
\times \quad \times
\end{array}$$

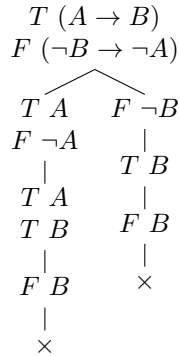
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 19:  $\neg B \rightarrow \neg A \vdash A \rightarrow B$

$$\begin{array}{c}
T \neg B \rightarrow \neg A \\
F A \rightarrow B \\
| \\
T \neg B \\
| \\
F B \\
\swarrow \quad \searrow \\
F A \quad T A \\
| \quad | \\
T B \quad F \neg A \\
| \quad | \\
\times \quad T A \\
\quad | \\
\quad \times
\end{array}$$

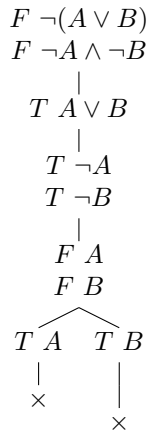
**Comentário:** Não ficou claro de onde foi expandida a fórmula  $T \neg B$ , então será considerado um erro de expansão incompleta da implicação verdade da fórmula  $T \neg B \rightarrow \neg A$ , o valor verdade atribuído também esta incorreto o certo seria  $F \neg B$ . As subfórmulas  $F A$  e  $T A$  não foram mencionada em uma fórmula anterior, assim como como  $T B$  e  $F \neg A$ . Erros(5)

Questão 20:  $A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow \neg A$



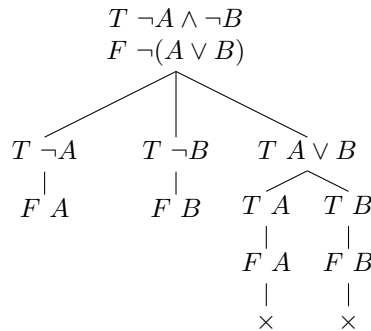
**Comentário:** As subfórmulas expandidas na bifurcação dos ramos não está apresentada anteriormente então não é possível indentificar qual regra foi aplicada. Nos dois ramos a fórmula  $F B$  também não aparece anteriormente e não existe justificativa. No ramo mais a esquerda ele aplica a regra da implicação verdade de forma errada colocando as fórmulas juntas e com o valor verdade de  $A$  errado. Erros(5).

Questão 21:  $\neg(A \vee B) \vdash \neg A \wedge \neg B$



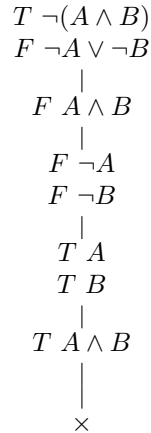
**Comentário:** Na regra do tableau inicial o modelo erra ao atribuir o valor verdade F para a premissa. A regra conjunção falsa foi aplicada errado, o correto seria bifurcar em dois ramos. Erros(2).

Questão 22:  $\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$



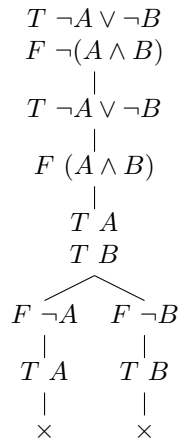
**Comentário:** O modelo cria uma divisão em três ramos com a expansão de  $T \neg A \wedge \neg B$  nos dois primeiros ramos e a aplicação da regra negação falso da fórmula  $F A \vee B$  no terceiro. O primeiro e segundo ramo não resultaram em contradição e estão incompletos. No terceiro ramo as fórmulas  $F A$  e  $F B$  não foram obtidas anteriormente neste ramo. Erros(5).

Questão 23:  $\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B$



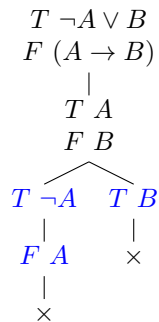
**Comentário:** A regra conjunção falsa não foi aplicada na fórmula  $F A \wedge B$ , e a fórmula  $T A \wedge B$  não derivou de nenhuma forma anterior. Erros(2).

Questão 24:  $\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$



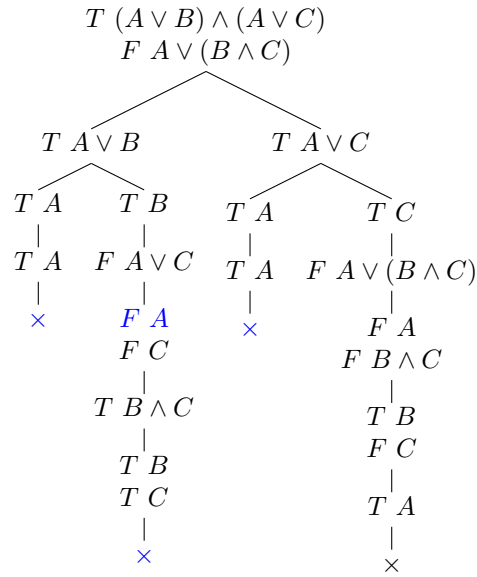
**Comentário:** O modelo cria um ramo para repetir a fórmula  $T \neg A \vee \neg B$  não existe regra que justifique. Ao aplicar a regra da negação falso na fórmula  $F \neg(A \wedge B)$  ele atribui errado o valor verdade. Ao expandir a fórmula  $T \neg A \vee \neg B$  ele atribui o valor verdade  $F$  para ambas as subfórmulas, mas seguindo a regra da disjunção verdade o correto seria aplicar  $T$ . Por fim, não existe justificativa para a conclusão de ambos os ramos. Erros(6).

