Sprawozdanie

Temat: Teoria gier

Wykonał: Artur Kompała

1. Cel zadania

Celem zadania było rozwiązanie gry dwuosobowej o sumie zerowej zdefiniowanej macierzą wypłat. Wyznaczenie optymalnych strategii dla obu graczy oraz określenie wartości gry przy użyciu metody graficznej (diagramu przesunięć) i algebraicznej.

	Strategia I	Strategia II	Strategia III	Strategia IV	Strategia V
Strategia I	-4	2	0	3	-2
Stategia II	4	-1	0	-3	1

2. Analiza strategii czystych (Punkt siodłowy)

W pierwszym kroku sprawdzono istnienie punktu siodłowego poprzez wyznaczenie kryteriów maximin i minimax.

Dla Gracza 1 (maksymalizacja minimalnych wygranych):

- Minimum w wierszu I: min(-4, 2, 0, 3, -2) = -4
- Minimum w wierszu II: \min(4, -1, 0, -3, 1) = -3
- Maximin:max(-4, -3) = -3

Dla Gracza 2 (minimalizacja maksymalnych strat):

- Maksima w kolumnach: 4, 2, 0, 3, 1
- Minimax: min(4, 2, 0, 3, 1) = 0

	Strategia I	Strategia II	Strategia III	Strategia IV	Strategia V	MIN wiersza
Strategia I	-4	2	0	3	-2	-4
Stategia II	4	-1	0	-3	1	-3
MAX kolmny	4	2	0	3	1	

MAXIMIN	-3
MINIMAX	0

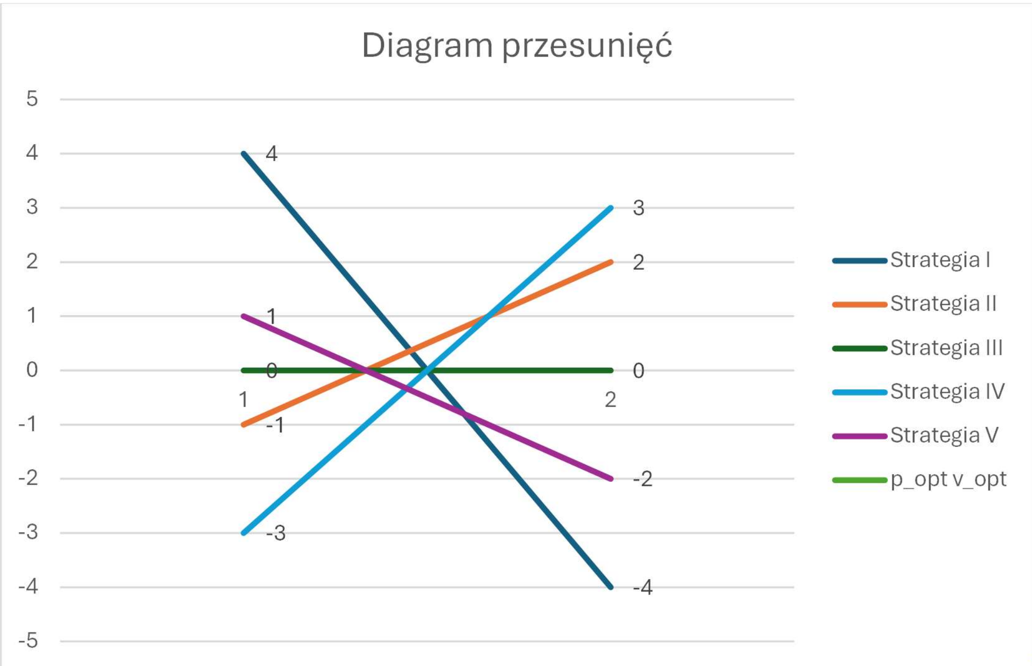
Wniosek: Ponieważ maximin(-3) ≠ minimax(0), gra nie posiada punktu siodłowego w strategiach czystych. Rozwiązanie należy znaleźć w dziedzinie strategii mieszanych.

3. Rozwiązanie metodą graficzną (Diagram przesunięć)

Niech p oznacza prawdopodobieństwo wyboru Strategii I przez Gracza 1, a (1-p) prawdopodobieństwo wyboru Strategii II. Oczekiwane wypłaty Gracza 1 w zależności od strategii Gracza 2 wyrażają się funkcjami liniowymi:

1. Dla strategii I (Gracza 2): E_1(p) = -4p + 4(1-p) = 4 - 8p
2. Dla strategii II (Gracza 2): E_2(p) = 2p - 1(1-p) = 3p - 1
3. Dla strategii III (Gracza 2): E_3(p) = 0p + 0(1-p) = 0
4. Dla strategii IV (Gracza 2): E_4(p) = 3p - 3(1-p) = 6p - 3
5. Dla strategii V (Gracza 2): E_5(p) = -2p + 1(1-p) = 1 - 3p

W celu wyznaczenia strategii optymalnej (maximinowej) dla Gracza 1, należy znaleźć najwyższy punkt tzw. dolnej obwiedni (minimum z powyższych funkcji).



vv

Maksimum dolnej obwiedni znajduje się na przecięciu linii odpowiadających strategiom IV i V Gracza 2.

Maxiumum(p=0.44,v=-0.33)

5. Obliczenia analityczne

Wyznaczenie strategii Gracza 1

Punkt przecięcia prostych E_4(p) i E_5(p):

$$6p - 3 = 1 - 3p$$

$$9p = 4$$

$$p = 4/9 = 0.44$$

Prawdopodobieństwo wyboru Strategii II wynosi:

$$1 - p = 5/9 = 0.55$$

Wyznaczenie wartości gry (v)

Podstawiając p do równania E_5(p):

$$v = 1 – 3 (4/9) = 1 -4/3 = -1/3 = -0.33$$

Wyznaczenie strategii Gracza 2

Ponieważ punkt równowagi wyznaczają strategie IV i V, Gracz 2 odrzuca strategie I, II i III (przypisuje im prawdopodobieństwo 0). Niech q oznacza prawdopodobieństwo wyboru Strategii IV, a (1-q) Strategii V. Aby Gracz 1 był obojętny na wybór swojej strategii, oczekiwana strata Gracza 2 musi być równa dla obu wierszy (ograniczona do aktywnych kolumn IV i V):

Dla Wiersza I: $3q + (-2)(1-q)$

Dla Wiersza II: $-3q + 1(1-q)$

Przyrównujemy:

$$3q - 2 + 2q = -3q + 1 - q$$

$$5q - 2 = 1 - 4q$$

$$9q = 3$$

$$q = 1/3$$

Zatem dla Strategii V: 1 - q = 2/3

6. Wyniki końcowe i wnioski

Wartość gry: v = -1/3 Gra jest niesprawiedliwa, faworyzuje Gracza 2 (oczekiwana wygrana Gracza 1 jest ujemna).

2. Strategia optymalna Gracza 1:

- Strategia I: 4/9
- Strategia II: 5/9

3. Strategia optymalna Gracza 2:

- Strategie I, II, III: 0
- Strategia IV: 1/3
- Strategia V: 2/3