

Lógica para Computação

Exercícios de Lógica Proposicional

em Tableau Analítico

Saída da API CHATGPT

1 Informações:

MODELO = "gpt-4o"

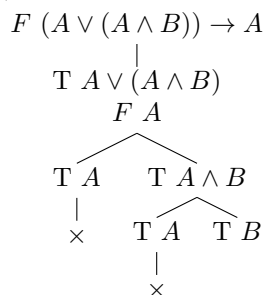
DATA = 12/05/25

ENTRADA = 1 Exemplo de Resolução (pergunta seguida de Resposta), seguido pela seguinte string "escreva a prova (Questão Aqui) usando o sistema de tableaux analítico na linguagem latex na biblioteca qtree"

SAÍDA = 1. Resposta da API escrita em LATEX;

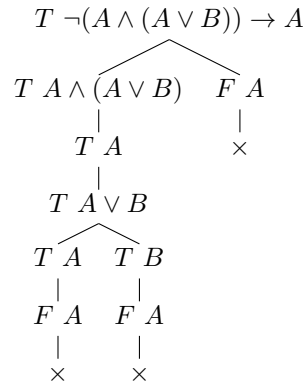
EXEMPLO = 'escreva a prova $A \vee (B \wedge C) \vdash (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

Questão 1: $\vdash (A \vee (A \wedge B)) \rightarrow A$



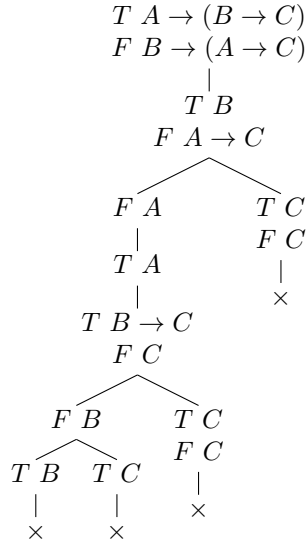
Comentário: Ao derivar a fórmula $T A \wedge B$ ele bifurcou um ramo em dois, aplicando errado a regra da conjunção verdade. Erros(1)

Questão 2: $\vdash (A \wedge (A \vee B)) \rightarrow A$



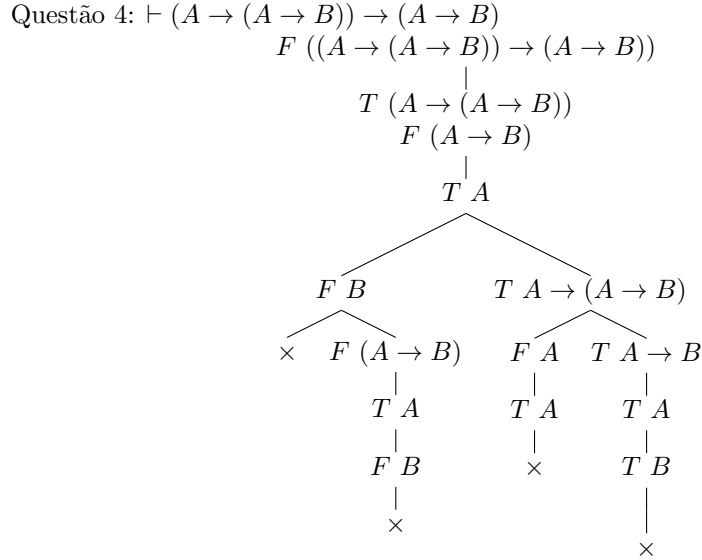
Comentário: O modelo aplicou errado a regra do tableau inicial, deveria atribuir F a conclusão. Seguindo o raciocínio do modelo a partir desse erro, ele também falha ao expandir a fórmula $T \neg(A \wedge (A \vee B)) \rightarrow A$ a partir da regra da implicação falso, sem antes ter aplicado a regra da negação verdade. Ainda na aplicação da implicação falso o correto seria resultar em um ramo com as duas subfórmulas ao invés de dois ramos. No segundo ramo ele chega a uma contradição sem justificativa. No primeiro ramo ao aplicar a regra da disjunção verdade ele falha em criar um ramo para cada subfórmula. Por fim, nesse ramo ele acrescenta a fórmula $F A$ sem existir referência dela antes. Erros(7).

Questão 3: $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$



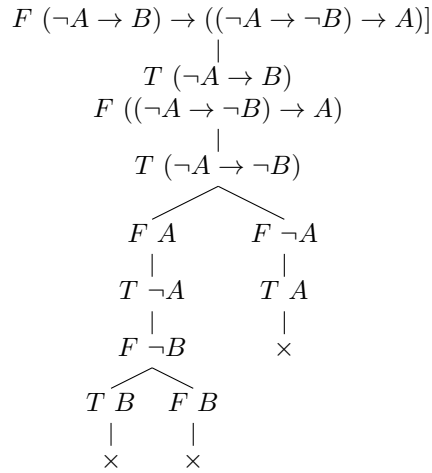
Comentário: Ao aplicar a regra da implicação falso, ele erra em expandir em dois ramos e em aplicar o valor verdade para cada fórmula resultante. No ramo mais a esquerda ele acrescenta a fórmula $F C$ sem existir referência dela antes. No ramo mais a direita ele aplica errado a regra implicação verdade, além de colocar cada fórmula em um ramo ao invés de bifurca-las em duas pos-

sibilidades, ele ainda atribui o valor verdade T para ambas as formas quando o correto seria $F A$ e $T B \rightarrow C$. Não existe justificativa para acrescentar a fórmula $F C$ junto da fórmula anterior, assim como no ramo mais a esquerda da expansão de $T B \rightarrow C$. Por fim eles acrescenta uma bifurcação com duas fórmulas que não foram mencionadas anteriormente. Erros(9).



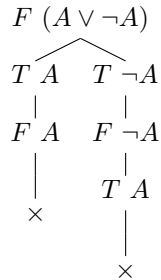
Comentário: Ao expandir a fórmula $F A \rightarrow B$ ele erra por não colocar a fórmula $F B$ abaixo de $T A$, mas sim em uma bifurcação com a fórmula $T A \rightarrow (A \rightarrow B)$. No ramo a esquerda com início em $F B$, o modelo erra ao colocar um contradição sem justificativa e a fórmula $F A \rightarrow B$. Na ramo $T A \rightarrow (A \rightarrow B)$ a direita da bifurcação principal ele acrescenta a fórmula $T A$ sem necessidade, apenas copiando a fórmula que esta mais acima. Já a aplicação da regra da implicação verdade no ultimo ramo mais a direita está incorreta, deveria ter ramificado em dois e acrescentado o valor verdade F na fórmula A ao invés de $T A$. Erros(7).

Questão 5: $\vdash (\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$



Comentário: A expansão da fórmula $F ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$ está incorreta pois ele cria uma bifurcação com a segunda fórmula resultante e a fórmula $F \neg A$. No ramo $F A$ ele erra na aplicação da regra de implicação verdade, expandindo em um ramo e depois outro, ao invés de fazer uma bifurcação. Ao aplicar a regra da negação verdade e da negação falso das fórmulas acima ele erra em criar uma bifurcação. A regra $F B$ não foi apresentada antes então não deveria ser colocada no ultimo ramo. Erros(5).

Questão 6: $\vdash A \vee \neg A$



Comentário: A regra da disjunção falso está errada, o correto seria resultar em um unico ramo com as fórmulas $F A$ e $F A$, ele erra ao atribuir valor verdade T para ambas as fórmulas. No ramo a esquerda ele adiciona $F A$ sem ter referência anterior, assim como a fórmula $F \neg A$ que ele acrescenta no ramo a direita. Erros(5).

