

ΜΑΤΗΜΑΤΙΧΕΣΚΟΕ ΜΟΔΕΛΙΡΟΒΑΝΙΕ

ΣΙΓΝΑΛ. ΟΣΙΦΡΟΒΚΑ. ΚΟΜΠΫΟΤΕΡΝΗ

ΜΟΔΕΛΙ ΟΒΕΤΑ. ΓΡΑΦΙΚΑ

άγεωμέτρητοζ μηδείζ είσιτω

Человек воспринимает окружающую информацию при помощи *сигналов*, его пять чувств (зрение, слух, осязание, обоняние, вкус), используя различные сигналы, образуют «интерфейс» с внешним миром.

Сигнал (от лат. signum — знак) — некоторый процесс (механический, оптический, химический, термический и т. п.), несущий информацию.

Сигналы могут быть *дискретными* и *непрерывными*. Дискретные сигналы состоят из отдельных, хорошо отличающихся друг от друга символов, а непрерывные сигналы могут иметь участки, сколь угодно мало отличающиеся друг от друга. Например, патефонная пластинка и магнитофонная лента — источники непрерывного (или *аналогово*) звукового сигнала, а CD и DVD — дискретного. Математически дискретные сигналы обычно выражают при помощи целого количества вещественных чисел, а непрерывные — вещественными непрерывно меняющимися величинами.

Поскольку память компьютера всегда ограничена, а информация, которую он содержит имеет цифровой вид, ЭВМ не может хранить непрерывных сигналов. Для преобразования непрерывных сигналов в дискретные используются специальные устройства, аналогоцифровые преобразователи (АЦП или ADC — analogue to digital converter), для обратного преобразования применяют цифроаналоговые преобразователи (ЦАП или DAC — digital to analogue converter). Например, звук с микрофона записывают на жёсткий диск после преобразования АЦП в цифровой дискретный вид, а для проигрывания сигнал подаётся на акустические колонки в непрерывном виде, после преобразования ЦАП.

Очевидно, что непрерывный сигнал в общем случае невозможно записать в цифровой форме в полном объёме ни на какое реальное физическое устройство, т. к. любой отрезок вещественной прямой содержит бесконечно много точек. Если, в частности, сигнал представляет собой функцию только одной переменной — времени t , то его можно представить наглядно, как показано на рис. 1. Таким образом, дискретный сигнал представляет собой конечное множество точек, в отличие от непрерывного, который изображается непрерывной линией.

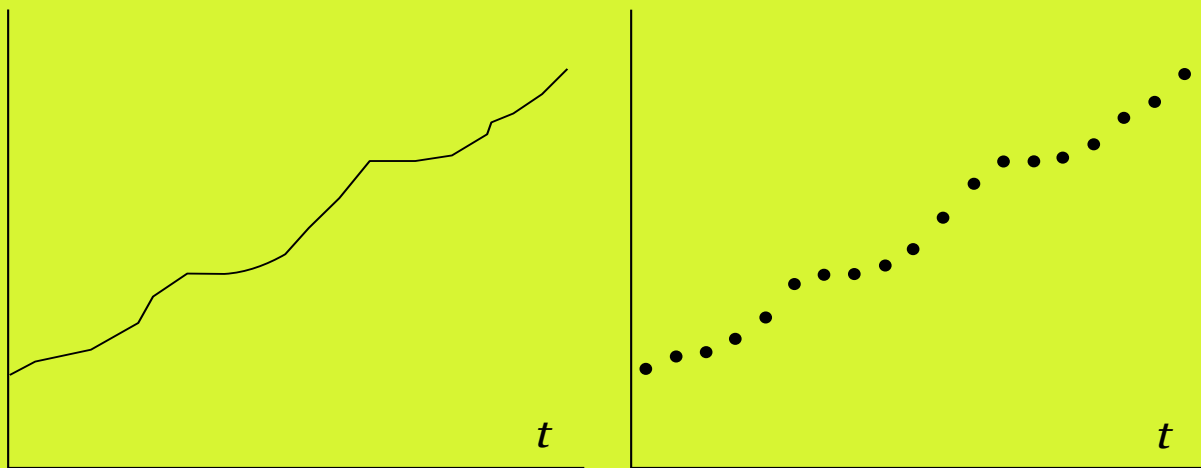


Рис. 1. Непрерывный (слева) и дискретный (справа) сигналы.

