

D37

$$① \quad 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} =$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

② Вычислите определитель

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= 1(0 \cdot 9 - 8 \cdot 6) - 2(4 \cdot 9 - 7 \cdot 6) +$$

$$+ 3(4 \cdot 8 - 7 \cdot 0) = -48 + 12 + 96 =$$

$$= 60$$

$$\det A = 60$$



(3)

3.1 Вычислить матрицу обратную  
данной

$$B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

Находим определитель  
 $\det A = 60$

Находим матрицу миноров

$$M = \begin{vmatrix} -48 & -6 & 32 \\ -6 & -12 & -6 \\ 12 & -6 & -8 \end{vmatrix}$$

$$M_1 = \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = 0 - 48 = -48 \quad M_5 = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = -12$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = -6$$

$$M_6 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = -6$$

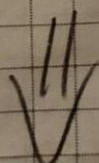
$$M_3 = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 32$$

$$M_7 = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = 12$$

$$M_4 = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = -6$$

$$M_8 = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = -6$$

$$M_9 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = -8$$





Находим алгебраические  
дополнения

$$M = \begin{vmatrix} -48 & -6 & 32 \\ -6 & -12 & -6 \\ 12 & -6 & -8 \end{vmatrix} \Rightarrow B = \begin{vmatrix} -48 & 6 & 32 \\ 6 & -12 & -6 \\ 12 & 6 & -8 \end{vmatrix}$$

$\Downarrow$

Транспонируем

$$B^T = \begin{vmatrix} -48 & 6 & 12 \\ 6 & -12 & -6 \\ 32 & -6 & -8 \end{vmatrix}$$

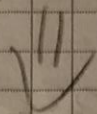
$\Downarrow$

Ответ

$$B^{-1} = \frac{1}{60} \begin{vmatrix} -48 & 6 & 12 \\ 6 & -12 & -6 \\ 32 & -6 & -8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{1}{10} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{10} & -\frac{1}{5} & \frac{1}{10} \\ \frac{8}{15} & \frac{1}{10} & -\frac{2}{15} \end{vmatrix}$$



3.2 Пример матрицы  $4 \times 4$   
ранг которой 1



$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \text{ или } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} \text{ или}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$r(A)$  любой из этих  
матриц = 1

Так как присущее  
элемент отличный от 0 и  
минор второго порядка равен 0



$$M = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 4 = 0$$



4. Вычислить скалярное  
произведение векторов  $(1, 5)$  и  
 $(2, 8)$

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = a \cdot b \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{1 \cdot 2 + 5 \cdot 8}{\sqrt{1^2 + 5^2} \cdot \sqrt{2^2 + 8^2}} =$$

$$= \frac{42}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{68}} = \frac{42}{\sqrt{26 \cdot 68}} = \frac{42}{\sqrt{1768}}$$

$$a = 4 \quad b = 6$$

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = 4 \cdot 6 \cdot \frac{42}{\sqrt{1768}} =$$

$$= \frac{1008}{\sqrt{1768}} \approx 23,9728$$



5. Вычислить смешанное  
произведение векторов:

$$\vec{a}(1, 5, 0), \vec{b}(2, 8, 7), \vec{c}(7, 1, 5, 3)$$

$$\vec{a} \cdot [\vec{b} \times \vec{c}] = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & 8 & 7 \\ 7 & 1,5 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \begin{vmatrix} 8 & 7 \\ 1,5 & 3 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 7 & 1,5 \end{vmatrix} =$$

$$= (8 \cdot 3 - 1,5 \cdot 7) - 5(2 \cdot 3 - 7 \cdot 7) =$$

$$= 13,5 + 238 = 252,5$$



# ДЗ 7 Введение в высшую математику

$$\textcircled{1} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \cdot X = \begin{vmatrix} 12 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$X = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}^{-1} \cdot \begin{vmatrix} 12 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$X = \begin{vmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{1}{10} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{10} & -\frac{1}{5} & \frac{1}{10} \\ \frac{8}{15} & \frac{1}{10} & -\frac{2}{15} \end{vmatrix}^{-1} \cdot \begin{vmatrix} 12 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{46}{5} \\ \frac{9}{10} \\ \frac{97}{15} \end{vmatrix}$$

$$X_{11} = -\frac{4}{5} \cdot 12 + \frac{1}{10} \cdot 2 + \frac{1}{5} \cdot 1 = -\frac{48}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = -\frac{46}{5}$$

$$X_{21} = \frac{1}{10} \cdot 12 - \frac{1}{5} \cdot 2 + \frac{1}{10} \cdot 1 = \frac{12}{10} - \frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

$$X_{31} = \frac{8}{15} \cdot 12 + \frac{1}{10} \cdot 2 - \frac{2}{15} = \frac{96}{15} + \frac{2}{10} - \frac{2}{15} = \frac{97}{15}$$