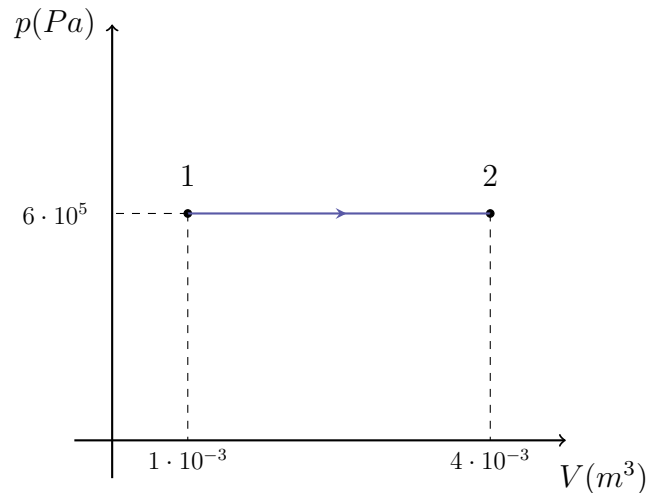


## 1. El treball val

$$W_{1 \rightarrow 2} = p(V_2 - V_1) = 6 \cdot 10^5 \cdot (4 - 1) \cdot 10^{-3} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Podem representar el procés com



\* \* \*

2. El primer procés consisteix en una transformació isocora (a volum constant), on no es produeix treball. De tota manera necessitem calcular la temperatura  $T_2$  ja que en l'expansió isotèrmica que seguirà, *sí* que es produirà treball i aquest depèn d'aquesta temperatura. Podem escriure l'equació d'estat pels punts 1 i 2 i tenim

$$\begin{cases} p_1 V_1 = nRT_1 \\ p_2 V_1 = nRT_2 \end{cases}$$

d'on dividint les equacions

$$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_1} = \frac{nRT_1}{nRT_2}$$

llavors

$$T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = (20 + 273) \cdot \frac{4}{2} = 586 \text{ K}$$

on hem posat la pressió en *bar* perquè apareixen dividint i per tant, no cal passar-les al Sistema Internacional.

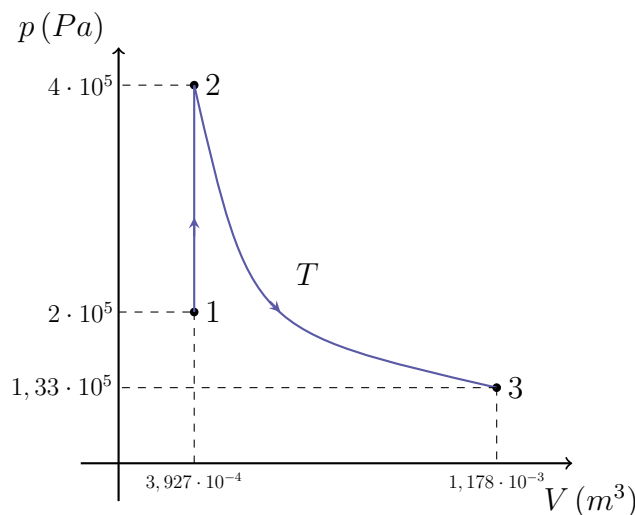
Ara calculem el nombre de mols de gas que tenim al recipient

$$p_1 V_1 = nRT_1 \rightarrow n = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3,927 \cdot 10^{-4}}{8,31 \cdot 293} = 0,03226 \text{ mol}$$

On s'ha calculat el volum  $V_1$  com

$$V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot \left( \frac{100 \cdot 10^{-3}}{2} \right)^2 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 3,927 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

El diagrama corresponent al procés seguit pel gas és



On s'ha calculat el volum  $V_3$  com

$$V_3 = \pi r^2 h' = \pi \cdot \left( \frac{100 \cdot 10^{-3}}{2} \right)^2 \cdot 150 \cdot 10^{-3} = 1,178 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Ara, el treball que es fa en l'expansió isotèrmica

$$W_{1 \rightarrow 2} = nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = 0,03226 \cdot 8,31 \cdot 586 \cdot \ln \frac{1,178 \cdot 10^{-3}}{3,927 \cdot 10^{-4}} = 172,57 \text{ J}$$

\* \* \*

**3.** A partir del primer principi

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W$$

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W = 1000 - 500 + 172,57 = 672,57 \text{ J}$$