Questão 7: $\vdash (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$

$$\begin{array}{c}
F (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A) \\
| \\
F A \rightarrow B \\
F B \rightarrow A \\
| \\
T A \\
F B \\
| \\
T B \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

Comentário: Demonstração correta.

Questão 8: $\vdash A \rightarrow A$

$$\begin{array}{c}
F A \rightarrow A \\
| \\
T A \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

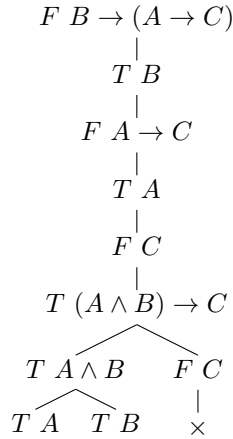
Comentário: Demonstração correta.

Questão 9: $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))$

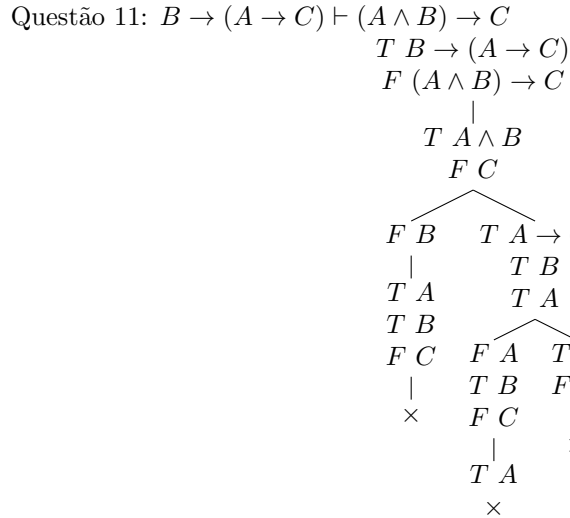
$$\begin{array}{c}
F ((A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))) \\
| \\
T (A \rightarrow B) \\
F (C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A) \\
| \\
T C \rightarrow A \\
F C \rightarrow A \\
| \\
T C \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

Comentário: O modelo coloca a fórmula $C \rightarrow A$ em um ramo novo abaixo de $T C \rightarrow A$ ao invés de deixar ambas no mesmo ramo. Ele faz o mesmo com as fórmulas $T C$ e $F A$. Por fim o raciocínio não está completo e ele já chega a uma contradição sem justificativa. Erros(3).

Questão 10: $(A \wedge B) \rightarrow C \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$

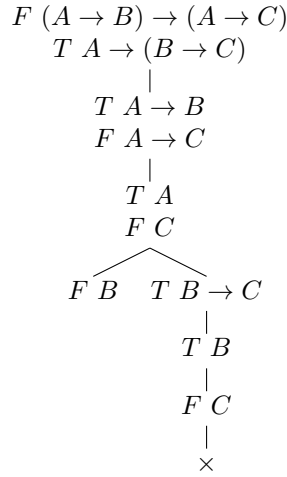


Comentário: O modelo erra na aplicação da regra do tableau inicial deixando a fórmula $T \ (A \wedge B) \rightarrow C$ fora de lugar. O modelo coloca a fórmula $F \ A \rightarrow C$ em um ramo novo abaixo de $T \ B$ ao invés de deixar ambas no mesmo ramo. Ao aplicar a regra da implicação verdade ele inverte os valores verdades das fórmulas. Não fecha os ramos mais a esquerda e no ramo mais a direita chega a uma contradição sem justificativa. Erros(7).



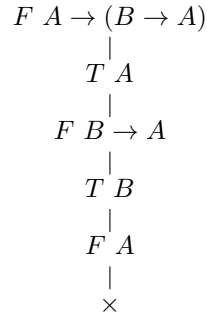
Comentário: No ramo mais a esquerda o modelo acrescenta a fórmula $F \ C$ que já estava expandida anteriormente no próprio ramo, isso se repete mais duas vezes no ramo mais a direita. Ele faz isso com a expansão da fórmula $T \ A \wedge B$, repete a expansão no final do ramo central, porém com as fórmulas $T \ B$ e $T \ A$ em ramificações distintas. Erros(4).

Questão 12: $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$



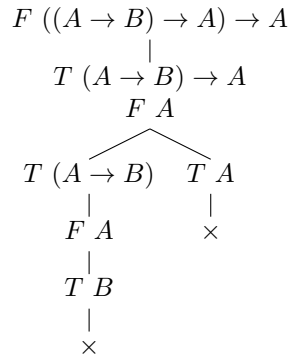
Comentário: O modelo troca a ordem da regra do tableau inicial. Na expansão da fórmula $T A \rightarrow (B \rightarrow C)$ ele erra ao colocar a fórmula $F B$ ao invés de $F A$, provavelmente um erro na hora da escrita, e nesse caso não será contabilizado. no ramo mais a esquerda ele para de aplicar as regras e não fecha o ramo. na fórmula $T B \rightarrow C$ ele aplica errado a regra da implicação verdade, cria um ramo para cada fórmula, ao invés de bifurcar em dois ramos. Ele também troca a aplicação dos valores verdades. Erros(5).

Questão 13: $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow A)$



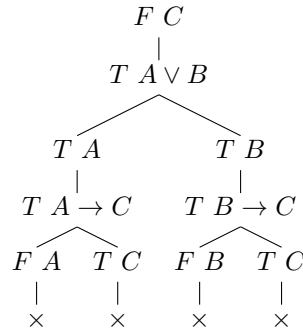
Comentário: Aqui os erros estão em o modelo ao aplicar a regra da implicação falsa nas fórmulas $F A \rightarrow (B \rightarrow A)$ e $F B \rightarrow A$ e expandir cada subfórmula, de ambas as fórmulas, em um ramo diferente, porém o correto seria estar as duas subfórmulas de cada fórmula estarem juntas em um ramo só. Erros(2).

Questão 14: $\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$



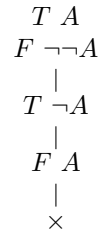
Comentário: Na aplicação da regra implicação verdade na fórmula $T (A \rightarrow B) \rightarrow A$ o modelo erra ao aplicar T para a fórmula antecedente, o correto seria F . Considerando que ele aplicou a regra da implicação verdade na fórmula $T (A \rightarrow B)$, ele faz a expansão errado, pois deveria ter bifurcado em dois ramos. Erros(2).

Questão 15: $A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow C \vdash C$



Comentário: Aplicou errado a regra do Tableau Inicial. Erros(1).

Questão 16: $A \vdash \neg\neg A$



Comentário: Demonstração correta.

Questão 17: $\neg\neg A \vdash A$

$$\begin{array}{c}
T \neg \neg A \\
F A \\
| \\
F \neg A \\
| \\
T A \\
| \\
\times
\end{array}$$

Comentário: Demonstração correta.

Questão 18: $A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$

$$\begin{array}{c}
T A \rightarrow B \\
T \neg B \\
F \neg A \\
\swarrow \quad \searrow \\
F A \quad T B \\
| \quad | \\
T A \quad F B \\
| \quad | \\
\times \quad \times
\end{array}$$

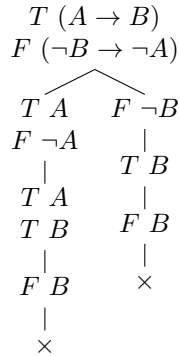
Comentário: Demonstração correta.

