



Universidade de Brasília  
Departamento de Engenharia Elétrica  
**Tópicos em Engenharia: Fundamentos de  
Modelagem e Simulação do Canal de  
Comunicações Sem Fio – ENE0332**  
Trabalho 3

Professor: Higo Thaian Pereira da Silva  
Aluno: Artur Padovesi Piratelli  
Matrícula: 211038208  
18 de julho de 2025

## 1 Introdução

O objetivo deste projeto é simular a probabilidade de interrupção para os canais Rayleigh e Rice. Para os canais AWGN e Rayleigh também serão feitas simulações da probabilidade de erro de símbolo. Todos os resultados serão comparados com as expressões teóricas.

A implementação da simulação foi feita em código Python e disponibilizada no link [github.com/artistrea/comm-trab-3](https://github.com/artistrea/comm-trab-3).

## 2 Simulações

### 2.1 Probabilidade de interrupção

Para um dado sistema, é escolhido um limite inferior de SNR  $\gamma_{th}$  que, caso não respeitado, o sistema entra em interrupção.

Para o caso do canal AWGN a SNR é definida como  $\gamma = P_r/B_W N_0$ . Para o caso somente com AWGN, a SNR média é igual à instantânea. Por esse motivo, a análise considerará a probabilidade de interrupção sob efeito de desvanecimento.

Ao considerar o desvanecimento, o SNR de uma amostra simulada é dada por  $\bar{\gamma}_s \cdot \beta^2$ , onde  $\bar{\gamma}_s = P_t \Omega_c \bar{E}_s / N_0$  é a SNR média, e  $\beta$  é a envoltória do canal. Após calcular a SNR instantânea para  $N$  amostras, a sua CDF empírica pode ser feita contando quantas amostras estão abaixo de cada limiar de SNR  $\gamma_{th}$ , e dividindo isso por  $N$ .

### 2.1.1 Envoltória Rayleigh

Para o caso Rayleigh, a função de probabilidade de outage é dada por

$$P_{out}(\gamma_{th}) = 1 - e^{-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_s}}, \quad (1)$$

sendo  $\gamma_{th}$  o limiar considerado.

Além disso, a envoltória do canal é dada por  $\beta = \sqrt{x^2 + y^2}$ , onde  $x \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$  e  $y \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ , sendo  $2\sigma^2 = \Omega_c$ , considerando  $\Omega_c$  o ganho do canal.

Foram escolhidos  $\bar{\gamma}_s \in \{-20, 0, 20\}$  dB para comparação das curvas analíticas e simuladas. O procedimento resulta no gráfico da Figura 1.

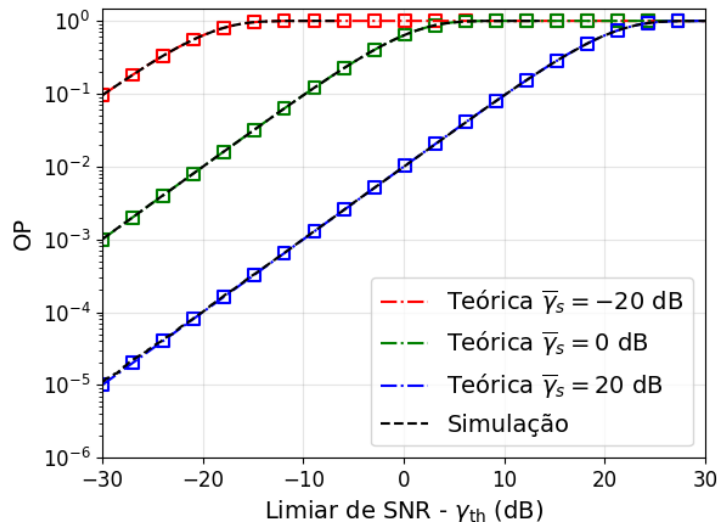


Figura 1: Probabilidade de interrupção para o caso Rayleigh

### 2.1.2 Envoltória Rice

Para o caso Rice, a função de probabilidade de outage é dada por

$$P_{\text{out}}(\gamma_{\text{th}}) = 1 - Q_1 \left( \sqrt{2K_R}, \sqrt{2 \frac{(K_R + 1)}{\bar{\gamma}_s}} \gamma_{\text{th}} \right), \quad (2)$$

sendo  $Q_1$  a função Marcum Q de ordem 1.

