

# Lógica para Computação

## Exercícios de Lógica Proposicional

### em Tableau Analítico

### Saída da API CHATGPT

### Reflexivo

#### 1 Informações:

MODELO = "gpt-4o Reflexivo"

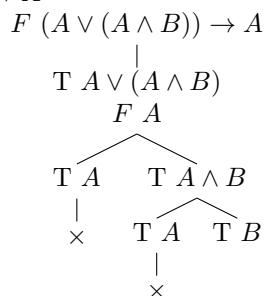
DATA = 12/06/25

ENTRADA = 1 Exemplo de Resolução (pergunta seguida de Resposta), seguido pela seguinte string "escreva a prova (Questão Aqui) usando o sistema de tableaux analítico na linguagem latex na biblioteca qtree"

SAÍDA = 1. Resposta da API escrita em LATEX;

EXEMPLO = 'escreva a prova  $A \vee (B \wedge C) \vdash (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

Questão 1:  $\vdash (A \vee (A \wedge B)) \rightarrow A$



**Comentário:** Ao derivar a fórmula  $T A \wedge B$  ele bifurcou um ramo em dois, aplicando errado a regra da conjunção verdade. Erros(1)

Questão 2:  $\vdash (A \wedge (A \vee B)) \rightarrow A$

$$\begin{array}{c}
F((A \wedge (A \vee B)) \rightarrow A) \\
| \\
T(A \wedge (A \vee B)) \\
| \\
FA \\
| \\
TA \\
| \\
T(A \vee B) \\
| \\
FA \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** O modelo repetiu a expansão da fórmula  $FA$  e segundo a regra cada formula só pode ser expandida uma unica vez. Erros(1).

Questão 3:  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$

$$\begin{array}{c}
T(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \\
| \\
F(B \rightarrow (A \rightarrow C)) \\
| \\
TB \\
| \\
F(A \rightarrow C) \\
| \\
TA \\
| \\
FC \\
| \\
FA \\
| \\
T(B \rightarrow C) \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** Ao aplicar a regra da implicação verdade, ele erra em expandir em apenas um ramo ao invés de bifurcar em duas possibilidades onde a primeira formula pode ser falsa e a segunda ser verdadeira para a implicação ser verdade, conforme a regra. Ele não faz a expansão da formula  $T(B \rightarrow C)$  porém como ele não expandiu na fórmula  $T(A \rightarrow (B \rightarrow C))$  os ramos em bifurcações, essa expansão de  $T(B \rightarrow C)$  não se torna necessária, por isso não será considerada erro. Erros(1).

Questão 4:  $\vdash (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$

$$\begin{array}{c}
F((A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)) \\
| \\
T(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \\
F(A \rightarrow B) \\
| \\
T A \\
F B \\
| \\
F A \\
T(A \rightarrow B) \\
| \\
T A \\
F B \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** Ao expandir a fórmula  $T(A \rightarrow (A \rightarrow B))$  ele erra por não expandir a fórmula em uma bifurcação com a duas possibilidades pois numa implicação verdade temos a possibilidade de tanto a fórmula antecedente ser falsa como a consequente ser verdade. Ele expande a fórmula  $F(A \rightarrow B)$  novamente, o que configura mais um erro de expansão dupla da mesma formula. Erros(2).

Questão 5:  $\vdash (\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$

$$\begin{array}{c}
F((\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)) \\
| \\
T(\neg A \rightarrow B) \\
F((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A) \\
| \\
T(\neg A \rightarrow \neg B) \\
F A \\
| \\
F(\neg A) \\
T B \\
F A \\
| \\
T A \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

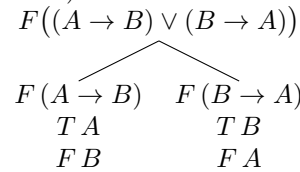
**Comentário:** O modelo erra a aplicação da regra implicação verdade da formula  $T(\neg A \rightarrow B)$ , pois ele expande as formulas em um unico ramo, porém segundo a regra o correto é bifurca-las em duas possibilidades onde o antecedente pode ser falso e o consequente pode ser verdade para a implicação ser verdadeira. Também repete a fórmula  $F A$  duas vezes a mais, ferindo a regra da expansão única onde uma fórmula só pode ser expandida uma única vez. Erros(3).

Questão 6:  $\vdash A \vee \neg A$

$$\begin{array}{l}
[.F A \vee \neg A [.F A \\
F \neg A [.F A [. \times ] ] [.T A [. \times ] ] ] ]
\end{array}$$

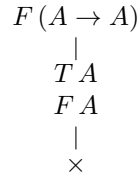
**Comentário:** O modelo aplica duas vezes a regra da disjunção falso, uma de forma correta derivando em um novo ramo com as formulas  $F A$  e  $F \neg A$ , e outra bifurcando a expansão em dois ramos, no segundo ele coloca a formula final já resolvendo a negação falso da regra, mas o correto seria primeiro colocar  $F \neg A$  e só depois aplicar a regra da negação falso. Por fim no primeiro ramo, ele chega a uma contradição sem justificativa. Erros(3).

Questão 7:  $\vdash (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$



**Comentário:** O modelo aplica errado a regra da disjunção falso da fórmula  $F((A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A))$  pois para que uma disjunção seja falso é preciso que as duas fórmulas assim o seja também, mas o modelo bifurcou em duas possibilidades. Ele não chega a uma contradição em nenhum dos ramos. Erros(3).

Questão 8:  $\vdash A \rightarrow A$



**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 9:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))$

$$\begin{array}{c}
F((A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))) \\
| \\
T(A \rightarrow B) \\
F((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A)) \\
| \\
T(C \rightarrow A) \\
F(C \rightarrow A) \\
| \\
T A \\
F(C \rightarrow A) \\
| \\
T C \\
F A \\
T A \\
| \\
F A \\
T B \\
T C \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** O modelo insere a fórmula  $T A$  e  $F C \rightarrow A$  em um ramo, porém não existe referência a nenhuma formula anterior que contenha essas subfórmulas. Ele repete a fórmula  $T A$  ferindo a regra da expansão única. Aplica errado a regra da implicação verdade, colocando as subfórmulas em apenas um ramo ao invés de bifurcá-las em duas possibilidades. e repete a expansão da formula  $F C \rightarrow A$ . Erros(4).

