· ISSN 2542-0402 ·

НАУКОСФЕРА

№11(1) · 2022

Сетевое издание
Научный журнал

2022 • №11 (1) ISSN – 2542-0402

НАУКОСФЕРА

Сетевое издание
Научный журнал

Издание основано в 2016 г.
Периодичность – 12 номеров в год.

Адрес редакции:
Россия, 214000, г. Смоленск, ул. Б. Советская, 12/1, 303.
Тел.: +7 903 649-88-30.
E-mail: nauko-sfera@yandex.ru

2022 • №11 (1) **ISSN – 2542-0402**

NAUKOSFERA

Online edition
Scientific journal

Publication was founded in 2016
Schedule – 12 issues in a year.

Address of the editorial office:
Russian Federation, 214000, Smolensk, B. Sovetskaya str., 12/1, 303.
Phone: +7 903 649-88-30.
E-mail: nauko-sfera@yandex.ru

УДК 681.5.015

ОБЗОР МЕТОДОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ

OVERVIEW OF METHODS FOR IDENTIFYING LINEAR OBJECTS

ОЛЕЙНИКОВ ВИТАЛИЙ СЕРГЕЕВИЧ,
старший преподаватель,
Санкт-Петербургский политехнический университет им. Петра Великого.
ГАВРИЛЕНКО МАРИЯ ИГОРЕВНА,
студентка,
Санкт-Петербургский политехнический университет им. Петра Великого.
ЖИРАКОВА ПОЛИНА СЕРГЕЕВНА,
студентка,
Санкт-Петербургский политехнический университет им. Петра Великого.
МАЛИКОВ АЛЕКСАНДР ТИМОФЕЕВИЧ,
студент,
Санкт-Петербургский политехнический университет им. Петра Великого.
МУСТАФИН АРТУР РУСТАМОВИЧ,
студент,
Санкт-Петербургский политехнический университет им. Петра Великого.
ШКАЛИН КИРИЛЛ ПАВЛОВИЧ,
студент,
Санкт-Петербургский политехнический университет им. Петра Великого.

OLEYNIKOV VITALY SERGEEVICH,
senior lecturer,
St. Petersburg Polytechnic University named after Peter the Great.
GAVRILENKO MARIA IGOREVNA,
student,
St. Petersburg Polytechnic University named after Peter the Great.
ZHIRAKOVA POLINA SERGEEVNA,
student,
St. Petersburg Polytechnic University named after Peter the Great.
MALIKOV ALEXANDER TIMOFEEVICH,
student,
St. Petersburg Polytechnic University named after Peter the Great.
MUSTAFIN ARTUR RUSTAMOVICH,
student,
St. Petersburg Polytechnic University named after Peter the Great.
SHKALIN KIRILL PAVLOVICH,
student,
St. Petersburg Polytechnic University named after Peter the Great.

В данной статье рассматриваются методы идентификации, использующиеся для построения математических моделей исследуемых объектов: графоаналитический; метод наименьших квадратов; метод наискорейшего спуска; вещественный интерполяционный метод; идентификация полносвязным персептроном. Все приведенные методы были программно реализованы и протестированы авторами статьи на различных выборках данных. Выявлены достоинства и недостатки рассматриваемых методов, а также сделан вывод о целесообразности применения каждого из них в реальных условиях. В результате сравнительного анализа авторами выделено три наиболее точных и легко реализуемых метода.

This article discusses identification methods used to construct mathematical models of the objects under study: graphoanalytic; least squares method; steepest descent method; real interpolation method; identification by a fully connected perceptron. All these methods were programmatically implemented and tested by the authors of the article on various data samples. The advantages and disadvantages of the methods under consideration are revealed, and the conclusion is made about the expediency of using each of them in real conditions. As a result of the comparative analysis, the authors have identified three of the most accurate and easily implemented methods.

Ключевые слова: *параметрическая идентификация, переходная характеристика, дискретная система, градиентный спуск, прямое вещественное преобразование, нейронная сеть, полносвязный персептрон.*

Key words: *parametric identification, transient response, discrete system, gradient descent, direct realistic transformation, neural network, multilayer perceptron.*

Работа с реальными объектами в большинстве случаев очень сложна, поэтому в современном мире применяется математическое моделирование.

Получение точной математической модели объекта является актуальной задачей на сегодняшний день, решить которую позволяет идентификация.

Сложность реальных систем растет, следовательно, повышаются требования к используемым алгоритмам идентификации. В настоящее время создано огромное количество методов идентификации линейных объектов, и перед началом построения математической модели необходимо выбрать и изучить подходящий метод, который бы позволил с наибольшей точностью повторить реальное поведение объекта.