Questão 19: $\neg B \rightarrow \neg A \vdash A \rightarrow B$

$$\begin{array}{c}
T \neg B \rightarrow \neg A \\
F A \rightarrow B \\
| \\
T \neg B \\
| \\
F B \\
\swarrow \quad \searrow \\
F A \quad T A \\
| \quad | \\
T B \quad F \neg A \\
| \quad | \\
\times \quad T A \\
\quad | \\
\quad \times
\end{array}$$

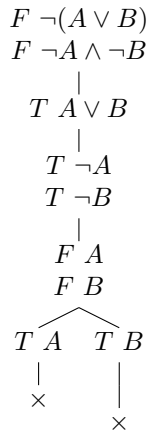
Comentário: Não ficou claro de onde foi expandida a fórmula $T \neg B$, então será considerado um erro de expansão incompleta da implicação verdade da fórmula $T \neg B \rightarrow \neg A$, o valor verdade atribuído também esta incorreto o certo seria $F \neg B$. As subfórmulas $F A$ e $T A$ não foram mencionada em uma fórmula anterior, assim como como $T B$ e $F \neg A$. Erros(5)

Questão 20: $A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow \neg A$



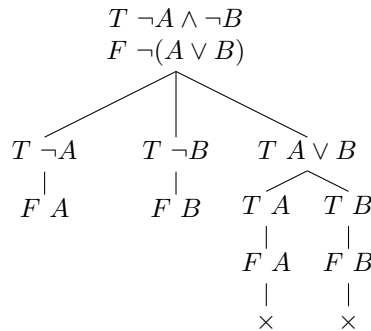
Comentário: As subfórmulas expandidas na bifurcação dos ramos não está apresentada anteriormente então não é possível indentificar qual regra foi aplicada. Nos dois ramos a fórmula $F B$ também não aparece anteriormente e não existe justificativa. No ramo mais a esquerda ele aplica a regra da implicação verdade de forma errada colocando as fórmulas juntas e com o valor verdade de A errado. Erros(5).

Questão 21: $\neg(A \vee B) \vdash \neg A \wedge \neg B$



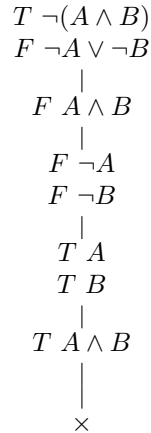
Comentário: Na regra do tableau inicial o modelo erra ao atribuir o valor verdade F para a premissa. A regra conjunção falsa foi aplicada errado, o correto seria bifurcar em dois ramos. Erros(2).

Questão 22: $\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$



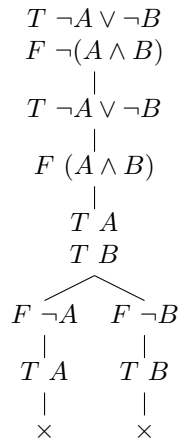
Comentário: O modelo cria uma divisão em três ramos com a expansão de $T \neg A \wedge \neg B$ nos dois primeiros ramos e a aplicação da regra negação falso da fórmula $F A \vee B$ no terceiro. O primeiro e segundo ramo não resultaram em contradição e estão incompletos. No terceiro ramo as fórmulas $F A$ e $F B$ não foram obtidas anteriormente neste ramo. Erros(5).

Questão 23: $\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B$



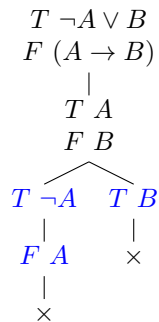
Comentário: A regra conjunção falsa não foi aplicada na fórmula $F A \wedge B$, e a fórmula $T A \wedge B$ não derivou de nenhuma forma anterior. Erros(2).

Questão 24: $\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$



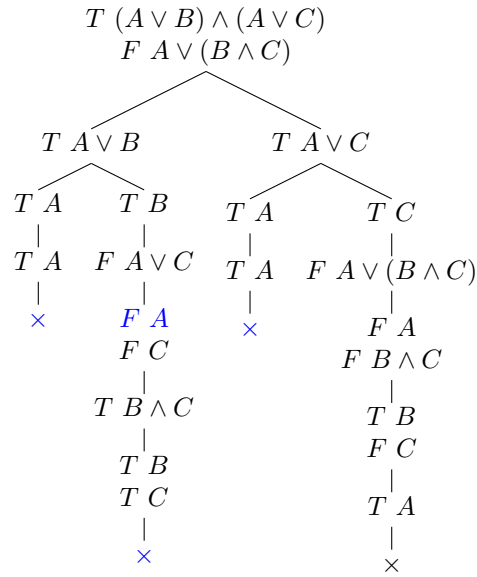
Comentário: O modelo cria um ramo para repetir a fórmula $T \neg A \vee \neg B$ não existe regra que justifique. Ao aplicar a regra da negação falso na fórmula $F \neg(A \wedge B)$ ele atribui errado o valor verdade. Ao expandir a fórmula $T \neg A \vee \neg B$ ele atribui o valor verdade F para ambas as subfórmulas, mas seguindo a regra da disjunção verdade o correto seria aplicar T . Por fim, não existe justificativa para a conclusão de ambos os ramos. Erros(6).

Questão 25: $\neg A \vee B \vdash A \rightarrow B$

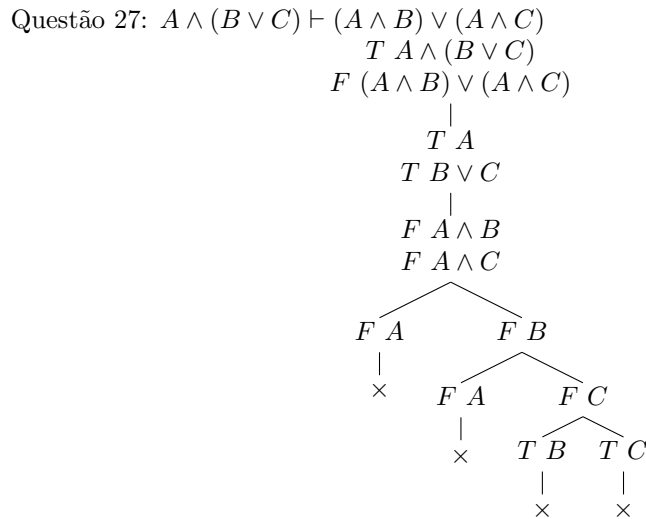


Comentário: Demonstração correta.

Questão 26: $(A \vee B) \wedge (A \vee C) \vdash A \vee (B \wedge C)$

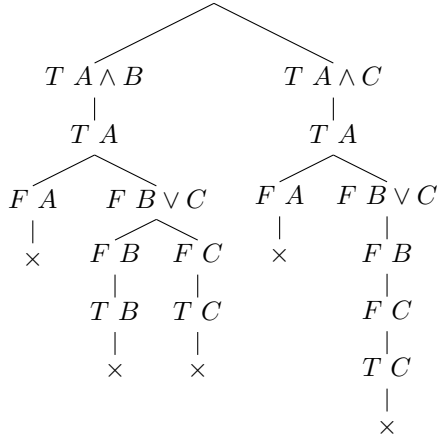


Comentário: O modelo aplica errado a regra da conjunção verdade, bifurcando as subfórmulas em dois ramos, como se fossem possibilidades. No primeiro ramo mais a esquerda o modelo repete a fórmula $T A$, e em cada ramo, uma fórmula só pode ser expandida uma única vez. O erro de colocar novamente $T A$ se repete nos dois ramos mais a direita, da fórmula $T A \vee C$. No segundo ramo da mesma fórmula, o modelo repete a conclusão em um novo ramo, não existe regra que defina essa expansão e por fim ele aplica errado a regra da conjunção falso não bifurcando em duas possibilidades. Erros(7).



