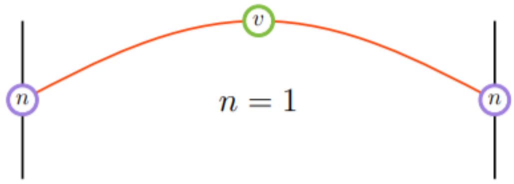
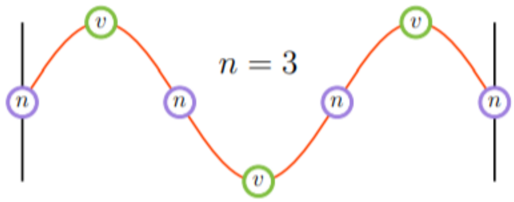
1. (a) El primer harmònic, o fonamental, es pot representar com



La longitud d'ona que li correspon es pot calcular directament donat que és

$$\lambda_1 = 2L = 2 \cdot 0,325 = 0,65\, m$$

En quant al tercer harmònic



La longitud d'ona d'aquest harmònic es pot calcular adonant-nos que és

$$1,5\lambda_2 = L \rightarrow \lambda_2 = \frac{L}{1,5} = \frac{0,325}{1,5} = 2,17 \cdot 10^{-1}\, m$$

La velocitat de propagació no depèn del mode de vibració. La podem calcular a partir de la informació que tenim pel primer harmònic

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} \rightarrow v = \lambda f = 0,65 \cdot 38,89 = 25,28\, m/s$$

Si la longitud de la corda és ara de $27\, cm$ la freqüència del fonamental es pot calcular com

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{25,28}{2 \cdot 0,27} = 46,81\, Hz$$

on hem tingut en compte, d'acord amb l'esquema del principi d'aquest document, que pel fonamental és $\lambda = 2L$.

(b) A partir de

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

calculem la intensitat

$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{30}{10}} = 10^{-9}\, W/m^2$$

llavors la potència es pot calcular com

$$P = IS = I \cdot 4\pi r^2 = 10^{-9} \cdot 4\pi \cdot 23^2 = 6,65 \cdot 10^{-6}\, W$$

Si ara el nombre de violinistes es redueix a la meitat la intensitat emesa quedarà dividida entre dos, de forma que la intensitat sonora serà

$$\beta' = 10 \log \frac{I'}{I_0} = 10 \log \frac{\frac{1}{2}I}{I_0} = 10 \left[\log \frac{1}{2} + \log \frac{I}{I_0} \right] = 10 \log \frac{1}{2} + 10 \log \frac{I}{I_0}$$

llavors

$$\beta' = 10 \log \frac{1}{2} + 30 = 26,99 \approx 27\, dB$$

2. (a) Per un violí tenim

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

mentre que per cinc

$$\beta' = 10 \log \frac{I'}{I_0} = 10 \log \frac{5I}{I_0} = 10 \left[\log 5 + \log \frac{I}{I_0} \right] = 10 \log 5 + \beta$$

de forma que el nivell d'intensitat sonora ha augmentat en

$$10 \log 5 = 6,99 \approx 7\, dB$$

Notem que aquest és increment és independent del nivell de sonoritat inicial β.

(b) Escrivim senzillament

$$76,98 = \beta'' = 10 \log \frac{5I''}{I_0}$$

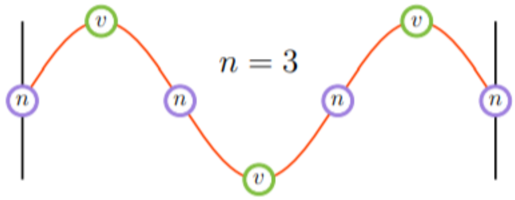
d'on

$$\log \frac{5I''}{I_0} = 7,698$$

i aplicant la definició de logaritme

$$\frac{5I''}{I_0} = 10^{7,698} \rightarrow I'' = \frac{I_0 \cdot 10^{7,698}}{5} = \frac{10^{-12} \cdot 10^{7,698}}{5} = 9,98 \cdot 10^{-6}\, W/m^2$$