Графоаналитический метод: определение передаточной функции по временным характеристикам объекта.

Рассматриваемый метод позволяет по графику, полученному при определенном входном сигнале, определить дифференциальное уравнение заданной структуры и записать его в одной из форм (ДУ или ПФ), т. е. получить модель объекта.

Метод идентификации заключается в определении переходной характеристики $h(t)$ по кривой разгона при ступенчатом входном воздействии:

$$h(t) \approx \frac{y(t) - y_0}{u - u_0} \qquad (1)$$

$y(t)$ – выходная величина;

u – входное ступенчатое воздействие (кривая разгона);

y_0, u_0 – установившиеся значения выхода и входа объекта соответственно до начала эксперимента.

Во время эксперимента необходимо обеспечить отсутствие случайных возмущений на объект, а также обеспечить точное воспроизведение заданной формы возмущения на входе и дублирование экспериментов по снятию кривой разгона для различных начальных условий, т.е. различных установившихся значений.

Определение передаточной функции объекта происходит логарифмическим методом, что является предпосылкой для использования аппроксимации $h(t)$ аналитическим выражением типа:

$$h(t) = h_0 + \sum_{k=1}^{n} C_k e^{-p_k t}, \quad (2)$$

где h_0 — установившееся значение выходной величины объекта,
C_k – постоянные интегрирования,
p_k – корни характеристического уравнения.

Обобщенный алгоритм идентификации заключается в последовательном вычитании найденной составляющей переходной характеристики и логарифмировании полученного результата. По логарифмической характеристике переходного процесса производится оценка параметров C_k и p_k, где C_k – ордината асимптоты при $t = 0$, $p_k = tan\,\theta$, где θ — угол наклона между аппроксимирующей прямой и осью абсцисс.

Если после вычитания и логарифмирования характеристика имеет колебательный характер, следовательно, мы имеем дело с комплексно-сопряжёнными корнями. Тогда составляющая $h(t)$ принимает вид $C_k e^{-\lambda t} \sin(\omega t + \varphi)$, где $\lambda_{1,2} = \alpha \pm j\beta$. Это связано с тем, что в некоторый момент времени составляющей $\sum_{k=1}^{n} C_k e^{-p_k t}$ с большими действительными частями можно пренебречь.

Определить фазовый сдвиг можно из условия:

$$|sin(\omega t + \varphi)| = 1 \quad (3)$$

Преимуществом рассматриваемого метода является результат идентификации в аналитическом виде, пригодный для дальнейшей вычислительной обработки и, собственно, простота алгоритма.

Однако стоит учитывать, что метод требует проведения эксперимента в условиях низкого уровня помех и, вследствие этого, не обладает достаточно высокой точностью.

Помимо этого, следует отметить, что метод относится к активной идентификации и поэтому он малоэффективен в режиме нормального функционирования объекта или в замкнутом контуре. А также у графоаналитического метода не существует численного решения и программной реализации.

Метод наименьших квадратов: определение дискретной передаточной функции.

Метод наименьших квадратов (МНК) используется для идентификации дискретных систем. Основная идея заключается в минимизации квадрата разности между значениями выходной характеристики, т. е. расчетной, и исходной. После этого берется производная вектора функционала по параметрам системы, которая представляет из себя СЛАУ, решение которой предоставляет параметры объекта управления.

Достоинства метода:

- метод прост в реализации;
- математическая модель в виде СЛАУ;
- минимальные ошибки.

Недостатки метода:

- метод применим только для дискретных систем;
- структура модели должна быть заранее известна;
- функционал должен быть унимодальным.

Применение на практике:

Данный метод широко используется в экспериментах над объектами управления, например, в задаче параметрической идентификации вентильного двигателя.

Модификации:

Помимо обобщенного МНК, существуют разновидности метода: регрессионный МНК, явный МНК, рекуррентный МНК, а также идентификация объекта по его импульсной характеристике с помощью МНК.

Градиентный метод: идентификация методом наискорейшего спуска

Задачу параметрической идентификации можно рассматривать в качестве задачи отыскания параметров системы, при которых расхождение между моделью было бы минимальным. Иными словами, данную задачу можно свести к отысканию точки в пространстве параметров, в которых значение переходной характеристики модели и исходного объекта было бы равно нулю:

$$f(x) = 0, x \in R^n \tag{4}$$

Под функцией f понимается функционал, заданный на вещественном пространстве, численно характеризующий ошибку оценки нашей модели.

