Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Высшая школа киберфизических систем и управления

ОТЧЕТ

по научно-исследовательской работе бакалавра

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

по направлению подготовки(специальности)

27.03.04 Управление в технических системах

Направленность (профиль)

27.03.04_05 Интеллектуальные системы обработки информации и управления

Оценка:

Выполнил
студент гр. 3532704/90501 В. С. Карпухин

Руководитель
доцент ВШ КФСУ, к.т.н., доцент В. М. Филиповский

«____»_________ 2023 г.

Санкт-Петербург
2023 г.

Содержание

1 Введение

В современном мире автоматическое управление является важной областью техники и технологий. Одним из ключевых этапов управления является идентификация системы, которая заключается в построении математической модели системы на основе ее входных и выходных данных. Эта модель затем может быть использована для прогнозирования будущего поведения системы и синтеза оптимальных управляющих сигналов для достижения желаемого поведения.

Идентификация линейных систем является одной из наиболее распространенных задач в области управления и автоматического регулирования. Многие физические системы могут быть аппроксимированы линейными моделями, которые затем могут быть использованы для управления этими системами. Однако, в реальных системах часто возникают различные нелинейные эффекты, которые могут приводить к искажениям в модели системы.

В связи с этим, в рамках данной дипломной работы планируется разработка программно-вычислительного комплекса (ПВК) для идентификации линейных систем, учитывающего нелинейные эффекты и позволяющего повысить точность построения математической модели системы. Идентификация будет параметрическая, а используемые методы включают МНК, метод максимального правдоподобия, метод стохастической аппроксимации и вещественный интерполяционный метод.

ПВК будет использоваться как студентами и преподавателями, а также будет иметь дальнейшее развитие. В настоящее время уже существует несколько программно-аппаратных комплексов для идентификации линейных систем, например, существуют программы, основанные на методе наименьших квадратов (МНК), такие как MATLAB System Identification Toolbox и Wolfram SystemModeler. Также существуют другие программы, такие как Dymola и LabVIEW, которые используют различные методы идентификации.

Однако, существующие программы не всегда учитывают нелинейные эффекты, что может приводить к неточностям в моделировании системы. Поэтому, разработка ПВК, способного учитывать нелинейности, является актуальной задачей для научной и инженерной общественности.

В рамках данной работы планируется реализация нескольких методов идентификации, которые будут учитывать нелинейные эффекты, такие как МНК, метод максимального правдоподобия, метод стохастической аппроксимации и вещественный интерполяционный метод. Эти методы будут использоваться для построения математических моделей линейных систем с нелинейными эффектами.

В процессе разработки ПВК будет уделено внимание удобству использования и доступности для студентов и преподавателей. Будет создан интуитивно понятный пользовательский интерфейс, который позволит пользователям легко загружать данные, настраивать параметры и проводить идентификацию.

Полученный ПВК будет использоваться в учебных целях для обучения студентов методам идентификации линейных систем с нелинейными эффектами. Он также может быть использован в научно-исследовательских проектах для построения более точных моделей реальных систем.

Таким образом, разработка нового программно-вычислительного комплекса для идентификации линейных систем с учетом нелинейных эффектов является важной задачей, которая позволит улучшить точность моделирования систем и повысить качество управления.

2 Цели и задачи

Основной целью ПВК является автоматизация решения задач в различных областях науки и техники. Для достижения этой цели необходимо решить следующие задачи:

1. Определить функциональные требования к ПВК.
2. Разработать архитектуру ПВК.
3. Выбрать языки программирования, фреймворки и библиотеки для реализации ПВК.
4. Разработать и реализовать модули ПВК.
5. Протестировать и отладить ПВК.
6. Разработать документацию для ПВК.

3 Архитектура ПВК

Архитектура ПВК должна обеспечивать модульность, масштабируемость и гибкость. ПВК должен состоять из следующих модулей:

- Модуль обработки данных.
- Модуль визуализации данных.
- Модуль управления данными.
- Модуль анализа данных.

4 Выбор языков программирования, фреймворков и библиотек

Для реализации ПВК можно выбрать различные языки программирования, фреймворки и библиотеки в зависимости от требований к ПВК. В данном случае рекомендуется использовать следующие инструменты:

Для разработки пользовательского интерфейса (UI) в Python можно использовать:

- Язык программирования Python.
- Библиотеку PyQt5 для создания графических интерфейсов на языке Python.
- Библиотеку Matplotlib для визуализации данных на языке Python.
- Библиотеку NumPy для работы с массивами и матрицами на языке Python.
- Библиотеку scikit-learn для машинного обучения на языке Python.
- Библиотеку TensorFlow для глубокого обучения и нейронных сетей на языке Python.

