

Lista: Método de Newton e Método do Ponto Fixo

Prof. João Paixão - 25/4/2021

1. Dê um exemplo de uma função $f(x)$ para a qual o método de Newton, com valor inicial x_0 :
 - (a) não acha nenhum zero para qualquer escolha de x_0 ;
 - (b) alterna entre dois valores sem nunca achar um zero para qualquer x_0 ;
 - (c) converge lentamente para um zero, para algum x_0
2. Considere as funções $f_1(x) = e^{x/4}$ e $f_2(x) = 1,982/x$.
 - (a) Invente uma função $g(x)$ cujo o ponto fixo é o ponto de interseção dos gráficos de $y = f_1(x)$ com $y = f_2(x)$
 - (b) Verdadeiro ou falso? A iteração dada por $x_{n+1} = g(x_n)$ é convergente no intervalo $[0, 2]$.
 - (c) Determine uma aproximação numérica, correta até a segunda casa decimal, do ponto fixo de $g(x)$, partindo do ponto $x_0 = 1,3$.
 - (d) Determine uma aproximação numérica, correta até a segunda casa decimal, do ponto de interseção de $y = f_1(x)$ e $y = f_2(x)$, usando o método de Newton, com o ponto de partida $x_0 = 1,3$.
3. Explique como aproximar $\sqrt[3]{43}$ (não precisa calcular!) com o método de Newton e determine um chute inicial problemático.
4. Dê exemplo de um função $f(x)$ tal que $f(x)$ é um polinômio de grau dois para qual o método de Newton alterna entre os valores $x_0 = 1, x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = 2, \dots$.
5. (Desafio) Prove que o método de Newton para achar raízes quadradas sempre converge. Dica: <https://www2.math.upenn.edu/~kazdan/202F13/notes/sqrt-Newton.pdf>