Теория вероятности и математическая статистика—1
ФЭН НИУ ВШЭ

Винер Даниил @danya_vin

Версия от 2 сентября 2024 г.

Содержание

1 Дискретное вероятностное пространство. Базовые теоремы вероятности

Определение. $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_k, \ldots\}$ называется *пространством элементарных исходов*, где w_i — элементарный исход

Определение. A — любое подмножество Ω

Определение. Событие называется *достоверным*, если $A = \Omega$

Примечание. К A применимы те же опреации, что используются с множествами:

- $A \setminus B$ — вычитание
- $A \cap B$ — пересечение
- $A \cup B$ — объединение
- $A_c = \overline{A} = \Omega \setminus A$ — дополнение

1.1 Полная группа несовместных событий

Определение. Это такой набор событий, для которого выполняются такие условия:

$$A_i \cap A_j = \varnothing \ \forall i \neq j$$

$$\bigcup_i A_i = \Omega$$

Аксиома. $\forall \omega_i \ \exists p_i \geqslant 0$, при этом $\sum\limits_i p_i = 1$

Следствие. $0 \leqslant p_i \leqslant 1$

Определение. $P(A) = \sum\limits_{w_i \in A} P(w_i)$, где $P(w_i) = p_i$

(Ω, P) — вероятностное пространство в дискретном случае

1.2 Подходы к определению вероятностей

1. Априорный (предварительное знание)
2. Частотный (предел ряда частот)
3. Модельный (математическая модель)

1.3 Классическое определение вероятности

Имеет место, когда исходы равновероятны

Определение.

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\text{число благоприятных исходов}}{\text{количество всех исходов}}$$

1.4 Теорема сложения

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A_1 \cup \ldots \cup A_n) = \sum\limits_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum\limits_{i<j} (A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap \ldots \cap A_n)$

1.5 Условная вероятность

$P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \ \forall B : P(B) > 0$

1.6 Теорема умножения

$P(A_1 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n|A_1 \cdot \ldots \cdot A_{n-1})$