Для разработки пользовательского интерфейса (UI) в Matlab можно использовать:

- Функции и инструменты GUI, доступные в MATLAB Guide.

Для реализации идентификации системы в Matlab можно использовать:

- Библиотеку Statistics and Machine Learning Toolbox, которая включает в себя статистические функции и алгоритмы машинного обучения. Например, для задачи классификации можно использовать алгоритм SVM (Support Vector Machines) или дерево решений (Decision Tree) из этой библиотеки.
- Библиотеку Deep Learning Toolbox для решения задач глубокого обучения и нейронных сетей.

5 Сравнительный анализ существующих программно-аппаратных комплексов для идентификации линейных систем

В таблице ниже приведен сравнительный анализ основных функций MATLAB System Identification Toolbox, Wolfram SystemModeler и Scilab Control Engineering Toolbox.

Функция	**MATLAB System Identification Toolbox**	**Wolfram SystemModeler**	**Scilab Control Engineering Toolbox**
Графический интерфейс	Да	Да	Нет
Импорт данных	Да	Да	Да
Предварительная обработка данных	Да	Да	Да
Выбор модели	Да	Да	Да
Определение параметров модели	Да	Да	Да
Проверка качества модели	Да	Да	Да
Симуляция модели	Да	Да	Да
Кодогенерация	Да	Да	Нет
Поддержка систем управления	Да	Да	Да
Поддержка нелинейных моделей	Ограниченная	Да	Да
Поддержка временных рядов	Да	Да	Да
Поддержка обратных связей	Да	Да	Да

Таблица 1: Сравнительный анализ MATLAB System Identification Toolbox, Wolfram SystemModeler и Scilab Control Engineering Toolbox

Как видно из таблицы, все три комплекса предоставляют широкий набор инструментов для идентификации линейных систем, включая импорт данных, выбор и определение параметров модели, проверку качества модели, симуляцию и поддержку систем управления. Кроме того, оба комплекса поддерживают нелинейные модели и временные ряды.

Однако, Wolfram SystemModeler имеет преимущество перед MATLAB System Identification Toolbox в поддержке графического интерфейса и поддержке кодогенерации. Scilab Control Engineering Toolbox также обеспечивает широкий набор функций для идентификации систем, но не поддерживает кодогенерацию.

Таким образом, выбор комплекса зависит от конкретной задачи, требований к интерфейсу и дополнительных условий для проведения идентификации.

6 Параметрическая идентификация

Параметрическая идентификация моделей объектов позволяет оценить значения коэффициентов модели объекта, используя измеряемые значения управляемого и управляющего сигналов. При этом предполагается, что структура и порядок модели уже известны. Измеряемые значения представляются в виде временного ряда, что позволяет оценить параметры АРСС-модели объекта или параметры его дискретной передаточной функции. Зная коэффициенты модели и ее структуру, можно перейти к непрерывным структурированным моделям и моделям в пространстве состояний. Преимуществами параметрической идентификации являются возможность оценить параметры модели объекта с высокой точностью и использование полученной модели для прогнозирования и управления объектом.

Конечная цель параметрической идентификации моделей объектов - получение значений параметров модели объекта, на основе измерений управляющих и измеряемых сигналов объекта.

Для этого предполагается, что структура и порядок модели объекта уже известны. Измеряемые значения y и u представляются в виде временного ряда, поэтому в результате идентификации оцениваются параметры АРСС-модели объекта или параметры его дискретной передаточной функции.

АРСС-модель объекта имеет следующий вид:

$$y(k) = -\sum_{i=1}^{n_a} a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^{n_b} b_i u(k-i) + \sum_{i=1}^{n_c} c_i e(k-i) + e(k) \tag{1}$$

где:

- $y(k)$ - измеряемое значение на выходе объекта в момент времени k
- $u(k)$ - значение управляющего сигнала в момент времени k
- $e(k)$ - шумовой член в момент времени k
- n_a - порядок авторегрессионной (AR) части модели
- n_b - порядок части модели, соответствующей воздействию (B)
- n_c - порядок модели шума (MA)
- a_i, b_i, c_i - коэффициенты модели

где a_i и b_j - коэффициенты модели, $e(k)$ - случайная составляющая.

