

Per tots els exercicis que venen a continuació, recordem que si en l'expressió

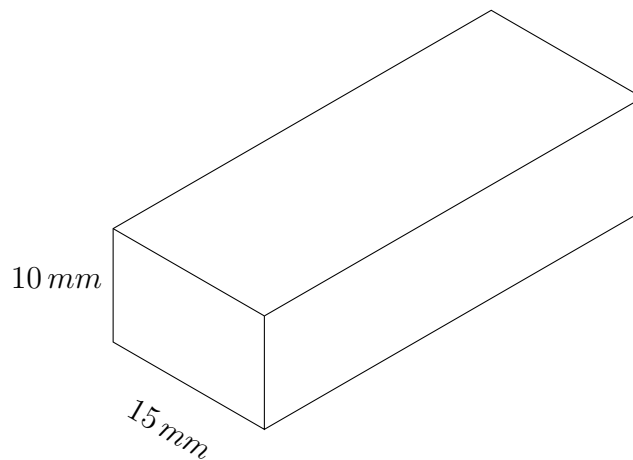
$$\sigma = \frac{F}{A}$$

l'àrea està en  $mm^2$ , llavors l'esforç queda en  $MPa$ .

\* \* \*

### Exercici 1.

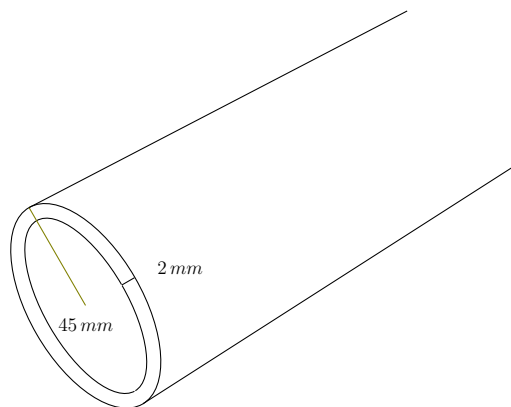
a) Barra de secció rectangular



llavors l'esforç val

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{780 \cdot 9,8}{10 \cdot 15} = 50,96 MPa$$

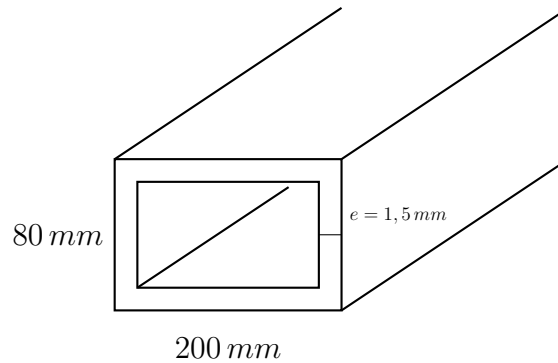
b) Tub. El perfil es pot representar (l'escala no és realista) com



llavors l'esforç val

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi (D-e)^2}{4}} = \frac{780 \cdot 9,8}{\frac{\pi \cdot 45^2}{4} - \frac{\pi \cdot (45-1,5)^2}{4}} = 73,32 \text{ MPa}$$

c)



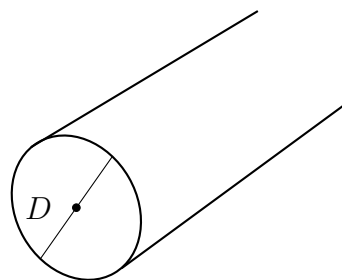
l'àrea a considerar és

$$A = 80 \cdot 200 - (80 - e) \cdot (200 - e) = 80 \cdot 200 - (80 - 1,5) \cdot (200 - 1,5) = 417,75 \text{ mm}^2$$

llavors l'esforç val

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{780 \cdot 9,8}{417,75} = 18,3 \text{ MPa}$$

d)

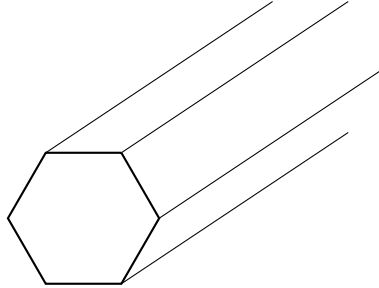


$$D = 6 \text{ mm}$$

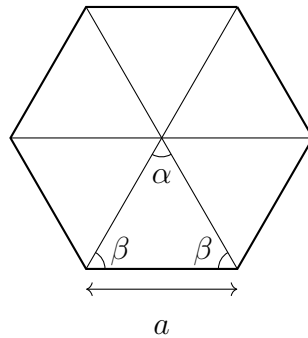
L'esforç val

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{780 \cdot 9,8}{\pi \cdot \frac{6^2}{4}} = 270,35 \text{ MPa}$$

e) El perfil correspon a la figura



L'àrea de l'hexàgon es pot trobar de la següent manera. La secció es pot dividir en sis parts