$$\begin{array}{c}
\text{Questão 10: } (A \wedge B) \rightarrow C \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C) \\
T((A \wedge B) \rightarrow C) \\
F(B \rightarrow (A \rightarrow C)) \\
| \\
T B \\
F(A \rightarrow C) \\
| \\
T A \\
F C \\
| \\
F(A \wedge B) \\
T C \\
\begin{array}{cc}
F A & F B
\end{array}
\end{array}$$

**Comentário:** O modelo erra na aplicação da regra implicação verdade pois ao invés de bifurcar em dois ramos ele coloca as fórmulas abaixo no mesmo ramo. Não fecha os ramos e apesar de ter chego na contradição ele não expressa isso. Erros(3).

$$\text{Questão 11: } B \rightarrow (A \rightarrow C) \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$$

$$\begin{array}{c}
T(B \rightarrow (A \rightarrow C)) \\
F((A \wedge B) \rightarrow C) \\
| \\
T(A \wedge B) \\
FC \\
| \\
TA \\
TB \\
FC \\
| \\
FB \\
T(A \rightarrow C) \\
FC \\
| \\
TA \\
TC \\
FC \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** O modelo aplica errado a regra da implicação verdade da fórmula  $T(B \rightarrow (A \rightarrow C))$ , ao invés de bifurcá-la em dois ramos, ele coloca ambas no mesmo ramo, e repete esse erro com a fórmula  $T(A \rightarrow C)$ . Ainda na expansão de  $T(A \rightarrow C)$  ele atribui errado o valor verdade da subfórmula  $A$ , o correto seria  $F A$ . A fórmula  $FC$  é repetida 3 vezes, o que vai contra a regra da expansão única. Erros(6).

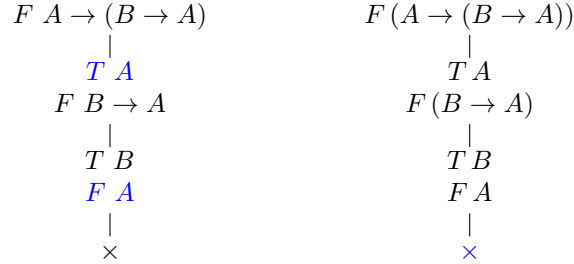
Questão 12:  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$

$$\begin{array}{c}
T(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \\
F((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)) \\
| \\
T(A \rightarrow B) \\
F(A \rightarrow C) \\
| \\
TA \\
FC \\
T(A \rightarrow B) \\
| \\
FA \\
T(B \rightarrow C) \\
FC \\
| \\
TB \\
TC \\
FC \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T(A \rightarrow B)$  uma vez, e a fórmula  $FC$  duas vezes. Aplica errado a regra da implicação verdade na fórmula

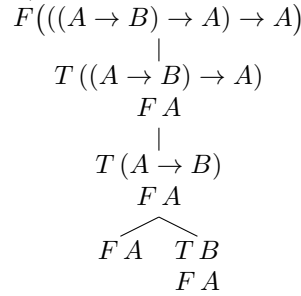
$T(A \rightarrow (B \rightarrow C))$  o correto seria bifurcá-la em dois ramos. Erra ao expandir a fórmula  $T(B \rightarrow C)$ , pois também coloca as subfórmulas no mesmo ramo, por fim ele erra no valor verdade da fórmula  $B$  que derivou da implicação verdade  $T(B \rightarrow C)$ . Erros(6).

Questão 13:  $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow A)$



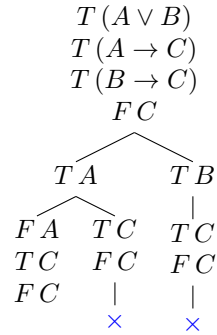
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 14:  $\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$



**Comentário:** Na aplicação da regra implicação verdade na fórmula  $T(A \rightarrow B) \rightarrow A$  o modelo erra ao aplicar  $T$  para a fórmula antecedente, o correto seria  $F$  assim como atribui  $F$  para a fórmula consequente e o correto seria  $T$ , nessa mesma expansão ele erra ao coloca-las em um único ramo ao invés de bifurcar em dois. No ramo mais a direita ele repete a fórmula  $F A$ . Por fim, deixa ambos os ramos abertos o que torna a prova incompleta. Erros(6).

Questão 15:  $A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow C \vdash C$



**Comentário:** No primeiro ramo o modelo adiciona as subfórmulas  $T\ C$  e  $F\ C$ , porém não existe nenhuma formula anterior que justifique isso. Anda nesse ramo ele não coloca a contradição e por isso fica incompleto. Ele repete as subfórmulas  $T\ C$  e  $F\ C$  nos outros dois ramos. Erros(3).

Questão 16:  $A \vdash \neg\neg A$

$$\begin{array}{c} T\ A \\ F\ \neg\neg A \\ | \\ T\ \neg A \\ | \\ F\ A \\ | \\ \times \end{array}$$

**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 17:  $\neg\neg A \vdash A$

$$\begin{array}{c} T\ \neg\neg A \\ F\ A \\ | \\ F\ \neg A \\ | \\ T\ A \\ | \\ \times \end{array}$$

**Comentário:** Demonstração correta.

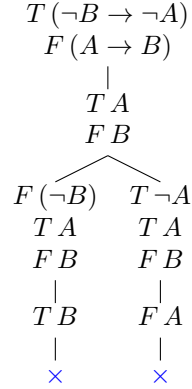
Questão 18:  $A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$

$$\begin{array}{c} T\ (A \rightarrow B) \\ T\ \neg B \\ F\ \neg A \\ | \\ T\ A \\ T\ (A \rightarrow B) \\ T\ \neg B \\ \swarrow \quad \searrow \\ F\ A \quad T\ B \\ \quad \quad T\ \neg B \\ \quad \quad | \\ \quad \quad \times \end{array}$$

**Comentário:** O modelo repete as fórmulas  $T\ (A \rightarrow B)$  e  $T\ \neg B$  o que contradiz a regra da expansão única que diz que cada fórmula só pode ser expandida uma única vez. No primeiro ramo ele não fecha com a contradição, deixando-o incompleto. No segundo ramo ele repete a fórmula  $T\ \neg B$  e chega a uma contradição sem ter expandido a fórmula  $T\ \neg B$ , que resultaria em  $F\ B$ , com a aplicação da regra da negação verdade. Erros(5).