4.

a) Calculem el volum inicial a partir de l'equació d'estat

$$p_1 V_1 = nRT_1 \rightarrow V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} = \frac{1 \cdot 8,31 \cdot (273 + 5)}{1 \cdot 10^6} = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

De l'equació que governa les transformacions adiabàtiques

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

d'on

$$V_2 = \sqrt[\gamma]{V_1^\gamma \frac{p_1}{p_2}} = V_1 \cdot \sqrt[\gamma]{\frac{p_1}{p_2}} = 2,3 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt[1,5]{\frac{1}{0,3}} = 5,13 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

b) Fent servir l'equació d'estat novament (ara per l'estat 2)

$$p_2 V_2 = nRT_2 \rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 5,13 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 8,31} = 185,2 \text{ K}$$

c) El treball en l'expansió es calcula com

$$W_{1 \rightarrow 2} = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1} = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 2,3 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^5 \cdot 5,13 \cdot 10^{-3}}{1,5 - 1} = 1522 \text{ J}$$

\* \* \*

5. Per calcular el treball involucrat en el procés isotèrmic volem usar

$$W_{1 \rightarrow 2} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

però no tenim el número de mols ni la temperatura, llavors, a podem fer servir l'equació d'estat

$$pV = nrT$$

per escriure

$$W_{1 \rightarrow 2} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 1 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \ln \frac{1}{10} = -2302,6 \text{ J}$$

Ara, segons el primer principi

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W$$

i com el procés és isotèrmic  $\Delta U = 0$  llavors

$$0 = \Delta Q - \Delta W \rightarrow \Delta Q = \Delta W = -2302,6 \text{ J}$$



6.

a) A partir del primer principi

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W = -10 \cdot 10^3 - (-25 \cdot 10^3) = 15 \cdot 10^3 J$$

b) L'energia útil que escalfarà l'alcohol és  $\Delta U$  calculat abans, llavors

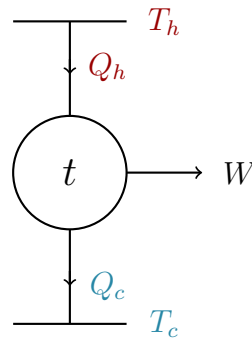
$$\Delta U = mC_e \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{\Delta U}{mC_e} = \frac{15 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 2400} = 12,5^\circ C$$

per tant, la temperatura final serà

$$T_f = 18^\circ + 12,5^\circ = 30,5^\circ C$$

\* \* \*

7. L'esquema de la màquina tèrmica es pot representar per

Calculem el rendiment com a màquina tèrmica *general*

$$\eta_t = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{150}{300} = 0,5$$

on s'ha fet servir que

$$Q_h = W + Q_c \rightarrow Q_c = Q_h - W = 300 - 150 = 150 J$$

Calculem ara el rendiment que tindria una màquina tèrmica ideal treballant entre les mateixes temperatures

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{20 + 273}{100 + 273} = 0,214$$

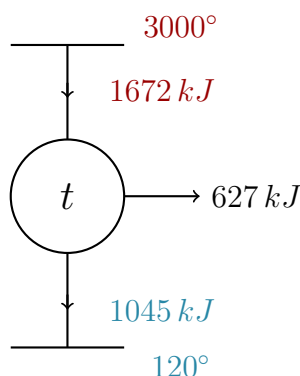
Aquest és el rendiment màxim, per tant no és possible que existeixi aquesta màquina.

\* \* \*

8. En les màquines tèrmiques ideals l'increment d'entropia degut al flux de calor amb la font calenta s'equilibra numèricament amb el flux de calor amb la font freda. En les reals aquest equilibri no es dona i sempre és més gran l'intercanvi d'entropia amb la font freda. En altres paraules, les màquines tèrmiques no reversibles pateixen pèrdues que les fan menys eficients, i això és equivalent a que contribueixin a que l'entropia de l'univers augmenti.

\* \* \*

9. Podem representar la situació amb



on s'ha fet servir que

$$Q_h = W + Q_c \rightarrow W = Q_h - Q_c = 1672 - 1045 = 627 \text{ kJ}$$

El rendiment com a màquina tèrmica no ideal es calcula com

$$\eta_t = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{1045}{1672} = 0,375$$

noteu l'ús de  $\text{kJ}$  ja que les quantitats s'estan dividint i el canvi a  $J$  és lineal, per tant no cal posar-les en el Sistema Internacional abans de fer el quocient.