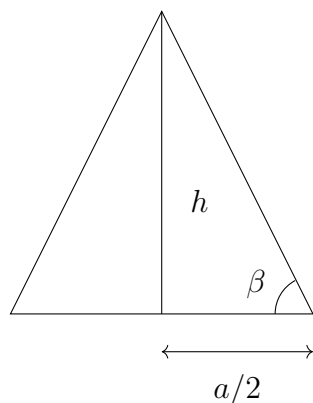
el valor de  $\alpha$  es pot calcular fàcilment,

$$\alpha = \frac{360}{6} = 60^\circ$$

i en quant a  $\beta$

$$2\beta + \alpha = 180^\circ \rightarrow \beta = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

si considerem ara un dels triangles en que ha quedat dividit l'hexàgon podem relacionar l'altura d'aquest amb l'angle  $\beta$  i el costat  $a$ . Al dividir en dos el triangle podem calcular l'àrea del triangle rectangle, i tenim



d'on

$$\tan \beta = \frac{h}{a/2} \rightarrow h = \frac{a}{2} \tan \beta$$

i l'àrea d'aquest triangle serà

$$A' = \frac{\frac{a}{2} \cdot h}{2} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \tan \beta}{2} = \frac{a^2 \tan \beta}{8} = \frac{a^2 \tan \frac{180^\circ - \frac{360^\circ}{6}}{2}}{8}$$

Llavors, com que a l'hexàgon hi ha  $6 \cdot 2 = 12$  d'aquests triangles, l'àrea total serà

$$A = 6 \cdot 2 \cdot \frac{a^2 \tan \frac{180^\circ - \frac{360^\circ}{6}}{2}}{8}$$

Noteu que aquest resultat es pot generalitzar fàcilment a qualsevol polígon regular de  $n$  costats de longitud  $a$ , segons

$$A = n \cdot 2 \cdot \frac{a^2 \tan \frac{180^\circ - \frac{360^\circ}{n}}{2}}{8}$$

Tornant al cas de l'hexàgon, l'àrea val

$$A = 6 \cdot 2 \cdot \frac{20^2 \cdot \tan \frac{180^\circ - \frac{360^\circ}{6}}{2}}{8} = 6 \cdot 2 \cdot \frac{20^2 \cdot \tan 60^\circ}{8} = 1039,23 \text{ mm}^2$$

ara, calculem l'esforç com

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{780 \cdot 9,8}{1039,23} = 7,35 \text{ MPa}$$

**Exercici 2.**

a) Calculem

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{160 \cdot 9,8}{\pi \cdot \frac{3^2}{4}} = 221,83 \text{ MPa}$$

b) Com el valor obtingut en l'apartat anterior és inferior al límit elàstic d'aquest acer, podem dir que el cable sotmès a tracció es troba en el règim elàstic. Si el valor hagués estat  $300 \text{ MPa}$  hauríem de concloure que estem en el règim plàstic, les deformacions seran permanents però no es produeix trencament. Finalment, si el valor hagués estat  $400 \text{ MPa}$  hauríem de concloure que es produeix trencament.

\* \* \*

**Exercici 3.**

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{0,6}{0,8 \cdot 10^3} = 7,5 \cdot 10^{-4}$$

\* \* \*

**Exercici 4.**

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow F = \sigma \cdot A = 75 \cdot 10 = 750 \text{ N}$$

\* \* \*

**Exercici 5.**

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow F = \sigma \cdot A = 70 \cdot 10 = 700 \text{ N}$$

\* \* \*

**Exercici 6.** Aquest fenomen s'anomena vinclament.

\* \* \*

**Exercici 7.**

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{9,5 \cdot 10^3}{5^2} = 380 \text{ MPa}$$

