

Вариант 24.

ЗАДАЧА 1. На 7-ми карточках написаны буквы Д, Д, А, Е, Л, Н, Й. Тщательно перемешав карточки, извлекают их одну за другой и кладут в порядке извлечения. Найти вероятность того, что составит слово «дедлайн».

Решение:

Пространство всех исходов Ω включает в себя все возможные перестановки 7 карточек с буквами Д, Д, А, Е, Л, Н, Й.

Т.к. среди карточек есть две повторяющиеся буквы Д, общее количество различных перестановок рассчитывается по формуле для перестановок с повторениями:

$$|\Omega| = \frac{7!}{2!} = \frac{5040}{2} = 2520$$

Пространство благоприятных исходов A состоит из тех перестановок, которые соответствуют слову ДЕДЛАЙН.

Поскольку две буквы Д идентичны, существует одна уникальная перестановка, соответствующая этому слову.

$$|A| = 1$$

Вероятность события A определяется как отношение числа благоприятных исходов к общему числу исходов.

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{1}{2520} \approx 0.000396825...$$

Ответ: Вероятность составить слово ДЕДЛАЙН $\approx 0,0397\%$

ЗАДАЧА 2. Для студента А вероятность не ответить на каждый из четырех билетов на экзамене равна 0,15. Вероятность не сдачи экзамена при неудовлетворительном ответе на один билет равна 0,2; на два билета - 0,5; на три билета - 0,7; а на все четыре - 0,9. Найти вероятность не сдачи экзамена.

Решение:

$$\text{Гипотезы} = \begin{cases} H_0 - \text{ответил на все билеты;} \\ H_1 - \text{не ответил на 1 билет;} \\ H_2 - \text{не ответил на 2 билета;} \\ H_3 - \text{не ответил на 3 билета;} \\ H_4 - \text{не ответил на 4 билета;} \end{cases}$$

- 1) они являются попарно несовместными, т.е. $H_i \cdot H_j = \emptyset$, при $i \neq j$;
2) сумма этих событий есть достоверное событие, т.е. $H_0 + H_1 + \dots + H_4 = \Omega$

\implies Гипотезы составляют полную группу

Событие A – не сдал экзамен.

Вероятность не ответить ровно на k билетов (формула Бернулли)

$$P(H_k) = C_4^k \cdot p^k \cdot q^{4-k}, \text{ при } k = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$P(H_0) = C_4^0 \cdot (0,15)^0 \cdot (1 - 0,15)^4 = 1 \cdot 1 \cdot 0,52200625 = 0,52200625$$

$$P(H_1) = C_4^1 \cdot (0,15)^1 \cdot (1 - 0,15)^3 = 4 \cdot 0,15 \cdot 0,614125 = 0,368475$$

$$P(H_2) = C_4^2 \cdot (0,15)^2 \cdot (1 - 0,15)^2 = 6 \cdot 0,0225 \cdot 0,7225 = 0,0975375$$

$$P(H_3) = C_4^3 \cdot (0,15)^3 \cdot (1 - 0,15)^1 = 4 \cdot 0,003375 \cdot 0,85 = 0,011475$$

$$P(H_4) = C_4^4 \cdot (0,15)^4 \cdot (1 - 0,15)^0 = 1 \cdot 0,00050625 \cdot 1 = 0,00050625$$

Условные вероятности не сдать экзамен при k неудовлетворительных ответах:

$$P(A|H_0) = 0,$$

если студент ответил на все билеты, то вероятность не сдать экзамен равна 0.

$$P(A|H_1) = 0,2 \mid \text{по условию}$$

$$P(A|H_2) = 0,5 \mid \text{по условию}$$

$$P(A|H_3) = 0,7 \mid \text{по условию}$$

$$P(A|H_4) = 0,9 \mid \text{по условию}$$

Полная вероятность ($P(A)$):

$$P(A) = \sum_{k=0}^4 P(A|H_k) \cdot P(H_k).$$

$$P(A) = P(A|H_0) \cdot P(H_0) + P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2) + \\ + P(A|H_3) \cdot P(H_3) + P(A|H_4) \cdot P(H_4)$$

$$P(A) = 0 \cdot 0,52200625 + 0,2 \cdot 0,368475 + 0,5 \cdot 0,0975375 + \\ + 0,7 \cdot 0,011475 + 0,9 \cdot 0,00050625$$

$$P(A) = 0 + 0,073695 + 0,04876875 + 0,0080325 + 0,000455625 = 0,130951875$$

Ответ: Вероятность того, что студент не сдаст экзамен, составляет $\approx 13,1$ %.