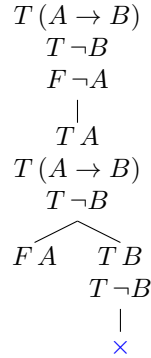


Questão 19:  $\neg B \rightarrow \neg A \vdash A \rightarrow B$



**Comentário:** O modelo erra a regra da expansão única e repete as fórmulas  $T A$  e  $F B$  nos dois ramos, porém elas já estavam expandidas mais acima. Erros(2)

Questão 20:  $A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow \neg A$



**Comentário:** O modelo aplica errado a regra do Tableau Inicial e não aplica o valor verdade  $F$  na conclusão, e omite essa fórmula trazendo apenas a sua expansão. Repete as fórmulas  $T(A \rightarrow B)$  (uma vez) e  $T \neg B$  (duas vezes). Não encerra o primeiro ramo apesar de ter encontrado a contradição. No segundo ramo chega a uma contradição mais sem justificação. Erros(6).

Questão 21:  $\neg(A \vee B) \vdash \neg A \wedge \neg B$

$$\begin{array}{c}
T \neg(A \vee B) \\
F \neg A \wedge \neg B \\
| \\
F \neg A \\
F \neg B \\
T \neg(A \vee B) \\
| \\
T \neg A \\
T \neg B \\
| \\
F A \\
F B \\
| \\
\times
\end{array}$$

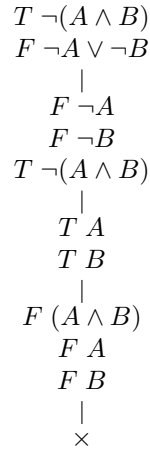
**Comentário:** O modelo aplica errado a regra da conjunção verdade da fórmula  $F \neg A \wedge \neg B$  pois coloca as subfórmulas no mesmo ramo, porém o correto seria bifurca-las em duas possibilidades. Repete a fórmula  $T \neg(A \vee B)$ , ignorando a regra da expansão única. Apesar da derivação da fórmula  $T \neg(A \vee B)$  está correta ao final, ele erra nos procedimentos obrigatórios para a expansão da mesma. O correto seria primeiro aplica a regra da negação verdade, que vai resultar na fórmula  $F (A \vee B)$  e ai depois aplica a regra da disjunção falso. Erros(3).

Questão 22:  $\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$

$$\begin{array}{c}
T \neg A \wedge \neg B \\
F \neg(A \vee B) \\
| \\
T \neg A \\
T \neg B \\
| \\
T A \vee B \\
\swarrow \quad \searrow \\
T A \quad T B \\
F A \quad F B \\
| \quad | \\
\times \quad \times
\end{array}$$

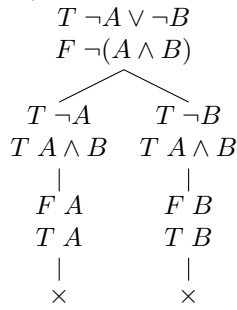
**Comentário:** O modelo não expande as formulas derivadas da negação verdade de  $T \neg A$  e  $T \neg B$  em um novo ramo, ele apenas acrescenta no ramo da expansão da fórmula  $T A \vee B$ . Erros(2).

Questão 23:  $\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B$



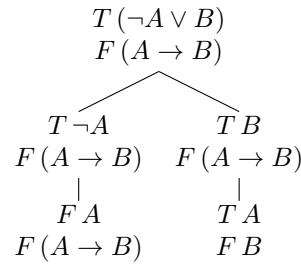
**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T \neg(A \wedge B)$ , contrapondo a regra da expansão única. Ao aplicar a regra da negação falso ele coloca a fórmula  $T B$  no mesmo ramo que a expansão da fórmula anterior. Por fim o modelo erra a aplicação da regra da conjunção falso da fórmula  $F (A \wedge B)$ , ele deveria colocar as subfórmulas em uma bifurcação com duas possibilidades. Erros(3).

Questão 24:  $\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$

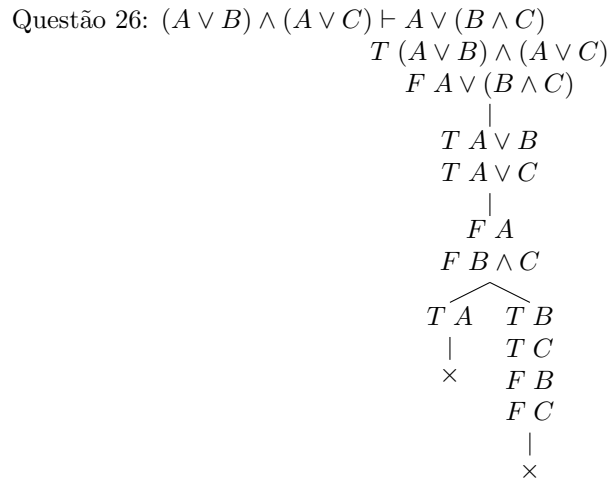


**Comentário:** O modelo erra a aplicação da regra da negação falso da fórmula  $F \neg(A \wedge B)$  pois ele expande a fórmula  $T (A \wedge B)$  no mesmo ramo da expansão da disjunção verdade anterior. Na aplicação da regra da conjunção verdade ele comete dois erros em cada ramo, primeiro ele coloca a expansão no mesmo ramo da fórmula anterior, segundo ele deixa a expansão incompleta. Erros(6).

Questão 25:  $\neg A \vee B \vdash A \rightarrow B$

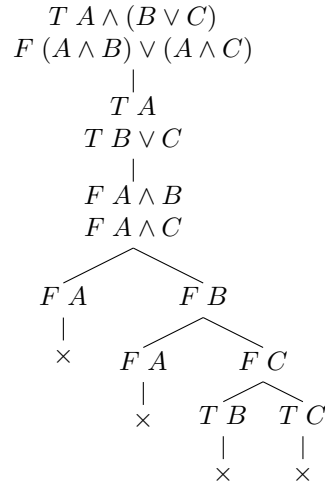


**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $F(A \rightarrow B)$  três vezes. Não conclui a prova com a contradição em nenhum dos ramos. Erros(5).

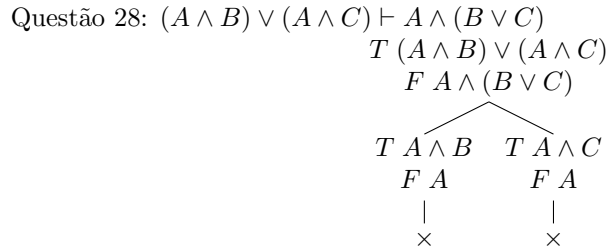


**Comentário:** O modelo aplica errado a regra da disjunção verdade na fórmula  $T A \vee C$  primeiro colocando a expansão no mesmo ramo da fórmula anterior e depois deixando a expansão incompleta. Na aplicação da conjunção falso da fórmula  $F B \wedge C$  ele erra ao colocar as subfórmulas no mesmo ramo da anterior ao invés de bifurca-las em dois ramos. Erros(3).