Além disso, a envoltória do canal é dada por  $\beta = \sqrt{x^2 + y^2}$ , onde  $x \sim \mathcal{N}(\mu_x, \sigma^2)$  e  $y \sim \mathcal{N}(\mu_y, \sigma^2)$ , com  $\bar{\mu}^2 = \mu_x^2 + \mu_y^2$ ,  $\mu^2 + 2\sigma^2 = \Omega_c$  sendo o ganho do canal, e  $K_R = \bar{\mu}^2/(2\sigma^2)$  o fator de Rice.

Foram escolhidos  $\bar{\gamma}_s \in \{-20, 0, 20\}$  dB e  $K_R \in \{0.1, 1, 10\}$  (linear) para comparação das curvas analíticas e simuladas. O procedimento resulta nos gráficos das Figuras 2, 3 e 4.

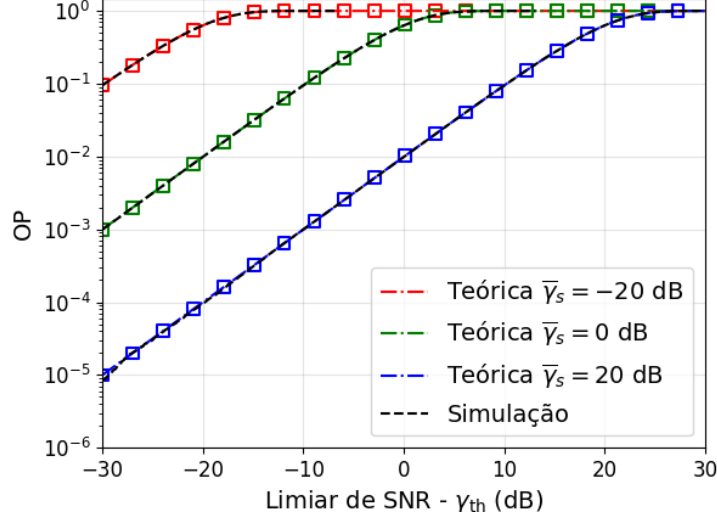


Figura 2: Probabilidade de interrupção caso Rice -  $K_R = 0.1$  (lin)

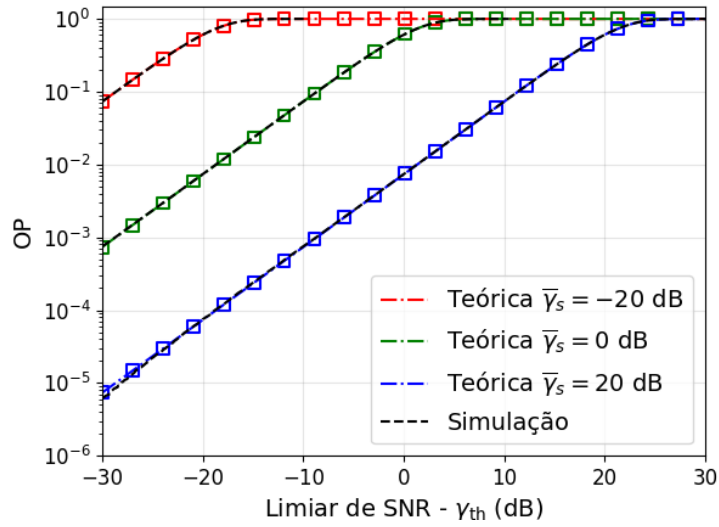


Figura 3: Probabilidade de interrupção caso Rice -  $K_R = 1$  (lin)

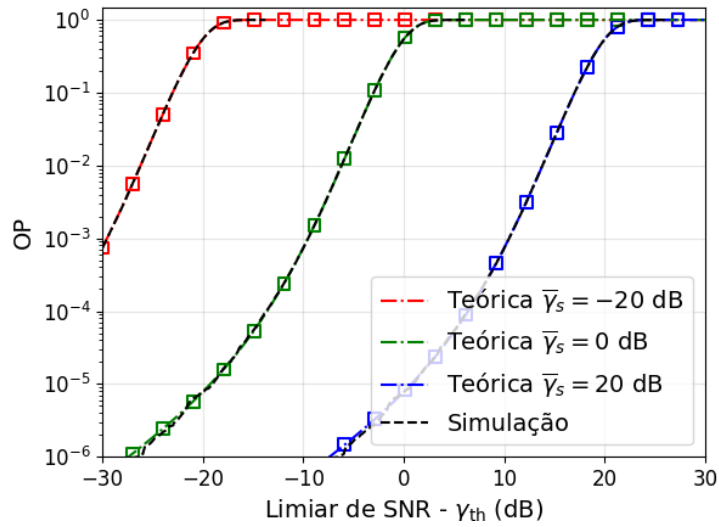


Figura 4: Probabilidade de interrupção caso Rice -  $K_R = 10$  (lin)