Questão 25:  $\neg A \vee B \vdash A \rightarrow B$

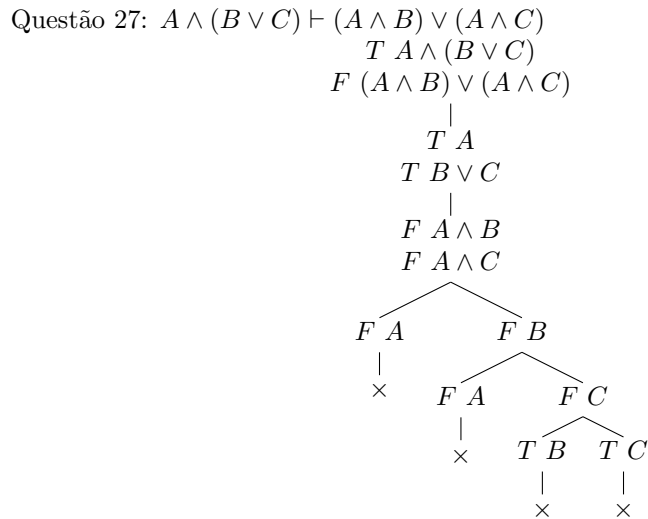


**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 26:  $(A \vee B) \wedge (A \vee C) \vdash A \vee (B \wedge C)$

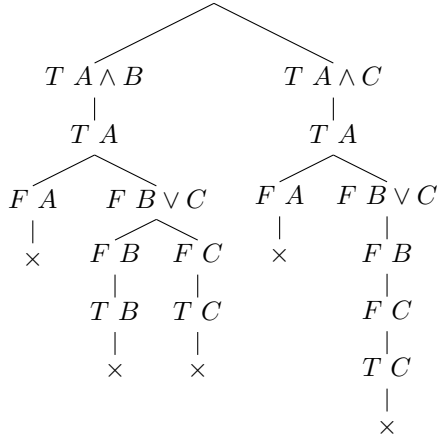


**Comentário:** O modelo aplica errado a regra da conjunção verdade, bifurcando as subfórmulas em dois ramos, como se fossem possibilidades. No primeiro ramo mais a esquerda o modelo repete a fórmula  $T A$ , e em cada ramo, uma fórmula só pode ser expandida uma única vez. O erro de colocar novamente  $T A$  se repete nos dois ramos mais a direita, da fórmula  $T A \vee C$ . No segundo ramo da mesma fórmula, o modelo repete a conclusão em um novo ramo, não existe regra que defina essa expansão e por fim ele aplica errado a regra da conjunção falso não bifurcando em duas possibilidades. Erros(7).



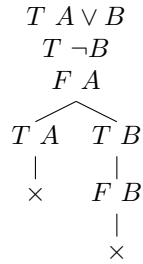
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 28:  $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vdash A \wedge (B \vee C)$   
 $T (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$   
 $F A \wedge (B \vee C)$



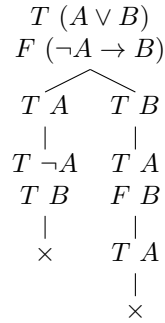
**Comentário:** A regra conjunção verdade aplicada as fórmulas  $T A \wedge B$  e  $T A \wedge C$  não foi expandida corretamente pois o modelo coloca apenas  $T A$  expandida no ramo abaixo, e as outras duas subfórmulas foram para em ramos mais baixos da fórmula geradora apenas quando se fazia necessário o uso delas para chegar a contradição, o que foge da regra. Na fórmula  $F B \vee C$  a regra da disjunção falsa foi aplicada incorretamente nas duas ocorrências da mesma, o correto seria derivar um unico ramo com as duas subfórmulas negadas. Erros(4).

Questão 29:  $A \vee B, \neg B \vdash A$



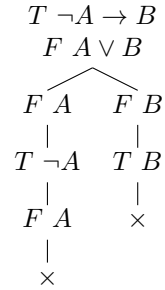
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 30:  $A \vee B \vdash \neg A \rightarrow B$



**Comentário:** O modelo, ao fazer a expansão da fórmula  $F (\neg A \rightarrow B)$  no ramo mais a esquerda, erra na aplicação da regra da implicação falso, pois atribui valor de  $T$  para a fórmula  $B$  porém o correto seria  $F$ . Já no ramo mais a esquerda ele falha esquecer a  $\neg$  que acompanha a fórmula  $A$ . Por fim, ele insere a fórmula  $T A$  sem ter a referencia anterior, apenas repetindo a fórmula incorreta que está no ramo acima. Erros(3).

Questão 31:  $\neg A \rightarrow B \vdash A \vee B$



**Comentário:** A regra da disjunção falsa em  $F A \vee B$  foi aplicada incorretamente, as fórmulas deveriam originar apenas um ramo, pois para uma disjunção ser falsa é necessário que ambos os termos sejam falsos. Já na regra da implicação verdade o erro está em separar a fórmula em ramos que correspondem a diferentes ramificações. Seguindo o raciocínio do próprio modelo, não seria possível chegar a uma contradição no primeiro ramo pois a fórmula  $A$  do aparece negada. Erros(3).

Questão 32:  $A \wedge B \vdash \neg(A \rightarrow \neg B)$

$$\begin{array}{c}
T A \wedge B \\
F \neg(A \rightarrow \neg B) \\
| \\
T A \\
T B \\
| \\
T A \rightarrow \neg B \\
| \\
T A \\
F \neg B \\
| \\
F \neg B \\
| \\
T B \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** O modelo aplica errado a regra da implicação verdade da fórmula  $T A \rightarrow \neg B$ , pois deveria expandir em uma bifurcação com duas possibilidades. Ele errou também no valor verdade atribuído as subfórmulas resultantes. A fórmula  $F \neg B$  é repetida, apesar de não haver regra ou necessidade para tal. Erros(4).

