

Вариант 17

Разработать программу, вычисляющую **с помощью степенного ряда** с точностью не хуже 0,1% значение функции $\ln(1 - x)$ для входного параметра x .

Описание метода решения задачи:

Для вычисления значения функции $\ln(1 - x)$ в программе используется разложение функции в степенной ряд Тейлора в окрестности точки $x = 0$. Это позволяет аппроксимировать значение логарифма для значений x в диапазоне $-1 < x < 1$.

Функция $\ln(1 - x)$ может быть разложена в бесконечный ряд:

$$\ln(1 - x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} - \dots = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

Это разложение сходится для всех x таких, что $|x| < 1$, что соответствует области определения нашей функции.

Начальное значение суммы $Sum = -x$.

Начальное значение текущего члена ряда $term = -x$.

Начальное значение степени $n = 1$.

Цикл вычисления ряда:

Увеличить степень n на 1. Обновить текущий член ряда по формуле:

$$term = term \times (-x) \times \frac{1}{n}$$

Добавить текущий член ряда к сумме:

$$Sum = Sum + term$$

Проверить условие сходимости ряда:

Если абсолютное значение текущего члена $|term|$ меньше заданной точности $small_value$, цикл завершается. (От $small_value$ зависит точность числа и кол-во итераций. Чем меньше $small_value$, тем точнее будет число и тем больше будет итераций!)

Отчёт программы на 4–5 баллов:

Важно! Степенной ряд для функции $\ln(1 - x)$ сходится, если $|x| < 1$. Таким образом, значение x может быть в интервале: $-1 < x < 1$.

- Решение задачи написано на ассемблере. Данные вводятся с клавиатуры, а вывод отображается на экране в файле `main.asm`. (Так как задание было сразу написано на оценку 10, есть `main.asm` и есть `test_main.asm`, если надо вводить данные с клавиатуры и получить вывод на экран, открываем файл `main.asm`, если же надо прогнать тесты и получить результаты на экран, то нужен файл `test_main.asm`)
- Код сопровождается комментариями, которые объясняют каждое выполняемое действие.
- В отчёте представлено полное тестовое покрытие, включающее результаты выполнения тестов, подтверждённые скриншотами, показывающими процесс работы программы.

ТЕСТОВОЕ ПОКРЫТИЕ:

1. $X = 1$

```
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): 1
Ошибка! Недопустимое значение x. Введите x из интервала (-1, 1).
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): |
```

Важно! При вводе недопустимого значения x программа повторно запрашивает ввод x .

2. $X = -1$

```
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): -1
Ошибка! Недопустимое значение x. Введите x из интервала (-1, 1).
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): |
```

3. $X > 1$

```
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): 100
Ошибка! Недопустимое значение x. Введите x из интервала (-1, 1).
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): |
```

4. $X < -1$

```
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): -100
Ошибка! Недопустимое значение x. Введите x из интервала (-1, 1).
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): |
```

5. $X = 0$

```
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): 0
ln(1 - x) = 0.0
-- program is finished running (0) --
```

6. $X = 0.5$

```
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): 0.5
ln(1 - x) = -0.6931471805599005
-- program is finished running (0) --
```

7. $X = -0.5$

```
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): -0.5
ln(1 - x) = 0.4054651081081568
-- program is finished running (0) --
```

8. $X = -0.9$

```
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): -0.9
ln(1 - x) = 0.6418538861724222
-- program is finished running (0) --
```

9. $X = 0.9$

```
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): 0.9
ln(1 - x) = -2.3025850929921035
-- program is finished running (0) --
```

10. $X = -0.1$

```
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): -0.1
ln(1 - x) = 0.09531017980432552
-- program is finished running (0) --
```

11. $X = 0.1$

```
Функция ln(1 - x). Введите значение x (|x| < 1): 0.1
ln(1 - x) = -0.10536051565782553
-- program is finished running (0) --
```

Отчёт программы на 6-7 баллов:

- В программе используется подпрограмма `compute_ln`, принимающая аргумент через регистр с плавающей точкой `fa0` и возвращающая значение через регистр `fa0`, а также статус выполнения через регистр `a0`. В начале подпрограммы адрес возврата `ra` сохраняется в стек, чтобы в конце работы его можно было оттуда восстановить. Возможно повторно использовать подпрограммы с различными входными аргументами, включая применение в других программах.
- Для хранения локальных переменных в подпрограмме применяются временные регистры с плавающей точкой `ft0` - `ft11` и временные регистры общего назначения `t0` - `t6`. Подпрограмма полностью отделена от вызывающего её кода. При необходимости сохранения данных используются соглашения вызова: регистры `ra` и `s0` сохраняются на стеке в начале подпрограммы и восстанавливаются перед возвратом.
- В местах вызова функций добавлены подробные комментарии. В них подробно описывается, как передаются фактические параметры и как возвращаемые результаты передаются дальше. Также указывается, какая переменная или результат какого выражения относится к конкретному параметру функции.