## 2.2 Probabilidade de erro de símbolo

Dado que o sinal recebido é  $r(t) = h(t)s(t) + n(t)$ , e assumindo estimação de canal perfeita, ou seja, sabe-se o  $\beta$  para todo símbolo recebido, o vetor do símbolo estimado é  $\hat{s} = \underset{s_i}{\operatorname{argmin}} \|\hat{r} - \beta s_i\|^2$ , sendo  $\hat{r} = \beta s_i + n$  o vetor resultante da projeção do sinal recebido na base escolhida, e cada termo de ruído  $n_j \sim \mathcal{N}(0, N_0)$ . Esse é o procedimento que pode ser utilizado em simulação.

Para o canal AWGN, a probabilidade de erro de símbolo para uma constelação M-QAM é dada por

$$P_e(\bar{\gamma}_s) = 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left( \sqrt{\frac{3}{M-1}} \bar{\gamma}_s \right) - 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 Q^2 \left( \sqrt{\frac{3}{M-1}} \bar{\gamma}_s \right), \quad (3)$$

para  $M = 4^n \mid n \in \mathbb{N}$ .

Para o canal com desvanecimento Rayleigh, a probabilidade de erro de símbolo para uma constelação M-QAM é dada por

$$\bar{P}_e = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) (1 - C_M(\bar{\gamma}_s)) - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 \left[ 1 - \frac{4}{\pi} C_M(\bar{\gamma}_s) \arctan \left( \frac{1}{C_M(\bar{\gamma}_s)} \right) \right] \quad (4)$$

em que  $C_M(\bar{\gamma}_s) = \sqrt{\frac{1.5\bar{\gamma}_s}{M-1+1.5\bar{\gamma}_s}}$

Ao variar a SNR média do sistema de  $-30$  a  $-10$  dB, e utilizando constelações M-QAM com  $M \in \{4, 16, 64\}$ , os gráficos das Figuras 5 e 6 foram gerados.