El rendiment com a màquina tèrmica ideal (o reversible) es calcula segons

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{120 + 273}{3000 + 273} = 0,88$$

ara, *sí* que hem de passar a *Kelvin* les dades de temperatura, a pesar que també apareixen dividint. La raó és que el canvi de  $^{\circ}\text{C}$  a *Kelvin* és *afi* (se li ha de sumar un nombre) i no lineal (s'hauria de multiplicar per un nombre).

Calculem llavors el treball que obtindríem si el rendiment fos l'ideal

$$\eta = \frac{W}{Q_h} \rightarrow W = \eta Q_h = 0,88 \cdot 1672 = 1471,36 \text{ kJ}$$

El treball perdut per irreversibilitats val

$$W_p = 1471,36 - 627 = 844,36 \text{ kJ}$$

La variació d'entropia en cada cicle a la màquina tèrmica és zero ja que l'entropia és una funció d'estat i com a tal només depèn de l'estat inicial i final. La situació és una mica semblant a quan en una expansió isotèrmica argumentàvem que l'energia interna no variava. La raó era que l'energia interna, al ser una funció d'estat només depèn de l'estat inicial i el final, i com aquests es trobaven a la mateixa temperatura, i l'energia interna només depenia de la temperatura, teníem  $\Delta U = 0$ .

Per calcular la variació d'entropia a l'univers mirem la contribució que en fan els reservoris. El reservori a temperatura  $T_h = 3000^\circ$  perd en cada cicle  $Q_h = 1672 \text{ kJ}$  de calor, per tant l'entropia involucrada en aquesta part val

$$\Delta S_h^r = \frac{Q_h}{T_h} = \frac{-1672 \cdot 10^3}{3000 + 273} = -510,85 \text{ J/K}$$

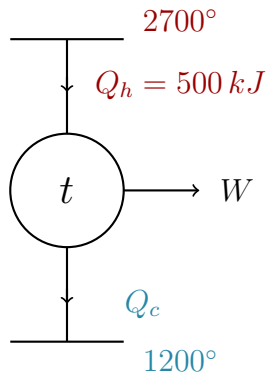
per una altra banda, la màquina tèrmica injecta  $Q_c = 1045 \text{ kJ}$  de calor al reservori que es troba a temperatura  $T_c = 120^\circ$  i l'entropia en aquest procés particular val

$$\Delta S_c^r = \frac{Q_c}{T_c} = \frac{1045 \cdot 10^3}{120 + 273} = 2659,03 \text{ J/K}$$

Llavors, la variació total de l'entropia de l'univers prové de la dels reservoris i podem escriure

$$\Delta S_{univ} = 2659,03 - 510,85 = 2148,18 \text{ J/K}$$

10. L'esquema de la màquina tèrmica és



a) Com ens diuen que és ideal podem calcular el seu rendiment a partir de les temperatures dels reservoris.

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{1200 + 273}{2700 + 273} = \frac{1500}{2973} \approx 0,5$$

Ara, a partir de la definició de rendiment en una màquina tèrmica en general

$$\eta = \frac{W}{Q_h} \rightarrow W = \eta \cdot Q_h = \frac{1500}{2973} \cdot 500 \approx 0,5 \cdot 500 = 250 \text{ kJ}$$

b) Amb

$$Q_h = W + Q_c \rightarrow Q_c = Q_h - W = 500 - \frac{1500}{2973} \cdot 500 \approx 500 - 250 = 250 \text{ kJ}$$

c) L'entropia de la màquina  $\Delta S_{maq}$  val zero en cada cicle perquè l'entropia és una funció d'estat i la màquina torna al seu estat inicial.