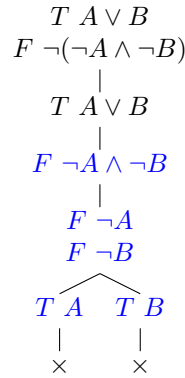
Questão 33:  $\neg(A \rightarrow \neg B) \vdash A \wedge B$

$$\begin{array}{c}
F \neg(A \rightarrow \neg B) \\
T A \rightarrow \neg B \\
| \\
F A \\
T \neg B \\
| \\
F B \\
| \\
T A \wedge B \\
| \\
T A \\
T B \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** O modelo erra na aplicação do tableau inicial negando a premissa e afirmando a conclusão, além disso ele coloca a fórmula da conclusão no meio dos ramos expandidos. Na expansão da fórmula  $T A \rightarrow \neg B$  o modelo erra colocar as duas subfórmulas em um unico ramo, quando deveria ter expandido numa bifurcação. Erros(3).

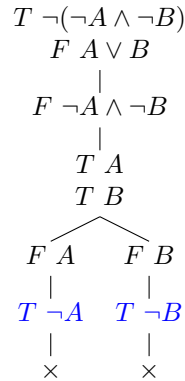
Questão 34:  $A \vee B \vdash \neg(\neg A \wedge \neg B)$





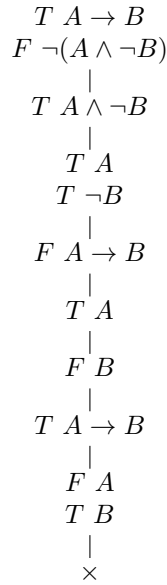
**Comentário:** Na expansão da fórmula  $F \neg(\neg A \wedge \neg B)$  o modelo aplica errado a regra da negação falsa, o correto seria eliminar a negação falsa e atribuir o valor de  $T$ . Não realiza a expansão das fórmulas  $F \neg A$  e  $F \neg B$  que deveriam resultar em dois ramos com valor verdade  $T$ . Erros(3).

Questão 35:  $\neg(\neg A \wedge \neg B) \vdash A \vee B$



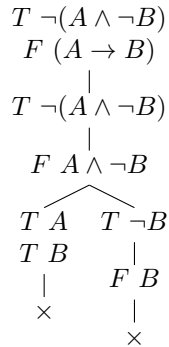
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 36:  $A \rightarrow B \vdash \neg(A \wedge \neg B)$



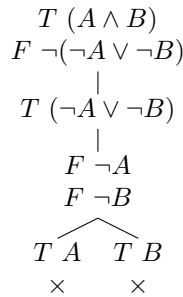
**Comentário:** O modelo inseriu a fórmula  $F \ A \rightarrow B$  e ela só poderia ser utilizada se acontecesse anteriormente dentro do ramo. Ao expandir essa fórmula criada por ele, o modelo separa as fórmulas em dois ramos únicos, quando o correto seria ambas estarem no mesmo nó no ramo. Ele repete a fórmula  $T \ A \rightarrow B$  e em cada ramo, uma fórmula só pode ser expandida uma única vez. Erros(3).

Questão 37:  $\neg(A \wedge \neg B) \vdash A \rightarrow B$



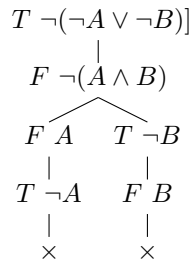
**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T \ \neg(A \wedge \neg B)$ . O valor verdade atribuído nas subfórmulas resultantes de  $F \ A \wedge \neg B$  estão errados, deveria ser  $F$ . Não é feita a expansão  $F \ (A \rightarrow B)$  completa e o valor verdade da fórmula  $T \ B$  deveria ser  $F$ . Erros(5).

Questão 38:  $A \wedge B \vdash \neg(\neg A \vee \neg B)$



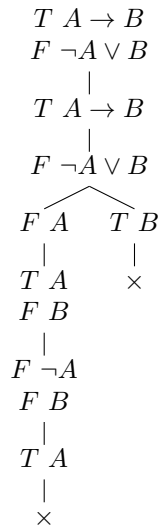
**Comentário:** A expansão da regra da disjunção verdade na fórmula  $T (\neg A \vee \neg B)$  está incorreta, pois deveria resultar em duas possibilidades. O valor verdade de ambas as subfórmulas resultantes estão incorretos também. A regra da conjunção verdade está incorreta, pois não deveria ser bifurcada em dois ramos. O modelo errou em colocar a contradição. Erros(6).

Questão 39:  $\neg(\neg A \vee \neg B) \vdash A \wedge B$



**Comentário:** A regra do tableau inicial está incompleta. A fórmula  $F \neg(A \wedge B)$  foi inserida sem aparecer anteriormente no ramo. O modelo errou a posição da fórmula  $T \neg A$ , e o valor verdade dela e da fórmula  $T \neg B$  estão incorretos. Não existe justificativa para ambas as contradições apresentadas. Erros(7).

Questão 40:  $A \rightarrow B \vdash \neg A \vee B$



**Comentário:** A fórmula  $F \ \neg A \vee B$  foi inserida duas vezes. O modelo cria um ramo com as fórmulas  $T \ A$  e  $F \ B$  sem que tenham justificativa para a expansão. Erros(3).

