

# METODY NUMERYCZNE

## ZADANIE 13

*Artur Guniewicz*

13 O. Stosując metodę Laguerre'a wraz ze strategią obniżania stopnia wielomianu i wygładzania, znajdź wszystkie rozwiązania równań

$$243z^7 - 486z^6 + 783z^5 - 990z^4 + 558z^3 - 28z^2 - 72z + 16 = 0 \quad (12a)$$

$$z^{10} + z^9 + 3z^8 + 2z^7 - z^6 - 3z^5 - 11z^4 - 8z^3 - 12z^2 - 4z - 4 = 0 \quad (12b)$$

$$z^4 + iz^3 - z^2 - iz + 1 = 0 \quad (12c)$$

**Metoda:** metoda Laguerre'a

Metoda Laguerre'a jest to iteracyjna metoda służąca do numerycznego rozwiązywania równania  $p(x) = 0$  (gdzie  $p(x)$  to wielomian).

Algorytm przebiega następująco:

1. Znajdź początkowe  $z_0$  (wzór z metody Laguerre'a)

$$z_{i+1} = z_i - \frac{nP_n(z_i)}{P'_n(z_i) \pm \sqrt{(n-1)((n-1)[P'_n(z_i)]^2 - nP_n(z_i)P''_n(z_i))}}$$

2. Oblicz miejsce zerowe.
3. Obniż wielomian.
4. Oblicz kolejne miejsce zerowe.
5. Wygładź obliczone miejsce zerowe.
6. Dopóki nie zostaną osiągnięte warunki wyjścia z pętli powrót do punktu 3.

## Kod programu:

```
/*
*****
*
*           Artur Guniewicz - Zadanie 13
*
*
*****
*/

#include <iostream>
#include <fstream>
#include <complex>
#include <cstdlib>
#include <cmath>
#include <iomanip>
#include <vector>
#include <time.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

using namespace std;

const double eps = 1e-12;

typedef complex<double> Complex;
typedef vector<complex<double>> wspolczynniki_w;

Complex WAR_wielomianu(wspolczynniki_w a, Complex z);
Complex Pochodna_w(wspolczynniki_w a, Complex z);
Complex D_Pochodna_w(wspolczynniki_w a, Complex z);
Complex Metoda_Laguerre(wspolczynniki_w a, Complex z);
Complex wygladzanie(wspolczynniki_w &a, Complex z);
void Rozwiaz_r_Kwadratowe(complex<double> a, complex<double> b,
complex<double> c);
void calculate(wspolczynniki_w a);

int main()
{
    srand(time(NULL));
```

```

cout << endl;

cout << setprecision(10) << fixed;

wspolczynniki_w a;

// równanie 13a
double tab1[] = {16, -72, -28, 558, -990, 783, -486, 243};
a.assign(tab1, tab1 + 8);

cout << "Pierwiastki rownania  $243z^7 - 486z^6 + 783z^5 - 990z^4 + 558z^3 - 28z^2 - 72z + 16 = 0$ " << endl << endl;

calculate(a);

cout << endl << endl << endl;

a.clear();

// równanie 13b
double tab2[] = {-4, -4, -12, -8, -11, -3, -1, 2, 3, 1, 1};
a.assign(tab2, tab2 + 11);

cout << "Pierwiastki rownania  $z^{10} + z^9 + 3z^8 + 2z^7 - z^6 - 3z^5 - 11z^4 - 8z^3 - 12z^2 - 4z - 4 = 0$ " << endl << endl;

calculate(a);

cout << endl << endl << endl;

a.clear();

// równanie 13c
Complex a0(1, 0);
Complex a1(0, -1);
Complex a2(-1, 0);
Complex a3(0, 1);
Complex a4(1, 0);
a.push_back(a0);

```

```

a.push_back(a1);
a.push_back(a2);
a.push_back(a3);
a.push_back(a4);

cout << "Pierwiastki rownania  $z^4 + iz^3 - z^2 - iz + 1 = 0$ " << endl
<< endl;

calculate(a);

cout << endl;

a.clear();

return 0;
}

```

Complex WAR\_wielomianu(wspolczynniki\_w a, Complex z)

```

{
    double n = a.size() - 1;
    Complex result = a[n];

    for (double i = n - 1; i >= 0; i--)
        result = result * z + a[i];

    return result;
}

```

Complex Pochodna\_w(wspolczynniki\_w a, Complex z)

```

{
    double n = a.size() - 1;
    Complex result = a[n] * n;

    for (double i = n - 1; i >= 1; i--)
        result = result * z + a[i] * i;

    return result;
}

```

Complex D\_Pochodna\_w(wspolczynniki\_w a, Complex z)

```

{
    double n = a.size() - 1;
    Complex result = a[n] * n * (n - 1);

    for (double i = n - 1; i >= 2; i--)
        result = result * z + a[i] * i * (i - 1);

    return result;
}

