1. a) L'àrea total del quadrat val b^2 i a partir del diagrama es dedueixen les equacions

$$S_1 = 2S_2$$
$$S_3 = 2S_2$$
$$2S_3 + 4S_2 = \frac{b^2}{2}$$

llavors

$$4S_2 + 4S_2 = \frac{b^2}{2} \rightarrow S_2 = S_5 = \frac{b^2}{16} = \frac{25^2}{16} = 39,0625\,cm^2$$

$$S_6 = S_7 = \frac{b^2}{4} = \frac{25^2}{4} = 156,25\,cm^2$$

i finalment

$$S_1 = S_3 = S_4 = \frac{b^2}{8} = \frac{25^2}{8} = 78,125\,cm^2$$

La suma total val

$$2 \cdot \frac{b^2}{16} + 3 \cdot \frac{b^2}{8} + 2 \cdot \frac{b^2}{4} = \frac{2b^2 + 6b^2 + 8b^2}{16} = \frac{16b^2}{16} = b^2$$

b) En quant als perímetres tenim

$$P_1 = \frac{b}{2} + \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = b + \frac{b}{2}\sqrt{2}$$

$$P_2 = P_5 = \frac{b}{2} + 2 \cdot \frac{b\sqrt{2}}{4} = \frac{b}{2} + \frac{b\sqrt{2}}{2}$$

$$P_3 = P_4 = \frac{b\sqrt{2}}{4} \cdot 4 = b\sqrt{2}$$

$$P_6 = P_7 = b + 2 \cdot \frac{b\sqrt{2}}{2} = b + b\sqrt{2}$$

i el perímetre total tallat

$$P = b\left(4 + 11\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2,945\,m$$

c) El cost de producció és

$$\begin{aligned} c &= c_1 S + c_2 P = 13,5 \cdot S + 0,85 \cdot P \\ &= 13,5 \cdot 0,25^2 + 0,85 \cdot 2,945 \\ &= 3,347\,€ \end{aligned}$$

Si comprem les peces ja fabricades

$$c' = 0,65 \cdot 5 + 0,95 \cdot 2 = 5,15\,€$$

* * *

2. a) A partir del dibuix és fàcil calcular

$$n_T = 12 \qquad P_T = 12 \cdot 3b = 12 \cdot 3 \cdot 0,3 = 10,8\,m$$

b) També a partir del dibuix

$$n_R = 6 \qquad P_T = 6 \cdot 4b = 6 \cdot 4 \cdot 0,3 = 7,2\,m$$

c) És immediat veure que

$$P_E = 12b = 3,6\,m$$

d) Per calcular l'àrea total de l'estrella tant és la figura base que prenem. Si ho fem amb els triangles. L'altura del triangle equilàter es pot trobar a partir de

$$h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = b^2 \rightarrow h^2 = b^2 - \frac{b^2}{4} \rightarrow h = \frac{b\sqrt{3}}{2}$$

Llavors l'àrea de l'estrella és

$$S = \frac{b}{2}h = \frac{b}{2} \cdot \frac{b\sqrt{3}}{2} \cdot 12 = 3b^2\sqrt{3} = 0,46765\,m^2$$

Ara, el cost segons el tall serà

- Tallant triangles

$$c = c_1 S + c_2 P_T = 15 \cdot 0,46765 + 0,6 \cdot 10,8 = 13,495\,€$$

- Tallant rombes

$$c = c_1 S + c_2 P_R = 15 \cdot 0,46765 + 0,6 \cdot 7,2 = 11,335\,€$$

- Tallant el perfil de l'estrella

$$c = c_1 S + c_2 P_E = 15 \cdot 0,46765 + 1,4 \cdot 3,6 = 12,055\,€$$

per tant, surt més a compte fer servir rombes per construir l'estrella.

* * *

3. a) Separem la figura en tres peces: un prisma de dimensions

$$L_1L_3L_4 = 15 \cdot 40 \cdot 120 = 72000\,mm^3 = 7,2 \cdot 10^{-5}\,m^3$$

una peça en forma de falca de volum

$$\frac{(L_4 - 2L_2)(L_3 - L_1)}{2} \cdot L_3 = \frac{(120 - 2 \cdot 30) \cdot (40 - 15)}{2} \cdot 40 = 3 \cdot 10^{-5}\,m^3$$

i un altre prisma de volum

$$L_2L_3(L_3 - L_1) = 30 \cdot 40 \cdot (40 - 15) = 3 \cdot 10^{-5}\,m^3$$

llavors el volum total és

$$V = 7,2 \cdot 10^{-5} + 3 \cdot 10^{-5} + 3 \cdot 10^{-5} = 1,32 \cdot 10^{-4}\,m^3$$

