

## Задача A1. Задача трёх кругов

Среди множества возможных применений стохастического метода Монте-Карло особенно выделяется приближенная оценка площадей самых разных геометрических фигур, к которым в том числе относятся фигуры, образуемые пересечением кругов.

1. Реализуйте алгоритм Монте-Карло на основе случайной генерации точек в заданной прямоугольной области для приближенного вычисления площади пересечения трех кругов, заданных координатами центров и радиусами.

ID ссылки: 292482578

2. Проведите экспериментальные замеры точности вычисления площади фигуры, рассмотренной в задаче, в зависимости от масштаба прямоугольной области для случайной генерации точек, а также от количества случайно сгенерированных точек  $N$ , которое изменяется от 100 до 100000 с шагом 500. Представьте результаты проведенных экспериментов в следующем виде:

- график(-и) первого типа, которые отображают, как меняется приближенное значение площади в зависимости от указанных параметров алгоритма;
- график(-и) второго типа, которые отображают, как меняется величина относительного отклонения приближенного значения площади от ее точной оценки в зависимости от указанных параметров алгоритма.

Даны три окружности:

- с центром в точке  $(1, 1)$  и радиусом 1,
- с центром в точке  $(1.5, 2)$  и радиусом  $\sqrt{5}/2$ ,
- с центром в точке  $(2, 1.5)$  и радиусом  $\sqrt{5}/2$ .

Из условия задачи площадь фигуры пересечения трех заданных окружностей составляет:

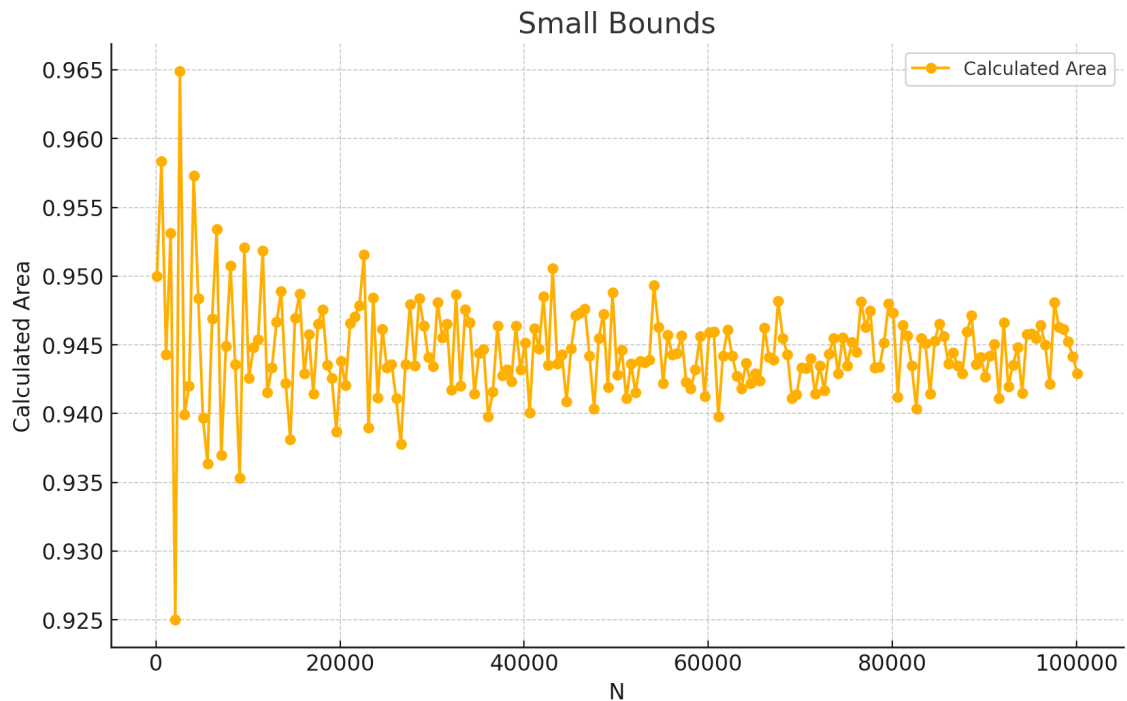
$$0.25 \cdot \pi + 1.25 \cdot \arcsin(0.8) - 1 \approx 0,94451718589946365157$$

Исходные данные можно посмотреть тут:

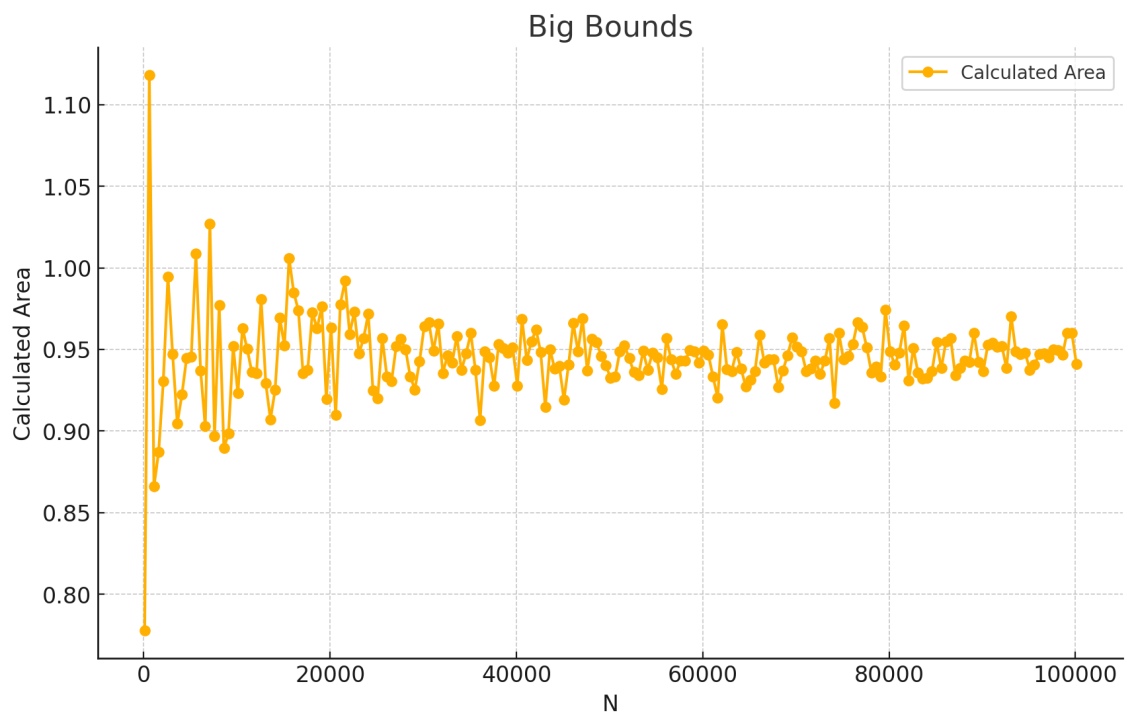
[https://github.com/artishokq/A1\\_Data.git](https://github.com/artishokq/A1_Data.git)

Графики первого типа, которые отображают, как меняется приближенное значение площади в зависимости от указанных параметров алгоритма:

Генерация точек в узкой прямоугольной области:

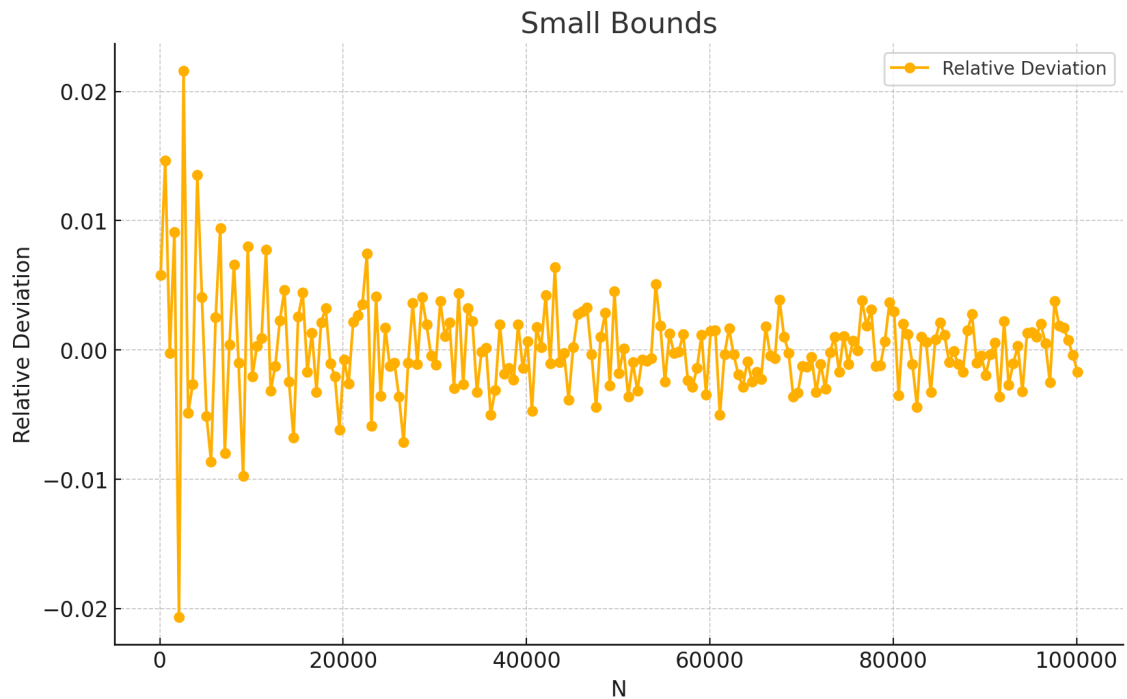


Генерация точек в широкой прямоугольной области:

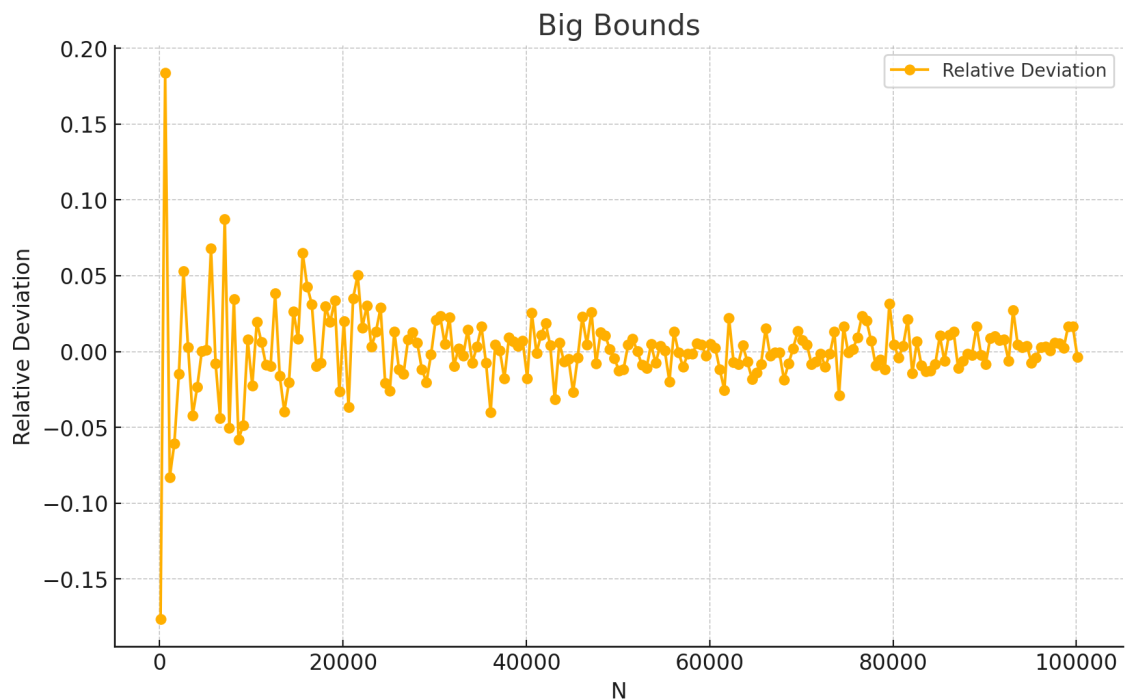


Графики второго типа, которые отображают, как меняется величина относительного отклонения приближенного значения площади от ее точной оценки в зависимости от указанных параметров алгоритма:

Генерация точек в узкой прямоугольной области:



Генерация точек в широкой прямоугольной области:



### **3. Опишите полученные вами результаты и сформулируйте содержательные выводы.**

#### **Графики первого типа:**

При увеличении количества точек  $N$ , приближенное значение площади сходится к точному значению.

Большая прямоугольная область требует большего числа точек для достижения той же точности, поскольку вероятность попадания случайной точки в область пересечения трёх кругов снижается.

#### **Графики второго типа:**

При увеличении числа точек  $N$  относительная ошибка должна уменьшаться, что свидетельствует об увеличении точности метода Монте-Карло.

Для маленькой прямоугольной области относительная ошибка может уменьшаться быстрее, так как большая часть сгенерированных точек попадает в область пересечения трёх кругов, обеспечивая более эффективное использование случайных точек.

Для повышения эффективности метода Монте-Карло стоит минимизировать масштаб области до прямоугольника, содержащего область пересечения трёх кругов. Выбор оптимального  $N$  зависит от требуемой точности и вычислительных ресурсов. С увеличением  $N$  точность растёт, но затраты на вычисления также возрастают.