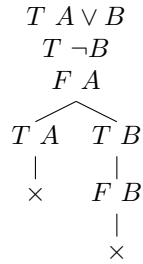
Comentário: Demonstração correta.

Questão 28: $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vdash A \wedge (B \vee C)$
 $T (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
 $F A \wedge (B \vee C)$



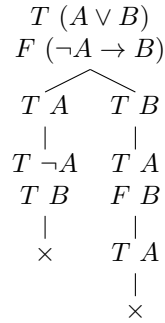
Comentário: A regra conjunção verdade aplicada as fórmulas $T A \wedge B$ e $T A \wedge C$ não foi expandida corretamente pois o modelo coloca apenas $T A$ expandida no ramo abaixo, e as outras duas subfórmulas foram para em ramos mais baixos da fórmula geradora apenas quando se fazia necessário o uso delas para chegar a contradição, o que foge da regra. Na fórmula $F B \vee C$ a regra da disjunção falsa foi aplicada incorretamente nas duas ocorrências da mesma, o correto seria derivar um unico ramo com as duas subfórmulas negadas. Erros(4).

Questão 29: $A \vee B, \neg B \vdash A$



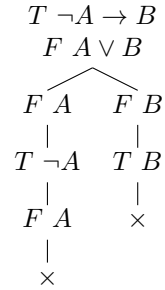
Comentário: Demonstração correta.

Questão 30: $A \vee B \vdash \neg A \rightarrow B$



Comentário: O modelo, ao fazer a expansão da fórmula $F (\neg A \rightarrow B)$ no ramo mais a esquerda, erra na aplicação da regra da implicação falso, pois atribui valor de T para a fórmula B porém o correto seria F . Já no ramo mais a esquerda ele falha esquecer a \neg que acompanha a fórmula A . Por fim, ele insere a fórmula $T A$ sem ter a referencia anterior, apenas repetindo a fórmula incorreta que está no ramo acima. Erros(3).

Questão 31: $\neg A \rightarrow B \vdash A \vee B$



Comentário: A regra da disjunção falsa em $F A \vee B$ foi aplicada incorretamente, as fórmulas deveriam originar apenas um ramo, pois para uma disjunção ser falsa é necessário que ambos os termos sejam falsos. Já na regra da implicação verdade o erro está em separar a fórmula em ramos que correspondem a diferentes ramificações. Seguindo o raciocínio do próprio modelo, não seria possível chegar a uma contradição no primeiro ramo pois a fórmula A do aparece negada. Erros(3).

Questão 32: $A \wedge B \vdash \neg(A \rightarrow \neg B)$

$$\begin{array}{c}
T A \wedge B \\
F \neg(A \rightarrow \neg B) \\
| \\
T A \\
T B \\
| \\
T A \rightarrow \neg B \\
| \\
T A \\
F \neg B \\
| \\
F \neg B \\
| \\
T B \\
| \\
\times
\end{array}$$

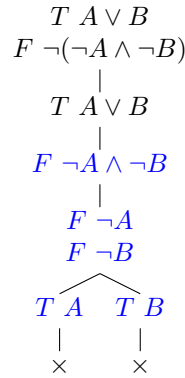
Comentário: O modelo aplica errado a regra da implicação verdade da fórmula $T A \rightarrow \neg B$, pois deveria expandir em uma bifurcação com duas possibilidades. Ele errou também no valor verdade atribuído as subfórmulas resultantes. A fórmula $F \neg B$ é repetida, apesar de não haver regra ou necessidade para tal. Erros(4).

Questão 33: $\neg(A \rightarrow \neg B) \vdash A \wedge B$

$$\begin{array}{c}
F \neg(A \rightarrow \neg B) \\
T A \rightarrow \neg B \\
| \\
F A \\
T \neg B \\
| \\
F B \\
| \\
T A \wedge B \\
| \\
T A \\
T B \\
| \\
\times
\end{array}$$

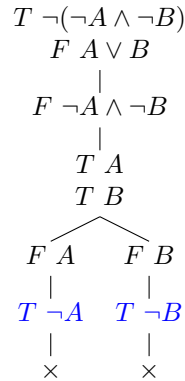
Comentário: O modelo erra na aplicação do tableau inicial negando a premissa e afirmando a conclusão, além disso ele coloca a fórmula da conclusão no meio dos ramos expandidos. Na expansão da fórmula $T A \rightarrow \neg B$ o modelo erra colocar as duas subfórmulas em um unico ramo, quando deveria ter expandido numa bifurcação. Erros(3).

Questão 34: $A \vee B \vdash \neg(\neg A \wedge \neg B)$



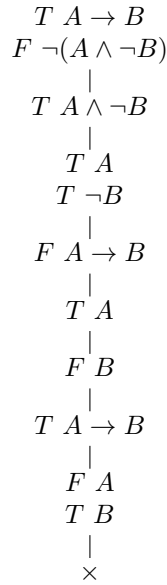
Comentário: Na expansão da fórmula $F \neg(\neg A \wedge \neg B)$ o modelo aplica errado a regra da negação falsa, o correto seria eliminar a negação falsa e atribuir o valor de T . Não realiza a expansão das fórmulas $F \neg A$ e $F \neg B$ que deveriam resultar em dois ramos com valor verdade T . Erros(3).

Questão 35: $\neg(\neg A \wedge \neg B) \vdash A \vee B$



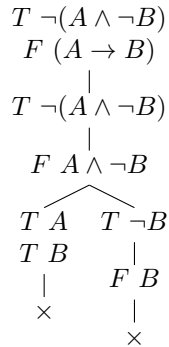
Comentário: Demonstração correta.

Questão 36: $A \rightarrow B \vdash \neg(A \wedge \neg B)$



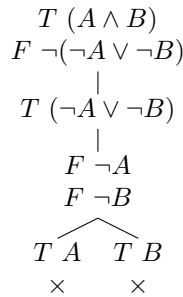
Comentário: O modelo inseriu a fórmula $F \ A \rightarrow B$ e ela só poderia ser utilizada se acontecesse anteriormente dentro do ramo. Ao expandir essa fórmula criada por ele, o modelo separa as fórmulas em dois ramos únicos, quando o correto seria ambas estarem no mesmo nó no ramo. Ele repete a fórmula $T \ A \rightarrow B$ e em cada ramo, uma fórmula só pode ser expandida uma única vez. Erros(3).

Questão 37: $\neg(A \wedge \neg B) \vdash A \rightarrow B$



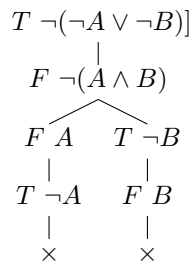
Comentário: O modelo repete a fórmula $T \ \neg(A \wedge \neg B)$. O valor verdade atribuído nas subfórmulas resultantes de $F \ A \wedge \neg B$ estão errados, deveria ser F . Não é feita a expansão $F \ (A \rightarrow B)$ completa e o valor verdade da fórmula $T \ B$ deveria ser F . Erros(5).