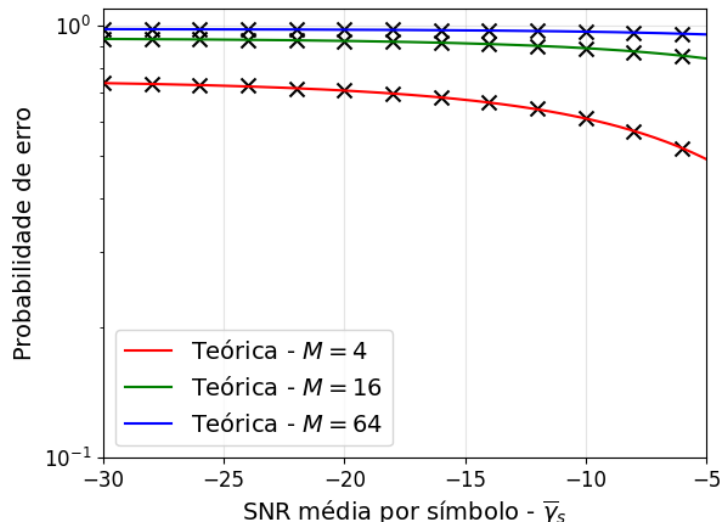


Figura 5: Probabilidade de erro de símbolo canal AWGN

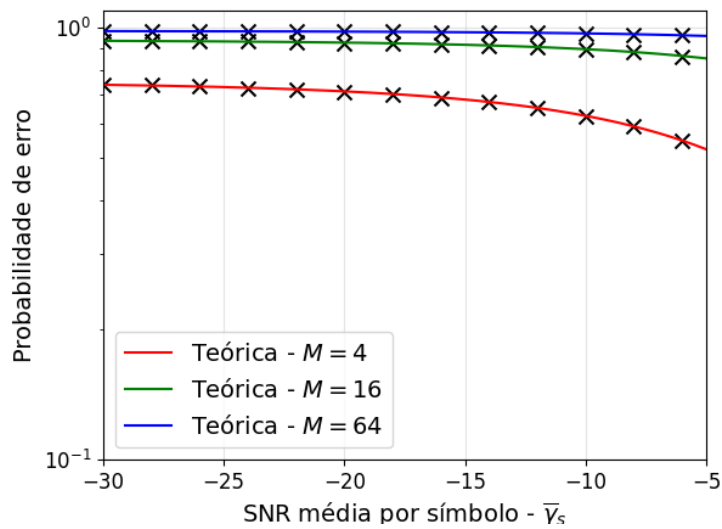


Figura 6: Probabilidade de erro de símbolo com ruído e desvanecimento Rayleigh

É possível notar que os gráficos ficaram extremamente semelhantes, mas que o

AWGN tem sua probabilidade de erro de símbolo descendo mais rápido do que o caso com Rayleigh. Para notar melhor o comportamento das curvas, é necessário simular e desenhar gráficos com limites diferentes do pedido, como mostrado nas Figuras 7 e 8.

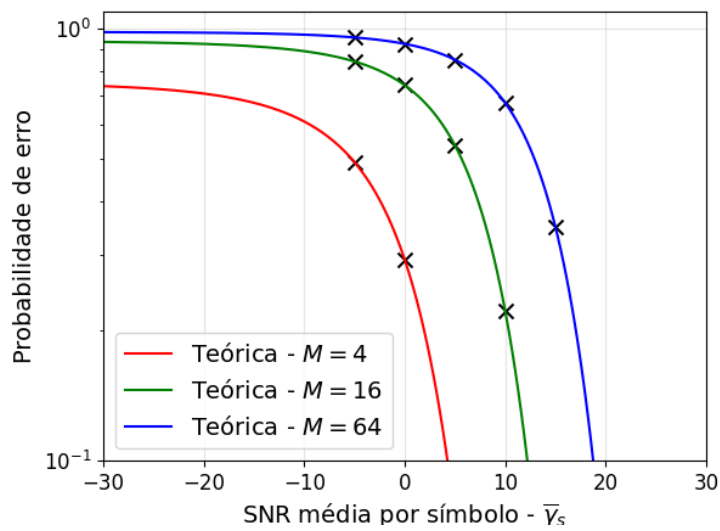


Figura 7: Probabilidade de erro de símbolo canal AWGN

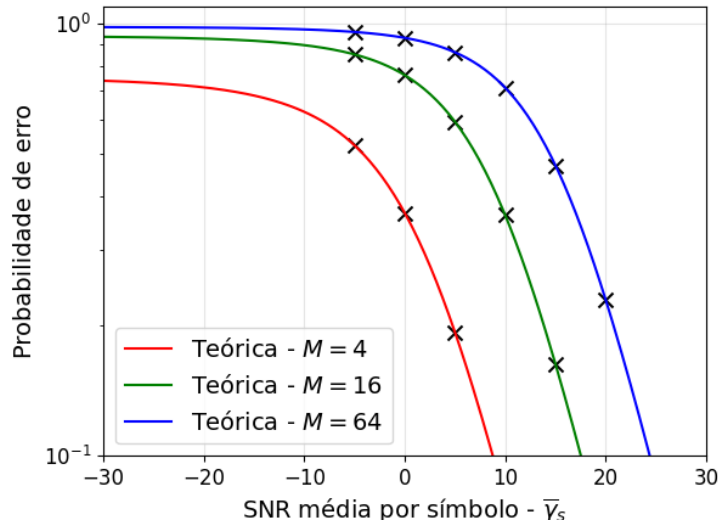


Figura 8: Probabilidade de erro de símbolo com ruído e desvanecimento Rayleigh

### 3 Conclusão

Um simulador em python foi desenvolvido para verificação dos resultados teóricos.

Foi possível notar que as cruvas de probabilidade de interrupção de Rice ficam cada vez mais "bruscas" em sua alteração. No caso em que  $K_R \rightarrow \infty$  a curva vira um degrau, pois nesse limite a variável aleatória do desvanecimento vira uma constante igual à média.

Além disso, foi possível notar como a probabilidade de erro de símbolo depende da constelação utilizada e da SNR. Quando maior a constelação, maior a PES (Probabilidade de Erro de Símbolo). Quanto maior a SNR, menor a PES. Comparando o caso AWGN com o Rayleigh também é possível notar que a adição de desvanecimento, mesmo que com conhecimento perfeito do estado do canal, causa uma piora no PES para um mesmo SNR.

Ao final, todas as simulações concordaram com os resultados teóricos esperados.