# Saída da API DEEPSEEK

## 2 Informações:

MODELO = "deepseek-chat"

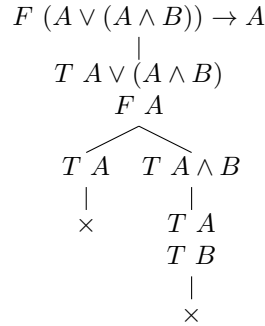
DATA = 16/05/25

ENTRADA = 1 Exemplo de Resolução (pergunta seguida de Resposta), seguido pela seguinte string "escreva a prova (Questão Aqui) usando o sistema de tableaux analítico na linguagem latex na biblioteca qtree"

SAÍDA = 1. Resposta da API escrita em LATEX;

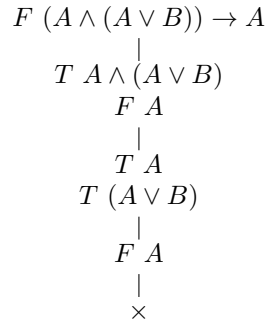
EXEMPLO = 'escreva a prova  $A \vee (B \wedge C) \vdash (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

Questão 1:  $\vdash (A \vee (A \wedge B)) \rightarrow A$



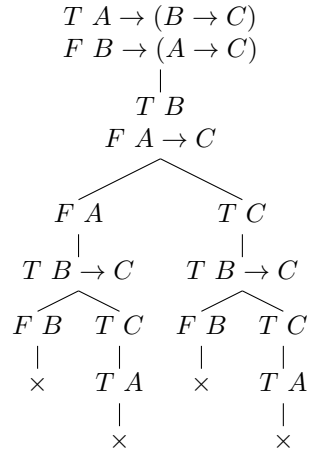
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 2:  $\vdash (A \wedge (A \vee B)) \rightarrow A$

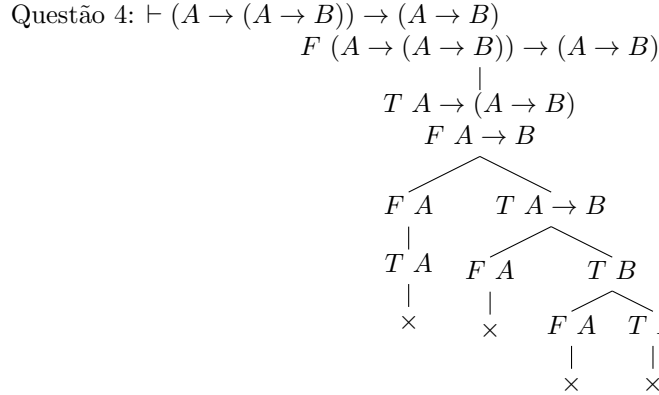


**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $F A$ , mas em cada ramo, uma fórmula só pode ser expandida uma única vez. Erros(1).

Questão 3:  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$

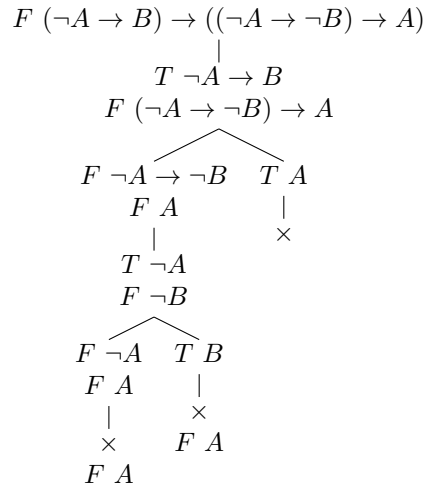


**Comentário:** A fórmula  $F A \rightarrow C$  é expandida incorretamente, pois a regra da implicação falsa determina que o antecedente deve ser afirmado e o consequente negado em um ramo unico. A fórmula  $T A \rightarrow (B \rightarrow C)$  foi expandida apenas com a segunda subfórmula, ficando incompleta em ambos os ramos aplicados. E as fórmulas  $T A$  que aparecem mais a direita de ambos os ramos da bifurcação da fórmula  $F A \rightarrow C$  não possuem referência anterior. A contradição do ultimo ramo não resultou de nenhuma fórmula negada e afirmada anteriormente. Erros(8).



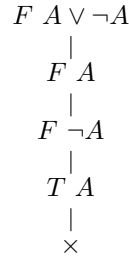
**Comentário:** No ramo mais a esquerda a fórmula  $T A$  é inserida sem justificativa. Na fórmula  $F A \rightarrow B$  a regra da implicação falsa é aplicada errado, pois o modelo bifurca as subfórmulas em dois ramos, porem deveriam estar ambas no mesmo ramo. Os valores verdade aplicados estão errados. Não existe justificativa para a contradição dos dois ramos centrais. Erros(6).

Questão 5:  $\vdash (\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$



**Comentário:** O modelo aplica errado a regra da implicação falsa na fórmula  $F (\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A$  dividido-a em uma bifurcação com duas possibilidades, porém segundo a regra para uma implicação ser falsa obrigatoriamente o antecedente tem que ser verdadeiro e o consequente falso. Os valores verdade atribuídos também estão incorretos em ambas as subfórmulas. Por fim o modelo acrescenta a fórmulas  $F A$  em dois ramos sem justificativa. Erros(5).

Questão 6:  $\vdash A \vee \neg A$



**Comentário:** Ao aplicar a regra da disjunção falso ele deriva uma fórmula  $F A$  em um ramo e  $F \neg A$  em outro ramo abaixo mas como é uma regra alfa deveria ter apenas um ramo com as duas fórmulas. Erros(1).