i la massa $m = \rho V = 1250 \cdot 1,32 \cdot 10^{-4} = 0,165\,kg$
b) Igualem el volum total del objecte al d'un cilindre de secció la del filament i longitud L

$$\pi \left(\frac{3 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2 \cdot L = 1,32 \cdot 10^{-4} \to L = \frac{1,32 \cdot 10^{-4} \cdot 4}{\pi(3 \cdot 10^{-3})^2} = 18,67\,m$$

c) La forma més senzilla d'imprimir l'objecte és fer-ho *de costat* és a dir depositar capes que tinguin totes la mateixa forma. Hem de calcular quantes capes de gruix $0,2\,mm$ calen per omplir l'amplada L_3

$$\frac{40\,mm}{0,2\,mm} = 200\,capes$$

* * *

4. a) Com que l'altura del prisma ha de ser $300\,mm$ no es podrà construir apilant quadrats retallats del tauler de $14\,mm$ ja que 300 no és divisible entre 14 i per tant no podem fer servir un nombre enter de quadrats de gruix $14\,mm$. En canvi, $300/12 = 25$ cosa que vol dir que podem fer servir el tauler de $12\,mm$ de gruix per construir el prisma a base de quadrats d'aquest gruix i en necessitarem 25.

En resum:

- Del tauler de gruix $e_1 = 12\,mm$ retallarem 25 quadrats de costat $140\,mm \times 140\,mm$.
- Del tauler de gruix $e_2 = 14\,mm$ retallarem 10 rectangles de costats $140\,mm \times 300\,mm$.

b) Utilitzant el tauler de gruix e_1, el perímetre total retallat serà

$$P_1 = 140 \cdot 4 \cdot 25 = 14000\,mm$$

Si fem servir el de gruix e_2, el perímetre total retallat serà

$$P_2 = 10 \cdot (140 \cdot 2 + 300 \cdot 2) = 8800\,mm$$

c) En el primer cas l'àrea utilitzada total és

$$S_1 = 140 \cdot 140 \cdot 25 = 490000\,mm^2$$

En el segon cas l'àrea val

$$S_2 = 140 \cdot 300 \cdot 10 = 420000\,mm^2$$

d) En el primer cas el cost és

$$c_1 = 0,7P_1 + 3,2S_1 = 0,7 \cdot 14 + 3,2 \cdot 0,49 = 11,37\,€$$

En el segon cas el cost és

$$c_2 = 0,7P_2 + 4,8S_2 = 0,7 \cdot 8,8 + 4,8 \cdot 0,42 = 8,176\,€$$

* * *

5. a) En funció dels paràmetres de l'exercici

$$S = 5 \cdot \frac{bh_1}{2} + 5 \cdot \frac{bh_2}{2} = \frac{5b}{2} \cdot (h_1 + h_2) = \frac{5 \cdot 0,455}{2} \cdot (0,7 + 0,313) = 1,1523\,m^2$$

b) En quant al perímetre total tallat

$$\begin{aligned} P_1 &= 5\left[b + 2\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h_1^2} + b + 2\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h_2^2}\right] \\ &= 5\left[b + 2\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h_1^2} + b + 2\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h_2^2}\right] \\ &= 5\left[0,455 + 2\sqrt{\left(\frac{0,455}{2}\right)^2 + 0,7^2} + 0,455 + 2\sqrt{\left(\frac{0,455}{2}\right)^2 + 0,313^2}\right] \\ &= 15,78\,m \end{aligned}$$

c) El perímetre de l'estrella val

$$P_2 = 5 \cdot 2\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h_1^2} = 5 \cdot 2\sqrt{\left(\frac{0,455}{2}\right)^2 + 0,7^2} = 7,36\,m$$

d) El cost segons l'opció triada val

$$C_1 = c_1 S + c_2 P_1 = 10 \cdot 1,1523 + 0,5 \cdot 15,78 = 19,413€$$

$$C_2 = c_1 S + c_2 P_2 = 10 \cdot 1,1523 + 1,3 \cdot 7,36 = 21,091€$$

resulta més econòmic tallar tots els triangles petits.

