1. (a) Passem la velocitat a l'SI

$$216\,\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\cdot\frac{1000\,m}{1\,\cancel{km}}\cdot\frac{1\,\cancel{h}}{3600\,s}=60\,m/s$$

Ara, podem calcular l'acceleració amb

$$v=v_0+at\rightarrow a=\frac{v-v_0}{t}=\frac{60-0}{10}=6\,m/s^2$$

(b) L'espai recorregut val

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2=0\cdot 10+\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 10^2=300\,m$$

2. (a) Per trobar el temps demanat podríem mirar de resoldre l'equació

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

que amb les dades que ens proporcionen queda

$$\frac{1}{2}3t^2+10t-200=0$$

però és més senzill calcular primer la velocitat final

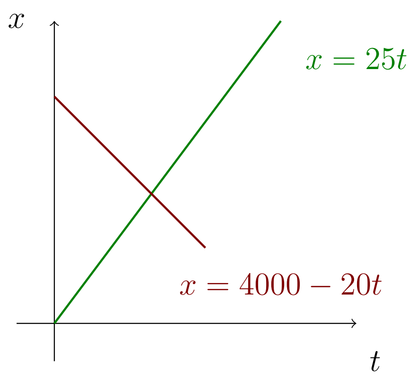
$$v^2=v_0^2+2ax\rightarrow v=\sqrt{v_0^2+2ax}=\sqrt{10^2+2\cdot 3\cdot 200}=36,056\,m/s$$

on hem pres la determinació positiva de l'arrel perquè es tracta d'un moviment horitzontal i només hi ha un mòbil. Ara podem calcular el temps demanat com

$$v=v_0+at\rightarrow t=\frac{v-v_0}{a}=\frac{36,056-10}{3}=8,685\,s$$

(b) Ja calculat a l'apartat anterior.

3. (a) Quan es mouen en sentit contrari no importa quin del dos posem a l'origen (on suposarem que es troba el punt A). Representem la situació i escrivim les equacions del moviment



Plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = 25t \\ x = 4000 - 20t \end{cases}$$

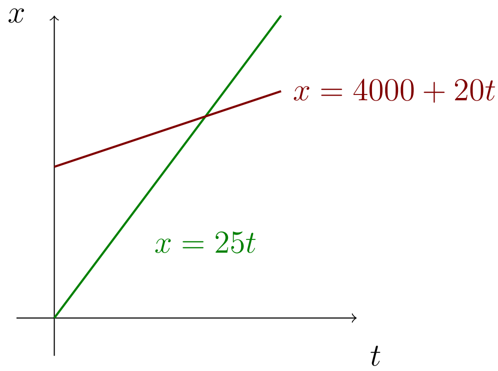
igualant les equacions

$$25t = 4000 - 20t \rightarrow t = \frac{4000}{65} = 61,54\, s$$

i l'espai recorregut des de A

$$x = 25t = 25 \cdot 61,54 = 1538,5\, m$$

(b) Si ara es mouen en el mateix sentit, hem de tenir en compte que el que posem darrera és el que ha d'anar més ràpid per tal que el problema tingui solució



Igual que abans plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = 25t \\ x = 4000 + 20t \end{cases}$$

igualant les equacions

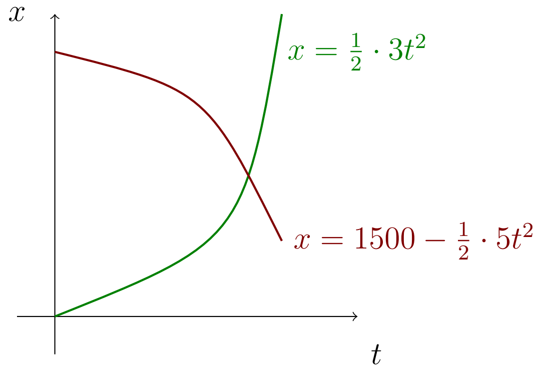
$$25t = 4000 + 20t \rightarrow t = \frac{4000}{5} = 800\, s$$

i la distància recorreguda des del punt A

$$x = 25t = 25 \cdot 800 = 20000\, m$$

4. Resoldrem els dos casos possibles.

(a) Si es mouen en sentit contrari (posem arbitràriament a l'origen de coordenades el que es mou amb acceleració $3\,m/s^2$)



Plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cdot 3t^2 \\ x = 1500 - \frac{1}{2} \cdot 5t^2 \end{cases}$$

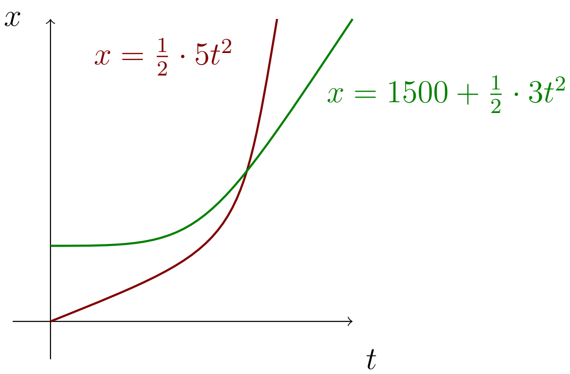
igualant les equacions

$$\frac{1}{2} \cdot 3t^2 = 1500 - \frac{1}{2} \cdot 5t^2 \rightarrow 4t^2 = 1500 \rightarrow t = \sqrt{\frac{1500}{4}} = 19,365\,s$$

i l'espai recorregut des de l'origen de coordenades val

$$x = \frac{1}{2} \cdot 3t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (19,365)^2 = 1538,5\,m$$

(b) Ara, si es mouen en el mateix sentit (hem de preveure de posar darrera el que té més acceleració)



Igual que abans lantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cdot 3t^2 \\ x = 1500 + \frac{1}{2} \cdot 5t^2 \end{cases}$$

igualant les equacions

$$\frac{1}{2} \cdot 3t^2 = 1500 + \frac{1}{2} \cdot 5t^2 \rightarrow t^2 = 1500 \rightarrow t = \sqrt{1500} = 38,73\, s$$

i l'espai recorregut des de l'origen de coordenades val

$$x = \frac{1}{2} \cdot 5t^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (38,73)^2 = 3750\, m$$

5. (a) L'equació del moviment s'escriu com

$$y = 35 + 15t - \frac{1}{2}gt^2$$

i la de la velocitat

$$v = 15 - gt$$

Per calcular el temps que tarda en arribar al terra demanem $y = 0$ en l'equació del moviment

$$0 = 35 + 15t - \frac{1}{2}gt^2$$

d'on

$$gt^2 - 30t - 70 = 0$$

amb solucions

$$t = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 + 4 \cdot 70 \cdot g}}{2 \cdot g}$$

$$t_1 = 4,61\, s \qquad t_2 = -1,55\, s$$

Com que ens interessa l'evolució cap al futur de l'exercici ens quedem amb la solució positiva.

(b) Ara podem calcular amb quina velocitat arriba al terra

$$v = 15 - g \cdot 4,61 = -30,178\, m/s$$

6. (a) Les equacions del moviment són

$$y = 26 + 2t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad y = 25t - \frac{1}{2}gt^2$$

Noteu que la referència de temps i altura és la mateixa per els dos. Llavors, sabem que quan es trobin ho faran a la mateixa altura

$$26 + 2t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2} = 25t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2}$$

d'on

$$23t = 26 \rightarrow t = \frac{26}{23} = 1,13\,s$$

(b) Per calcular l'altura a la que es troben podem fer servir qualsevol de les equacions del moviment

$$y = 25t - \frac{1}{2}gt^2 = 25 \cdot 1,13 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 1,13^2 = 22\,m$$

(c) Amb les equacions de la velocitat

$$v = 2 - gt \qquad v = 25 - gt$$

mirem quin signe té la velocitat en el moment de trobar-se

$$v = 2 - 9,8 \cdot 1,13 \approx -9\,m/s \qquad v = 25 - 9,8 \cdot 1,13 \approx 14\,m/s$$

de forma que, quan es troben, el que es llança des de $26\,m$ d'altura es troba baixant i el que es llança des del terra es troba pujant.