\* \* \*

**Exercici 8.** A partir de la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

podem calcular la massa com

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \pi \frac{D^2}{4} \cdot L = 2700 \cdot \pi \cdot \frac{(140 \cdot 10^{-3})^2}{4} \cdot 1,3 = 54,03 \text{ kg}$$

i el pes,

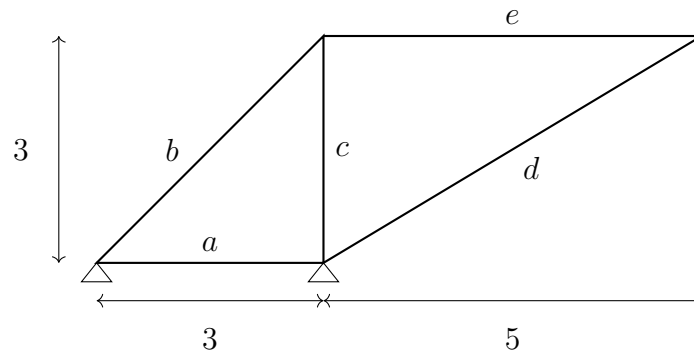
$$P = mg = 54,03 \cdot 9,8 = 529,5 \text{ N}$$



**Exercici 9.**

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow A = \frac{F}{\sigma} = \frac{mg}{\sigma} = \frac{45 \cdot 9,8}{67} = 6,582 \text{ mm}^2$$

\*       \*       \*

**Exercici 10.**

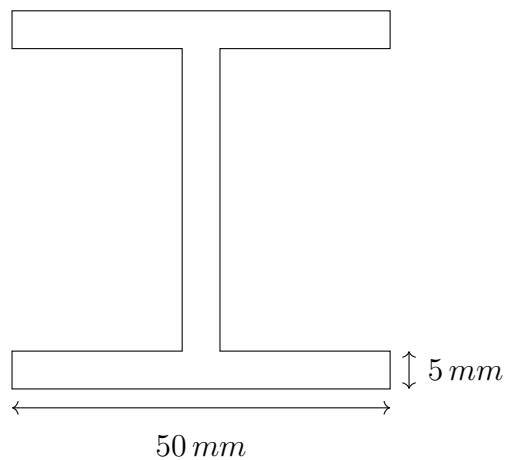
Calculem la longitud de cada part

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \\ c = 3 \\ d = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34} \\ e = 5 \end{cases}$$

i la longitud total

$$L = a + b + c + d + e = 11 + 3\sqrt{2} + \sqrt{34}$$

En quant a l'àrea  $S$  de la secció



és fàcil veure que

$$S = 50 \cdot 50 - 2 \cdot (50 - 2 \cdot 5) \cdot (25 - 2,5) = 700 \text{ mm}^2$$

passant a metres quadrats

$$700 \cancel{\text{mm}^2} \cdot \frac{1 \text{ m}^2}{10^6 \cancel{\text{mm}^2}} = 7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

de forma que (mirem la densitat de l'alumini a la taula de la *pàgina 172*)

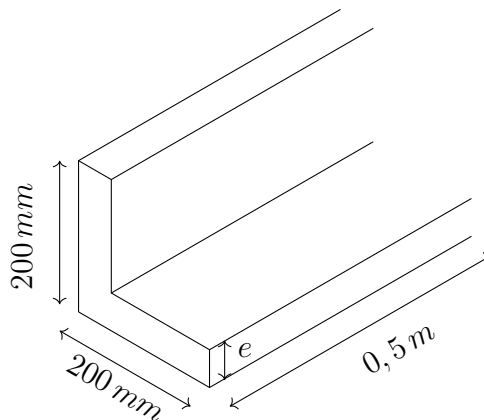
$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot L = 2710 \cdot 7 \cdot 10^{-4} \cdot (11 + 3\sqrt{2} + \sqrt{34}) = 40 \text{ kg}$$

i el pes

$$P = mg = 40 \cdot 9,8 = 392 \text{ N}$$

\* \* \*

### Exercici 11.



a) Per aquest acer el límit elàstic val

$$\sigma_e = 350 \text{ MPa}$$

com el coeficient de seguretat és  $n = 3$ , l'esforç de treball no podrà superar

$$\frac{\sigma_e}{3} = \frac{350}{3} = 116,67 \text{ MPa}$$

llavors, podem escriure

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow 116,67 = \frac{992 \cdot 10^3}{200 \cdot e + (200 - e) \cdot e}$$

d'on s'obté

$$e^2 - 400e + 8502,857 = 0$$

i

$$e = \frac{400 \pm \sqrt{400^2 - 4 \cdot 8502,857}}{2}$$

amb solucions  $e_1 = 377,47 \text{ mm}$ ,  $e_2 = 22,525 \text{ mm}$ . Les dues són equivalents, però prenem la segona per mantenir les proporcions de la figura.