Questão 7:  $\vdash (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$

$$\begin{array}{c}
F (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A) \\
| \\
F A \rightarrow B \\
| \\
T A \\
F B \\
| \\
F B \rightarrow A \\
| \\
T B \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** Ao aplicar a regra da disjunção falso na regra  $F (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$  ele deriva uma fórmula  $F A \rightarrow B$  em um ramo e  $F B \rightarrow A$  em outro ramo abaixo das subfórmulas da primeira parte da disjunção mas como é uma regram alfa deveria ter apenas um ramo com as duas fórmulas. Erros(1).

Questão 8:  $\vdash A \rightarrow A$

$$\begin{array}{c}
F A \rightarrow A \\
| \\
T A \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 9:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))$

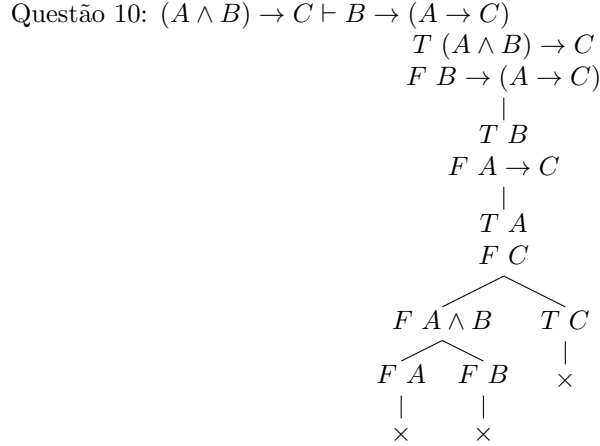
$$F (A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\begin{array}{c}
| \\
T A \rightarrow B \\
F (C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A) \\
\swarrow \quad \searrow \\
F C \rightarrow A \quad T C \rightarrow A \\
| \quad \quad | \\
T C \quad \quad F C \\
F A \quad \quad | \\
| \quad \quad \times \\
F A \\
| \\
T B \\
| \\
T A \\
| \\
\times
\end{array}$$

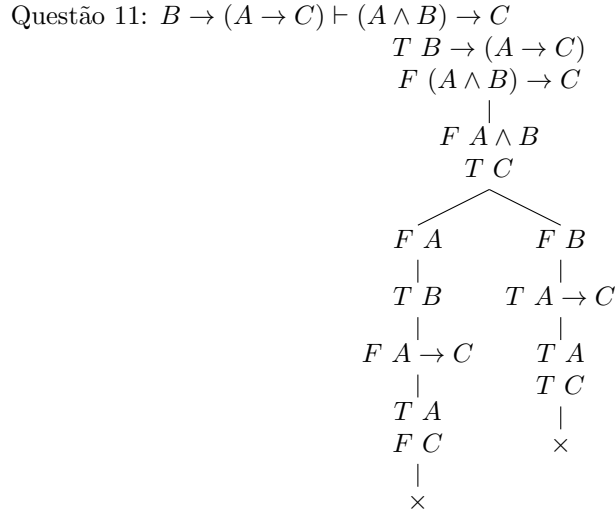
**Comentário:** O modelo expande a fórmula  $F (C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A)$  em uma bifurcação de dois ramos, porém segundo a regra para uma implicação ser



falsa obrigatoriamente o antecedente tem que ser verdadeiro e o consequente falso. Os valores verdade atribuídos também estão incorretos em ambas as subfórmulas. No ramo esquerdo o modelo insere duas fórmulas sem referências anteriores  $T B$  e  $T A$  e repete a fórmula  $F A$ . No ramo a direita o modelo não finaliza a expansão e adiciona uma contradição sem fórmulas com valores opostos para justificar. Erros(8).

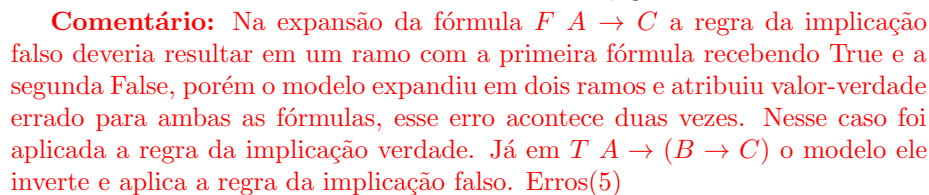


**Comentário:** Demonstração correta.



**Comentário:** Os valores verdade atribuídos as fórmulas resultantes da aplicação da regra da implicação falso em  $F (A \wedge B) \rightarrow C$  está incorreto, deveria ser  $T A \wedge B$  e  $F C$ . Considerando o ramo mais a esquerda(primeiro), na aplicação da regra da implicação verdade da fórmula  $T B \rightarrow (A \rightarrow C)$  o modelo erra em colocar as fórmulas em ramos abaixo um do outro, quando deveria ser uma bifurcação com as duas possibilidades, e atribui o valor verdade errado em

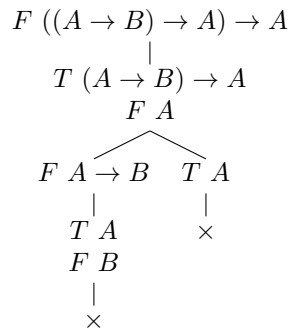
Questão 12:  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$



Questão 13:  $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow A)$

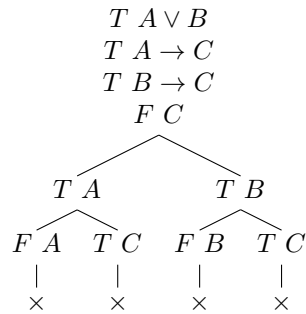


26



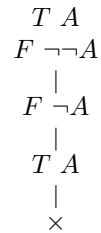
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 15:  $A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow C \vdash C$



**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 16:  $A \vdash \neg\neg A$



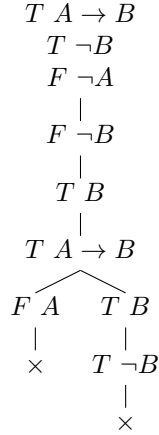
**Comentário:** A regra da negação falso para a fórmula  $T \neg\neg A$  foi aplicada incorretamente, o correto seria resulta em  $T \neg A$  ao invés de  $F \neg A$ .