Del reservori a temperatura  $T_h$  surt calor cap a la màquina tèrmica i l'entropia involucrada en el procés val,

$$\Delta S_h^r = \frac{Q_h}{T_h} = \frac{-500}{2700 + 273} = \frac{-500}{2973} \text{ kJ/K}$$

Al reservori a temperatura  $T_c$  hi arriba calor procedent de la màquina tèrmica i l'entropia involucrada en el procés val,

$$\begin{aligned}
\Delta S_c^r &= \frac{Q_c}{T_c} = \frac{500 - \frac{1500}{2973} \cdot 500}{1200 + 273} \\
&= \frac{500 - \frac{1500}{2973} \cdot 500}{1473} = \frac{500 \cdot 2973 - 1500 \cdot 500}{1473} \\
&= \frac{\frac{1473 \cdot 500}{2973}}{1473} = \frac{500}{2973} \text{ kJ/K}
\end{aligned}$$

per tant la variació d'entropia de l'univers és

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{maq} + \Delta S_h^r + \Delta S_c^r = 0 - \frac{500}{2973} + \frac{500}{2973} = 0 \text{ kJ/K}$$

S'han fet els càlculs amb nombres racionals per tal d'evitar errors d'arrodoniment que podrien alterar el resultat final, que ha de ser idènticament zero tal com prediu el segon principi de la termodinàmica ( $\Delta S_{univ} = 0$  per màquines tèrmiques ideals).

\* \* \*

## 11.

a) A partir de les dades del problema

$$104,5 \frac{\text{kJ}}{\text{min}} \cdot \frac{10^3 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 1741,67 \text{ W}$$

és a dir que en un segon s'extreuen 1741,67 J.

Ara, amb la definició de  $COP$  per un refrigerador

$$COP_f = \frac{Q_c}{W} \rightarrow W = \frac{Q_c}{COP_f} = \frac{1741,67}{2,5} = 696,7 \text{ J}$$

cada segon, per tant la potència consumida de la xarxa, en principi, val 696,67 W. Com ens diuen que hi ha un rendiment (possiblement d'origen electromecànic, no termodinàmic) involucrat en el procés, la potència consumida serà més gran

$$P = \frac{696,67}{\eta} = \frac{696,67}{0,85} = 819,6 \text{ W}$$

b) La calor evacuada pel refrigerador al seu entorn es pot escriure com

$$Q_h = W + Q_c$$



el treball consumit de la xarxa al llarg d'un dia val

$$W = P \cdot t = 819,6 \cdot 24 \cdot 3600 = 7,08134 \cdot 10^7 J$$

i la calor absorbida de l'evaporador

$$Q_c = 1741,67 \cdot 24 \cdot 3600 = 1,5048 \cdot 10^8 J$$

de forma que

$$Q_h = W + Q_c = 7,08134 \cdot 10^7 + 1,5048 \cdot 10^8 = 2,213 \cdot 10^8 J$$

\* \* \*

**12.** A partir de

$$Q = mC_e\Delta T \quad Q = mL_f$$

calculem la calor que hem d'extreure per passar d'aigua a  $15^\circ C$  a gel a  $-5^\circ C$ .  
Comencem refredant l'aigua de  $15^\circ C$  a  $0^\circ C$

$$Q_1 = 500 \cdot 4180 \cdot 15 = 3,135 \cdot 10^7 J$$

ara, per passar d'aigua a  $0^\circ C$  a gel a  $0^\circ C$  (el canvi de fase)

$$Q_2 = 500 \cdot 334000 = 1,67 \cdot 10^8 J$$

ara, per refredar el gel de  $0^\circ C$  a  $-5^\circ C$

$$Q_3 = 500 \cdot 2090 \cdot 5 = 5,225 \cdot 10^6 J$$

La calor total que cal extreure doncs, és

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3,135 \cdot 10^7 + 1,67 \cdot 10^8 + 5,225 \cdot 10^6 = 2,036 \cdot 10^8 J$$

i el treball que el refrigerador consumirà de la xarxa serà

$$COP_f = \frac{Q_c}{W} \rightarrow W = \frac{Q_c}{COP_f} = \frac{2,036 \cdot 10^8}{5,6} = 3,635 \cdot 10^7 J$$

Com cal obtenir 500 kg cada hora, la potència del refrigerador ha de ser

$$P = \frac{W}{t} = \frac{3,635 \cdot 10^7}{3600} = 1,01 \cdot 10^4 W$$

Si es podés aprofitar la calor despresada al condensador (evacuada al entorn)  
d'alguna manera tindríem una quantitat extra d'energia cada hora de

$$Q_h = W + Q_c = 3,635 \cdot 10^7 + 2,036 \cdot 10^8 = 2,4 \cdot 10^8 J$$



**13.** Les dades de les temperatures són informatives, no es faran servir per resoldre el problema. La dada que necessitem és la calor que cal subministrar a l'interior de la casa. Llavors