**b)** Per l'aliatge lleuger  $\sigma_e = 97 \text{ MPa}$ , llavors

$$\sigma_t = \frac{\sigma_e}{n} = \frac{97}{3} = 32,33 \text{ MPa}$$

i, de forma similar a l'apartat anterior

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow 32,33 = \frac{992 \cdot 10^3}{200 \cdot e + (200 - e) \cdot e}$$

d'on s'obté

$$e^2 - 400e + 3,068 \cdot 10^4 = 0$$

i

$$e = \frac{400 \pm \sqrt{400^2 - 4 \cdot 3,068 \cdot 10^4}}{2}$$

amb solucions  $e_1 = 296,54 \text{ mm}$ ,  $e_2 = 103,46 \text{ mm}$ . Novament prenem la darrera solució i tenim que la secció  $A$  en aquest cas val

$$A = 200 \cdot e + (200 - e) \cdot e = 3,068 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

**c)** Les masses respectives són, en cada cas

$$m_{acer} = \rho_{acer} V$$

$$m_{acer} = \rho_{acer} \cdot [200 \cdot e + (200 - e) \cdot e] \cdot L = 7850 \cdot 8,50 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 = 33,37 \text{ kg}$$

$$m_{alia} = \rho_{alia} V$$

$$m_{alia} = \rho_{alia} \cdot [200 \cdot e + (200 - e) \cdot e] \cdot L = 2800 \cdot 3,068 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 = 120,456 \text{ kg}$$

**d)** En principi, a igual resistència mecànica, convindria triar el més lleuger, però sovint els costos econòmics s'imposen a l'hora de prendre aquest tipus de decisions.



**Exercici 12.**

a)

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi \cdot \frac{D^2}{4}} = \frac{23 \cdot 10^3}{\pi \cdot \frac{20^2}{4}} = 73,21 \text{ MPa}$$

b) Calculem l'allargament unitari

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{66,556 \cdot 10^{-3}}{100} = 6,65 \cdot 10^{-4} = 0,0665\%$$

la deformació patida és molt petita i donat que s'ha aplicat  $23 \text{ kN}$ , podem pensar que es tracta d'un material prou rígid.

c) Calculem el mòdul de Young que correspon a aquest material

$$\sigma = E\varepsilon \rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{73,21}{6,65 \cdot 10^{-4}} = 110 \text{ GPa}$$

\*            \*            \*

**Exercici 13.**

La duresa Brinell es calcula com

$$HBW = 0,102 \cdot \frac{F}{A}$$

amb l'àrea en  $\text{mm}^2$ , llavors

$$A = \frac{\pi D_1 \left[ D_1 - \sqrt{D_1^2 - D_2^2} \right]}{2} = \frac{\pi \cdot 10 \cdot \left[ 10 - \sqrt{10^2 - 2,75^2} \right]}{2} = 6,056 \text{ mm}^2$$

i

$$HBW = 0,102 \cdot \frac{29418}{6,056} = 495,45$$

\*            \*            \*

**Exercici 14.**

a) A partir de la relació entre la resistència al trencament  $\sigma_t$  (en MPa) i la duresa Brinell,  $HBW$ , per acers

$$\sigma_t = 3,45 \cdot HBW$$

podem calcular

$$HBW = \frac{\sigma_t}{3,45} = \frac{615}{3,45} = 178,26$$



Respecte al coure no podem dir res perquè la relació anterior només val per acers.

