1. Sistemes de numeració.

Com a regla general, si no ens diuen el contrari, en aquelles conversions de part decimal d'un nombre en base 10 a binari ens quedarem amb tres *bits* per cada xifra del nombre original. De tota manera als exercicis resolts aquí es calcularan totes les xifres.

1. (a)
$$100110_2 = 2^5 + 2^2 + 2 = 38_{10}$$

(b)
$$110011_2 = 2^5 + 2^4 + 2 + 1 = 51_{10}$$

(c)
$$110111_2 = 2^5 + 2^4 + 2^2 + 2 + 1 = 55_{10}$$

(d)
$$1001, 10_2 = 2^3 + 1 + 2^{-1} = 9, 5_{10}$$

(e)
$$101010110,001_2 = 2^8 + 2^6 + 2^4 + 2^2 + 2 + 2^{-3} = 342,125_{10}$$

2. (a)
$$93_{10} \longrightarrow$$

$$93_{10} = 1011101_2$$

(b)
$$647_{10} \longrightarrow$$

$$647_{10} = 1010000111_2$$

(c)
$$310_{10} \longrightarrow$$

$$310_{10} = 100110110_2$$

(d)
$$131_{10} \longrightarrow$$

$$\begin{array}{c|cccc}
4 & 2 & 2 & 2 \\
0 & 2 & 0 & 1
\end{array}$$

$$131_{10} = 10000011_2$$

(e)
$$258, 75_{10} \longrightarrow$$

$$258_{10} = 100000010_2$$

$$0,75 \times 2 = 1,5 \ge 1 \Rightarrow 1$$
$$0,5 \times 2 = 1 > 1 \Rightarrow 1$$

$$0,75_{10}=0,11_2 \rightarrow 258,75_{10}=10000010,11_2$$

(f) $1,625_{10} \longrightarrow$

$$0,625 \times 2 = 1,25 \ge 1 \Rightarrow 1$$
$$0,25 \times 2 = 0,5 < 1 \Rightarrow 0$$
$$0,5 \times 2 = 1 \ge 1 \Rightarrow 1$$
$$1,625_{10} = 1,101_{2}$$

(g)
$$19,3125_{10} \longrightarrow$$

$$19_{10} = 10011_2$$

$$0,3125 \times 2 = 0,625 < 1 \Rightarrow 0$$

$$0,625 \times 2 = 1,25 \ge 1 \Rightarrow 1$$

$$0,25 \times 2 = 0,5 < 1 \Rightarrow 0$$

$$0,5 \times 2 = 1 \ge 1 \rightarrow 1$$

$$19,3125_{10} = 10011,0101_{2}$$

3. (a)
$$13_{16} = 1 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 = 19_{10}$$

(b)
$$65_{16} = 6 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0 = 101_{10}$$

(c)
$$3F0_{16} = 3 \cdot 16^2 + F \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0 = 3 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0 = 1008_{10}$$

(d)
$$D0CE_{16} = D \cdot 16^3 + 0 \cdot 16^2 + C \cdot 16^1 + E \cdot 16^0 = 13 \cdot 16^3 + 0 \cdot 16^2 + 12 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 = 53454_{10}$$

(e)
$$0, 2_{16} = 0 \cdot 16^0 + 2 \cdot 16^{-1} = 0, 125_{10}$$

(f)
$$12, 9_{16} = 1 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0 + 9 \cdot 16^{-1} = 18,5625_{10}$$

(g)
$$F1, A_{16} = F \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 + A \cdot 16^{-1} = 15 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 + 10 \cdot 16^{-1} = 241,625_{10}$$

(h)
$$C8, D_{16} = C \cdot 16^1 + 8 \cdot 16^0 + D \cdot 16^{-1} = 12 \cdot 16^1 + 8 \cdot 16^0 + 13 \cdot 16^{-1} = 200, 8125_{10}$$

4. (a)

$$3, A2_{16} \rightarrow 0011, 1010\ 0010_2 \rightarrow 011, 101\ 000\ 100_2 \rightarrow 3, 504_8 \rightarrow$$