```

Complex Metoda\_Laguerre(wspolczynniki\_w a, Complex z)

```

{
    double n = a.size() - 1;

    Complex plus_czy_minus = Pochodna_w(a, z) + sqrt((n - 1) * ((n - 1)
* Pochodna_w(a, z) * Pochodna_w(a, z) - n * WAR_wielomianu(a, z) *
D_Pochodna_w(a, z)));
    Complex minus_czy_plus = Pochodna_w(a, z) - sqrt((n - 1) * ((n - 1)
* Pochodna_w(a, z) * Pochodna_w(a, z) - n * WAR_wielomianu(a, z) *
D_Pochodna_w(a, z)));

    Complex mianownik;

    if (abs(plus_czy_minus) > abs(minus_czy_plus))
        mianownik = plus_czy_minus;

    else
        mianownik = minus_czy_plus;

    Complex licznik = n * WAR_wielomianu(a, z);

    return z - licznik / mianownik;
}

```

Complex wygladzanie(wspolczynniki\_w &a, Complex z)

```

{
    int i;
    wspolczynniki_w tmp;

    for (i = 0; i < a.size(); i++)

```

```

        tmp.push_back(a[i]);

a.resize(a.size() - 1);
a[a.size() - 1] = tmp[a.size()];

for (i = a.size() - 1; i > 0; i--)
    a[i - 1] = tmp[i] + (z * a[i]);

return 0;
}

void Rozwiaz_r_Kwadratowe(complex<double> a, complex<double> b,
complex<double> c)
{
    complex<double> x1, x2, delta;

    complex<double> d(2.0, 0.0);
    complex<double> e(4.0, 0.0);

    delta = (b * b) - (e * a * c);

    x1 = (-b + sqrt(delta)) / (d * a);
    x2 = (-b - sqrt(delta)) / (d * a);

    cout << x1.real() << " + " << x1.imag() << endl;
    cout << x2.real() << " + " << x2.imag() << endl;
}

void calculate(wspolczynniki_w a)
{
    wspolczynniki_w tmp;
    int i;

    for (i = 0; i < a.size(); i++)
        tmp.push_back(a[i]);

    i = 0; // ile iteracji

    while (a.size() > 3)
    {

```

```

i++;

// start z losowych punktów
Complex z0(rand() / ((double)RAND_MAX), rand() /
((double)RAND_MAX));

z0 = Metoda_Laguerre(a, z0);

while (abs(WAR_wielomianu(a, z0)) > eps)
    z0 = Metoda_Laguerre(a, z0);

z0 = Metoda_Laguerre(tmp, z0);

while (abs(WAR_wielomianu(tmp, z0)) > eps)
    z0 = Metoda_Laguerre(tmp, z0);

// Obniżanie stopnia wielomianu
wygladzanie(a, z0);

cout << fixed << z0.real() << " + " << z0.imag() << endl;
}
i++;

// Po "wypłaszczeniu" wielomianu do stopnia 2 rozwiązujemy zwykłe
równanie kwadratowe
Rozwiaz_r_Kwadratowe(a[2], a[1], a[0]);
}

```

## Kompilacja:

g++ Zadanie13.cpp -o Zadanie13 && ./Zadanie13

## Wyniki:

```
Pierwiastki rownania  $243z^7 - 486z^6 + 783z^5 - 990z^4 + 558z^3 - 28z^2 - 72z + 16 = 0$ 
0.3333333333 + 0.0000000000i
0.6666666697 + 0.0000046281i
0.6666704020 + 0.0000001161i
0.6666643214 + -0.0000040288i
-0.0000000000 + -1.4142135624i
-0.0000006992 + 1.4142143827i
-0.3333340273 + -0.0000015356i

Pierwiastki rownania  $z^{10} + z^9 + 3z^8 + 2z^7 - z^6 - 3z^5 - 11z^4 - 8z^3 - 12z^2 - 4z - 4 = 0$ 
0.0000000272 + 1.0000000028i
-0.0000000080 + 0.9999999946i
0.0000000805 + -0.9999999292i
-0.5000000000 + 0.8660254038i
1.4142135624 + -0.0000000000i
-0.0000000043 + -1.0000000294i
-0.5000000000 + -0.8660254038i
0.0000000000 + 1.4142135624i
-0.0000000640 + -1.4142136248i
-1.4142135937 + 0.0000000237i

Pierwiastki rownania  $z^4 + iz^3 - z^2 - iz + 1 = 0$ 
0.9510565163 + 0.3090169944i
-0.9510565163 + 0.3090169944i
0.5877852523 + -0.8090169944i
-0.5877852523 + -0.8090169944i
```