\* \* \*

**Exercici 15.** La resiliència  $K$ , es calcula com

$$K = \frac{E}{A}$$

on  $E$  és l'energia usada per trencar la proveta i  $A$  l'àrea de la secció on impacta el martell de l'*assaig Charpy*. Fent servir la notació de l'exercici, l'àrea val (suposem que la secció de la proveta és quadrada)

$$A = (L_2 - L_3) \cdot L_2 = (15 - 5) \cdot 15 = 150 \text{ mm}^2$$

Com que l'energia perduda en l'impacte val

$$E = mgh - mgh' = mg(h - h') = 22 \cdot 9,8 \cdot (0,25 - 0,12) = 28,03 \text{ J}$$

la resiliència queda

$$K = \frac{E}{A} = \frac{28,03}{150} = 0,187 \text{ J/mm}^2$$

\* \* \*

**Exercici 16.**

a) Aquesta afirmació vol dir que després de  $5 \cdot 10^6$  cicles, l'esforç que el trencaria és de  $600 \text{ MPa}$ .

b) Aquesta afirmació vol dir que si l'esforç de treball no supera els  $150 \text{ MPa}$ , el material podrà resistir  $10^8$  cicles sense trencar-se.

c) Aquesta afirmació ens diu que aquest material té límit de fatiga, i val  $300 \text{ MPa}$

\* \* \*

**Exercici 17.** Com que l'alumini no és ferromagnètic, caldrà usar un assaig de raigs  $X$  o raigs  $\gamma$ , en funció del gruix de la peça.

\* \* \*

**Exercici 18.**

a) El material  $A$  té límit de fatiga i val uns  $500 \text{ MPa}$ . El material  $B$  no té límit de fatiga.



b) La resistència a la fatiga del material  $A$  per  $10\,000 = 10^4$  cicles és d'uns  $900\text{ MPa}$

c) La resistència a la fatiga del material  $B$  per a 100 milions de cicles ( $10^8$ ) és d'uns  $300\text{ MPa}$ .

d) La vida a la fatiga del material  $B$  per un esforç de  $600\text{ MPa}$  és d'uns  $10^5$  cicles.

e) Si fem el que proposa l'enunciat aquest material no es trencarà mai, ja que el seu límit de fatiga és de  $500\text{ MPa}$ .

\*      \*      \*

### Exercici 19.

a) L'increment de temperatura val

$$\Delta T = 30\text{ K} = 30^\circ\text{C}$$

ja que la relació entre l'escala centígrada i la Kelvin és

$$T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273$$

i els increments són iguals entre les dues.

b) La temperatura final serà

$$T_f = T_i + \Delta T = 285 + 30 = 315\text{ K} = 42^\circ\text{C}$$

\*      \*      \*

**Exercici 20.** Perquè el poliestirè expandit conté bombolles d'aire en el seu interior, que fan d'aïllant tèrmic.

\*      \*      \*

**Exercici 21.** Fent servir l'expressió

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$$

calculem quant s'escurça a l'hivern (passem de  $20^\circ\text{C}$  a  $4^\circ\text{C}$ )

$$\Delta L_h = 140 \cdot 18,7 \cdot 10^{-7} \cdot (-16) = -4,19 \cdot 10^{-3}\text{ m} = -4,19\text{ mm}$$



A l'estiu s'allarga (passem de  $20^{\circ}C$  a  $28^{\circ}C$ )

$$\Delta L_e = 140 \cdot 18,7 \cdot 10^{-7} \cdot (8) = 2,094 \cdot 10^{-3} m = 2,094 mm$$

De forma que la diferència de llargària entre l'estiu i l'hivern és

$$\Delta L = 4,19 + 2,094 = 6,284 mm$$

\* \* \*

**Exercici 22.** La potència que es transmet a través de la pared de maó val

$$P_p = \frac{\lambda_p \cdot A \cdot \Delta T}{e_p} = \frac{0,87 \cdot (3 \cdot 2,5 - 0,7 \cdot 2) \cdot (28 - 20)}{0,14} = 303,26 W$$

la potència que es transmet a través del vidre de la finestra val

$$P_v = \frac{\lambda_v \cdot A \cdot \Delta T}{e_v} = \frac{1,7 \cdot 0,7 \cdot 2 \cdot (28 - 20)}{0,005} = 3808 W$$

La potència total serà doncs

$$P = P_p + P_v = 303,26 + 3808 = 4111,26 W$$

L'àrea de la pared val  $3 \cdot 2,5 = 7,5 m^2$ , la del vidre de la finestra  $0,7 \cdot 2 = 1,4 m^2$ , és a dir la finestra és

$$\frac{7,5}{1,4} = 5,357$$

vegades més petita que la pared, però perd 10 vegades més potència tèrmica. Per tant, per millorar l'eficiència climàtica del recinte caldria posar per exemple, un vidre doble amb càmera interior, per exemple.