 $\rightarrow 3, 6328125_{10}$

(b)
$$1B1, 9 \to 0001\ 1011\ 0001, 1001_2 \to 110\ 110\ 001, 100\ 100_2 \to \\ \to 661, 44_8 \to 433, 5625_{10}$$

5. (a) Podem passar el nombre a base 10, després a binari i d'allà és trivial obtenir el nombre en hexadecimal

$$204231, 134_5 =$$

$$2 \cdot 5^5 + 0 \cdot 5^4 + 4 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 + 1 \cdot 5^{-1} + 3 \cdot 5^{-2} + 4 \cdot 5^{-3} = 6816, 352_{10}$$

Part entera

6816

$$= {\color{red}0001\ 1010\ 1010\ 0000_2} = 1 AA0_{16}$$

Part decimal

$$0,352_{10} = 0,0101\ 1010\ 0001\ 1100\ 1010\ 1100\ 0000$$

$$1000\ 0011\ 0001\ 0010\ 0110\ 1110\ 1000$$

$$=0,5A1CAC083126E8_{16}$$

$$204231, 1345_5 = 1A9F, 5C28F_{16}$$

Alternativament, passem a base 10 i després amb mètodes vistos en exercicis anteriors, a hexadecimal

Part entera

$$204231_{10} = 31DC7_{16}$$

Part decimal

$$0,36_{10} = \overline{5C28F}...16$$

(b)
$$165433_7 = 1 \cdot 7^5 + 6 \cdot 7^4 + 5 \cdot 7^3 + 4 \cdot 7^2 + 3 \cdot 7^1 + 3 \cdot 7^0 = 33148_{10}$$

$$33148_{10} = 817C_{16}$$

- 6. (a) $62 \rightarrow 0110\ 0010$
 - (b) $25 \to 0010\ 0101$
 - (c) $274 \rightarrow 0010\ 0111\ 0100$
 - (d) $284 \rightarrow 0010\ 1000\ 0100$
 - (e) $42,91 \rightarrow 0100\ 0010,\ 1001\ 0001$
 - (f) $5,014 \rightarrow 0101, 0000 0001 0100$
- 7. (a) $1001 \rightarrow 9$
 - (b) $0101 \to 5$
 - (c) $0110\ 0001 \rightarrow 61$
 - (d) $0100\ 0111 \rightarrow 47$
 - (e) $0011\ 0110,\ 1000 \rightarrow 36, 8$
 - (f) $0011\ 1000,\ 1000\ 1000 \rightarrow 38,88$

2. Introducció als circuits lògics.

1. (a)
$$f(a,b) = ab + a$$

a	b	ab + a
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

(b) $f(a,b) = (a \oplus b)\overline{b}$

a	b	$(a\oplus b)\overline{b}$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

(c)
$$f(a,b) = \overline{(\overline{a}+b)} \oplus (a \cdot \overline{b})$$

a	b	$\overline{(\overline{a}+b)} \oplus (a\cdot \overline{b})$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

(d) $f(a, b, c) = (a \cdot b) + c$

a	b	c	ab + c
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

(e) $f(a,b,c) = \overline{(a \cdot b) \oplus c}$

a	b	c	$\overline{(a\cdot b)\oplus c}$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

(f) $f(a,b,c,d) = \overline{\overline{(\overline{a}+b)} \oplus (c \cdot \overline{d})}$

a	b	c	d	$\overline{\overline{(\overline{a}+b)} \oplus (c \cdot \overline{d})}$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

$Decodificador\ BCD\ a\ 7\ segments.$

#	abcd	A	В	С	D	Е	F	G
0	0000	1	1	1	1	1	1	0
1	0001	0	1	1	0	0	0	0
2	0010	1	1	0	1	1	0	1
3	0011	1	1	1	1	0	0	1
4	0100	0	1	1	0	0	1	1
5	0101	1	0	1	1	0	1	1
6	0110	1	0	1	1	1	1	1
7	0111	1	1	1	0	0	0	0
8	1000	1	1	1	1	1	1	1
9	1001	1	1	1	1	0	1	1