7. (a) Les equacions del moviment i de la velocitat són

$$\begin{cases} x = 20\cos 30^\circ t \\ y = 20\sin 30^\circ t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 20\sin 30^\circ - gt \end{cases}$$

que es poden escriure com

$$\begin{cases} x = 17,32t \\ y = 10t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 10 - gt \end{cases}$$

(b) Per trobar el temps de vol demanem que sigui $y = 0$

$$0 = 10t - \frac{1}{2}gt^2 = t\left(10 - \frac{1}{2}gt\right)$$

d'on

$$\begin{cases} t = 0 \\ 10 - \frac{1}{2}gt = 0 \rightarrow t = \frac{20}{g} = \frac{20}{9{,}8} = 2{,}04\,s \end{cases}$$

(c) Ara, podem calcular l'abast màxim com

$$x = 17,32t = 17,32 \cdot 2,04 = 35,33\,m$$

(d) Per calcular l'altura màxima trobem el temps que tarda a arribar a dalt de tot, la condició és $v_y = 0$, llavors

$$0 = 10 - gt \rightarrow t = \frac{10}{g} = \frac{10}{9,8} = 1,02\,s$$

ara posem aquest valor del temps a l'equació del moviment que controla la y

$$y(1,02) = 10 \cdot 1,02 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 1,02^2 = 5,1\,m$$

8. (a) Les equacions del moviment i la velocitat són

$$\begin{cases} x = 40\cos 45^\circ t \\ y = 30 + 40\sin 45^\circ t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 40\sin 45^\circ - gt \end{cases}$$

que es poden escriure com

$$\begin{cases} x = 28,28t \\ y = 30 + 28,28t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 28,28 - gt \end{cases}$$

(b) Calculem el temps de vol demanant $y = 0$

$$0 = 30 + 28,28t - \frac{1}{2}gt^2$$

reescrivint l'equació

$$gt^2 - 56,57t - 60 = 0$$

d'on

$$t = \frac{56,57 \pm \sqrt{56,57^2 + 4 \cdot g \cdot 60}}{2g}$$

amb solucions $t_+ = 6,688\,s \quad t_- = -0,915\,s$. Com ja sabem, la solució t_+ correspon al temps de vol.

(c) Tot seguit podem calcular l'abast màxim

$$x = 28,28 \cdot 6,688 = 189,13\,m$$

(d) Per calcular l'altura màxima, trobem el valor del temps pel qual es troba a la part més alta de la trajectòria

$$\frac{t_+ + t_-}{2} = \frac{6,688 + (-0,915)}{2} = 2,89\,s$$

llavors

$$y(1,1925) = 30 + 28,28 \cdot 1,1925 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (1,1925)^2 = 56,76\,m$$

També podíem haver demanat $v_y = 0$

$$0 = 28,28 - gt \rightarrow t = \frac{28,28}{g} = \frac{28,28}{9,8} = 2,89\,s$$

9. (a) Trobem la velocitat angular en l'SI.

$$7200\,rpm = 7200\,\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}} \cdot \frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} = 240\pi\,rad/s$$

Trobem l'acceleració angular

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{240\pi - 0}{3} = 80\pi\,rad/s^2$$

(b) Calculem l'espai angular en radians

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 80\pi \cdot 3^2 = 360\pi\,rad$$

llavors les voltes s'obtenen com

$$360\pi\,\cancel{rad} \cdot \frac{1\,rev}{2\pi\,\cancel{rad}} = 180\,rev$$

(c) Fem servir l'equació de la velocitat

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + 80\pi \cdot 1 = 80\pi\,rad/s$$

(d) Finalment, l'acceleració centrípeta al cap d'un segon

$$a_c = \omega^2 R = (80\pi)^2 \cdot R = (251,33 \cdot R)\,m/s^2$$

a l'enunciat no es donava el radi del disc.