Questão 38: $A \wedge B \vdash \neg(\neg A \vee \neg B)$



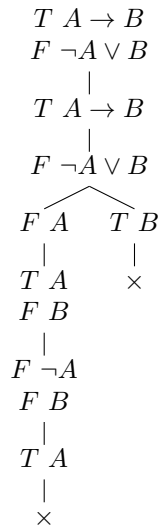
Comentário: A expansão da regra da disjunção verdade na fórmula $T (\neg A \vee \neg B)$ está incorreta, pois deveria resultar em duas possibilidades. O valor verdade de ambas as subfórmulas resultantes estão incorretos também. A regra da conjunção verdade está incorreta, pois não deveria ser bifurcada em dois ramos. O modelo errou em colocar a contradição. Erros(6).

Questão 39: $\neg(\neg A \vee \neg B) \vdash A \wedge B$



Comentário: A regra do tableau inicial está incompleta. A fórmula $F \neg(A \wedge B)$ foi inserida sem aparecer anteriormente no ramo. O modelo errou a posição da fórmula $T \neg A$, e o valor verdade dela e da fórmula $T \neg B$ estão incorretos. Não existe justificativa para ambas as contradições apresentadas. Erros(7).

Questão 40: $A \rightarrow B \vdash \neg A \vee B$



Comentário: A fórmula $F \ \neg A \vee B$ foi inserida duas vezes. O modelo cria um ramo com as fórmulas $T \ A$ e $F \ B$ sem que tenham justificativa para a expansão. Erros(3).

Saída da API DEEPSEEK

2 Informações:

MODELO = "gpt-4o"

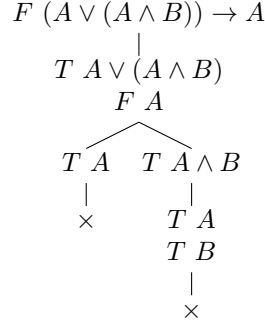
DATA = 16/05/25

ENTRADA = 1 Exemplo de Resolução (pergunta seguida de Resposta), seguido pela seguinte string "escreva a prova (Questão Aqui) usando o sistema de tableaux analítico na linguagem latex na biblioteca qtree"

SAÍDA = 1. Resposta da API escrita em LATEX;

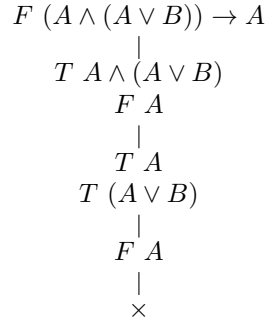
EXEMPLO = 'escreva a prova $A \vee (B \wedge C) \vdash (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

Questão 1: $\vdash (A \vee (A \wedge B)) \rightarrow A$



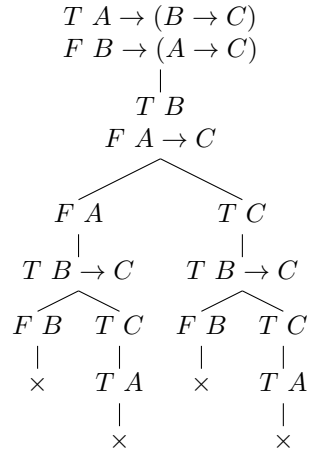
Comentário: Demonstração correta.

Questão 2: $\vdash (A \wedge (A \vee B)) \rightarrow A$

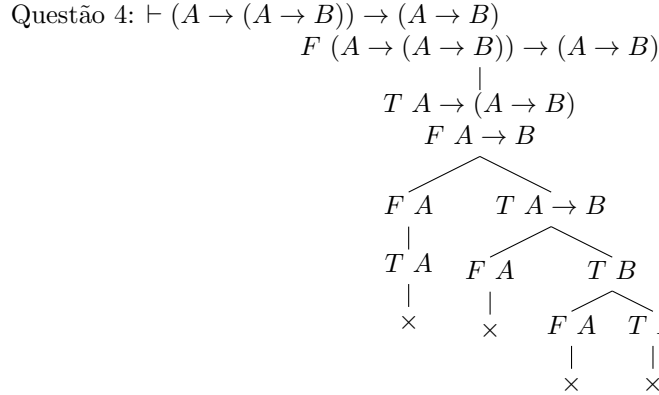


Comentário: O modelo repete a fórmula $F A$, mas em cada ramo, uma fórmula só pode ser expandida uma única vez. Erros(1).

Questão 3: $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$

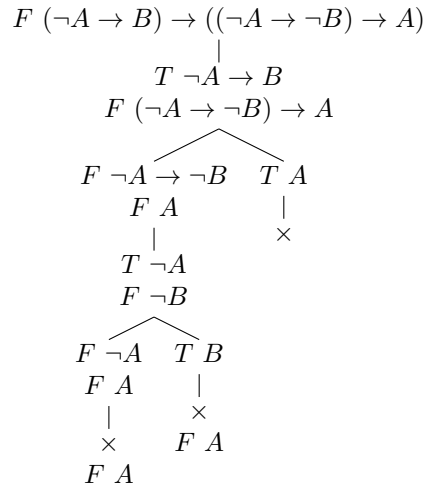


Comentário: A fórmula $F A \rightarrow C$ é expandida incorretamente, pois a regra da implicação falsa determina que o antecedente deve ser afirmado e o conseqüente negado em um ramo unico. A fórmula $T A \rightarrow (B \rightarrow C)$ foi expandida apenas com a segunda subfórmula, ficando incompleta em ambos os ramos aplicados. E as fórmulas $T A$ que aparecem mais a direita de ambos os ramos da bifurcação da fórmula $F A \rightarrow C$ não possuem referência anterior. A contradição do ultimo ramo não resultou de nenhuma fórmula negada e afirmada anteriormente. Erros(8).



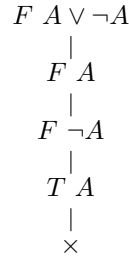
Comentário: No ramo mais a esquerda a fórmula $T A$ é inserida sem justificativa. Na fórmula $F A \rightarrow B$ a regra da implicação falsa é aplicada errado, pois o modelo bifurca as subfórmulas em dois ramos, porem deveriam estar ambas no mesmo ramo. Os valores verdade aplicados estão errados. Não existe justificativa para a contradição dos dois ramos centrais. Erros(6).

Questão 5: $\vdash (\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$



Comentário: O modelo aplica errado a regra da implicação falsa na fórmula $F (\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A$ dividido-a em uma bifurcação com duas possibilidades, porém segundo a regra para uma implicação ser falsa obrigatoriamente o antecedente tem que ser verdadeiro e o consequente falso. Os valores verdade atribuídos também estão incorretos em ambas as subfórmulas. Por fim o modelo acrescenta a fórmulas $F A$ em dois ramos sem justificativa. Erros(5).

Questão 6: $\vdash A \vee \neg A$



Comentário: Ao aplicar a regra da disjunção falso ele deriva uma fórmula $F A$ em um ramo e $F \neg A$ em outro ramo abaixo mas como é uma regra alfa deveria ter apenas um ramo com as duas fórmulas. Erros(1).

Questão 7: $\vdash (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$

$$\begin{array}{c}
F (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A) \\
| \\
F A \rightarrow B \\
| \\
T A \\
F B \\
| \\
F B \rightarrow A \\
| \\
T B \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

Comentário: Ao aplicar a regra da disjunção falso na regra $F (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$ ele deriva uma fórmula $F A \rightarrow B$ em um ramo e $F B \rightarrow A$ em outro ramo abaixo das subfórmulas da primeira parte da disjunção mas como é uma regram alfa deveria ter apenas um ramo com as duas fórmulas. Erros(1).