121.a) La taula de la veritat corresponent a aquest exercici és

p_1	p_2	a	m
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

De les condicions de l'enunciat està clar que la única possibilitat que la màquina es posi en marxa és quan es troben els dos polsadors activats i la peça a lloc.

b)

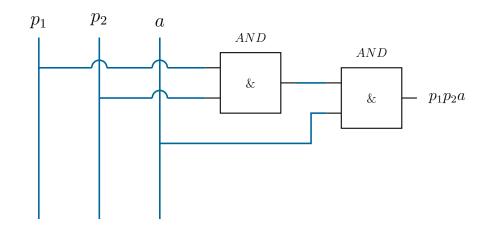
La funció lògica és

$$f(p_1, p_2, p_3) = p_1 p_2 a$$

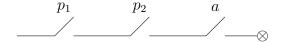
en aquest cas no cal simplificar la funció, però posem aquí el diagrama de Karnaugh per completitud

p_1p_2	2			
$a \setminus$	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0

c)
El diagrama de portes lògiques és



d) El diagrama de contactes és



122.

a)

La taula de la veritat del sistema és

s_1	s_2	s_3	m
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

És clar que l'avís s'emetrà quan hi hagi dos (qualssevol) o tres sensors activats.

b) La funció lògica és

$$m(s_1, s_2, s_3) = \bar{s}_1 s_2 s_3 + s_1 \bar{s}_2 s_3 + s_1 s_2 \bar{s}_3 + s_1 s_2 s_3$$

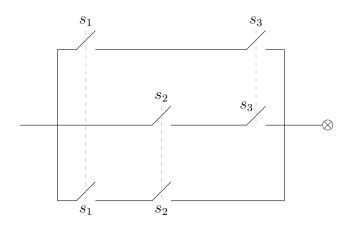
intentem simplificar la funció amb el diagrama de Karnaugh,

$\setminus s_1s_2$	2			
s_3	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

Llavors és

$$m(s_1, s_1, s_1) = s_2 s_3 + s_1 s_3 + s_1 s_2$$

c) L'esquema de contactes corresponent és



123.

a)

g	p	v	r
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	X=1
1	1	1	X=1

Les peces només s'acceptaran si no tenen desperfectes visibles (v=0) i es troben dins el rang de tolerància (g=p=0). Noteu el cas impossible g=p=1 que apareix duplicat perquè la variable v pot tenir al seu torn dos estats. Aquests $don't\ cares$ s'han escollit activats a 1 per raons que es veuran al diagrama de Karnaugh.

b) La funció lògica obtinguda és

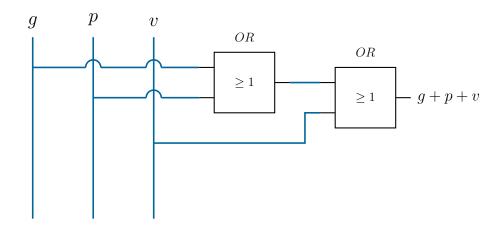
$$r(g, p, v) = \bar{g}\bar{p}v + \bar{g}p\bar{v} + \bar{g}pv + g\bar{p}\bar{v} + gp\bar{v} + gp\bar{v} + gpv$$

$\searrow gp$	00	01	11	10
$v \setminus$	00	01	11	10
0	0	1	X = 1	1
1	1	1	X = 1	1

Amb el que la funció simplificada queda

$$r(g, p, v) = g + p + v$$

 $\mathbf{c})$ El diagrama de portes lògiques és



124. a)

b	j	i	a
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

La cadira només avança quan coincideix l'activació de cada sensor amb la selecció d'aquest.

b) La funció lògica obtinguda és

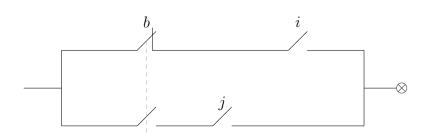
$$a(b,j,i) = \bar{b}\bar{j}i + \bar{b}ji + bj\bar{i} + bji$$

bj	00	01	11	10
ι	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	1	1	0

Amb el que la funció simplificada queda

$$m(b, j, i) = \bar{b}i + bj$$

 $\mathbf{c})$



125. a)

О	p	u	a
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

En el darrer cas la condició relativa a introduir el codi d'usuari és irrellevant, ja que l'ordinador és autoritzat i es fa servir paraula clau, però no és un don't care, ja que no té perquè ser físicament impossible.