$$COP_{b,c} = \frac{Q_h}{W} \rightarrow W = \frac{Q_h}{COP_{b,r}} = \frac{376200 \cdot 10^3}{8} = 4,7025 \cdot 10^7 J$$

si aquest procés s'ha de fer en 30 min, la potència necessària de la bomba de calor ha de ser

$$P_b = \frac{W}{t} = \frac{4,7025 \cdot 10^7}{30 \cdot 60} = 26125 W$$

L'avantatge energètic de la bomba de calor respecte les estufes elèctriques és que mentre les estufes haurien de proporcionar els  $376200 \cdot 10^3 J$  de calor que calen per escalfar la casa, la bomba de calor consumeix 8 vegades menys energia de la xarxa, gràcies al seu  $COP$  que en definitiva representa l'aportació que fa la bomba pel fet d'extreure calor de la font freda i injectar-la a la calenta.

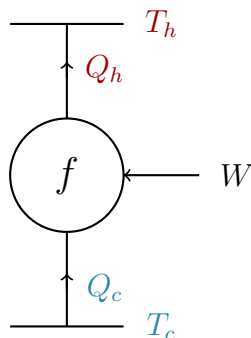
\* \* \*

**14.** L'eficiència màxima és la corresponent a la màquina de Carnot

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{250 + 273}{1400 + 273} = 0,6874 = 68,74 \%$$

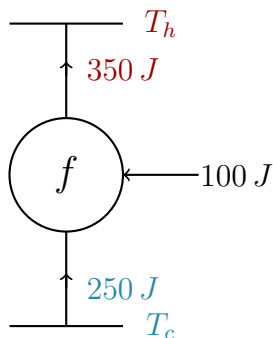
\* \* \*

**15.** L'esquema del refrigerador és



llavors, fent servir les dades de l'enunciat i el fet que

$$Q_c + W = Q_h$$



de forma que el seu  $COP_f$  valdrà

$$COP_f = \frac{Q_c}{W} = \frac{250}{100} = 2,5$$

\* \* \*

**16.** Com a màquina tèrmica i fent servir les dades es pot calcular la seva eficiència

$$\eta_t = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{550 \text{ MJ}}{800 \text{ MJ}} = 0,3125$$

i la seva eficiència si fos ideal

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{120 + 273}{500 + 273} = 0,4916$$

de forma que la seva eficiència segons el segon principi val

$$\eta_s = \frac{\eta_t}{\eta_c} = \frac{0,3125}{0,4916} = 0,6357 = 63,57\%$$

\* \* \*

**17.** Si la màquina tèrmica fos ideal el seu rendiment seria el valor obtingut per la corresponent màquina tèrmica de Carnot i s'obtingria un treball

$$\eta = \frac{W'}{Q_h} \rightarrow W' = \eta \cdot Q_h = 0,4916 \cdot 800 \text{ MJ} = 393,28 \text{ MJ}$$

mentre que el treball que produeix amb el seu rendiment real és

$$W = Q_h - Q_c = 800 - 550 = 250 \text{ MJ}$$

de forma que el treball perdut en irreversibilitats serà

$$W_{perdut} = W' - W = 393,28 - 250 = 143,28 \text{ MJ}$$

L'entropia de la màquina  $\Delta S_{maq}$  val zero en cada cicle perquè l'entropia és una funció d'estat i la màquina torna al seu estat inicial.

Del reservori a temperatura  $T_h$  surt calor cap a la màquina tèrmica i l'entropia involucrada en el procés val,

$$\Delta S_h^r = \frac{Q_h}{T_h} = \frac{-800}{500 + 273} = -1,035 \text{ MJ/K}$$

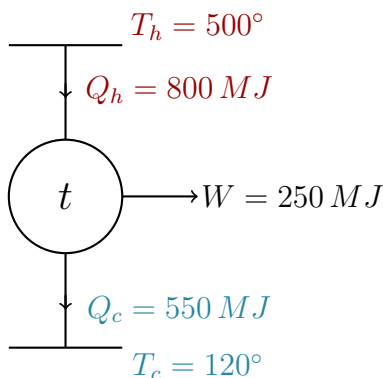
Al reservori a temperatura  $T_c$  hi arriba calor procedent de la màquina tèrmica i l'entropia involucrada en el procés val,

$$\Delta S_c^r = \frac{Q_c}{T_c} = \frac{550}{120 + 273} = 1,3995 \text{ MJ/K}$$

per tant la variació d'entropia de l'univers és

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{maq} + \Delta S_h^r + \Delta S_c^r = 0 - 1,035 + 1,3995 = 0,3645 \text{ MJ/K}$$