Questão 8: $\vdash A \rightarrow A$

$$\begin{array}{c}
F A \rightarrow A \\
| \\
T A \\
F A \\
| \\
\times
\end{array}$$

Comentário: Demonstração correta.

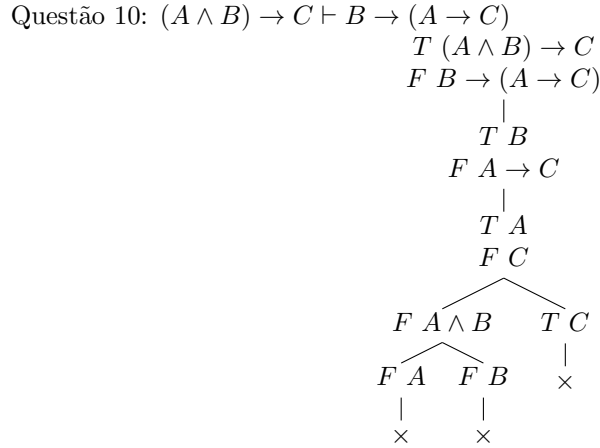
Questão 9: $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))$

$$F (A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

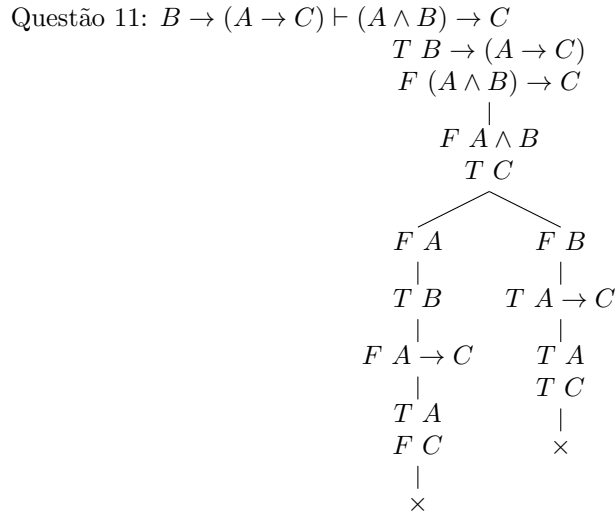
$$\begin{array}{c}
| \\
T A \rightarrow B \\
F (C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A) \\
\swarrow \quad \searrow \\
F C \rightarrow A \quad T C \rightarrow A \\
| \quad \quad | \\
T C \quad \quad F C \\
F A \quad \quad | \\
| \quad \quad \times \\
F A \\
| \\
T B \\
| \\
T A \\
| \\
\times
\end{array}$$

Comentário: O modelo expande a fórmula $F (C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A)$ em uma bifurcação de dois ramos, porém segundo a regra para uma implicação ser

falsa obrigatoriamente o antecedente tem que ser verdadeiro e o consequente falso. Os valores verdade atribuídos também estão incorretos em ambas as subfórmulas. No ramo esquerdo o modelo insere duas fórmulas sem referências anteriores $T B$ e $T A$ e repete a fórmula $F A$. No ramo a direita o modelo não finaliza a expansão e adiciona uma contradição sem fórmulas com valores opostos para justificar. Erros(8).

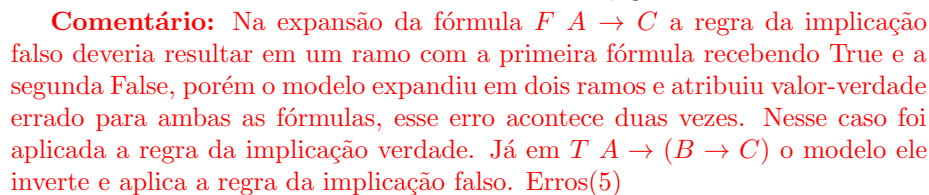


Comentário: Demonstração correta.

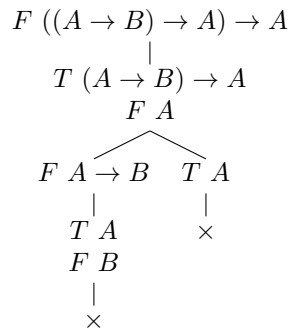


Comentário: Os valores verdade atribuídos as fórmulas resultantes da aplicação da regra da implicação falso em $F (A \wedge B) \rightarrow C$ está incorreto, deveria ser $T A \wedge B$ e $F C$. Considerando o ramo mais a esquerda(primeiro), na aplicação da regra da implicação verdade da fórmula $T B \rightarrow (A \rightarrow C)$ o modelo erra em colocar as fórmulas em ramos abaixo um do outro, quando deveria ser uma bifurcação com as duas possibilidades, e atribui o valor verdade errado em

Questão 12: $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$

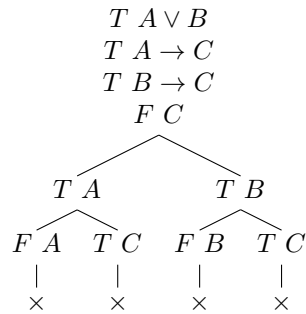

$$\begin{array}{c}
 F \ A \rightarrow (B \rightarrow A) \\
 | \\
 T \ A \\
 F \ (B \rightarrow A) \\
 | \\
 T \ B \\
 F \ A \\
 | \\
 \times
 \end{array}$$

Questão 14: $\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$



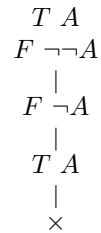
Comentário: Demonstração correta.

Questão 15: $A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow C \vdash C$



Comentário: Demonstração correta.

Questão 16: $A \vdash \neg\neg A$



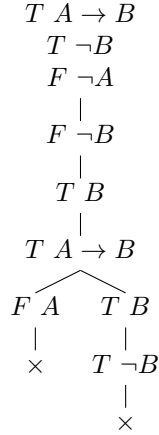
Comentário: A regra da negação falso para a fórmula $T \ \neg\neg A$ foi aplicada incorretamente, o correto seria resulta em $T \ \neg A$ ao invés de $F \ \neg A$.

Questão 17: $\neg\neg A \vdash A$



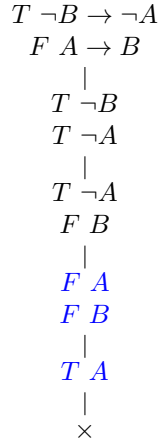
Comentário: Demonstração correta.

Questão 18: $A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$



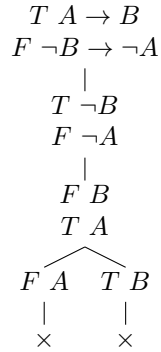
Comentário: A fórmula $F \ \neg B$ foi inserida sem ter sido apresentada antes, por sua vez a fórmula $T \ B$, expandida através da regra da negação falso não deveria existir. Não há necessidade de repetir a fórmula $T \ A \rightarrow B$ para expandila, porém não é um erro lógico. Não há justificativa para concluir contradição em nenhum dos ramos. Erros(4)

Questão 19: $\neg B \rightarrow \neg A \vdash A \rightarrow B$



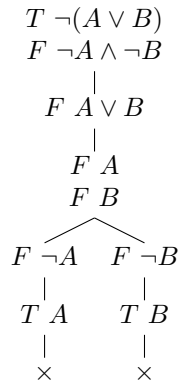
Comentário: A regra da implicação verdade da fórmula $T \ \neg B \rightarrow \neg A$ foi aplicada de forma errada, primeiro deveria ser derivada em dois ramos, segundo que a fórmula $T \ \neg B$ está rotulada errado, pois na regra da implicação verdade, o antecedente recebe F e o consequente T e abrem-se duas caixas com ambas possibilidades. A fórmula $T \ \neg A$ derivada da expansão de $F \ A \rightarrow B$ está errada pois não existe essa negação, desta forma o ramo que deriva da regra negação verdade também não existe. Por fim a fórmula $T \ A$ que antecede o encerramento do ramo não possui justificativa para a existência. Erros(5).