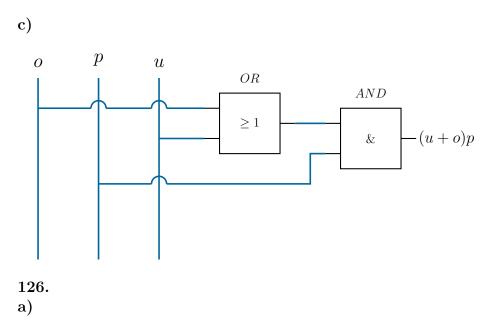
b) La funció lògica obtinguda és

$$a(o, p, u) = \bar{o}pu + op\bar{u} + opu$$

$\setminus op$				
$u \setminus$	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	0

Amb el que la funció simplificada queda

$$a(o, p, u) = pu + op = (u + o)p$$



m_3	m_6	m_9	s
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Està clar quins son els casos que corresponen al senyal d'alerta activat.

b) La funció lògica obtinguda és

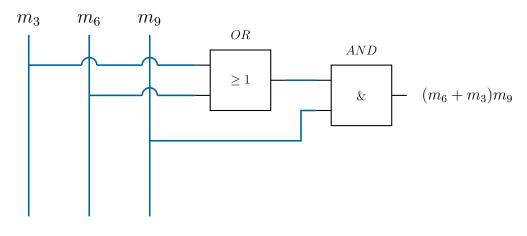
$$s(m_3, m_6, m_9) = \bar{m}_3 m_6 m_9 + m_3 \bar{m}_6 m_9 + m_3 m_6 m_9$$

m_3n	i_6			
m_9	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	0	1	1	1

Amb el que la funció simplificada queda

$$s(m_3, m_6, m_9) = m_6 m_9 + m_3 m_9 = (m_6 + m_3) m_9$$

 $\mathbf{c})$



127. a)

m	p	b	d
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Hi haurà devolució en tots els casos llevat d'un, quan la moneda sigui legal, hi hagi estoc i no es premi el botó de devolució.

b) La funció lògica obtinguda per *minterms*, que és el mètode habitual, seria

$$d(m, p, b) = \bar{m}\bar{p}\bar{b} + \bar{m}\bar{p}b + \bar{m}p\bar{b} + \bar{m}pb + m\bar{p}\bar{b} + m\bar{p}b + mpb$$

La funció lògica obtinguda per maxterms) és

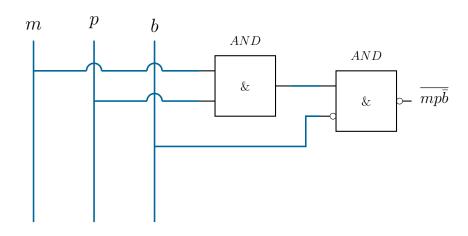
$$d = \overline{d}(m, p, b) = \overline{mpb}$$

m_3n	n_6			
m_9	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Amb el que la funció simplificada queda

$$d(m,p,b) = \overline{\bar{d}(m,p,b)} = \overline{mp\bar{b}}$$

 $\mathbf{c})$



128.

a)

c	m_1	m_2	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Trobar la taula de la veritat és molt senzill en aquest exercici, que no presenta cap ambigüitat.

b) La funció lògica a partir de la taula és,

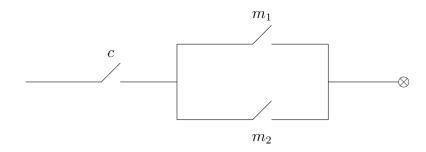
$$f(c, m_1, m_2) = cm_1\bar{m}_2 + cm_1\bar{m}_2 + cm_1m_2$$