3. (a) L'esquema és



a partir d'ell calculem primer la longitud d'ona

$$1,5\lambda = L \rightarrow \lambda = \frac{L}{1,5} = \frac{0,6}{1,5} = 0,4\,m$$

ara podem calcular la velocitat de propagació de l'ona per la corda com

$$v = \lambda f = 0,4 \cdot 200 = 80\,Hz$$

Per calcular la velocitat màxima al centre de la corda suposarem una equació per l'ona de la forma

$$y(t) = 2A \sin kx \cos \omega t$$

la velocitat de vibració dels punts de la corda serà

$$v(t) = \frac{\partial y(t)}{\partial t} = -2A\omega \sin kx \sin \omega t$$

tenint en compte que estem en un ventre ($|\sin kx| = 1$) serà

$$v(t) = -2A\omega \cos \omega t$$

de forma que el valor màxim en aquestes condicions és

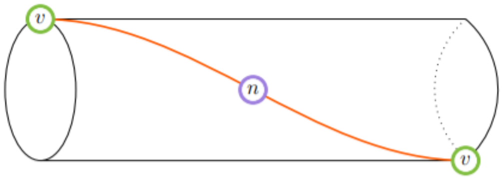
$$v_{max} = \pm 2A\omega$$

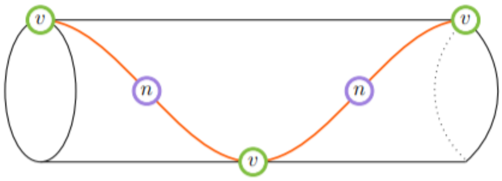
i com sabem que $2A = 0,02\,m$ podem escriure

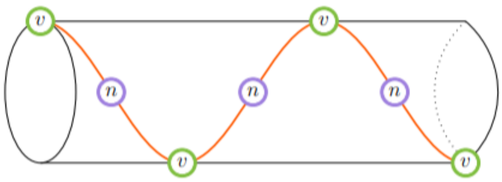
$$v_{max} = \pm 0,02 \cdot 2\pi \cdot 200 = 25,13\,m/s$$

(b) Com la corda mesura $60\,cm$, i queda dividida en tres parts iguals pels quatre nodes, és trivial veure que a $10\,cm$ tenim un ventre, que tindrà una amplitud d'oscil·lació de $0,02\,m$ (igual que el ventre central) i que a $20\,cm$ trobarem un node, que té amplitud d'oscil·lació zero.

4. (a) Els tres primers harmònics en un tub obert pels dos extrems es poden representar com







Trobem la longitud d'ona que correspon a cada harmònic. Pel primer veiem que es compleix

$$\frac{1}{2}\lambda_1 = L \to \lambda_1 = 2 \cdot 0,700 = 1,40\,m$$

pel segon

$$\lambda_2 = L = 0,700\,m$$

i pel tercer

$$1,5\lambda_3 = L \to \lambda_3 = \frac{L}{1,5} = \frac{0,700}{1,5} = 0,467\,m$$

A partir de

$$v = \lambda f$$

i tenint en compte que la velocitat de les ones dins la flauta és la del so a l'aire, les freqüències de cada harmònic seran

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{340}{1,40} = 242,86\,Hz$$

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{340}{0,700} = 485,71\,Hz$$

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{340}{0,467} = 728,05\,Hz$$

(b) Per una flauta tenim

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

mentre que per tres

$$\beta' = 10 \log \frac{I'}{I_0} = 10 \log \frac{3I}{I_0} = 10 \left[\log 3 + \log \frac{I}{I_0} \right] = 10 \log 3 + \beta$$

d'on

$$\beta' = 10 \log 3 + 65 = 69,77\,dB$$