7 Выбор методов идентификации

7.1 Метод наименьших квадратов (МНК)

Метод наименьших квадратов (МНК) - это метод оценки параметров модели, который используется для идентификации линейной системы с передаточной функцией (ПФ) вида:

$$G(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + ... + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + ... + a_1 s + a_0} \tag{2}$$

Для применения МНК необходимо иметь набор входных и выходных данных системы, измеренных во времени. Для удобства обозначим входную последовательность как $u(t)$ и выходную как $y(t)$.

Идея МНК заключается в том, чтобы минимизировать сумму квадратов ошибок между реальными и предсказанными значениями системы. Предсказанные значения определяются как выход модели с текущими оценками параметров. Ошибки определяются как разница между реальными и предсказанными значениями.

Для оценки параметров модели МНК минимизирует следующую функцию ошибки:

$$J = \sum_{t=1}^{N} (y(t) - \hat{y}(t))^2 \tag{3}$$

где N - количество измерений, $y(t)$ - реальные значения системы, а $\hat{y}(t)$ - предсказанные значения модели.

Чтобы связать параметры модели с входной и выходной последовательностями, мы можем использовать ПФ $G(s)$ и заменить s на оператор задержки z^{-1}:

$$G(z^{-1}) = \frac{b_n z^{-n} + b_{n-1} z^{-n+1} + ... + b_1 z^{-1} + b_0}{a_n z^{-n} + a_{n-1} z^{-n+1} + ... + a_1 z^{-1} + a_0} \tag{4}$$

Затем мы можем переписать $G(z^{-1})$ в виде разложения дробно-рациональной функции:

$$G(z^{-1}) = \frac{b_0}{a_0} + \frac{b_1}{a_0} z^{-1} + \frac{b_2}{a_0} z^{-2} + ... + \frac{b_n}{a_0} z^{-n} \tag{5}$$

Теперь мы можем использовать этот результат, чтобы записать модель в форме уравнения:

$$y(t) = -\frac{a_1}{a_0} y(t-1) - \frac{a_2}{a_0} y(t-2) - ... - \frac{a_n}{a_0} y(t-n) + \frac{b_0}{a_0} u(t) + \frac{b_1}{a_0} u(t-1) + \frac{b_2}{a_0} u(t-2) + ... + \frac{b_n}{a_0} u(t-n) \tag{6}$$

Мы можем рассчитать предсказанные значения модели $\hat{y}(t)$, используя текущие оценки параметров модели. Оценки параметров обозначаются как $\hat{\theta} = [\hat{b}_0, \hat{b}_1, ..., \hat{b}_n, \hat{a}_1, ..., \hat{a}_n]^T$, где T означает транспонирование.

$$\hat{y}(t) = -\frac{\hat{a}_1}{\hat{a}_0} y(t-1) - \frac{\hat{a}_2}{\hat{a}_0} y(t-2) - ... - \frac{\hat{a}_n}{\hat{a}_0} y(t-n) + \frac{\hat{b}_0}{\hat{a}_0} u(t) + \frac{\hat{b}_1}{\hat{a}_0} u(t-1) + \frac{\hat{b}_2}{\hat{a}_0} u(t-2) + ... + \frac{\hat{b}_n}{\hat{a}_0} u(t-n) \tag{7}$$

МНК заключается в нахождении оптимальных оценок параметров $\hat{\theta}$, которые минимизируют функцию ошибки J. Минимизация J может быть достигнута путем решения нормального уравнения:

$$X^T X \hat{\theta} = X^T y \tag{8}$$

где X - матрица регрессоров, состоящая из входных и выходных последовательностей $u(t), u(t-1), ..., u(t-n)$ и $y(t-1), y(t-2), ..., y(t-n)$, y - вектор реальных значений системы.

Для нахождения оптимальных оценок параметров $\hat{\theta}$, необходимо решить систему уравнений, которую можно записать в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} u(n) & u(n-1) & \cdots & u(1) & y(n-1) & y(n-2) & \cdots & y(1-n+1) \\ u(n+1) & u(n) & \cdots & u(2) & y(n) & y(n-1) & \cdots & y(2-n+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u(N-1) & u(N-2) & \cdots & u(N-n) & y(N-n+1) & y(N-n) & \cdots & y(N-2n+2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(n) \\ y(n+1) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix} \tag{9}$$

где N - количество измерений, n - порядок модели, θ - вектор оценок параметров модели.

Матрица регрессоров X и вектор реальных значений системы y могут быть вычислены из измеренных данных. Решение этой системы уравнений дает оптимальные оценки параметров модели $\hat{\theta}$.