Questão 27:  $A \wedge (B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

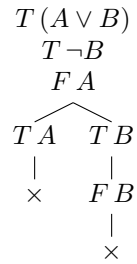


**Comentário:** Demonstração correta.



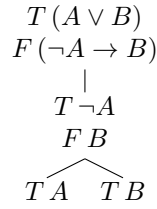
**Comentário:** O modelo adiciona a fórmula  $F A$  em ambos os ramos, porém não dá pra saber qual a referência para derivação. Não faz a expansão da fórmula  $F A \wedge (B \vee C)$ , nem das fórmulas  $T A \wedge B$  e  $T A \wedge C$ . Não há justificativa para a contradição e fechamento dos ramos. Erros(7).

Questão 29:  $A \vee B, \neg B \vdash A$



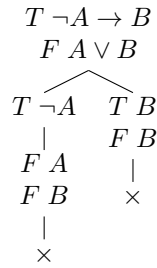
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 30:  $A \vee B \vdash \neg A \rightarrow B$



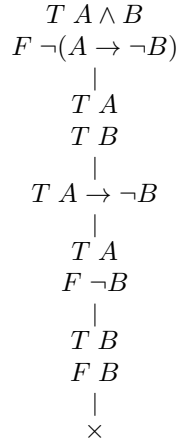
**Comentário:** O modelo não expande a fórmula  $T \neg A$ . Não chegou a contradição no primeiro ramo e esqueceu de fechar o segundo. Erros(3).

Questão 31:  $\neg A \rightarrow B \vdash A \vee B$



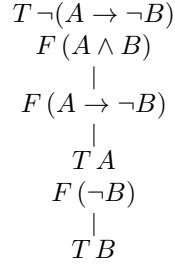
**Comentário:** Na aplicação da regra da implicação verdade em  $T \neg A \rightarrow B$  o modelo aplica incorretamente o valor verdade do antecedente, que deveria ser falso. No primeiro ramo, seguindo a resolução do modelo, não existe contradição. No segundo ramo ele faz a expansão incompleta da fórmula  $F A \vee B$ . Erros(3).

Questão 32:  $A \wedge B \vdash \neg(A \rightarrow \neg B)$



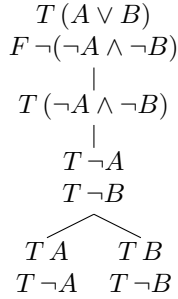
**Comentário:** O modelo aplica errado a regra da implicação verdade da fórmula  $T A \rightarrow \neg B$ , pois deveria expandir em uma bifurcação com duas possibilidades. Ele errou também no valor verdade atribuído as subfórmulas resultantes. A fórmula  $F \neg B$  é inserida, porém não existe nenhuma fórmula que justifique ela. Erros(4).

Questão 33:  $\neg(A \rightarrow \neg B) \vdash A \wedge B$



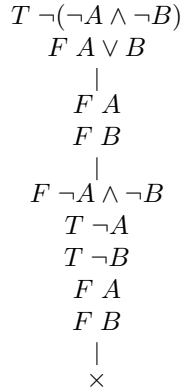
**Comentário:** O modelo não aplica a regra da conjunção falso da fórmula  $F(A \wedge B)$ . Não chega a uma contradição e nem fecha o ramo. Erros(3).

Questão 34:  $A \vee B \vdash \neg(\neg A \wedge \neg B)$



**Comentário:** O modelo não aplica a regra da negação verdade nas fórmulas  $T \neg A$  e  $T \neg B$  ao invés disso ele só as repete no mesmo ramo da expansão de  $T(A \vee B)$ , dessa forma ele não chega em uma contradição, assim como não fecha os ramos. Erros(4).

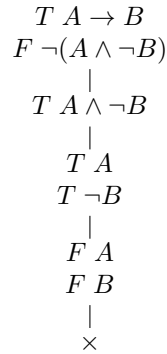
Questão 35:  $\neg(\neg A \wedge \neg B) \vdash A \vee B$



**Comentário:** O modelo aplica errado a regra da conjunção falso da fórmula  $F \neg A \wedge \neg B$  pois o correto seria expandir em uma bifurcação com dois ramos de possibilidades, pois tanto a primeira fórmula pode ser falsa como a segunda pra que uma conjunção seja falsa. Ao expandir as fórmulas  $T \neg A$  e  $T \neg B$  ele deveria

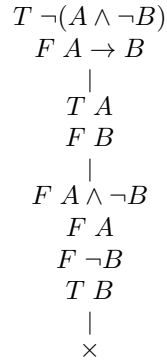
colocar as subfórmulas  $F A$  e  $F B$  cada uma em um novo ramo. Erros(3).

Questão 36:  $A \rightarrow B \vdash \neg(A \wedge \neg B)$



**Comentário:** O modelo não expande a fórmula  $T \neg B$  aplicando a regra da negação verdade. Ao aplicar a regra da implicação verdade ele erra em não colocar as fórmulas em dois ramos diferentes bifurcados e aplica o valor verdade errado para o consequente  $B$ . Erros(3).

Questão 37:  $\neg(A \wedge \neg B) \vdash A \rightarrow B$



**Comentário:** o modelo aplica errado a regra da conjunção falso da fórmula  $F A \wedge \neg B$  o correto seria bifurca-la em duas possibilidades. Ao aplicar a regra da negação falso de  $F B$  ele erra ao colocar a fórmula expandida no mesmo ramo da fórmula anterior. Erros(2).

Questão 38:  $A \wedge B \vdash \neg(\neg A \vee \neg B)$



$$\begin{array}{c}
T \ A \wedge B \\
F \ \neg(\neg A \vee \neg B) \\
| \\
T \ A \\
T \ B \\
F \ \neg(\neg A \vee \neg B) \\
| \\
T \ \neg A \vee \neg B \\
T \ \neg A \\
T \ \neg B \\
F \ A \\
F \ B \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $F \neg(\neg A \vee \neg B)$  ferindo a regra da expansão única. Erra ao aplicar a regra da disjunção verdade em  $T \neg A \vee \neg B$  pois o correto seria expandir em uma bifurcação com duas possibilidades. E erra na aplicação da negação verdade nas duas fórmulas  $T \neg A$  e  $T \neg B$  pois não expande cada uma em um novo ramo. Erros(4).