Questão 17:  $\neg\neg A \vdash A$



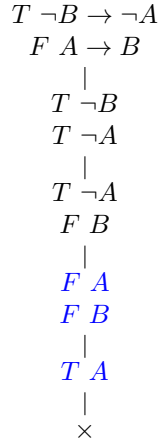
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 18:  $A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$



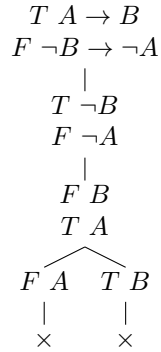
**Comentário:** A fórmula  $F \neg B$  foi inserida sem ter sido apresentada antes, por sua vez a fórmula  $T B$ , expandida através da regra da negação falso não deveria existir. Não há necessidade de repetir a fórmula  $T A \rightarrow B$  para expandila, porém não é um erro lógico. Não há justificativa para concluir contradição em nenhum dos ramos. Erros(4)

Questão 19:  $\neg B \rightarrow \neg A \vdash A \rightarrow B$



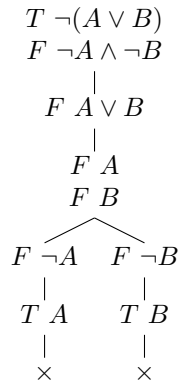
**Comentário:** A regra da implicação verdade da fórmula  $T \neg B \rightarrow \neg A$  foi aplicada de forma errada, primeiro deveria ser derivada em dois ramos, segundo que a fórmula  $T \neg B$  está rotulada errado, pois na regra da implicação verdade, o antecedente recebe F e o consequente T e abrem-se duas caixas com ambas possibilidades. A fórmula  $T \neg A$  derivada da expansão de  $F A \rightarrow B$  está errada pois não existe essa negação, desta forma o ramo que deriva da regra negação verdade também não existe. Por fim a fórmula  $T A$  que antecede o encerramento do ramo não possui justificativa para a existência. Erros(5).

Questão 20:  $A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow \neg A$



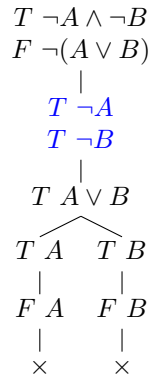
**Comentário:** O modelo esqueceu apenas de colocar a fórmula  $T \ A$  em um ramo único ao invés de coloca-la junto de  $F \ B$  já que a fórmula esta justificada pela negação falso do ramo anterior. Erros(1).

Questão 21:  $\neg(A \vee B) \vdash \neg A \wedge \neg B$



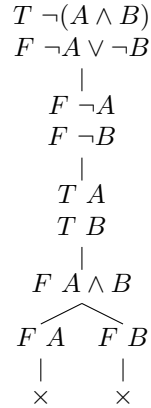
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 22:  $\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$



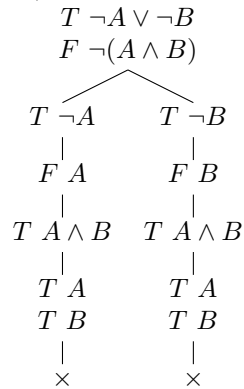
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 23:  $\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B$



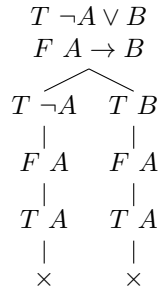
**Comentário:** O modelo esqueceu apenas de colocar a fórmula  $T B$  em um ramo único ao invés de coloca-la junto de  $T A$  já que a fórmula esta justificada pela negação falso do ramo anterior. Erros(1)

Questão 24:  $\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$



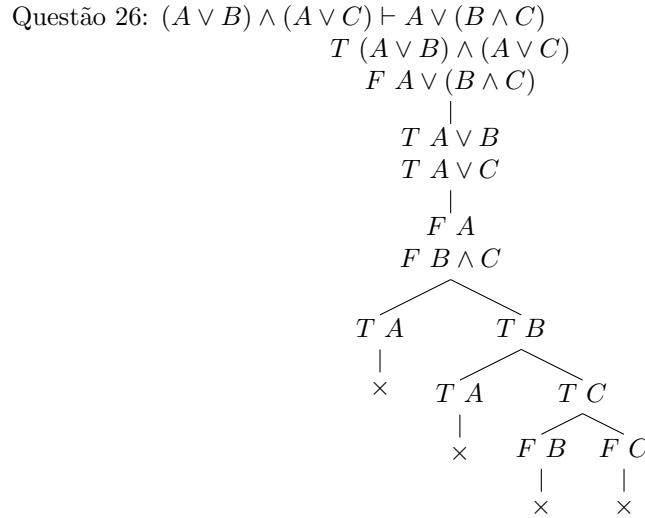
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 25:  $\neg A \vee B \vdash A \rightarrow B$