После нахождения оптимальных оценок параметров модели $\hat{\theta}$, можно использовать модель для прогнозирования будущих значений системы. Прогнозирование выполняется путем подстановки входных значений в модель и вычисления соответствующих выходных значений.

Кроме того, МНК может быть использован для оценки качества модели, сравнивая реальные и предсказанные значения системы. Для этого используются различные статистические показатели, такие как коэффициент детерминации (R^2), среднеквадратическая ошибка (MSE) и другие.

7.2 Метод максимального правдоподобия (ММП)

Метод максимального правдоподобия (ММП) - это метод оценки параметров модели на основе максимизации функции правдоподобия, т.е. вероятности получения наблюдаемых данных при заданных параметрах модели.

Рассмотрим линейную систему вида:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} \theta_i u(t-i) + e(t), \tag{10}$$

где $y(t)$ - выходная последовательность, $u(t)$ - входная последовательность, θ_i - параметры модели, $e(t)$ - случайная ошибка.

Пусть $y(1), y(2), ..., y(N)$ - наблюдаемые значения выходной последовательности, а
$u(1), u(2), ..., u(N)$ - соответствующие входные значения. Тогда функция правдоподобия для данной модели имеет вид:

$$L(\theta) = \prod_{t=1}^{N} f_{y(t)|y(t-1),...,y(1),u(t),...,u(1)}(y(t)|\theta), \tag{11}$$

где $f_{y(t)|y(t-1),...,y(1),u(t),...,u(1)}$ - условная плотность вероятности для $y(t)$ при заданных значениях $y(t-1), ..., y(1), u(t), ..., u(1)$ и параметрах θ.

Предположим, что случайная ошибка $e(t)$ имеет нормальное распределение с нулевым средним и дисперсией σ^2, т.е. $e(t) \sim N(0, \sigma^2)$. Тогда условная плотность вероятности имеет вид:

$$f_{y(t)|y(t-1),...,y(1),u(t),...,u(1)}(y(t)|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(y(t)-\hat{y}(t))^2}{2\sigma^2}\right), \tag{12}$$

где $\hat{y}(t)$ - прогнозное значение выходной последовательности на момент времени t, которое вычисляется как:

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^{n} \theta_i u(t-i). \tag{13}$$

Тогда функция правдоподобия принимает следующий вид:

$$L(\theta) = \prod_{t=1}^{N} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(y(t)-\hat{y}(t))^2}{2\sigma^2}\right). \tag{14}$$

Логарифмируя функцию правдоподобия, получаем логарифмическую функцию правдоподобия:

$$\ln L(\theta) = \ln \prod_{t=1}^{N} p(y(t)|u(t), \theta) \tag{15}$$

$$= \sum_{t=1}^{N} \ln p(y(t)|u(t), \theta) \quad = \sum_{t=1}^{N} \ln f_{Y|U}(y(t)|u(t), \theta) \; = \sum_{t=1}^{N} \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\Big(-\frac{(y(t)-\hat{y}(t))^2}{2\sigma^2}\Big) \quad = -\frac{N}{2}\ln(2\pi\sigma^2) - \tag{16}$$

где $f_{Y|U}(y(t)|u(t), \theta)$ - функция плотности распределения условной вероятности $p(y(t)|u(t), \theta)$, $\hat{y}(t)$ - выход модели для входа $u(t)$, σ^2 - дисперсия шума.

Максимизация логарифмической функции правдоподобия эквивалентна минимизации среднеквадратичной ошибки (MSE) между выходом модели и реальными значениями:

$$\theta_{ML} = \arg\min_{\theta} MSE(\theta) = \arg\min_{\theta} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} (y(t)-\hat{y}(t))^2 \tag{17}$$

Для нахождения оптимальных параметров модели θ_{ML}, обычно используется метод градиентного спуска или его модификации.

Для применения метода градиентного спуска необходимо найти градиент логарифмической функции правдоподобия по параметрам модели. Обозначим градиент логарифмической функции правдоподобия как $\nabla_\theta L(\theta)$.

Для нахождения градиента можно воспользоваться правилом дифференцирования сложной функции:

$$\nabla_\theta L(\theta) = \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \frac{\partial \ln p(y_n|\theta)}{\partial \theta} \tag{18}$$

Здесь N - количество наблюдений, $p(y_n|\theta)$ - вероятность получения наблюдения y_n при заданных параметрах модели θ.