$\backslash cm$	1			
m_2	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	1	1

Amb el que la funció simplificada queda

$$f(c, m_1, m_2) = cm_1 + cm_2 = c(m_1 + m_2)$$

c)



129. a)

a	e	f	m
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Fixem-nos que la variable $a\ domina$ sobre les altres ja que si no està ella activada a 1, la sortida és zero.

b) La funció lògica a partir de la taula és,

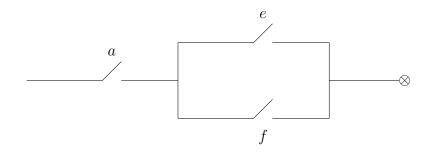
$$f(a, e, f) = a\bar{e}f + ae\bar{f} + aef$$

$\setminus ae$				
f	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	1	1

Amb el que la funció simplificada queda

$$f(a, e, f) = ae + af = a(e + f)$$

c)



130.

a)

a	v	s	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Només hi ha un cas en el que el fre no actua, quan hi ha atenció, la velocitat és permesa i el semàfor no està en vermell.

 ${\bf b)}$ La funció lògica obtinguda per $\it minterms,$ que és el mètode habitual, seria

$$f(a, v, s) = \bar{a}\bar{v}\bar{s} + \bar{a}\bar{v}s + \bar{a}v\bar{s} + \bar{a}vs + a\bar{v}\bar{s} + a\bar{v}s + avs$$

La funció lògica obtinguda per maxterms) és

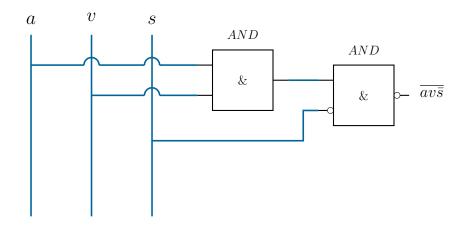
$$f = \overline{\overline{f}(m, p, b)} = \overline{av\overline{s}}$$

$\setminus av$				
$s \setminus$	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Amb el que la funció simplificada queda

$$f(a, v, s) = \overline{\overline{f}(a, v, s)} = \overline{av\overline{s}}$$

c)



131.

a)

a	b	t	c
0	0	0	1
0	0	1	X=1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Només hi ha un cas en el que no es fa comanda, que és quan n'hi ha més de 7 unitats de cada producte i el total és més gran que 25. Hi ha un don't care, que correspon al cas impossible que hi hagi més de 25 en total i menys de 7 de cada tipus de producte. el prendrem igual a 1 per poder simplificar de forma més eficaç.

b) La funció lògica és

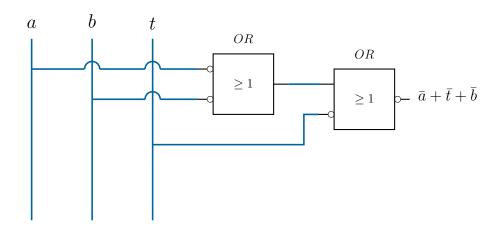
$$c(a,b,t) = \bar{a}\bar{b}\bar{t} + \bar{a}b\bar{t} + \bar{a}bt + a\bar{b}\bar{t} + a\bar{b}t + ab\bar{t}$$

$\setminus ab$				
$t \setminus$	00	01	11	_10_
0	1	1	1	1
1	X = 1	1	0	1

Amb el que la funció simplificada queda

$$c(a,b,t) = \bar{a} + \bar{t} + \bar{b}$$

c)