Рассмотрим преобразование аналогового сигнала в цифровой (*оцифровку*) на примере одномерного динамического сигнала (в частности таковым является звук) $I = I(t)$. Оцифровка включает две основные операции:

- Дискретизация по времени t .
- Квантование по величине (амплитуде) I сигнала.

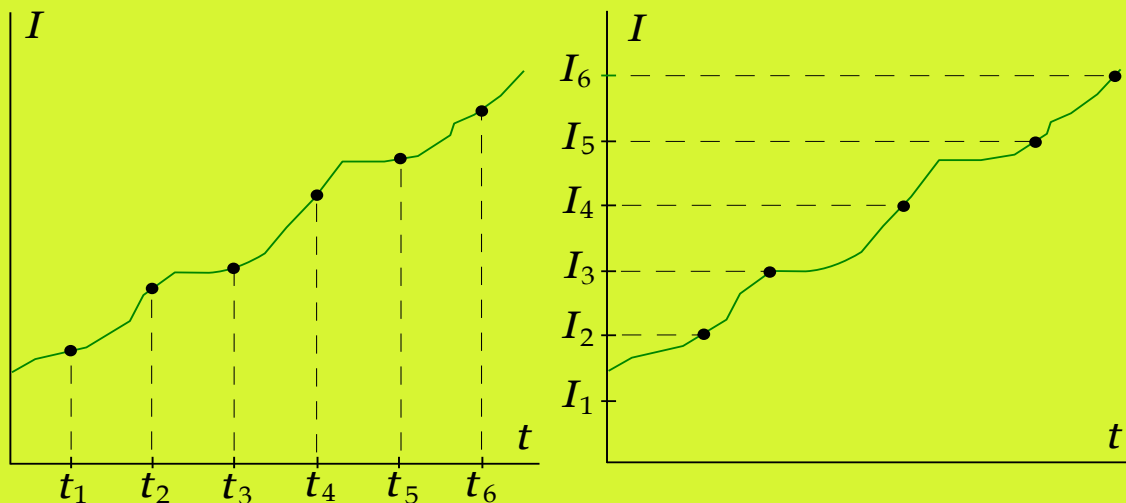


Рис. 2. Дискретизация сигнала по времени (слева) и амплитуде (справа).

Дискретизация по времени — взятие числовых отсчётов (выборка, samp-ling) через некоторые (обычно равные промежутки) времени. *Частота дискретизации* (т. е. количество таких отсчётов в единицу времени) является одной из основных характеристик цифрового сигнала, измеряется в герцах (Гц). Например, для аудио CD частота дискретизации составляет 44,1 КГц и, следовательно, для этого формата числовые отсчёты при дискретизации берутся 44 100 раз секунду.

Очевидно, что чем выше частота дискретизации, тем меньше цифровой сигнал отличается от непрерывного и тем больший объём информации понадобится для хранения полученных числовых значений дискретного сигнала. Поэтому естественно возникает вопрос о том какова *оптимальная* частота дискретизации? Ответ на него даёт *теорема Котельникова*: чтобы восстановить непрерывный сигнал, частота которого меняется в диапазоне от 0 до F Гц, по его дискретным значениям частота дискретизации должна быть не меньше $2F$ Гц.

Поскольку, как известно, человек способен воспринимать звук с частотами в диапазоне от 20 Гц до 20 КГц, для аудио CD и была выбрана указанная частота дискретизации 44,1 КГц.

❓ Пусть сигнал задан функцией $I(t)$, как получить его интенсивность на частоте ω ?

❓ Известно, что для получения разборчиво звучащей человеческой речи достаточно её оцифровать с частотой 8 КГц. Какой диапазон частот можно правильно воспроизвести при такой дискретизации?



назад

закр.

Измеренные в процессе дискретизации значения, как и любые *практические* измерения, не являются *абсолютно* точными. Точность измерения, как легко видеть, зависит от точности измерительного инструмента, «линейки». Чем он точнее (чем чаще «шкала на линейке»), тем меньше погрешность, измеренные величины меньше отличаются от своих действительных значений. На рис. ниже шкала линейки содержит всего четыре деления и, поэтому, при такой шкале имеются только четыре различных дискретных значения для величины сигнала. Эти значения представляют собой округлённые до ближайшей величины отсчёта истинные значения.

