Exercici 1
A partir de la formula que dona el volum d'un cilindre amb base de radi R i cursa (altura) c, podem calcular

$$V_c = \pi \cdot R^2 \cdot c = \pi \cdot \left(\frac{7,95}{2}\right)^2 \cdot 8,05 = 399,6\,cm^3$$

com hi ha quatre cilindres, el volum total és

$$V_T = 4 \cdot V_c = 4 \cdot 399,6 = 1598,4\,cm^3$$

* * *

Exercici 2
Aplicant el principi de Pascal tal com es va veure als apunts,

$$P_1 = P_2 \rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

d'on

$$F_1 = F_2 \cdot \frac{A_1}{A_2} = 1200 \cdot 9,8 \cdot \frac{10^3}{30 \cdot 10^3} = 392,28\,N$$

* * *

Exercici 3
A partir de la formula que dona el volum d'un cilindre amb base de radi R i cursa (altura) c, podem calcular

$$V_c = \pi \cdot R^2 \cdot c = \pi \cdot \left(\frac{5,24}{2}\right)^2 \cdot 5,78 = 124,65 \approx 125\,cm^3$$

* * *

Exercici 4
Podem trobar immediatament el volum d'un cilindre

$$V_T = 4V_c \rightarrow V_c = \frac{V_T}{4} = 365,25\,cm^3$$

i ara, a partir de la definició de relació de compressió

$$r = \frac{V_{cambra} + V_c}{V_{cambra}} \rightarrow V_{cambra} r = V_{cambra} + V_c \rightarrow V_{cambra}(r-1) = V_c$$

d'on

$$V_{cambra} = \frac{V_c}{r-1} = \frac{365,25}{18,8-1} = 20,52\,cm^3$$

Exercici 5

Podem escriure directament

$$F = pA = 0,6 \cdot 10^6 \cdot \left[\pi\left(\frac{40}{2}\cdot 10^{-3}\right)^2 - \pi\left(\frac{25}{2}\cdot 10^{-3}\right)^2\right] = 459,458\,N$$

* * *

Exercici 6

a) Podem trobar el cabal a partir de l'expressió de la velocitat d'avanç del cilindre

$$q = vA = 0,33\cdot\pi\left(\frac{90}{2}\cdot 10^{-3}\right)^2 = 2,1\cdot 10^{-3}\,m^3/s$$

trobem ara la potència útil de la bomba a partir del seu rendiment

$$\eta_b = \frac{P_{util}}{P_{elec}} \rightarrow P_{util} = \eta_b P_{elec} = 0,85\cdot 5300 = 4505\,W$$

i la pressió a partir de la definició de potència hidràulica

$$P_{util} = pq \rightarrow p = \frac{P_{util}}{q} = \frac{4505}{2,1\cdot 10^{-3}} = 2,146\cdot 10^6\,Pa = 2,146\,MPa$$

b) El cilindre ha de fer una força igual al pes que està elevant (amb velocitat constant), llavors

$$F_{ch} = mg = 1170\cdot 9,8 = 11466\,N$$

en quant a la pressió relativa dins el cilindre

$$p_{int} = \frac{F_{ch}}{A} = \frac{11466}{\pi\left(\frac{90}{2}\cdot 10^{-3}\right)^2} = 1,8\cdot 10^6\,Pa = 1,8\,MPa$$

c) El rendiment del cilindre es pot trobar a partir de la potència útil que desenvolupa ($= F\cdot v$) i la que consumeix de la bomba, que era la potència útil que proporciona la bomba, calculada a l'apartat **a)**

$$\eta_{ch} = \frac{F\cdot v}{P_{util}} = \frac{11466\cdot 0,33}{4505} = 0,84$$

Finalment, la potència total dissipada es pot calcular com la diferència entre la consumida per la bomba i la útil del cilindre

$$P_{diss} = P_{elec} - F\cdot v = 5300 - 11466\cdot 0,33 = 1516,22\,W$$

Exercici 7
Calculem directament

$$p = \frac{F}{A} = \frac{25 \cdot 10^3}{\pi \left(\frac{40}{2} \cdot 10^{-3} \right)} = 19,89 \cdot 10^6 \, Pa = 19,89 \, MPa$$

on hem ignorat el diàmetre de la tija ja que es tracta del moviment d'avanç.