Questão 20: $A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow \neg A$



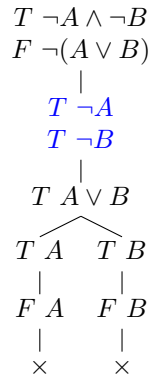
Comentário: O modelo esqueceu apenas de colocar a fórmula $T \ A$ em um ramo único ao invés de coloca-la junto de $F \ B$ já que a fórmula esta justificada pela negação falso do ramo anterior. Erros(1).

Questão 21: $\neg(A \vee B) \vdash \neg A \wedge \neg B$



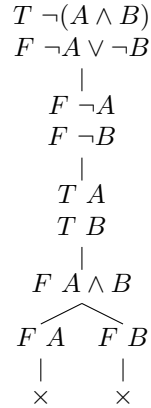
Comentário: Demonstração correta.

Questão 22: $\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$



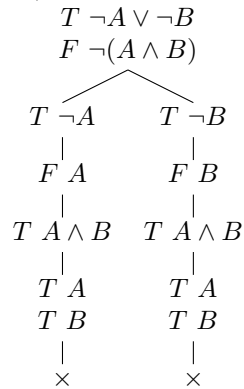
Comentário: Demonstração correta.

Questão 23: $\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B$



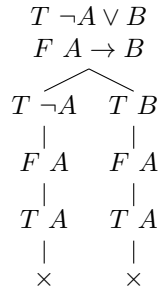
Comentário: O modelo esqueceu apenas de colocar a fórmula $T B$ em um ramo único ao invés de coloca-la junto de $T A$ já que a fórmula esta justificada pela negação falso do ramo anterior. Erros(1)

Questão 24: $\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$



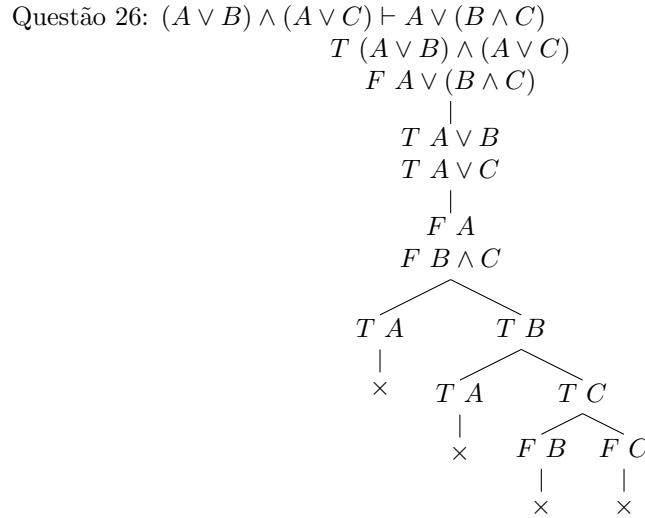
Comentário: Demonstração correta.

Questão 25: $\neg A \vee B \vdash A \rightarrow B$

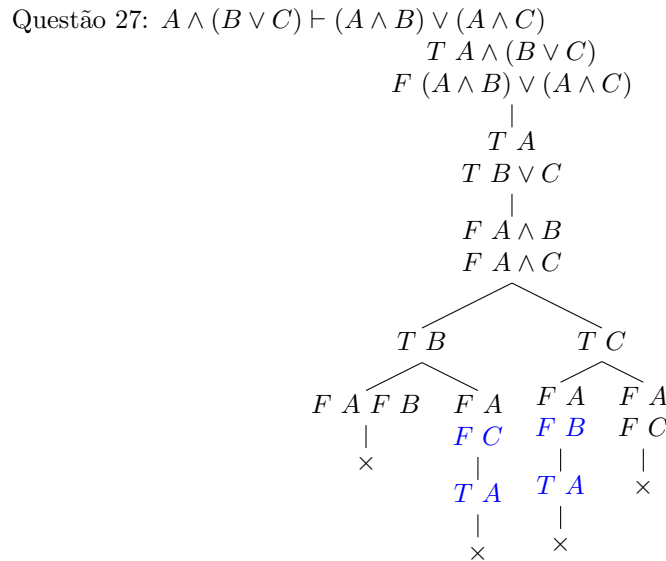


Comentário: No ramo $T \neg A$ a fórmula $F A \rightarrow B$ não está completa pois deveria resultar em um ramo contendo a fórmula $T A$ e a formuta $F B$. No

ramo $T B$ o erro se repete. No mesmo ramo ele acrescenta a fórmula $F A$, sem a mesma ser apresentada antes. Erros(3)

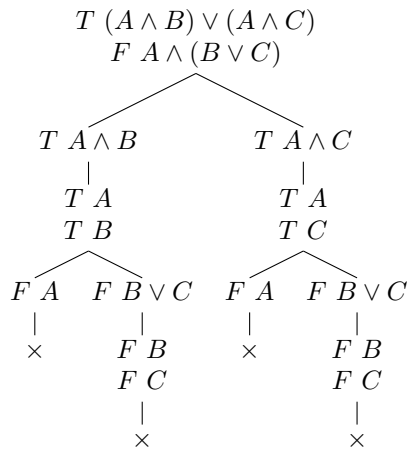


Comentário: Demonstração correta.



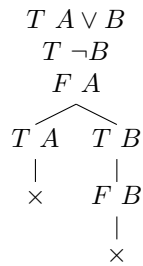
Comentário: O modelo aplicou errado a regra de expansão da conjunção falsa pras fórmulas $F A \wedge B$ e $F A \wedge C$ nos ramos $T B$ e $T C$ que derivaram de $T B \wedge C$. O correto seria expandir em dois ramos cada fórmula supondo que ou o primeiro termo era falso ou o segundo. Também faz a repetição 2 vezes da fórmula $T A$ sem justificativa. Erros(6).

Questão 28: $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vdash A \wedge (B \vee C)$



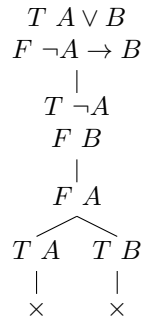
Comentário: Demonstração correta.

Questão 29: $A \vee B, \neg B \vdash A$



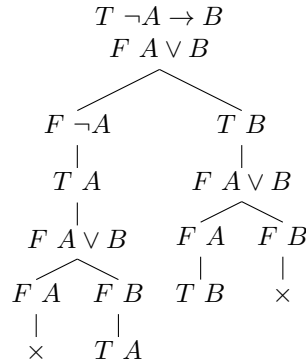
Comentário: Demonstração correta.

Questão 30: $A \vee B \vdash \neg A \rightarrow B$



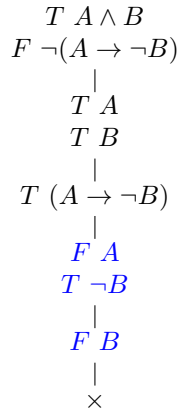
Comentário: Demonstração correta.