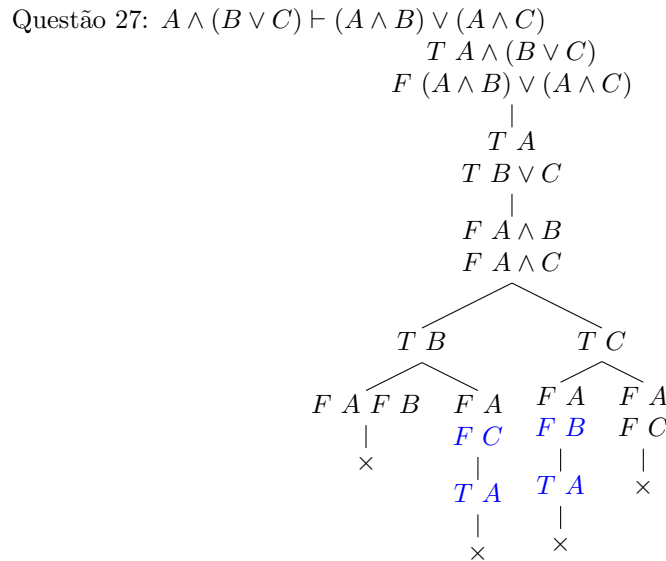


**Comentário:** No ramo  $T \neg A$  a fórmula  $F A \rightarrow B$  não está completa pois deveria resultar em um ramo contendo a fórmula  $T A$  e a formuta  $F B$ . No

ramo  $T B$  o erro se repete. No mesmo ramo ele acrescenta a fórmula  $F A$ , sem a mesma ser apresentada antes. Erros(3)

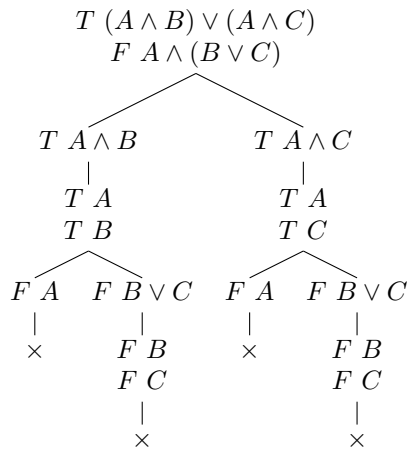


**Comentário:** Demonstração correta.



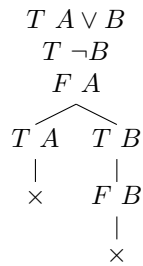
**Comentário:** O modelo aplicou errado a regra de expansão da conjunção falsa pras fórmulas  $F A \wedge B$  e  $F A \wedge C$  nos ramos  $T B$  e  $T C$  que derivaram de  $T B \wedge C$ . O correto seria expandir em dois ramos cada fórmula supondo que ou o primeiro termo era falso ou o segundo. Também faz a repetição 2 vezes da fórmula  $T A$  sem justificativa. Erros(6).

Questão 28:  $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vdash A \wedge (B \vee C)$



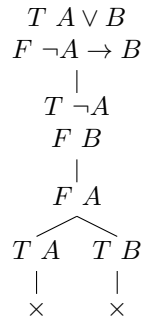
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 29:  $A \vee B, \neg B \vdash A$



**Comentário:** Demonstração correta.

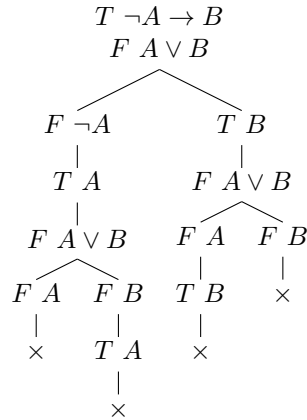
Questão 30:  $A \vee B \vdash \neg A \rightarrow B$



**Comentário:** Demonstração correta.

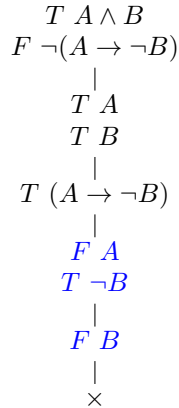
Questão 31:  $\neg A \rightarrow B \vdash A \vee B$





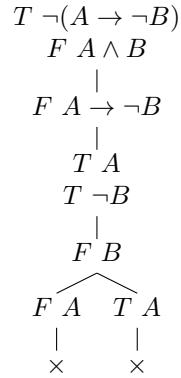
**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $F A \vee B$  em ambos os ramos derivados da implicação true apresentada pela premissa. O erro é repetido com as fórmulas  $T A$  e  $T B$  em outras partes da expansão. Ao aplicar a regra da disjunção falso em  $F A \vee B$  o modelo erra duas vezes em bifurcar as subformulas em dois ramos considerando como duas possibilidades. Erros(6).

Questão 32:  $A \wedge B \vdash \neg(A \rightarrow \neg B)$



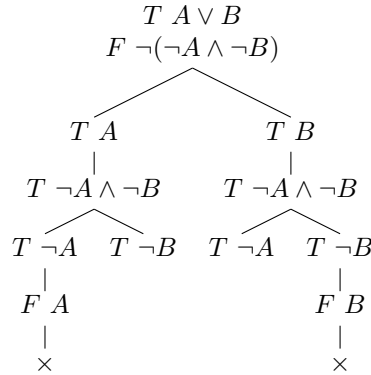
**Comentário:** A aplicação da regra da implicação verdade está incorreta, deveria ter colocado em uma bifurcação com as duas possibilidades, pois seguindo a regra a primeira fórmula pode ser falsa ou a segunda ser verdadeira para afirmar a implicação. Erros(1).

Questão 33:  $\neg(A \rightarrow \neg B) \vdash A \wedge B$



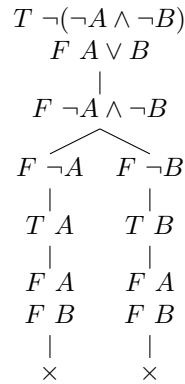
**Comentário:** A fórmula  $T \neg B$  resultante regra da implicação falsa na fórmula  $F A \rightarrow \neg B$  deveria ter o valor verdade  $F$ . O modelo erra a segunda subfórmula expandida da fórmula  $F A \wedge B$ , deveria ser  $T B$  ao invés de  $T A$  e aplica o valor verdade errado. Erros(3).