A partir de l'esquema de la màquina tèrmica



Calculem el rendiment de la màquina tèrmica

$$\eta_t = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{550 \text{ MJ}}{800 \text{ MJ}} = 0,3125$$

calculem ara el rendiment de la corresponent màquina tèrmica ideal

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{120 + 273}{500 + 273} = 0,4916$$

calculem finalment el rendiment segons el segon principi

$$\eta_s = \frac{\eta_t}{\eta_c} = \frac{0,3125}{0,4916} = 0,6357 = 63,57\%$$

Si la màquina tèrmica fos ideal tindria el rendiment de la de Carnot i el treball produït seria

$$\eta = \frac{W}{Q_h} \rightarrow W' = \eta_c \cdot Q_h = 0,4916 \cdot 800 = 393,28 \text{ MJ}$$

llavors, el treball perdut en irreversibilitats val

$$W_{\text{perdut}} = W' - W = 392,28 - 250 = 143,28 \text{ MJ}$$

Si interpretem l'aigua del riu que es fa servir per refrigerar el condensador com el reservori a temperatura  $T_c = 120^\circ$  en ell, la màquina tèrmica hi injecta  $550 \text{ MJ}$  de calor, per tant la variació d'entropia d'aquest reservori és

$$\Delta S_c = \frac{Q_c}{T_c} = \frac{550 \cdot 10^3}{120 + 273} = 1400 \text{ kJ/K}$$

Si interpretem la variació d'entropia demanada com la de l'entorn del sistema (la de la màquina sempre serà zero si funciona cíclicament), llavors hem de calcular la que pateix el reservori a temperatura  $T_h = 500^\circ$ , d'ell surt calor cap a la màquina tèrmica, per tant

$$\Delta S_h = \frac{Q_h}{T_h} = \frac{-800 \cdot 10^6}{500 + 273} = -1035 \text{ kJ/K}$$

llavors, la variació d'entropia de l'entorn (igual a la de l'univers) serà

$$\Delta S_{\text{ent}} = \Delta S_h + \Delta S_c = 1400 - 1035 = 365 \text{ kJ/K}$$

\* \* \*

**18.** La quantitat de calor que s'ha d'extreure de la fruita val

$$Q = m C_e \Delta T = 10 \cdot 4200 \cdot (20 - 8) = 5,04 \cdot 10^5 \text{ J}$$

amb un  $COP_f = 2,5$  es necessitarà consumir de la xarxa

$$COP_f = \frac{Q_c}{W} \rightarrow W = \frac{Q_c}{COP_f} = \frac{5,04 \cdot 10^5}{2,5} = 2,016 \cdot 10^5 \text{ J}$$

si la potència del refrigerador val  $P = 450 \text{ W}$ , es tardarà

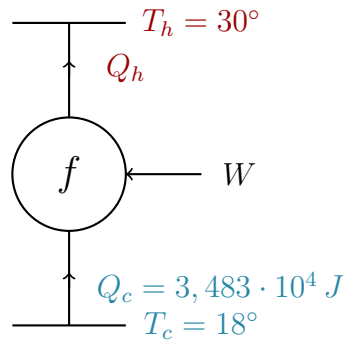
$$P = \frac{W}{t} \rightarrow t = \frac{W}{P} = \frac{2,016 \cdot 10^5}{450} = 448 \text{ s}$$

\* \* \*

**19.** Cada hora, la bomba de calor haurà d'extreure de l'habitatge  $125400 \text{ KJ}$  que, en un segon, corresponen a

$$125400 \frac{\text{kJ}}{\text{h}} \cdot \frac{10^3 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 3,483 \cdot 10^4 \text{ J/s (W)}$$

En un segon



gràcies al  $COP_{b,f}$  de la bomba, el treball per segon que consumirà de la xarxa és menor

$$COP_{b,f} = \frac{Q_c}{W} \rightarrow W = \frac{Q_c}{COP_{b,f}} = \frac{3,483 \cdot 10^4}{4} = 8707,5 \text{ J}$$

com aquest resultat està referit a un segon, es pot interpretar directament com la potència consumida, per tant

$$P = \frac{W}{t} = \frac{8707,5}{1} = 8707,5 \text{ W}$$