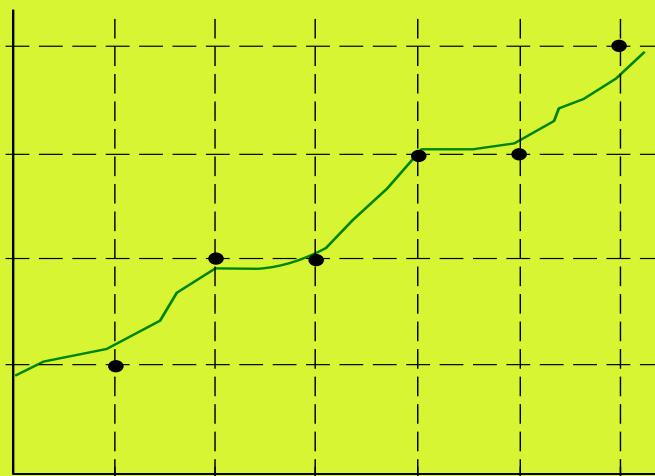


Рис. 3. Дискретизация сигнала.

Разрядность величин, которые используются для записи результатов измерений, т.е. количество делений на шкале линейки, принято задавать в битах. Например, для случая, изображённого на предыдущем рисунке, достаточно 4-х чисел и, следовательно 2-х бит, а именно (в двоичном виде): 00, 01, 10 и 11. В общем случае, если разрядность равна n , то для записи потребуется 2^n различных чисел (Почему?). Например, для аудио CD стандартная разрядность составляет 16 бит на каждый из двух стерео каналов.

? Сколько памяти потребуется для записи одной минуты аудио CD?

Чем выше разрядность, тем точнее измеренные значения, и тем больше памяти потребуется для их хранения. Процесс округления при измерениях называют *квантованием сигнала по амплитуде (величине)*. Разница между действительным и округлённым значениями называется *шумом квантования (ошибкой квантования)*.

Более формально, оцифровка сигнала сводится к следующим операциям. Непрерывный сигнал $I(t)$ дискретизируется с выбранным шагом T и вместо исходного сигнала получается последовательность $J_k = I(kT)$, $k = 0, 1, \dots, K$ (квантование по времени). Выбирается разрядность оцифровки n , интервал изменения функции J_k разбивается на 2^n частей. Затем каждое значение J_k заменяется номером интервала, в который попало соответствующее значение. В результате последовательность J_k заменяется другой последовательностью, в которой каждый член принимает целочисленные значения из отрезка $[0, 2^n - 1]$ (квантование по амплитуде).

Обратное преобразование, из цифрового вида в аналоговый, осуществляется ЦАП соответствующего устройства (например, для звукового сигнала — звукой картой компьютера) при помощи *интерполяции* по дискретным точкам цифрового сигнала.

Очевидны преимущества цифрового сигнала по сравнению с аналоговым:

1. При копировании цифровых данных не происходит снижения качества, цифровая копия полностью идентична оригиналу. Стоимость самой операции копирования цифровой информации чрезвычайно низка.
2. Работать с цифровой информацией (модифицировать, редактировать, делать монтаж фрагментов и т. д.) много проще и удобнее, чем с соответствующими аналоговыми данными.
3. Цифровые данные удобнее хранить и передавать, особенно — по локальным компьютерным сетям и в Интернете.
4. Носители цифровой информации, как правило, много дешевле, чем соответствующие носители аналоговых данных.
5. Существуют эффективные алгоритмы для *сжатия* цифровых данных.

В качестве примера двумерного статического сигнала рассмотрим изображение на плоскости (например, фотографию). Вначале предположим, что изображение имеет только два цвета, чёрный и белый. Исходное непрерывное изображение разбивается квадратной сеткой на области. Чем чаще сетка, тем больше оцифрованное изображение будет похоже на исходное. Поскольку изображение двухцветное, для записи цвета (интенсивности, «амплитуды») достаточно одного бита: 0 для кодирования чёрного цвета, 1 — для белого. Каждую из точек, полученную в результате оцифровки называют *пикселом* (pixel — PicturE Element), а всю совокупность точек — *растром* (raster).