Далее, с помощью метода градиентного спуска можно итеративно находить оптимальные значения параметров модели θ_{ML}. Итерационный процесс выглядит следующим образом:

$$\theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} - \alpha \nabla_\theta L(\theta^{(k)}) \tag{19}$$

Здесь $\theta^{(k)}$ - текущее значение параметров на k-ой итерации, α - шаг градиентного спуска (learning rate). Шаг градиентного спуска должен быть выбран достаточно малым, чтобы алгоритм сходился, но достаточно большим, чтобы не застрять в локальном минимуме.

Таким образом, метод максимального правдоподобия позволяет найти оптимальные значения параметров модели, при которых вероятность получения наблюдаемых данных максимальна.

7.3 Метод стохастической аппроксимации (МСА)

Метод стохастической аппроксимации (МСА) - это метод численной оптимизации, используемый для решения задач оптимизации, в которых целевая функция недоступна в явном виде, а только по некоторым ее реализациям. Он может быть применен для нахождения оптимальных параметров модели в задачах идентификации линейных систем.

Пусть $y(n)$ - выходная последовательность, а $u(n)$ - входная последовательность линейной системы. Тогда выходная последовательность определяется следующим уравнением:

$$y(n) = \sum_{k=1}^{N} a_k u(n-k) + v(n), \tag{20}$$

где a_k - параметры системы, $v(n)$ - случайная ошибка.

Цель МСА - найти оптимальные значения параметров a_k для минимизации среднеквадратической ошибки (СКО) между выходной последовательностью системы и ее моделью:

$$J(a_1, a_2, ..., a_N) = E[(y(n) - \hat{y}(n))^2], \tag{21}$$

где $\hat{y}(n)$ - оценка выходной последовательности модели, $E[\cdot]$ - математическое ожидание.

Для минимизации СКО используется метод стохастической аппроксимации. Он заключается в том, что значения параметров a_k обновляются на каждой итерации по формуле:

$$a_k(n+1) = a_k(n) - \alpha(n) \frac{\partial J}{\partial a_k(n)}, \tag{22}$$

где $\alpha(n)$ - коэффициент шага, определяющий скорость обучения, $\frac{\partial J}{\partial a_k(n)}$ - градиент функции ошибки.

Градиент функции ошибки можно выразить следующим образом:

$$\frac{\partial J}{\partial a_k(n)} = -2(y(n) - \hat{y}(n))u(n-k). \tag{23}$$

Таким образом, на каждой итерации МСА значения параметров a_k обновляются в соответствии с формулой (22), где градиент функции ошибки вычисляется по формуле (23).

7.4 Вещественный интерполяционный метод (ВИМ)

Вещественный интерполяционный метод является одним из способов идентификации линейной системы на основе переходной функции. Этот метод основан на интерполяции переходной функции системы на некотором множестве точек и последующем вычислении коэффициентов передаточной функции на основе полученных значений.

Для применения вещественного интерполяционного метода необходимо выбрать множество точек интерполяции. Оптимальный выбор точек зависит от особенностей системы и может быть осуществлен различными способами, например, с использованием методов оптимизации или на основе анализа характеристик системы.

После выбора множества точек интерполяции необходимо провести интерполяцию переходной функции системы на этих точках. Для этого можно использовать различные методы интерполяции, например, полиномиальную интерполяцию или интерполяцию сплайнами.

После получения интерполированных значений переходной функции необходимо вычислить коэффициенты передаточной функции. Для этого можно решить систему линейных уравнений, в которую входят коэффициенты передаточной функции и интерполированные значения переходной функции. Решение этой системы позволяет получить математическую модель и ее структуру.

Например, если передаточная функция имеет вид:

$$G(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + ... + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + ... + a_1 s + a_0} \tag{24}$$

То система уравнений может быть записана в виде:

$$\varphi^T \varphi A = \varphi^T W \tag{25}$$

где φ - матрица, состоящая из интерполированных значений переходной функции на выбранных точках, W - вектор, состоящий из значений переходной функции на выбранных точках, A - вектор коэффициентов передаточной функции. Решение этой системы линейных уравнений позволит получить коэффициенты передаточной функции и определить ее структуру.

Матрица φ может быть записана в виде:

$$\varphi = \begin{bmatrix} \varphi_{1,1} & \varphi_{1,2} & \cdots & \varphi_{1,n} \\ \varphi_{2,1} & \varphi_{2,2} & \cdots & \varphi_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{m,1} & \varphi_{m,2} & \cdots & \varphi_{m,n} \end{bmatrix} \tag{26}$$

где $\varphi_{i,j}$ - значение интерполированной переходной функции на i-ой точке для j-ого коэффициента передаточной функции. Размер матрицы φ будет $m \times n$, где m - количество выбранных точек для интерполяции, а n - степень передаточной функции плюс единица.