Questão 39:  $\neg(\neg A \vee \neg B) \vdash A \wedge B$

$$\begin{array}{c}
T \ \neg(\neg A \vee \neg B) \\
F \ A \wedge B \\
| \\
T \ A \\
T \ B \\
F \ A \wedge B \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** O modelo omite os passos de decomposição da fórmula  $T \neg(\neg A \vee \neg B)$  e coloca apenas o resultado final da aplicação das três regras, negação verdade, conjunção falso, negação falso. Repete a fórmula  $F \ A \wedge B$  contrapondo a regra da expansão única. Chega a uma conclusão sem justificativa. Erros(5).

Questão 40:  $A \rightarrow B \vdash \neg A \vee B$

$$\begin{array}{c}
T \ A \rightarrow B \\
F \ \neg A \vee B \\
| \\
F \ \neg A \\
F \ B \\
T \ A \rightarrow B \\
T \ A \\
F \ B \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T \ A \rightarrow B$  e ao expandi-la ele erra, em não bifurcá-la em duas possibilidades e inverte a aplicação dos valores

verdades. Não existe justificativa para contradição. Erros(5).

# Saída da API DEEPSEEK R1 reflexivo

## 2 Informações:

MODELO = "deepseek-r1"

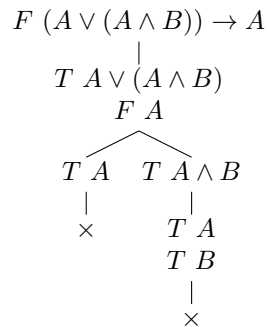
DATA = 16/05/25

ENTRADA = 1 Exemplo de Resolução (pergunta seguida de Resposta), seguido pela seguinte string "escreva a prova (Questão Aqui) usando o sistema de tableaux analítico na linguagem latex na biblioteca qtree"

SAÍDA = 1. Resposta da API escrita em LATEX;

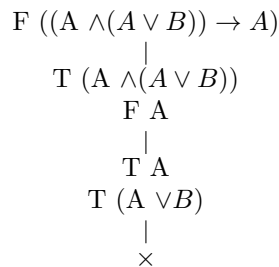
EXEMPLO = 'escreva a prova  $A \vee (B \wedge C) \vdash (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

Questão 1:  $\vdash (A \vee (A \wedge B)) \rightarrow A$



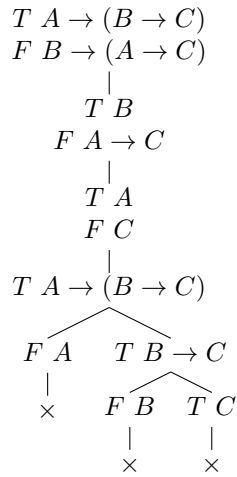
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 2:  $\vdash (A \wedge (A \vee B)) \rightarrow A$

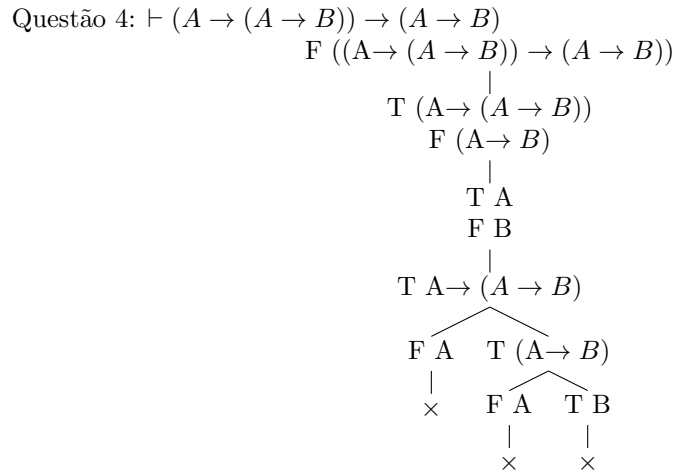


**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 3:  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$

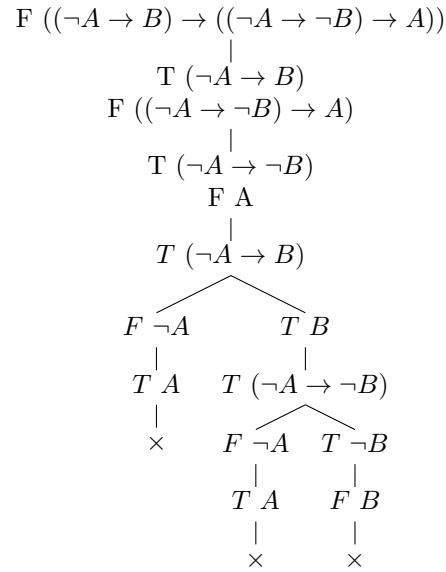


**Comentário:** A fórmula  $T A \rightarrow (B \rightarrow C)$  é repetida porém pela regra cada fórmula só pode ser expandida uma vez em cada ramo. Erros(1).



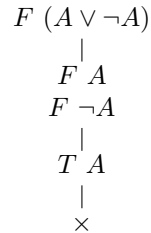
**Comentário:** No ramo mais à esquerda a fórmula  $A \rightarrow (A \rightarrow B)$  é repetida porém pela regra cada fórmula só pode ser expandida uma vez em cada ramo. Erros(1).

Questão 5:  $\vdash (\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$



**Comentário:** O modelo aplica errado a regra da implicação falsa na fórmula  $F (\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A$  dividido-a em uma bifurcação com duas possibilidades, porém segundo a regra para uma implicação ser falsa obrigatoriamente o antecedente tem que ser verdadeiro e o consequente falso. Os valores verdade atribuídos também estão incorretos em ambas as subfórmulas. Por fim o modelo acrescenta a fórmulas  $F A$  em dois ramos sem justificativa. Erros(5).

Questão 6:  $\vdash A \vee \neg A$



**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 7:  $\vdash (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$

$$\begin{array}{c}
F ((A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)) \\
| \\
F (A \rightarrow B) \\
F (B \rightarrow A) \\
| \\
T A \\
F B \\
T B \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** Ao aplicar a regra da implicação falso na formula  $F (B \rightarrow A)$  ele expande as formulas no mesmo ramo da formula anterior ( $F (A \rightarrow B)$ ) quando ele deveriar criar um novo ramo abaixo. Erros(1).