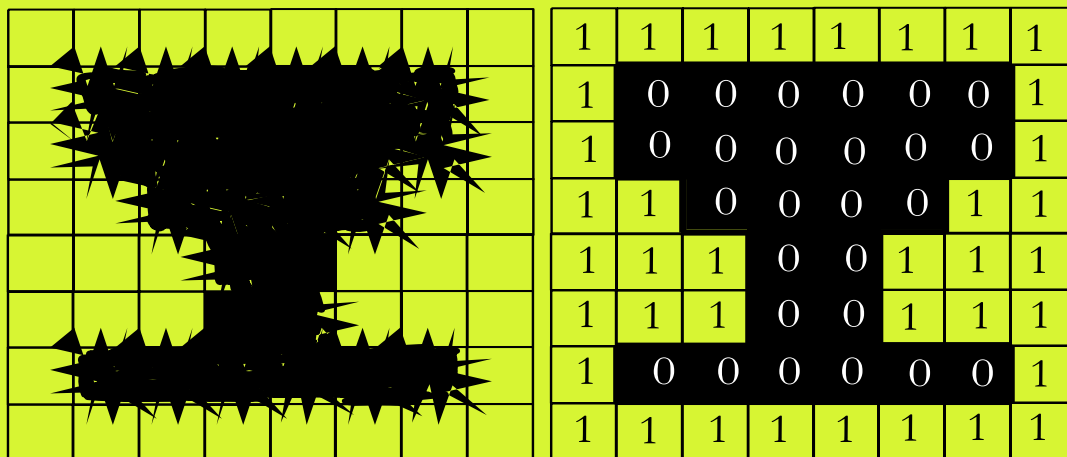


Рис. 4. Дискретизация чёрно-белого изображения.

Для полутонового (grayscale) изображения (256 градаций серого, от чёрного до белого включительно) понадобится уже 8 бит: (в двоичном виде) от 00000000 (чёрный) до 11111111 (белый). Разрядность оцифровки в компьютерной графике называют *битовой глубиной цвета*. В н. в. стандартная глубина цвета в компьютерной графике составляет 32 бита (по 8 бит на каждый из каналов, красный, зелёный, синий, и ещё 8 для т. н. α -канала, отвечающего за прозрачность), что соответствует более чем 16 000 000 цветов. Для наиболее качественных изображений, например, в издательских системах, используется ещё большее количество цветов.

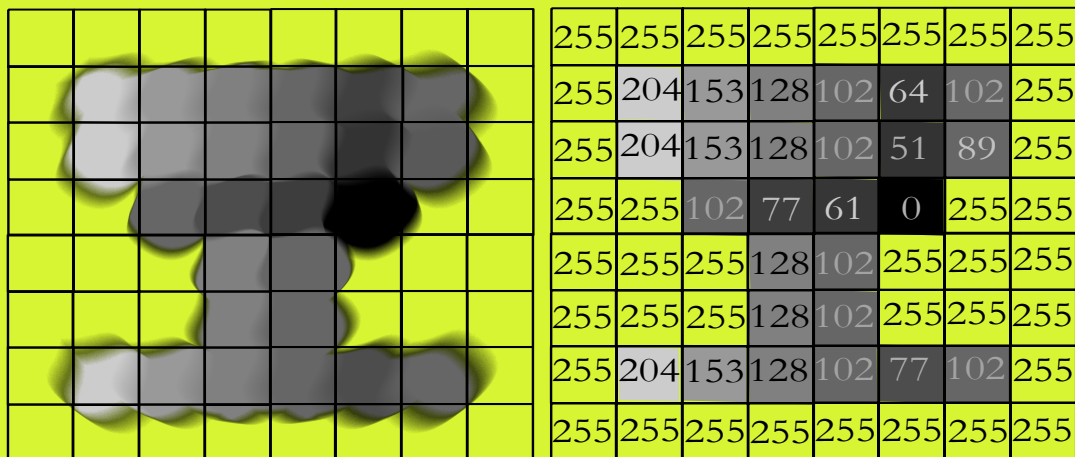


Рис. 5. Дискретизация полутонового изображения.

Рассмотрим подробнее *модели цвета*, используемые в компьютерной графике. Как известно, все видимые человеком предметы можно разделить на два класса: объекты, которые излучают свет (например, электрическая лампа, монитор) и объекты, свет отражающие (бумага, клавиатура). В связи с таким разделением видимых объектов на излучающие и отражающие свет существуют два основных метода моделирования цвета: *аддитивный* для первого

случая и *субтрактивный* — для второго. Известно также, что цветовое восприятие человека обусловлено наличием трех видов световосприимчивых рецепторов на сетчатке глаза, максимумы спектральной чувствительности которых соответствуют синему, зеленому и красному цветам. Поэтому эта тройка цветов является базовой для одной из аддитивных моделей цвета — RGB (**Red**, **Green**, **Blue**). В модели RGB любой цвет состоит из 3-х базовых цветов, взятых с определёнными коэффициентами (как любой вектор является линейной комбинацией векторов базиса линейного пространства). Т. о. любой цвет может быть представлен тройкой целых чисел (R, G, B) , где

$R, G, B = 0, \dots, 255$ (24-х битная глубина цвета), соответственно, красная, зелёная и синяя компоненты. В частности, в модели RGB $(0, 0, 0)$ соответствует чёрному цвету, $(255, 255, 255)$ — белому, см. рис. 6.

