Практическое задание к теме 2

① Даны два вектора в трехмерном пространстве (10, 10, 10) и (0, 0, −10)
Найти сумму

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} \quad \vec{y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -10 \end{bmatrix} \quad \vec{x} + \vec{y} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

② **Перпендекулярность прямых**

Для перпендекулярных прямых

$tg\,\alpha = \infty$ стремится к бесконечности

Определим уровнения прямых

$$y_1 = 3x + 1$$

$$y_2 = \left(-\frac{1}{3}\right)x + 1$$

Определям $tg\,\alpha$

$$tg\,\alpha = \left|\left(3 + \frac{1}{3}\right) / \left(1 + \left(3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)\right)\right)\right| =$$

$$= \left|\left(3\frac{1}{3}\right) / (1 - 1)\right| = \infty$$

По этому прямые $\perp$

Задание 4

① Плоскость $Ax + By + Cz + D = 0$

Плоскость $A_x + By + Cz = 0$
// изначальной и проходит
через начало координат

② Дано:
Плоскость: $A_1x + B_1y + C_1z + D = 0$
Прямая: $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$

Если прямая пренадлежит
плости то любая точка пренадлежит
пренадлежит плоскости
Соответственно если подставим
координаты точек прямой в
уровнене плоскости и получим
что $A_1x + B_1y + C_1z + D = 0$

то прямая пренадлежит плоскости

если $\neq 0$ то прямая плоскости
не пренадлежит.

Задание 3/3

Доказать, что при ортогональном преобразовании сохраняется расстояние между точками

Формулы преобразования:

$x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}$

$y' = a_{12}x + a_{22}y + a_{23}$

ортогональность соблюдается если

$a_{11}^2 + a_{21}^2 = 1$, $a_{12}^2 + a_{22}^2 = 1$, $a_{11} \cdot a_{12} + a_{21} \cdot a_{22} = 0$

или

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$$

по этому две точки $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ переводятся в точки $A'(x_1', y_1')$, $B'(x_2', y_2')$

и отрезки AB и $A'B'$ равны

$$|A'B'|^2 = [x_2' - x_1']^2 + [y_2' - y_1']^2 +$$

$$+ [a_{11}(x_2 - x_1) + a_{12}(y_2 - y_1)]^2 +$$

$$+ [a_{21}(x_2 - x_1) + a_{22}(y_2 - y_1)]^2 =$$

$$= (a_{11}^2 + a_{11}^2)(x_2 - x_1)^2 + (a_{12}^2 + a_{22}^2)(y_2 - y_1)^2 +$$
$$+ 2(a_{11}a_{12} + a_{12}a_{22})(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) =$$
$$= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = |A_1 B|$$

Урок 4

① Решить уровнение

$\sin(x)/x = 0 \Rightarrow \sin(x) = 0 \Rightarrow$

$x = \pi n \quad n \neq 0$

② Дано 3 прямые, $y = k1 \cdot x + b1$,

$y = k2 \cdot x + b2$, $y = k3 * x + b3$

Узнать пересекаются ли они в одной точке

$$\begin{cases} y = k_1 x + b_1 \\ y = k_2 x + b_2 \\ y = k_3 x + b_3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_1x+b_1=k_2x+b_2=k_3x+b_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{b_2-b_1}{k_1-k_2}=\frac{b_1-b_3}{k_3-k_1}=\frac{b_3-b_2}{k_2-k_3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{b_1-b_2}{b_1-b_3}=\frac{k_1-k_2}{k_1-k_3} \Rightarrow$$

Значит прямые пересекаются в одной точке

3 Про иглу.

Задачи Бюффона
Сам не решил но как решать прочитал