

Koefisien Absorpsi dari Persamaan Maxwell dan Fungsi Dielektrik Kompleks

Persamaan Maxwell dan Persamaan Gelombang

Dalam medium nonmagnetik ($\mu \approx \mu_0$), persamaan Maxwell fungsi frekuensi dapat diubah menjadi persamaan Helmholtz untuk medan listrik:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

dengan:

- ω adalah frekuensi sudut foton,
- c adalah kecepatan cahaya di vakum,
- $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + i\varepsilon_2(\omega)$ adalah fungsi dielektrik medium dalam bentuk besaran kompleks.

Solusi Gelombang Bidang (*Plane Wave*)

Diasumsikan gelombang bidang yang merambat sepanjang arah z :

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(kz - \omega t)}. \quad (2)$$

Substitusi ke dalam persamaan gelombang memberikan:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega). \quad (3)$$

Indeks Bias Kompleks

Secara umum, kita dapat mendefinisikan indeks bias sebagai suatu besaran kompleks:

$$\tilde{n}(\omega) = n(\omega) + ik(\omega), \quad (4)$$

sehingga diperoleh hubungan:

$$\varepsilon(\omega) = \tilde{n}^2 = (n + ik)^2 = n^2 - k^2 + 2ink. \quad (5)$$

Dengan kata lain, kita memiliki bagian riil dan bagian imajiner dari fungsi dielektrik:

$$\varepsilon_1 = n^2 - k^2, \quad \varepsilon_2 = 2nk. \quad (6)$$

Perambatan dalam Medium Absorpsi

Medan listrik dapat ditulis kembali sebagai:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(z, t) &= \mathbf{E}_0 e^{i\left(\frac{\omega}{c}(n+ik)z - \omega t\right)} \\ &= \mathbf{E}_0 e^{i\frac{n\omega}{c}z - i\omega t} e^{-\frac{k\omega}{c}z}.\end{aligned}\quad (7)$$

Sesuai hukum Beer-Lambert, amplitudo medan berkurang secara eksponensial $e^{-\frac{k\omega}{c}z}$, sementara intensitas gelombang (proporsional terhadap $|\mathbf{E}|^2$) berkurang mengikuti:

$$I(z) = I_0 e^{-\alpha z}, \quad \alpha = \frac{2\omega k}{c}.\quad (8)$$

Koefisien α ini dikenal sebagai *koefisien absorpsi*.

Ekspresi α Fungsi ε_1 dan ε_2

Dari hubungan sebelumnya di pers. (6), kita punya:

$$\varepsilon_1 = n^2 - k^2, \quad \varepsilon_2 = 2nk.$$

Dengan menyelesaikan terhadap k , kita peroleh:

$$k = \frac{\varepsilon_2}{2n}.\quad (9)$$

sehingga:

$$\begin{aligned}\alpha(\omega) &= \frac{2\omega k}{c} \\ &= \frac{\omega}{c} \cdot \frac{\varepsilon_2}{n}.\end{aligned}\quad (10)$$

Bentuk Alternatif

Karena $n = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} + \varepsilon_1 \right)}$, kita dapat tuliskan juga:

$$\boxed{\alpha(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{2 \left(\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} - \varepsilon_1 \right)}}.\quad (11)$$

Bentuk ini sering dijumpai dalam literatur optika zat padat dan menunjukkan bahwa koefisien absorpsi hanya bergantung pada bagian riil dan imajiner dari fungsi dielektrik.