* * *

Exercici 8
Passem les dades de la pressió i el cabal al sistema internacional

$$4 \cancel{bar} \cdot \frac{10^5 \, Pa}{1 \cancel{bar}} = 4 \cdot 10^5 \, Pa$$

$$q = 7 \, \frac{m^3}{\cancel{h}} \cdot \frac{1 \cancel{h}}{3600 \, s} = 1,94 \cdot 10^{-3} \, \frac{m^3}{s}$$

Llavors la potència val

$$P = p \cdot q = 4 \cdot 10^5 \cdot 1,94 \cdot 10^{-3} = 777,8 \, W$$

* * *

Exercici 9
A partir de

$$V_T = n \cdot c \cdot \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2$$

és immediat calcular

$$n = \frac{V_T}{c \cdot \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2} = \frac{1998}{8,6 \cdot \pi \left(\frac{8,6}{2} \right)^2} = 4$$

* * *

Exercici 10
Fent servir l'expressió que lliga totes les variables del problema

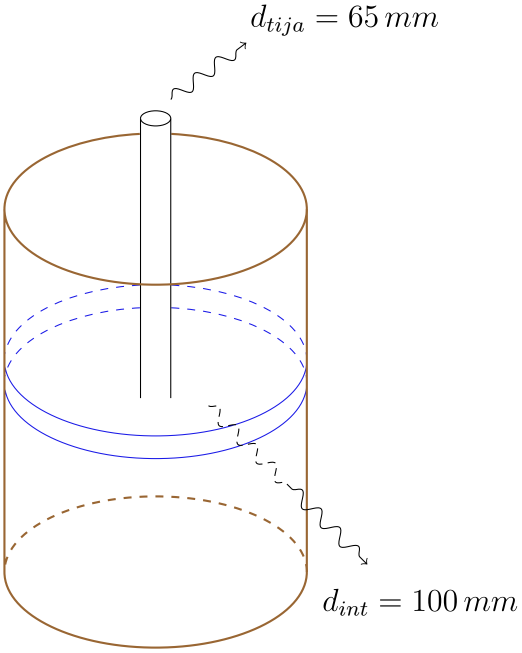
$$V_T = n \cdot c \cdot \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2$$

podem aïllar el diàmetre

$$d = 2 \sqrt{\frac{V_T}{n \cdot c \cdot \pi}} = 2 \sqrt{\frac{2792}{6 \cdot 9 \cdot \pi}} = 8,114 \, cm$$

Exercici 11

Representem el cilindre



a) El cilindre hidràulic ha de suportar el pes de l'ascensor, i per tant la força F_{ch} que fa, és

$$F_{ch} = mg = 1250 \cdot 9,8 = 1,225 \cdot 10^4\,N$$

la pressió relativa a l'interior l'obtenim a partir de

$$p_{int} = \frac{F_{ch}}{A_{int}} = \frac{F_{ch}}{\frac{\pi}{4}d_{int}^2} = \frac{1,225 \cdot 10^4}{\frac{\pi}{4}(0,1)^2} = 1,56 \cdot 10^6\,Pa$$

b) La tensió normal de compressió σ de la tija es pot calcular com

$$\sigma = \frac{F_{ch}}{A_{tija}} = \frac{F_{ch}}{\frac{\pi}{4}d_{tija}^2} = \frac{1,225 \cdot 10^4}{\frac{\pi}{4}(0,065)^2} = 3,7 \cdot 10^6\,Pa$$

c) De la definició de cabal sabem

$$q = A \cdot v$$

llavors

$$v = \frac{q}{A_{int}} = \frac{2,5}{\frac{\pi}{4}(1)^2} = 3,18\,dm/s = 0,318\,m/s$$

on hem escrit el diàmetre en dm per posar d'acord les unitats ja que el cabal estava en $L/s = dm^3/s$.

d) Per una banda, la potència mecànica (útil), val

$$P_{mec} = F_{ch} \cdot v = 1,225 \cdot 10^4 \cdot 0,318 = 3895,5\,W$$

i per una altra banda, la potència hidràulica (consumida), val

$$P_{ch} = p \cdot q = 1,94 \cdot 10^6 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} = 4850\,W$$

de forma que el rendiment del cilindre és

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_{ch}} = \frac{3895,5}{4850} = 0,8$$