Questão 31: $\neg A \rightarrow B \vdash A \vee B$



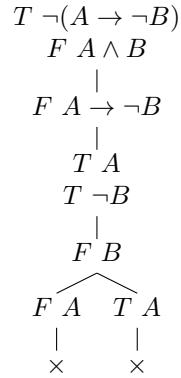
Comentário: O modelo repete a fórmula $F A \vee B$ em ambos os ramos derivados da implicação true apresentada pela premissa. O erro é repetido com as fórmulas $T A$ e $T B$ em outras partes da expansão. Ao aplicar a regra da disjunção falso em $F A \vee B$ o modelo erra duas vezes em bifurcar as subformulas em dois ramos considerando como duas possibilidades. Erros(6).

Questão 32: $A \wedge B \vdash \neg(A \rightarrow \neg B)$



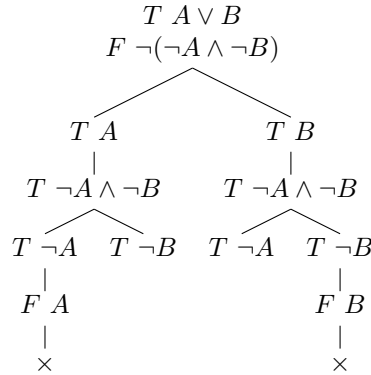
Comentário: A aplicação da regra da implicação verdade está incorreta, deveria ter colocado em uma bifurcação com as duas possibilidades, pois seguindo a regra a primeira fórmula pode ser falsa ou a segunda ser verdadeira para afirmar a implicação. Erros(1).

Questão 33: $\neg(A \rightarrow \neg B) \vdash A \wedge B$



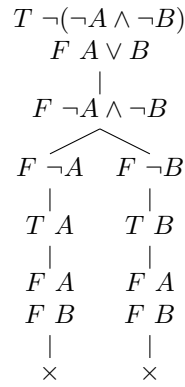
Comentário: A fórmula $T \neg B$ resultante regra da implicação falsa na fórmula $F A \rightarrow \neg B$ deveria ter o valor verdade F . O modelo erra a segunda subfórmula expandida da fórmula $F A \wedge B$, deveria ser $T B$ ao invés de $T A$ e aplica o valor verdade errado. Erros(3).

Questão 34: $A \vee B \vdash \neg(\neg A \wedge \neg B)$



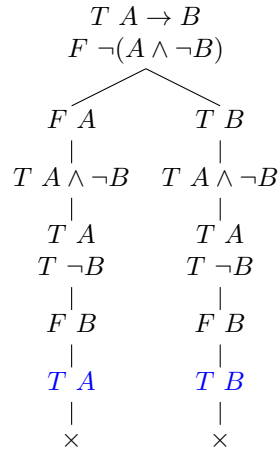
Comentário: Na fórmula $T \neg A \wedge \neg B$, nos ramos $T A$ e $T B$, a regra da conjunção verdade esta aplicada de forma errada, pois o modelo deriva uma bifurcação com dois ramos para suposição de $T \neg A$ ou $T \neg B$ mas nesse caso, seguindo a regra se é verdade que $T \neg A \wedge \neg B$ então tanto é verdade $\neg A$ como $\neg B$. Erros (2)

Questão 35: $\neg(\neg A \wedge \neg B) \vdash A \vee B$



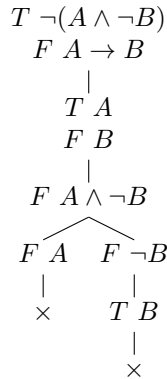
Comentário: Demonstração correta.

Questão 36: $A \rightarrow B \vdash \neg(A \wedge \neg B)$



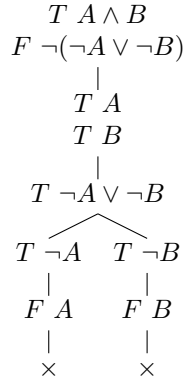
Comentário: Demonstração correta porém ele repetiu as fórmulas T A e T B em novos ramos sem justificativa. Erros(2)

Questão 37: $\neg(A \wedge \neg B) \vdash A \rightarrow B$



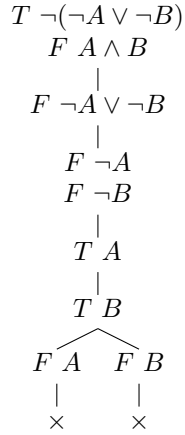
Comentário: Demonstração correta.

Questão 38: $A \wedge B \vdash \neg(\neg A \vee \neg B)$



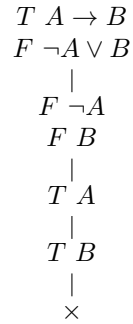
Comentário: Demonstração correta.

Questão 39: $\neg(\neg A \vee \neg B) \vdash A \wedge B$



Comentário: Demonstração correta.

Questão 40: $A \rightarrow B \vdash \neg A \vee B$



Comentário: A regra da implicação verdade da fórmula $T \ A \rightarrow B$ está

incompleta, o modelo não expandiu a forma antecedente. Erros(1).

Table 1: Erros de Lógica cometidos pelos modelos

	Enunciado	ChatGPT 4o	DeepSeek R1
1	$\vdash (A \vee (A \wedge B)) \rightarrow A$	1	0
2	$\vdash (A \wedge (A \vee B)) \rightarrow A$	7	1
3	$A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$	9	8
4	$\vdash (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$	7	6
5	$\vdash (\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$	5	5
6	$\vdash A \vee \neg A$	5	1
7	$\vdash (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$	0	1
8	$\vdash A \rightarrow A$	0	0
9	$\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A))$	3	8
10	$(A \wedge B) \rightarrow C \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$	7	0
11	$B \rightarrow (A \rightarrow C) \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$	4	9
12	$A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$	5	5
13	$\vdash A \rightarrow (B \rightarrow A)$	2	0
14	$\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$	2	0
15	$A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow C \vdash C$	1	0
16	$A \vdash \neg \neg A$	0	1
17	$\neg \neg A \vdash A$	0	0
18	$A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$	0	4
19	$\neg B \rightarrow \neg A \vdash A \rightarrow B$	5	5
20	$A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow \neg A$	5	1
21	$\neg(A \vee B) \vdash \neg A \wedge \neg B$	2	0
22	$\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$	5	0
23	$\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B$	2	1
24	$\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$	6	0
25	$A \vee (B \wedge C) \vdash (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	0	3
26	$(A \vee B) \wedge (A \vee C) \vdash A \vee (B \wedge C)$	7	0
27	$A \wedge (B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	0	6
28	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vdash A \wedge (B \vee C)$	4	0
29	$A \vee B, \neg B \vdash A$	0	0
30	$A \vee B \vdash \neg A \rightarrow B$	3	0
31	$\neg A \rightarrow B \vdash A \vee B$	3	6
32	$A \wedge B \vdash \neg(A \rightarrow \neg B)$	4	1
33	$\neg(A \rightarrow \neg B) \vdash A \wedge B$	3	3
34	$A \vee B \vdash \neg(\neg A \wedge \neg B)$	3	2
35	$\neg(\neg A \wedge \neg B) \vdash A \vee B$	0	0
36	$A \rightarrow B \vdash \neg(A \wedge \neg B)$	3	2
37	$\neg(A \wedge \neg B) \vdash A \rightarrow B$	5	0
38	$A \wedge B \vdash \neg(\neg A \vee \neg B)$	6	0
39	$\neg(\neg A \vee \neg B) \vdash A \wedge B$	7	0
40	$A \rightarrow B \vdash \neg A \vee B$	3	1