Questão 34:  $A \vee B \vdash \neg(\neg A \wedge \neg B)$



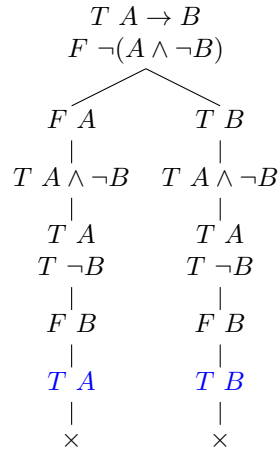
**Comentário:** Na fórmula  $T \neg A \wedge \neg B$ , nos ramos  $T A$  e  $T B$ , a regra da conjunção verdade esta aplicada de forma errada, pois o modelo deriva uma bifurcação com dois ramos para suposição de  $T \neg A$  ou  $T \neg B$  mas nesse caso, seguindo a regra se é verdade que  $T \neg A \wedge \neg B$  então tanto é verdade  $\neg A$  como  $\neg B$ . Erros (2)

Questão 35:  $\neg(\neg A \wedge \neg B) \vdash A \vee B$



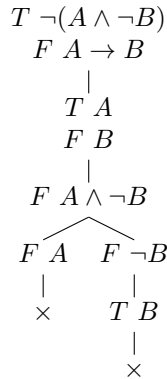
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 36:  $A \rightarrow B \vdash \neg(A \wedge \neg B)$



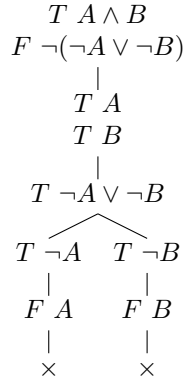
**Comentário:** Demonstração correta porém ele repetiu as fórmulas T A e T B em novos ramos sem justificativa. Erros(2)

Questão 37:  $\neg(A \wedge \neg B) \vdash A \rightarrow B$



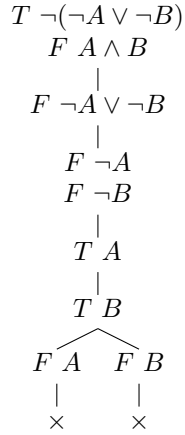
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 38:  $A \wedge B \vdash \neg(\neg A \vee \neg B)$



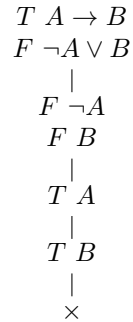
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 39:  $\neg(\neg A \vee \neg B) \vdash A \wedge B$



**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 40:  $A \rightarrow B \vdash \neg A \vee B$



**Comentário:** A regra da implicação verdade da fórmula  $T \ A \rightarrow B$  está

incompleta, o modelo não expandiu a forma antecedente. Erros(1).

Table 1: Erros de Lógica cometidos pelos modelos

	Enunciado	Erros ChatGPT 4o	Erros DeepSeek V3
1	$\vdash (A \vee (A \wedge B)) \rightarrow A$	1	0
2	$\vdash (A \wedge (A \vee B)) \rightarrow A$	7	1
3	$A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$	9	8
4	$\vdash (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$	7	6
5	$\vdash (\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$	5	5
6	$\vdash A \vee \neg A$	5	1
7	$\vdash (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$	0	1
8	$\vdash A \rightarrow A$	0	0
9	$\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))$	3	8
10	$(A \wedge B) \rightarrow C \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$	7	0
11	$B \rightarrow (A \rightarrow C) \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$	4	9
12	$A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$	5	5
13	$\vdash A \rightarrow (B \rightarrow A)$	2	0
14	$\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$	2	0
15	$A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow C \vdash C$	1	0
16	$A \vdash \neg \neg A$	0	1
17	$\neg \neg A \vdash A$	0	0
18	$A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$	0	4
19	$\neg B \rightarrow \neg A \vdash A \rightarrow B$	5	5
20	$A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow \neg A$	5	1
21	$\neg(A \vee B) \vdash \neg A \wedge \neg B$	2	0
22	$\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$	5	0
23	$\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B$	2	1
24	$\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$	6	0
25	$A \vee (B \wedge C) \vdash (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	0	3
26	$(A \vee B) \wedge (A \vee C) \vdash A \vee (B \wedge C)$	7	0
27	$A \wedge (B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	0	6
28	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vdash A \wedge (B \vee C)$	4	0
29	$A \vee B, \neg B \vdash A$	0	0
30	$A \vee B \vdash \neg A \rightarrow B$	3	0
31	$\neg A \rightarrow B \vdash A \vee B$	3	6
32	$A \wedge B \vdash \neg(A \rightarrow \neg B)$	4	1
33	$\neg(A \rightarrow \neg B) \vdash A \wedge B$	3	3
34	$A \vee B \vdash \neg(\neg A \wedge \neg B)$	3	2
35	$\neg(\neg A \wedge \neg B) \vdash A \vee B$	0	0
36	$A \rightarrow B \vdash \neg(A \wedge \neg B)$	3	2
37	$\neg(A \wedge \neg B) \vdash A \rightarrow B$	5	0
38	$A \wedge B \vdash \neg(\neg A \vee \neg B)$	6	0
39	$\neg(\neg A \vee \neg B) \vdash A \wedge B$	7	0
40	$A \rightarrow B \vdash \neg A \vee B$	3	1