Для решения задач отыскания локального минимума применяются градиентные методы, которые основываются на построении минимизирующей последовательности точек по формуле:

$$x_{n+1} = x_n - \alpha_n h(x_n) \tag{5}$$

Вектор $h(x_n)$ – определяет направление движения метода, чаще всего он выбирается как градиент минимизируемой функции.

Величина шага $\alpha_n \geq 0$ может быть как фиксированной $\alpha_n = const$, так и динамически меняющейся $\alpha_n = var$.

Данный класс методов выделяется на фоне других методов параметрической идентификации из-за высокой точности вычисления коэффициентов модели. Кроме того, это один из немногих методов, позволяющих произвести его реализацию на компьютере с помощью распараллеливания вычислений.

В независимости от всех положительных аспектов, сходимость данного метода определяется выбором его начальных значений и шага. Кроме того, градиентный спуск имеет большую вычислительную сложность, так как требует численного вычисления градиента функции в каждой точке приближающей последовательности.

Вещественный интерполяционный метод (ВИМ)

Метод основан на использовании частного случая интегрального преобразования Лапласа, когда комплексная переменная $p = \delta + j\omega$ вырождается в вещественную ω. Формула прямого вещественного преобразования связывает функцию-оригинал $f(t)$ с изображением $F(\delta)$ и имеет вид:

$$F(\delta) = \int_0^t f(t) e^{-\omega t} dt \tag{6}$$

где $\omega \epsilon [C_v; +\infty), C_v \geq 1$

Главные особенности такого перехода:

1. Возможность перехода от описания объекта в виде непрерывной функции $F(\delta)$ к однозначному дискретному представлению $F(\delta_i), i = 1,2,\dots,\eta$.

2. Взаимно однозначный переход между моделями $F(\delta)$ и $F(\delta_i)$, $i = 1, 2, \dots, \eta$.

$$F(\delta_i) = \frac{b_m \delta_i^m + b_{m-1} \delta_i^{m-1} + \cdots + b_1 \delta_i + b_0}{a_n \delta_i^n + a_{n-1} \delta_i^{n-1} + \cdots + a_1 \delta_i + 1} \tag{7}$$

Для решения задач идентификации с использованием данного метода необходимо решить уравнение 1 и найти матрицу A.

$$\varphi^T \cdot \varphi \cdot A = \varphi^T \cdot W(\delta) \tag{8}$$

где

$$W(\delta_i) = \delta_i \sum_{0}^{j} h(t_j)\, e^{-\delta_i t_j} \Delta T \tag{9}$$

где $\Delta T = t_{j+1} - t_j$, $\delta_i = C_v \geq 1$, $i = \overline{1,\eta}$, $\eta = n + m + 1$,
где m – количество неизвестных параметров числителя,
n – количество неизвестных параметров знаменателя.

$$\varphi = \begin{pmatrix} \delta_1^{m-1}\delta_1^{m-2} \cdots 1 & -\delta_1^{n} W(\delta_1) & -\delta_1^{n-1} W(\delta_1) \cdots & -\delta_1 W(\delta_1) \\ \delta_2^{m-1}\delta_2^{m-2} \cdots 1 & -\delta_2^{n} W(\delta_2) & -\delta_2^{n-1} W(\delta_2) \cdots & -\delta_2 W(\delta_2) \\ \ldots \ \ldots \ \cdots \ldots & \ldots & \ldots \ \cdots & \ldots \\ \delta_\eta^{m-1}\delta_\eta^{m-2} \cdots 1 & -\delta_\eta^{n} W(\delta_\eta) & -\delta_\eta^{n-1} W(\delta_\eta) \cdots & -\delta_\eta W(\delta_\eta) \end{pmatrix} \tag{10}$$

$$A = \begin{pmatrix} b_{m-1} \\ b_{m-2} \\ \ldots \\ b_0 \\ a_n \\ a_{n-1} \\ \cdots \\ a_1 \end{pmatrix} \tag{11}$$

Параметры δ подбираются самостоятельно исходя из следующей формулы:

$$\delta_1 = \frac{ln\, \varepsilon}{t_{max}} \tag{12}$$

Остальные значения определяются по правилу равномерной сетки:

$$\delta_i = i\delta_1, i = 1, 2, \ldots, \eta \tag{13}$$

В задачах идентификации вещественно интерполяционный метод имеет ряд полезных свойств:

- данный метод имеет численное решение;
- алгоритм решения является простым и легко реализуемым;
- алгоритм эффективен по памяти и времени выполнения;
- метод имеет хорошую точность;
- работа только с вещественными числами.

К недостаткам можно отнести отсутствие четкого правила выбора начальных параметров δ.

Нейронные сети: определение характера переходного процесса с использованием полносвязного персептрона.