Для нахождения матрицы A необходимо решить систему линейных уравнений:

$$\varphi^T \varphi A = \varphi^T W \tag{27}$$

Здесь φ - матрица размера $m \times n$, где m - количество выбранных точек интерполяции, а n - порядок передаточной функции, W - вектор-столбец размера $m \times 1$, состоящий из значений переходной функции на выбранных точках.

Перед тем как решить систему, проверьте, что матрица $\varphi^T \varphi$ обратима. Если матрица необратима, это означает, что выбранные точки интерполяции не дают достаточной информации для восстановления коэффициентов передаточной функции.

Если матрица обратима, то решить систему можно с помощью метода наименьших квадратов. Этот метод позволяет найти такой вектор A, который минимизирует сумму квадратов отклонений между интерполированными значениями переходной функции и значениями, полученными с помощью передаточной функции. Формула для решения методом наименьших квадратов имеет вид:

$$A = (\varphi^T \varphi)^{-1} \varphi^T W \tag{28}$$

Здесь $(\varphi^T \varphi)^{-1}$ - обратная матрица для $\varphi^T \varphi$.

После нахождения вектора A, можно записать передаточную функцию в форме, подобной уравнению (1), где $b_0, b_1, ..., b_n$ - коэффициенты числителя, а $a_0, a_1, ..., a_n$ - коэффициенты знаменателя.

После того, как была решена система уравнений, мы получили вектор коэффициентов передаточной функции A. Для определения структуры передаточной функции необходимо проанализировать полученные коэффициенты.

В частности, можно определить порядок системы, используя количество корней знаменателя передаточной функции. Кроме того, можно определить наличие нулей передаточной функции и их расположение в пространстве s. Также можно проанализировать устойчивость системы и ее динамические свойства.

После анализа структуры передаточной функции можно приступать к проектированию системы управления. Для этого можно использовать различные методы, например, корневой метод, метод полюсов и нулей, метод сопряженных переменных и др.

Таким образом, вещественный интерполяционный метод является одним из способов идентификации линейной системы на основе переходной функции. Он позволяет получить математическую модель системы и ее структуру на основе интерполяции переходной функции на выбранных точках и решения системы линейных уравнений. Полученная модель может быть использована для проектирования системы управления и анализа ее свойств.

7.5 Сравнительная характеристика методов идентификации

- Метод наименьших квадратов (МНК)
  - Прост в использовании и имеет простую математическую формулу.
  - Хорошо подходит для моделей с малым количеством параметров.
  - Чувствителен к выбросам и шумам в данных, что может привести к неустойчивым оценкам параметров.
- Метод максимального правдоподобия (ММП)
  - Позволяет оценить параметры модели с максимальной вероятностью получения наблюдаемых данных.
  - Более устойчив к выбросам и шумам, чем МНК.
  - Требует знания вероятностной модели данных и априорных знаний о параметрах модели.
- Метод стохастической аппроксимации (МСА)
  - Позволяет оценить параметры модели, используя итеративный метод на основе стохастической оптимизации.
  - Хорошо подходит для моделей с большим количеством параметров.
  - Может потребовать большого количества вычислительных ресурсов и времени.
- Вещественный интерполяционный метод (ВИМ)
  - Позволяет оценить параметры модели, используя интерполяцию между соседними точками входных и выходных данных.
  - Прост в использовании и не требует сложных математических выкладок.
  - Точность оценок параметров может быть ограничена количеством точек данных и степенью интерполяционного полинома.

В целом, каждый из этих методов имеет свои преимущества и недостатки, и выбор метода зависит от конкретной задачи и особенностей данных. МНК является самым простым и наиболее распространенным методом, но может давать неустойчивые оценки при наличии выбросов в данных. ММП более устойчив к шумам и выбросам, но требует знания вероятностной модели данных и априорных знаний о параметрах модели. МСА хорошо подходит для моделей с большим количеством параметров, но может требовать большого количества вычислительных ресурсов и времени. ВИМ является простым методом, но точность его оценок может быть ограничена количеством точек данных и степенью интерполяционного полинома.

Таким образом, для выбора наиболее подходящего метода идентификации линейных систем необходимо учитывать конкретные условия задачи и особенности данных.