Отчёт программы на 8 баллов:

- Разработанная подпрограмма `compute_ln` поддерживает многократное использование с различными наборами исходных данных. Она принимает на вход значение x через регистр с плавающей точкой `fa0` и возвращает результат $\ln(1 - x)$ в том же регистре, а также статус выполнения в регистре `a0`. Это позволяет вызывать подпрограмму с различными входными данными, включая возможность обработки различных исходных данных в других программах.
- Автоматизированное тестирование реализовано с помощью дополнительной тестовой программы в файле `test_main.asm`, которая прого-

няет подпрограмму `compute_ln` с различными тестовыми данными (вместо их ручного ввода). Для этого создан макрос `test` в файле `macrolib.asm`, который позволяет задавать различные значения x и соответствующие ожидаемые результаты.

- Для дополнительной проверки корректности вычислений осуществлены аналогичные тестовые прогоны с использованием существующих библиотек и Python. (см. скриншоты ниже)

Код программы на Python:

```
main.py ×
1  import math
   1 usage
2  def main():
3      test_values = [
4          0.0,
5          -0.5,
6          0.5,
7          -0.9,
8          0.9,
9          0.1,
10         -0.1,
11         0.999,
12        -0.999,
13         0.001,
14        -0.001,
15     ]
16
17     print("Вычисление  $\ln(1 - x)$  в Python:\n")
18     for x in test_values:
19         try:
20             result = math.log(1 - x)
21             print(f"x = {x}")
22             print(f" $\ln(1 - x)$  = {result}\n")
23         except ValueError as e:
24             print(f"x = {x}")
25             print(f"Ошибка: {e}\n")
26
27
28  if __name__ == "__main__":
29      main()
```

Результаты тестирования на Python:

Вычисление $\ln(1 - x)$ в Python:

$x = 0.0$

$\ln(1 - x) = 0.0$

$x = -0.5$

$\ln(1 - x) = 0.4054651081081644$

$x = 0.5$

$\ln(1 - x) = -0.6931471805599453$

$x = -0.9$

$\ln(1 - x) = 0.6418538861723947$

$x = 0.9$

$\ln(1 - x) = -2.302585092994046$

$x = 0.1$

$\ln(1 - x) = -0.10536051565782628$

$x = -0.1$

$\ln(1 - x) = 0.09531017980432493$

$x = 0.999$

$\ln(1 - x) = -6.907755278982136$

$x = -0.999$

$\ln(1 - x) = 0.6926470555182631$

$x = 0.001$

$\ln(1 - x) = -0.0010005003335835344$

$x = -0.001$

$\ln(1 - x) = 0.0009995003330834232$

Результаты тестирования в RARS:

Тест 1

Ожидаемый результат: 0.0

Полученный результат: 0.0

Тест пройден.

Тест 2

Ожидаемый результат: 0.4054651081081644

Полученный результат: 0.4054651081081568

Тест пройден.

Тест 3

Ожидаемый результат: -0.6931471805599453

Полученный результат: -0.6931471805599005

Тест пройден.

Тест 4

Ожидаемый результат: 0.6418538861723947

Полученный результат: 0.6418538861724222

Тест пройден.

Тест 5

Ожидаемый результат: -2.302585092994046

Полученный результат: -2.3025850929921035

Тест пройден.

Тест 6

Ожидаемый результат: -0.10536051565782628

Полученный результат: -0.10536051565782553

Тест пройден.

Тест 7

Ожидаемый результат: 0.09531017980432493

Полученный результат: 0.09531017980432552

Тест пройден.