В задачах идентификации так же может применяться искусственная нейронная сеть прямого распространения (многослойный персептрон). Обучение нейронной сети происходит согласно методу обратного распространения ошибки. Его суть заключается в минимизации функционала на множестве весов w_{nij}:

$$J = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} (y_k^T - y_k)^2 \tag{14}$$

где y_k^T - точные значения из обучающей выборке;
y_k- значения последнего слоя нейронной сети;
N - количество нейронов.

В качестве функции активации может использоваться сигмоида, вход -го нейрона n-го слоя определяется выражением:

$$x_{ni} = \sum_{k=1}^{N} w_{nki} \cdot y_{n-1,k} + b_i \tag{15}$$

где w_{nki} – весовой коэффициент связи от k-го нейрона к i-му нейрону в n-го слоя;
$y_{n-1,k}$ – выход предыдущего слоя k нейрона;
b_i – смещение.
Изменения весов направлены в сторону антиградиента:

$$w_{nij}^{t+1} = w_{nij}^{t} - \alpha \frac{\partial J}{\partial w_{nij}^{t}} \tag{16}$$

где α – шаг обучения (learnin grate);
$\frac{\partial J}{\partial w_{nij}^{t}}$ – частная производная.

Для последнего слоя необходимо взять производную от сложной функции, которая имеет следующую цепочку зависимостей:

$$J\left(y_n\left(x_n\left(w_{nij}\right)\right)\right) \tag{17}$$

Производная функционала по весу последнего слоя равна:

$$\frac{\partial J}{\partial w_{nij}} = -(y_n^T - y_n)y_{ni}(1 - y_{ni})y_{n-1,j} \tag{18}$$

Видно, что изменение функционала в зависимости от изменения веса складывается из ошибки, производной функции активации и выхода предыдущего слоя.

Плюсы данного метода весомы:

- выполненные тесты показывают высокую сходимость с переходной характеристикой целевой модели;
- обученная сеть позволяет прогнозировать поведение звена при различных входах.

Однако есть существенные минусы:

- Обучение происходит на огромном количестве тестовых выборок (от 500 и более), что приводит к долгим нецелесообразным вычислениям;
- обученная модель не является универсальной и требует обработки входных данных;
- в итоге мы не получаем математическую модель звена, а лишь ее «двойник».

В данной статье не рассматривались вопросы идентификации нелинейных объектов, найти информацию об этом можно в [5; 6].

Обзор методов проведен с целью ознакомления читателей с общими методами идентификации применительно к реальным объектам исследования. Графоаналитический метод не имеет четкой алгоритмизации в следствие чего затрудняется его применение на промышленном производстве. Метод полносвязного персептрона требует большой обучаемой выборки данных, и, кроме того, позволяет определить только вид переходного процесса без параметров или аналитического вида математической модели, что не является оптимальным средством идентификации объектов.

Все приведенные методы были программно реализованы и протестированы авторами статьи на различных выборках данных.

В результате сравнительного анализа авторами выделено три наиболее точных и легко реализуемых метода:

- МНК;
- вещественный интерполяционный метод;
- метод градиентного спуска.

Отбор методов происходил по их целевой направленности, то есть в зависимости от свойств объектов, отражением которых являются модели определенных классов. Также важным критерием было преодоление требуемого порога точности, с чем данные методы успешно справились.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дилигенская А.Н. Идентификация объектов управления. Самара: Изд-во СГТУ, 2009. 136с.
2. Поляк Б. Т. Градиентные методы минимизации функционалов, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1963. Т. 3. № 4. С. 643-653.
3. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации / Пер. с польского И.Д. Рудинского. М.: Финансы и статистика, 2002. 344 с.
4. Семенов А.Д., Артамонов Д.В., Брюхачев А.В. Идентификация объектов управления. Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2003. 211 с.
5. Пугачев В.С. Оценивание переменных и параметров в дискретных нелинейных системах // Автоматика и телемеханика. 1979. №4. С.39-51.
6. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
7. Пантюхин Д.В. Нейросетевой метод идентификации одномерного объекта \\ Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2006. Т. 58. № 3. С. 109-115.
8. Анисимов А.А. Идентификация электромеханических систем с использованием искусственной нейронной сети / А.А. Анисимов, М.Н. Горячев // Вестник ИГЭУ им. В.И. Ленина, 2008. Вып. 3.С.11-14.
9. Щагин А.В., Нгуен Тхань Зыонг, Задача параметрической идентификации методом наименьших квадратов на примере вентильного двигателя. // Инженерный вестник Дона. №8 (2020). 13 с.