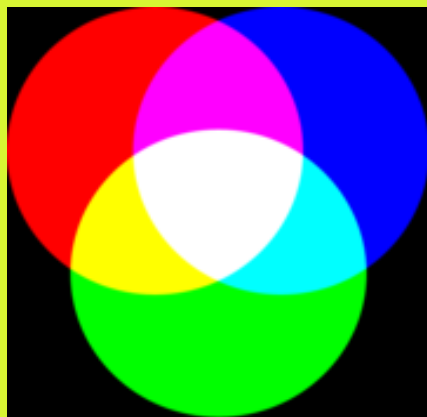


Рис. 6. Аддитивные цвета.



Каковы компоненты серого цвета в цветовой модели RGB?



назад

закр.

Наглядно систему RGB удобно представить в виде трёхмерного цветового куба, как показано на рис. 7. При этом любой из 2^{24} цветов соответствует целочисленной точке, лежащей внутри и на поверхности данного куба.

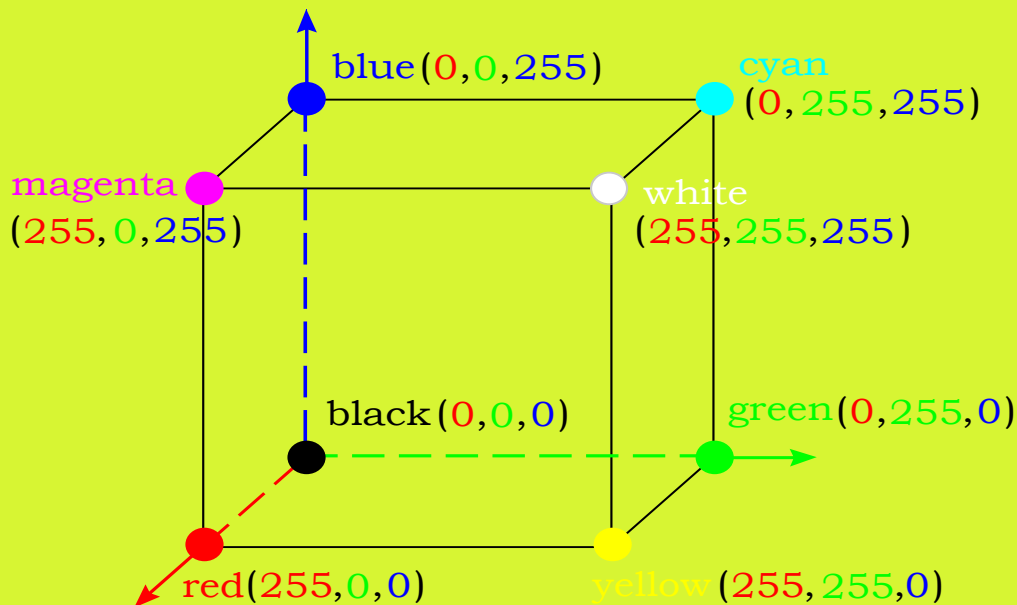
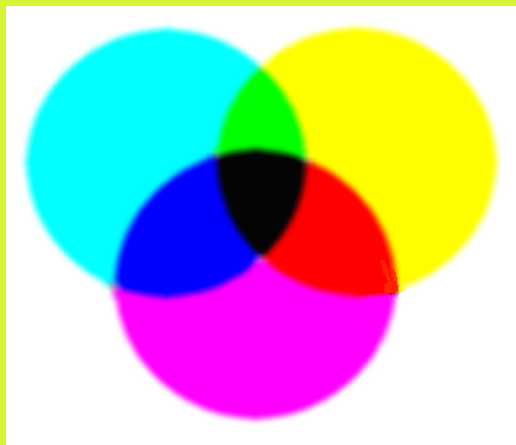


Рис. 7. Цветовой куб.