* * *

Exercici 12
A partir de

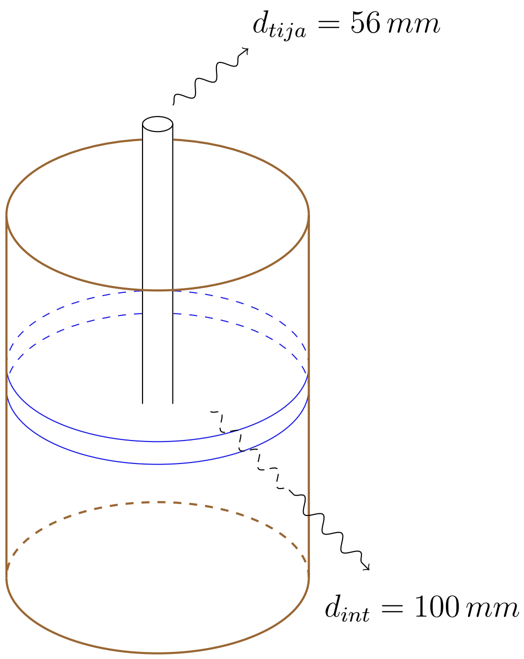
$$V_T = n \cdot c \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

trobem directament

$$c = \frac{V_T}{n \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{3999}{8 \cdot \pi \left(\frac{9,2}{2}\right)^2} = 7,52\,cm$$

* * *

Exercici 13
Representem el cilindre



a) Com que hi ha dos cilindres, cadascun suporta la meitat del pes del cotxe, i la força que cada cilindre pot fer es pot calcular a partir de

$$p = \frac{F}{A_{int}} \rightarrow F = pA_{int} = p\frac{\pi}{4}d_{int}^2 = 2,5 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi}{4}(0,1)^2 = 19634,95\,N$$

llavors, la massa que pot suportar un cilindre és

$$mg = 19634,95 \rightarrow m = \frac{19634,95}{9,8} = 2003,56\,kg$$

i per tant, els dos en conjunt podran suportar

$$m' = 2m = 2 \cdot 2003,56 = 4007,13\,kg$$

b) La tensió normal de la tija σ_{tija} la calculem a partir de

$$\sigma_{tija} = \frac{F}{A_{tija}} = \frac{mg}{\frac{\pi}{4}d_{tija}^2} = \frac{2003,56 \cdot 9,8}{\frac{\pi}{4} \cdot (56)^2} = 7,98\,MPa$$

c) El rendiment d'un cilindre hidràulic es definia com

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_h}$$

llavors, la potència hidràulica de cada cilindre es calcula com,

$$P_h = \frac{P_{mec}}{\eta} = \frac{Fv}{\eta} = \frac{mgv}{\eta} = \frac{2003,56 \cdot 9,8 \cdot 0,038}{0,88} = 847,87\,W$$

d) De la relació entre la potència hidràulica, el cabal i la pressió

$$P_h = p \cdot q \rightarrow p = \frac{P_h}{q} = \frac{847,87}{0,2985 \cdot 10^{-3}} = 2,84\,MPa$$

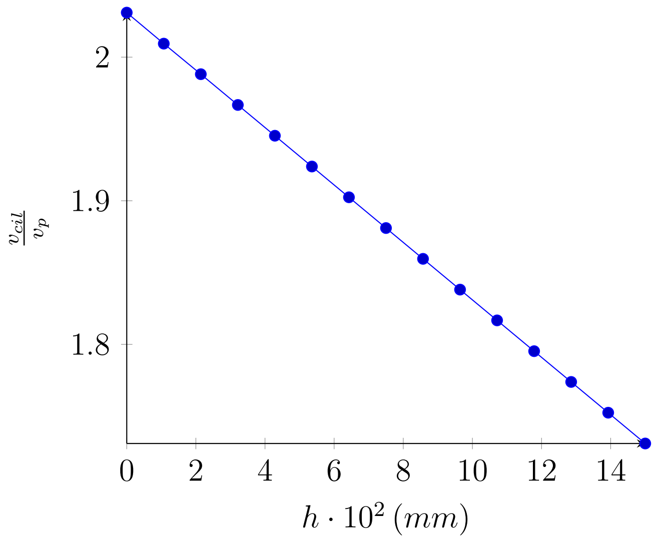
on s'ha tingut en compte que per el cabal,

$$0,2985 \cdot \frac{\cancel{l}}{s} \cdot \frac{1\,m^3}{10^3\,\cancel{l}} = 0,2985 \cdot 10^{-3}\,m^3/s$$