132. a)

d_1	d_2	d_3	r
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

No té cap dificultat construir aquesta taula. N'hi ha prou de tenir clar que

$$\begin{cases} parell + parell = parell \\ parell + senar = senar \end{cases}$$

b) La funció lògica és

$$r(d_1, d_2, d_3) = \bar{d}_1 \bar{d}_2 d_3 + \bar{d}_1 d_2 \bar{d}_3 + d_1 \bar{d}_2 \bar{d}_3 + d_1 d_2 d_3$$

d_1d_2	2			
d_3	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

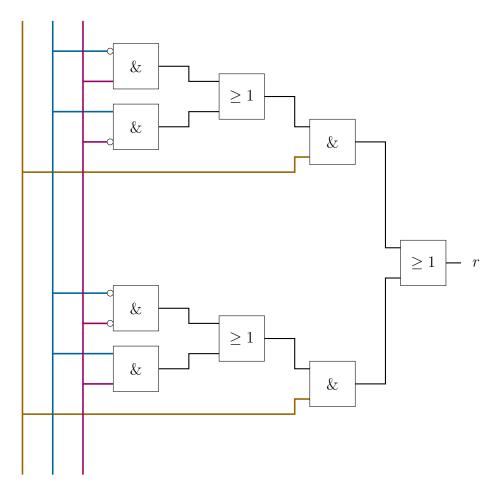
En aquest cas no és possible fer cap simplificació sobre la funció. De tota manera, podem fer alguna agrupació algebraica que permetrà estalviar alguna porta lògica.

$$r(d_1, d_2, d_3) = \bar{d}_1 \bar{d}_2 d_3 + \bar{d}_1 d_2 \bar{d}_3 + d_1 \bar{d}_2 \bar{d}_3 + d_1 d_2 d_3$$

= $\bar{d}_1 (\bar{d}_2 d_3 + d_2 \bar{d}_3) + d_1 (\bar{d}_2 \bar{d}_3 + d_2 d_3)$







133.

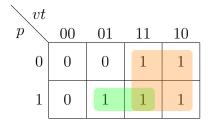
a)

v	t	p	c
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Les condicions del problema son prou clares.

b) La funció lògica obtinguda és

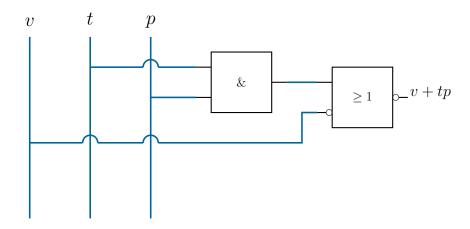
$$c(v,t,p) = \bar{v}tp + v\bar{t}\bar{p} + v\bar{t}p + vt\bar{p} + vt\bar{p}$$



Amb el que la funció simplificada queda

$$c(v, t, p) = v + tp$$

c)



134. a)

u_1	u_2	u_3	a
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Les condicions del problema son prou clares.

b) La funció lògica obtinguda és

$$a(u_1, u_2, u_3) = \bar{u}_1 u_2 u_3 + u_1 \bar{u}_2 u_3 + u_1 u_2 \bar{u}_3 + u_1 u_2 u_3$$

$\setminus u_1u$	2			
u_3	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

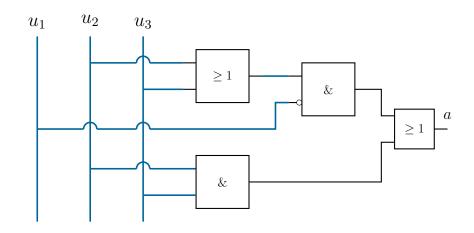
Amb el que la funció simplificada queda

$$a(u_1, u_2, u_3) = u_1 u_2 + u_2 u_3 + u_1 u_3$$

Podem estalviar un parell de portes lògiques si l'escrivim com

$$a(u_1, u_2, u_3) = u_1(u_2 + u_3) + u_2u_3$$

c)



135. a)

c	v_1	v_2	r
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Hem de tenir en compte que la condició sobre les velocitats mitjanes s'ha de donar en els dos punts de control.

b) La funció lògica obtinguda és

$$r(c, v_1, v_2) = \bar{c}\bar{v}_1\bar{v}_1 + c\bar{v}_1\bar{v}_1 + c\bar{v}_1v_1 + cv_1\bar{v}_1 + cv_1v_1$$

$\setminus cv_1$				
v_2	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1

Amb el que la funció simplificada queda

$$r(c, v_1, v_2) = c + \bar{v}_1 \bar{v}_1$$

 $\mathbf{c})$