Questão 8:  $\vdash A \rightarrow A$

$$\begin{array}{c}
F A \rightarrow A \\
| \\
T A \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

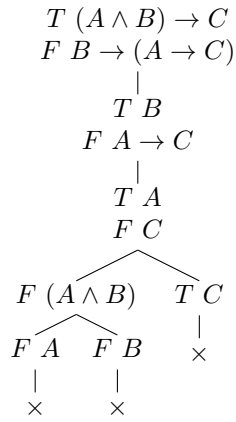
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 9:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))$

$$\begin{array}{c}
F ((A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))) \\
| \\
T (A \rightarrow B) \\
F ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A)) \\
| \\
T (C \rightarrow A) \\
F (C \rightarrow A) \\
| \\
\times
\end{array}$$

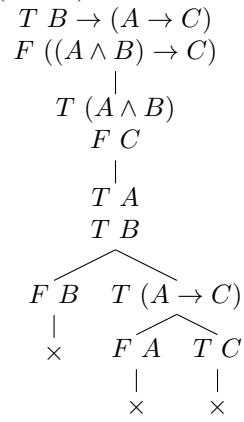
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 10:  $(A \wedge B) \rightarrow C \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$



**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 11:  $B \rightarrow (A \rightarrow C) \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$

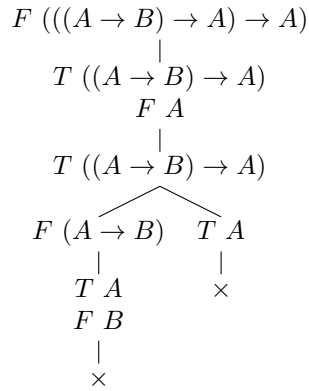


**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 12:  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$

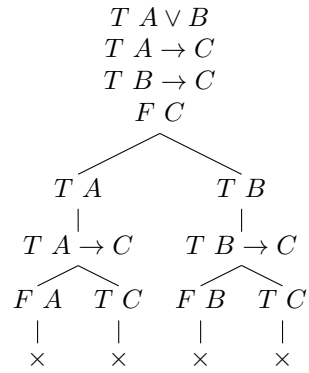






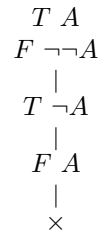
**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T \ B \rightarrow (A \rightarrow C)$ , o que viola a regra que cada fórmula só pode ser expandida uma única vez. Erros(1).

Questão 15:  $A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow C \vdash C$



**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T \ A \rightarrow C$  e a fórmula  $T \ B \rightarrow C$ , o que viola a regra que cada fórmula só pode ser expandida uma única vez. Erros(2).

Questão 16:  $A \vdash \neg\neg A$



**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 17:  $\neg\neg A \vdash A$

$$\begin{array}{c}
T \neg \neg A \\
F A \\
| \\
F \neg A \\
| \\
T A \\
| \\
\times
\end{array}$$

**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 18:  $A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$

$$\begin{array}{c}
T A \rightarrow B \\
T \neg B \\
F \neg A \\
| \\
T A \\
| \\
T A \rightarrow B \\
\swarrow \quad \searrow \\
F A \quad T B \\
| \quad | \\
\times \quad T \neg B \\
\quad | \\
\quad F B \\
\quad | \\
\quad \times
\end{array}$$

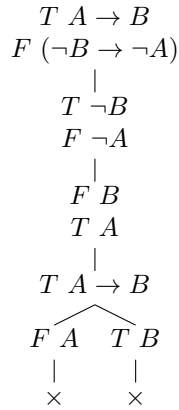
**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T A \rightarrow B$  e a fórmula  $T \neg B$ , o que viola a regra que cada fórmula só pode ser expandida uma única vez. Erros(2).

Questão 19:  $\neg B \rightarrow \neg A \vdash A \rightarrow B$

$$\begin{array}{c}
T \neg B \rightarrow \neg A \\
F (A \rightarrow B) \\
| \\
T A \\
F B \\
| \\
T \neg B \rightarrow \neg A \\
\swarrow \quad \searrow \\
F \neg B \quad T \neg A \\
| \quad | \\
T B \quad F A \\
| \quad | \\
\times \quad \times
\end{array}$$

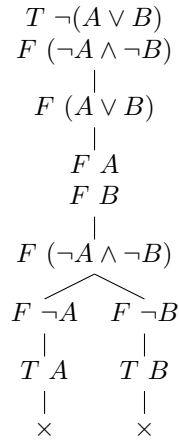
**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T \neg B \rightarrow \neg A$ , o que viola a regra que cada fórmula só pode ser expandida uma única vez. Erros(1).

Questão 20:  $A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow \neg A$



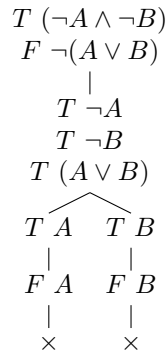
**Comentário:** O modelo esqueceu de colocar a fórmula  $T \ A$  em um ramo único ao invés de coloca-la junto de  $F \ B$  já que a fórmula esta justificada pela negação falso do ramo anterior. Também repete a fórmula  $T \ A \rightarrow B$ , o que viola a regra que cada formula só pode ser expandida uma única vez. Erros(2).

Questão 21:  $\neg(A \vee B) \vdash \neg A \wedge \neg B$



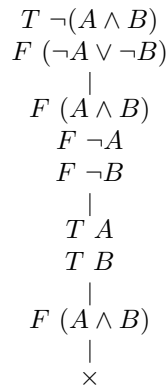
**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T \ \neg B \rightarrow \neg A$ , o que viola a regra que cada formula só pode ser expandida uma única vez. Erros(1).

Questão 22:  $\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$



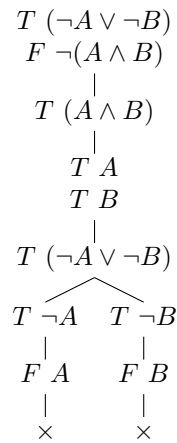
**Comentário:** O modelo erra a aplicação da regra negação falso em  $F \neg(A \vee B)$ , pois não a expande em um novo ramo, mas sim no mesmo ramo da expansão da fórmula  $T (\neg A \wedge \neg B)$ . Erros(1).