* * *

6. a) A partir de la geometria del dibuix

$$L = L_1 + L_3 + \sqrt{L_1^2 + L_3^2} = 0,8 + 0,5 + \sqrt{0,8^2 + 0,5^2} = 2,243m$$

En quant al temps que cal per tallar la planxa

$$L = v_{tall} \cdot t \to t = \frac{L}{v_{tall}} = \frac{2,243}{0,012} = 186,9\,s$$

b) Per calcular el percentatge d de material que es llença (el corresponent al triangle)

$$d = \frac{A_\triangle}{A_\square} = \frac{\frac{L_1 L_3}{2}}{L_2 L_4} = \frac{\frac{0,8 \cdot 0,5}{2}}{1 \cdot 0,7} = 0,2857 = 28,57\,\%$$

c) Per calcular la massa

$$m = \rho V = \rho A e = \rho L_2 L_4 e(1-0,2857) = 7800 \cdot 1 \cdot 0,7 \cdot 0,004(1-0,2857) = 15,6\,kg$$

* * *

7. a) Calculem l'àrea (subdividim el trapezi en un rectangle i un triangle) i el perímetre de la figura

$$S = L_2 L_3 + \frac{(L_1 - L_2)L_3}{2} = 0,22\,m^2$$

$$P = L_1 + L_2 + L_3 + \sqrt{(L_1 - L_2)^2 + L_3^2} = 2\,m$$

Ara podem calcular el preu de venda

$$v = c_1 S + c_2 P = 8 \cdot 0,22 + 0,5 \cdot 2 = 2,76\,€$$

BY NC ND

b) En quant a la massa

$$m = \rho V = \rho S e = 700 \cdot 0,22 \cdot 0,010 = 1,54\,kg$$

on hem fet servir la densitat en kg/m^3

$$0,7 \frac{kg}{dm^3} \cdot \frac{1000\,dm^3}{1\,m^3} = 700\,\frac{kg}{m^3}$$

* * *

8. a) A l'enunciat no està clar, però suposem que les dimensions de la planxa de la que es retalla el marc excedien amb escreix les del marc. D'una altra manera potser ens podíem haver estalviar algun tall (no el de les cantonades).

$$L_{ext} = 2b + 2h + 2\pi r_{ext} = 2 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,2 + 2\pi \cdot 0,1 = 1,82832\,m$$

$$L_{int} = 2b + 2h + 2\pi r_{int} = 2 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,2 + 2\pi \cdot 0,05 = 1,51416\,m$$

b) A partir de l'equació $L = vt$ podem calcular

$$t = \frac{L}{v} = \frac{L_{ext} + L_{int}}{v} = \frac{1,82832 + 1,51416}{5} = 0,6685\,minuts = 40,1\,s$$

c) Per calcular la massa del marc hem de saber primer la seva àrea, considerem els rectangles d'àrea

$$\begin{aligned} A &= 2b(r_{ext} - r_{int}) + 2h(r_{ext} - r_{int}) \\ &= 2(r_{ext} - r_{int})(b + h) \\ &= 2(0,1 - 0,05)(0,4 + 0,2) \\ &= 0,06\,m^2 \end{aligned}$$

i el de l'anella que es pot formar amb les cantonades sobreres

$$A' = \pi r_{ext}^2 - \pi r_{int}^2 = \pi(r_{ext}^2 - r_{int}^2) = \pi \cdot (0,1^2 - 0,05^2) = 0,023562\,m^2$$

llavors

$$m = \rho V = \rho(A + A')e = 8030 \cdot (0,06 + 0,023562) \cdot 0,01 = 6,71\,kg$$

9. a) Per calcular el pes fem

$$P = mg = \rho g V = \rho g A e$$

l'àrea es calcula com

$$\begin{aligned} A &= (b-2r)(h-2r) + 2(b-2r)r + 2(h-2r)r + \pi r^2 \\ &= bh - \cancel{2br} - \cancel{2hr} + \cancel{4r^2} + \cancel{2br} + \cancel{2hr} - \cancel{4r^2} - 4r^2 + \pi r^2 \\ &= 1,4 \cdot 0,7 - 4 \cdot 0,1^2 + \pi \cdot 0,1^2 \\ &= 0,97\, m^2 \end{aligned}$$

llavors

$$P = \rho g A e = 680 \cdot 9,8 \cdot 0,97 \cdot 0,022 = 142,4\, N$$

b) La longitud del perímetre és

$$\begin{aligned} L &= 2(b-2r) + 2(h-2r) + 2\pi r \\ &= 2b + 2h - 8r + 2\pi r \\ &= 2 \cdot 1,4 + 2 \cdot 0,7 - 8 \cdot 0,1 + 2\pi \cdot 0,1 \\ &= 4,028\, m \end{aligned}$$

c) Finalment, la quantitat de vernís necessari (tenim en compte que s'ha d'envernissar les dues cares)

$$6 \cdot 0,97\, m^2 \cdot \frac{1\, l}{15\, m^2} = 0,388\, l$$