Тест 8

Ожидаемый результат: -6.907755278982136

Полученный результат: -6.907755278326664

Тест пройден.

```
Тест 9
Ожидаемый результат: 0.6926470555182631
Полученный результат: 0.6926470555183086
Тест пройден.

Тест 10
Ожидаемый результат: -0.0010005003335835344
Полученный результат: -0.0010005003335835337
Тест пройден.

Тест 11
Ожидаемый результат: 9.995003330834232E-4
Полученный результат: 9.99500333083533E-4
Тест пройден.

Тест 12
Ошибка! Недопустимое значение x. Введите x из интервала (-1, 1).
Ожидаемый результат: 0.0
Полученный результат: 0.0
Тест пройден.

Тест 13
Ошибка! Недопустимое значение x. Введите x из интервала (-1, 1).
Ожидаемый результат: 0.0
Полученный результат: 0.0
Тест пройден.

-- program is finished running (0) --
```

Важно! По условию задачи допустима погрешность не более 0.1%. Как видно все тесты справляются с этим. Однако если нужны еще БОЛЕЕ ТОЧНЫЕ ответы, необходимо в файле `compute_ln.asm` изменить значение `small_value` на еще меньшее, но тогда увеличится количество итераций!

Важно! Также в конце видим что 12-й и 13-й тест выдают ошибку *"Ошибка! Недопустимое значение x. Введите x из интервала (-1, 1)."* Это происходит из-за того что в тестах x принимает значение 1 и -1, которые не входят в допустимый диапазон. Соответственно результат не может быть посчитан, но в таком случае программа присваивает значение 0.0. Поэтому можно сделать тесты, в которых проверяется, что не может быть посчитан результат для $x \geq 1$ и $x \leq -1$.

Отчёт программы на 9 баллов:

- В программе созданы макросы, позволяющие облегчить ввод и вывод данных, а также проведение тестирования. Макросы находятся в отдельном файле `macrolib.asm` и могут использоваться повторно с различными параметрами.

Отчёт программы на 10 баллов:

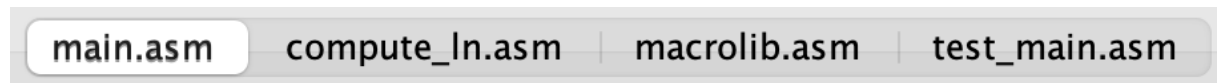
- Программа разделена на несколько единиц компиляции. Основные компоненты программы находятся в отдельных файлах: `main.asm` — основная программа, осуществляющая ввод исходных данных и вызов подпрограммы вычисления. `compute_ln.asm` — содержит подпрограмму `compute_ln`, выполняющую вычисление $\ln(1-x)$. `macrolib.asm` — содержит все макросы, выделенные в отдельную автономную библиотеку. `test_main.asm` — тестовая программа, осуществляющая автоматизированное тестирование подпрограммы `compute_ln`.

Подпрограммы ввода и вывода данных представлены в виде унифицированных модулей. Макросы для ввода и вывода (`print_string`, `read_double`, `print_double` и другие) определены в файле `macrolib.asm` и используются как в основной программе `main.asm`, так и в тестовой программе `test_main.asm`.

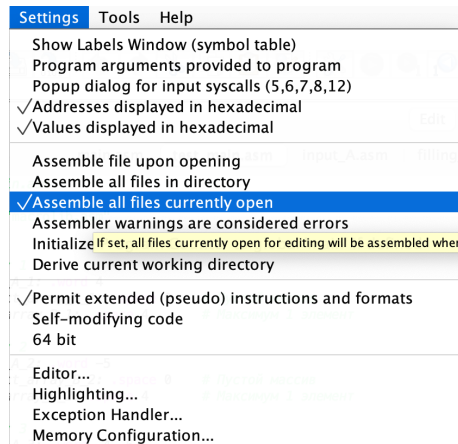
- Макросы выделены в отдельную автономную библиотеку `macrolib.asm`

Обзор программы

Для начала надо открыть все файлы:



Следом выбрать: Settings -> Assemble all files currently open



Далее выбираем: хотим ли мы ввод с клавиатуры или прогнать тесты.

Если с вводом с клавиатуры, то выбираем файл main.asm, ассемблируем и нажимаем Run.

Если хотим прогнать тесты, то выбираем файл test_main.asm, ассемблируем и нажимаем Run.

Примеры ввода с клавиатуры можно найти в пункте "Отчёт программы на 4-5 баллов" в разделе "ТЕСТОВОЕ ПОКРЫТИЕ".

Прогон тестов можно найти в пункте "Отчёт программы на 8 баллов" в разделе "Результаты тестирования в RARS".

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