Questão 23:  $\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B$



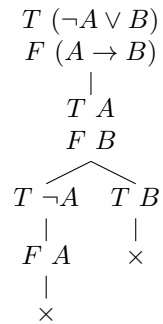
**Comentário:** O modelo expande a fórmula  $F (\neg A \vee \neg B)$  no mesmo ramo que ele resolve a negação verdade de  $T \neg(A \wedge B)$  quando o correto seria colocar em um novo ramo. Também esqueceu de colocar a fórmula  $T B$  em um ramo único ao invés de coloca-la junto de  $T A$  já que a fórmula esta justificada pela negação falso do ramo anterior. Ele erra ao repetir a fórmula  $F (A \wedge B)$ . Por fim chega a uma conclusão sem haver justificativa. Erros(4)

Questão 24:  $\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$



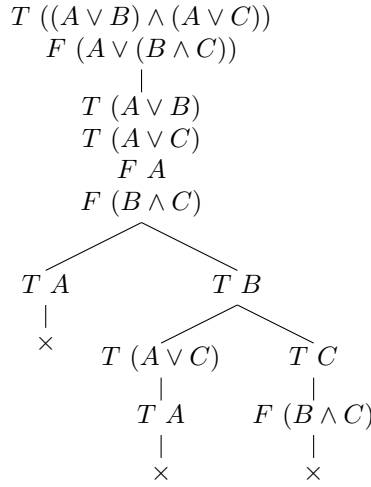
**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T (\neg A \vee \neg B)$ , o que viola a regra que cada formula só pode ser expandida uma única vez. Erros(1).

Questão 25:  $\neg A \vee B \vdash A \rightarrow B$

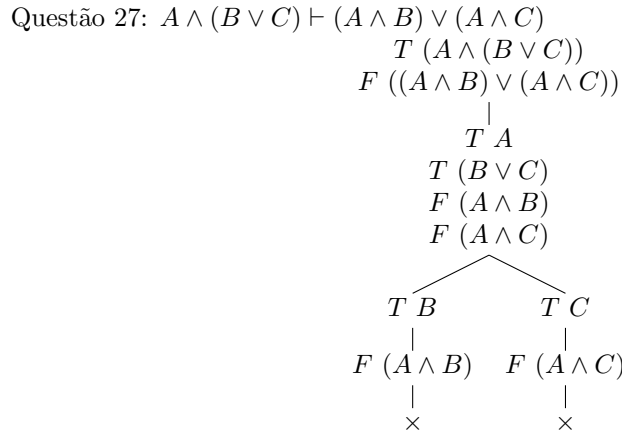


**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 26:  $(A \vee B) \wedge (A \vee C) \vdash A \vee (B \wedge C)$

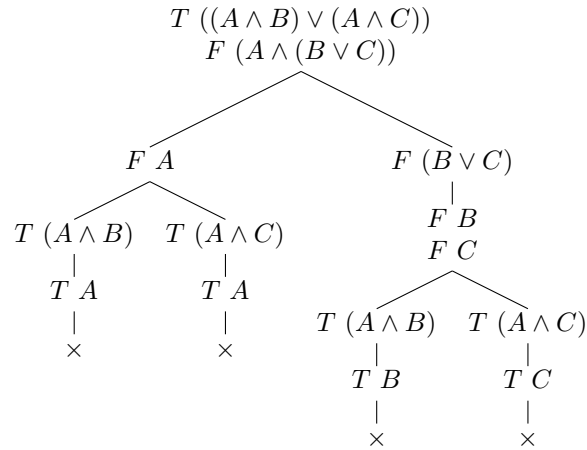


**Comentário:** O modelo erra ao aplicar a regra da disjunção falso da fórmula  $F(A \vee (B \wedge C))$ , pois ao invés de expandi-la em um novo ramo ele expande no mesmo ramo de  $T((A \vee B) \wedge (A \vee C))$ . Ele repete a fórmula  $T(A \vee C)$  e a fórmula  $F(B \wedge C)$ , o que viola a regra que cada fórmula só pode ser expandida uma única vez. Por fim, chega a uma contradição sem justificativa no primeiro ramo a direita. Erros(4).



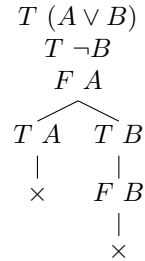
**Comentário:** O modelo erra ao aplicar a regra da disjunção falso da fórmula  $F((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$ , pois ao invés de expandi-la em um novo ramo ele expande no mesmo ramo de  $T(A \wedge (B \vee C))$ . Ele repete a fórmula  $F(A \wedge B)$  e a fórmula  $F(A \wedge C)$ , o que viola a regra que cada fórmula só pode ser expandida uma única vez. Por fim, chega a uma contradição sem justificativa nos dois ramos. Erros(5).

Questão 28:  $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vdash A \wedge (B \vee C)$



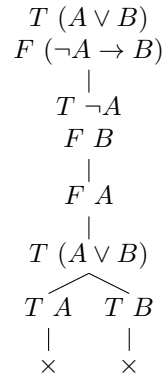
**Comentário:** O modelo aplica de forma incompleta a regra da conjunção verdade das formulas  $T(A \wedge B)$  e  $T(A \wedge C)$  nos quatro ramos, pois o correto seria derivar um ramo com  $T A$  e  $T B$ , outro com  $T A$  e  $T C$  e repetir nos outros 2 ramos que a formula  $T((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$  é expandida. Erros(4).

Questão 29:  $A \vee B, \neg B \vdash A$



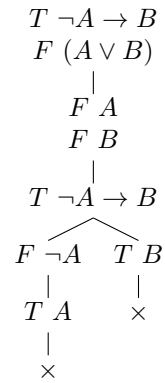
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 30:  $A \vee B \vdash \neg A \rightarrow B$



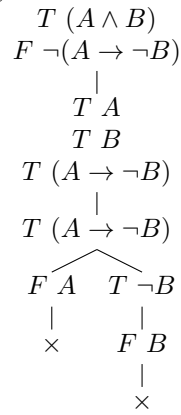
**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T(A \vee B)$ , o que viola a regra que cada formula só pode ser expandida uma única vez. Erros(1).

Questão 31:  $\neg A \rightarrow B \vdash A \vee B$



**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T \neg A \rightarrow B$ , o que viola a regra que cada fórmula só pode ser expandida uma única vez. Erros(1).