Exercici 14

a) Hem de representar la funció

$$\frac{v_{cil}}{v_p}(h) = \frac{10155 - h}{50000}$$



b) La potència que desenvolupa la pala val,

$$P_p = mg \cdot v_p$$

i la que desenvolupen els cilindres val,

$$P_{cil} = 2F_{cil} \cdot v_{cil}$$

llavors, suposant que no hi ha pèrdues,

$$mg \cdot v_p = 2F_{cil} \cdot v_{cil}$$

$$F_{cil} = \frac{mg}{2} \cdot \frac{v_p}{v_{cil}} = \frac{1800 \cdot 9,8}{2} \cdot \frac{50000}{10155 - 1100} = 48\,702,37\,N$$

c) De la definició de pressió

$$p = \frac{F}{A} \rightarrow p_{int} = \frac{F_{cil}}{A_{int}} = \frac{F_{cil}}{\frac{\pi}{4}d_{int}^2} = \frac{48\,702,37}{\frac{\pi}{4}(110)^2} = 5,125\,MPa$$

Exercici 15
a) El treball fet per la bomba és equivalent a l'energia potencial que guanya l'aigua

$$W = mgh = 600 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 3,6 = 2,12 \cdot 10^7\, J$$

b) En quant a la potència hidràulica

$$P_h = \frac{W}{t} = \frac{2,12 \cdot 10^7}{10 \cdot 3600} = 5,89 \cdot 10^2\, W$$

c) Per calcular el rendiment necessitem calcular la potència consumida

$$3\,\cancel{L} \cdot \frac{1\,\cancel{m^3}}{10^3\,\cancel{L}} \cdot \frac{850\,\cancel{kg}}{1\,\cancel{m^3}} \cdot \frac{42,5\,\cancel{MJ}}{1\,\cancel{kg}} \cdot \frac{10^6\,J}{1\,\cancel{MJ}} = 1,08 \cdot 10^8\, J$$

llavors

$$P_{cons} = \frac{W}{t} = \frac{1,08 \cdot 10^8}{10 \cdot 3600} = 3,01 \cdot 10^3\, W$$

finalment, el rendiment val

$$\eta = \frac{5,89 \cdot 10^2}{3,01 \cdot 10^3} = 0,2$$

* * *

Exercici 16
a) El treball demanat correspon a

$$W = mgh + W_{perdues}$$

llavors

$$W = mg(h + \Delta h) = 2540 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot (129 + 70,81) = 4,974 \cdot 10^9\, J = 4,974\, GJ$$

on hem tingut en compte que cada m^3 d'aigua son $10^3\, kg$.

b) Calculem ara la potència (útil) que desenvolupa cada bomba

$$\frac{4,974 \cdot 10^9}{6 \cdot 8 \cdot 3600} = 28783\, W = 28,783\, kW$$

llavors, fent servir el rendiment

$$\eta = \frac{P_{util}}{P_{cons}} = \frac{P_{util}}{P_{electr}} \rightarrow P_{electr} = \frac{P_{util}}{\eta} = \frac{28783}{0,7} = 41120\, W = 41,12\, kW$$

El consum en kWh per les sis bombes val

$$41,12\,kW \cdot 8\,h \cdot 6 = 1973,76\,kWh$$

i el cost econòmic associat a aquest consum elèctric serà

$$1973,76\,\cancel{kWh} \cdot \frac{0,08241€}{1\,\cancel{kWh}} = 162,66\,€$$

c) A partir de la definició de potència hidràulica

$$P = pq \rightarrow p = \frac{P}{q} = \frac{\frac{4,974\cdot 10^9}{\cancel{8\cdot 3600}}}{\frac{2540}{\cancel{8\cdot 3600}}} = 1,95827 \cdot 10^6\,Pa$$

Exercici 17
A partir de la definició de relació de compressió (en aquest exercici li diuen r_c)

$$r_c = \frac{V_{cambra} + V_c}{V_{cambra}}$$

on V_c és el volum del cilindre, podem escriure

$$7,1 = \frac{V_{cambra} + 125}{V_{cambra}}$$

d'on

$$7,1 \cdot V_{cambra} = V_{cambra} + 125$$

i escrivint la incògnita a la mateixa banda

$$7,1 \cdot V_{cambra} - V_{cambra} = 125$$

finalment

$$6,1 \cdot V_{cambra} = 125 \rightarrow V_{cambra} = \frac{125}{6,1} = 20,5\,cm^3$$