Субтрактивные модели CMY (Cyan, Magenta, Yellow) и CMYK (Cyan, Magenta, Yellow, black) используются для задания цвета на объектах, поглощающих свет, в частности для печати на бумаге. В этих моделях, в отличие от RGB, для того, чтобы получить требуемый цвет, базовые цвета *вычитаются* из белого цвета. Например, когда бумага окрашивается цветом суан, то красный свет, падающий на бумагу, полностью поглощается, т.е. краситель суан как бы вычитает красный свет из падающего белого, который является суммой красного, синего и зелёного света. Переход от модели RGB к CMY задаётся соотношениями



$$C = 1 - r;$$

$$M = 1 - g;$$

$$Y = 1 - b,$$

где $r = R/255$, $g = G/255$, $b = B/255$. Теоретически чёрный цвет должен получаться в модели CMY как смесь базовых цветов суан, magenta и yellow, но практически приходится для достижения этой цели добавлять настоящий чёрный цвет, так получается модель CMYK.

Рассмотренные цветовые модели RGB и CMYK не очень удобны для человеческого восприятия цвета, для которого важны тон, насыщенность и светлота цвета. Поэтому есть и другие модели, например, HSV (Hue — оттенок, Saturation — насыщенность, Value — интенсивность).

Задачи

Пусть задано исходное изображение размерности $m \times n$ пикселей. Требуется подвергнуть его поэлементному (попиксельному) преобразованию f . Пусть $X_{i,j}$ — цвет пиксела с растровыми координатами (i, j) ($i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$) исходного изображения, $Y_{i,j}$ — цвет соответствующего пиксела, получаемого после преобразования изображения, т. е. преобразование в общем случае задаётся отображением

$$Y_{i,j} = f(X_{i,j}).$$

Например, пусть задано полноцветное (24 бита) изображение, требуется преобразовать его в полутоновое (цвета от чёрного до белого с 256-ю градациями серого цвета). Тогда, как ясно из рассмотрения цветового куба (рис. 7), это преобразование можно задать соотношением

$$(R, G, B) \rightarrow \left(\frac{R + G + B}{3}, \frac{R + G + B}{3}, \frac{R + G + B}{3} \right),$$

где R, G, B — компоненты красного, зелёного и синего цветов цвета $X_{i,j}$. **Пример программы**, исходные коды которой можно взять за основу при выполнении заданий.

Далее, в условиях задач, исходное изображение — полутоновое. Требуется подвергнуть его поэлементному преобразованию, указанному в заданиях.

1. Линейное контрастирование. Преобразование задаётся формулой

$$Y_{i,j} = (X_{i,j} - X_{\min}) \frac{Y_{\max} - Y_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} + Y_{\min},$$

где X_{\min} , X_{\max} — минимальное и максимальное значение интенсивностей входного изображения. Y_{\min} , Y_{\max} — желаемое минимальное и максимальное значение интенсивностей серого цвета полученного изображения. Написать программу, производящую линейное контрастирование. Входные параметры: файл изображения в формате BMP, Y_{\min} , Y_{\max} . Предусмотреть возможность сохранения полученной картинки.



Рис. 8. Пример линейного контрастирования.

2. Соляризация изображения задаётся преобразованием

$$Y_{i,j} = kX_{i,j}(X_{\max} - X_{i,j}),$$

где k — константа, X_{\max} — максимальная интенсивность цвета входного изображения. Написать программу, производящую соляризацию. Входные параметры: файл изображения в формате BMP, k . Предусмотреть возможность сохранения полученной картинке.



Рис. 9. Пример соляризации.

3. Бинаризация изображения. Конвертация полутонового изображения в бинарное (чёрно-белое) задаётся преобразованием

$$Y_{i,j} = \begin{cases} 0 \text{ (чёрный)}, & \text{если } X_{i,j} < T; \\ 1 \text{ (белый)}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

где T — пороговое значение интенсивности цвета. Входные параметры: файл изображения в формате BMP, T . Предусмотреть возможность сохранения полученной картинке.



Рис. 10. Пример бинаризации.

Список литературы

1. И. А. Полежаев. Сигнал. О некоторых понятиях кибернетики. М: Советское радио, 1958.
2. Дж. Корриган. Компьютерная графика. М, 1995.
3. Ф. В. Казанцев. Основы компьютерной графики. Казань, 2001.
4. Д. Роджерс. Алгоритмические основы машинной графики. М: Мир, 1982.