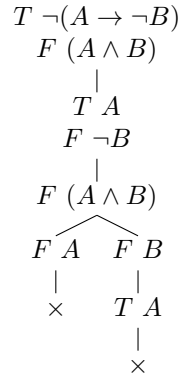
Questão 32:  $A \wedge B \vdash \neg(A \rightarrow \neg B)$



**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T (A \rightarrow \neg B)$ , o que viola a regra que cada fórmula só pode ser expandida uma única vez. Erros(1).

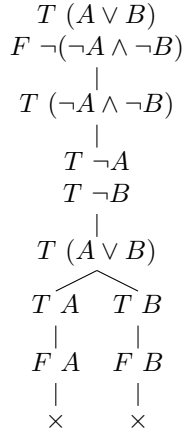
Questão 33:  $\neg(A \rightarrow \neg B) \vdash A \wedge B$





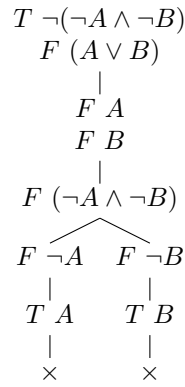
**Comentário:** A fórmula  $T \neg(A \rightarrow \neg B)$  não é expandida corretamente, pois o modelo deveria primeiro aplicar a regra da negação verdade, ele já pula para a expansão da formula final  $F (A \wedge B)$ . Também repete a fórmula  $F (A \wedge B)$  e  $T A$ , o que viola a regra que cada formula só pode ser expandida uma única vez. Por fim a contradição do ramo mais a direita não está correta, pois não temos a mesma formula com valores verdade distintos. Erros(4).

Questão 34:  $A \vee B \vdash \neg(\neg A \wedge \neg B)$



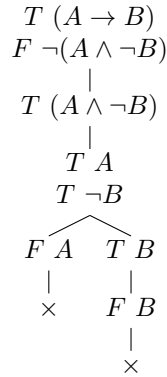
**Comentário:** repete a fórmula  $T (A \vee B)$ , o que viola a regra que cada formula só pode ser expandida uma única vez. Erros(1).

Questão 35:  $\neg(\neg A \wedge \neg B) \vdash A \vee B$



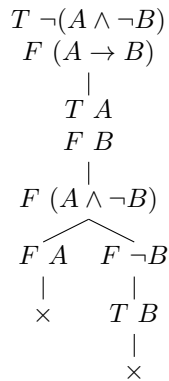
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 36:  $A \rightarrow B \vdash \neg(A \wedge \neg B)$



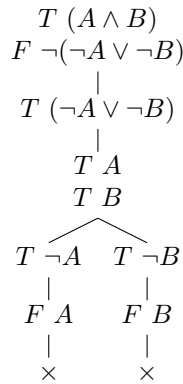
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 37:  $\neg(A \wedge \neg B) \vdash A \rightarrow B$



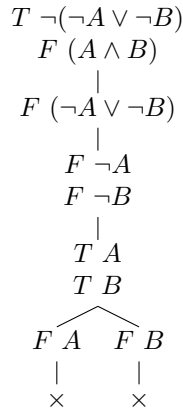
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 38:  $A \wedge B \vdash \neg(\neg A \vee \neg B)$



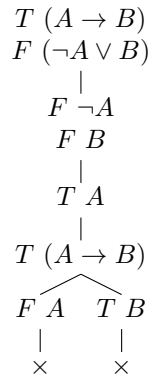
**Comentário:** Demonstração correta.

Questão 39:  $\neg(\neg A \vee \neg B) \vdash A \wedge B$



**Comentário:** O modelo aplica errado a regra da negação falso de  $F \neg B$ , pois a expande no mesmo ramo de  $F \neg A$ , porém o correto seria expandir em um novo ramo. Erros(1).

Questão 40:  $A \rightarrow B \vdash \neg A \vee B$



**Comentário:** O modelo repete a fórmula  $T (A \rightarrow B)$ , o que viola a regra

que cada formula só pode ser expandida uma única vez. Erros(1).

Table 1: Erros de Lógica cometidos pelos modelos

	Enunciado	Erros ChatGPT 4o	Erros DeepSeek R1
1	$\vdash (A \vee (A \wedge B)) \rightarrow A$	1	0
2	$\vdash (A \wedge (A \vee B)) \rightarrow A$	1	0
3	$A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$	1	1
4	$\vdash (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$	2	1
5	$\vdash (\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$	3	5
6	$\vdash A \vee \neg A$	3	0
7	$\vdash (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$	3	1
8	$\vdash A \rightarrow A$	0	0
9	$\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))$	4	0
10	$(A \wedge B) \rightarrow C \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$	3	0
11	$B \rightarrow (A \rightarrow C) \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$	6	0
12	$A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$	6	2
13	$\vdash A \rightarrow (B \rightarrow A)$	0	0
14	$\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$	6	1
15	$A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow C \vdash C$	3	2
16	$A \vdash \neg \neg A$	0	0
17	$\neg \neg A \vdash A$	0	0
18	$A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$	5	2
19	$\neg B \rightarrow \neg A \vdash A \rightarrow B$	2	1
20	$A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow \neg A$	6	2
21	$\neg(A \vee B) \vdash \neg A \wedge \neg B$	3	1
22	$\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$	2	1
23	$\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B$	3	4
24	$\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$	6	1
25	$A \vee (B \wedge C) \vdash (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	5	0
26	$(A \vee B) \wedge (A \vee C) \vdash A \vee (B \wedge C)$	3	4
27	$A \wedge (B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	0	5
28	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vdash A \wedge (B \vee C)$	7	4
29	$A \vee B, \neg B \vdash A$	0	0
30	$A \vee B \vdash \neg A \rightarrow B$	3	1
31	$\neg A \rightarrow B \vdash A \vee B$	3	1
32	$A \wedge B \vdash \neg(A \rightarrow \neg B)$	4	1
33	$\neg(A \rightarrow \neg B) \vdash A \wedge B$	3	4
34	$A \vee B \vdash \neg(\neg A \wedge \neg B)$	4	1
35	$\neg(\neg A \wedge \neg B) \vdash A \vee B$	3	0
36	$A \rightarrow B \vdash \neg(A \wedge \neg B)$	3	0
37	$\neg(A \wedge \neg B) \vdash A \rightarrow B$	2	0
38	$A \wedge B \vdash \neg(\neg A \vee \neg B)$	4	0
39	$\neg(\neg A \vee \neg B) \vdash A \wedge B$	5	1
40	$A \rightarrow B \vdash \neg A \vee B$	5	1