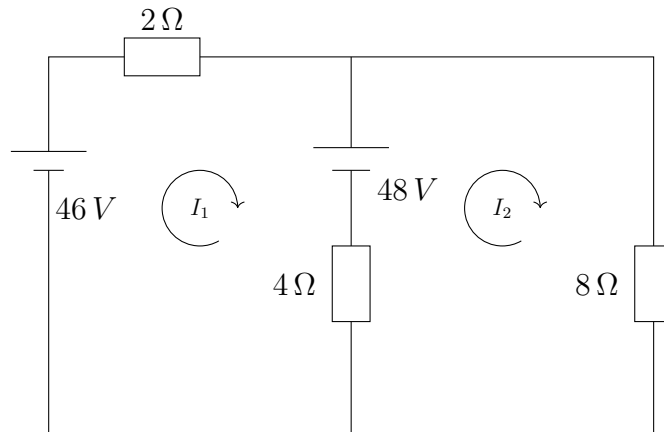


1. a) Com R_3 i R_4 es troben connectades en paral·lel, calculem directament

$$R_{3||4} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} = 8 \Omega$$

Després d'aquest càlcul podem representar el circuit segons



on hem establert unes intensitats de malla que ens permeten escriure les equacions

$$\begin{cases} 46 - 48 = I_2 \cdot 2 + (I_1 - I_2) \cdot 4 \\ 48 = I_2 \cdot 8 + (I_2 - I_1) \cdot 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2 = 6I_1 - 4I_2 \\ 48 = -4I_1 + 12I_2 \end{cases}$$

multiplicant la primera equació per 3 i sumant-les obtenim

$$42 = 14I_1 \rightarrow I_1 = \frac{42}{14} = 3 A$$

i fent servir ara la segona

$$I_2 = \frac{48 - 4I_1}{12} = \frac{48 - 4 \cdot 3}{12} = 5 A$$

b) La intensitat que travessa la font U_1 és $I = I_1 = 3 A$ i la que travessa la font U_2 és $I' = I_2 - I_1 = 5 - 3 = 2 A$

c) La font U_1 subministra una potència

$$P_1 = U_1 I = 46 \cdot 3 = 138 W$$

mentre que la font U_2 subministra una potència

$$P_2 = U_2 I' = 48 \cdot 2 = 96 W$$

d) La tensió que cau en R_4 val $V_4 = I_2 R_4 = 5 \cdot 40 = 200 \text{ V}$

* * *

2. a) Les resistències R_3 i R_2 estan connectades en paral·lel, de forma que cau la mateixa tensió en elles. Aplicant la llei d'Ohm a R_2

$$V_{23} = I_2 R_2 \rightarrow R_2 = \frac{V_{23}}{I_2} = \frac{120}{4} = 30 \Omega$$

b) Com $I_1 = 10 \text{ A}$ i $I_2 = 4 \text{ A}$ es dedueix que $I_3 = 6 \text{ A}$, llavors, aplicant la llei d'Ohm a R_3 tindrem

$$V_{23} = I_3 R_3 \rightarrow R_3 = \frac{V_{23}}{I_3} = \frac{120}{6} = 20 \Omega$$

c) Per l'associació de resistències R_1 , R_2 i R_3 circula el corrent I_1 . Al mateix temps, està connectada en paral·lel a R_4 i per tant, sotmesa a la mateixa tensió $U = 200 \text{ V}$. Aplicant la llei d'Ohm

$$U = I_1 (R_1 + R_2 || R_3)$$

d'on

$$R_1 = \frac{U}{I_1} - R_2 || R_3 = \frac{U}{I_1} - \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{200}{10} - \frac{30 \cdot 20}{30 + 20} = 20 - 12 = 8 \Omega$$

d) La resistència equivalent del circuit és

$$R = R_4 || (R_1 + R_2 || R_3)$$

per una banda

$$R_1 + R_2 || R_3 = 8 + 12 = 20 \Omega$$

llavors

$$R = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20} = 6,67 \Omega$$

aplicant la llei d'Ohm a tot el circuit

$$U = IR \rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{200}{6,67} = 30 \text{ A}$$

que és el corrent que entrega la font d'alimentació al circuit.

e) La potència subministrada per la font es pot calcular com

$$P = UI = 200 \cdot 30 = 6000 \text{ W}$$

3. a) La impedància del circuit val

$$Z = R + jX_L - jX_C = 10 + 8j - 10j = 10 - 2j$$

en forma polar

$$Z = \sqrt{10^2 + (-2)^2} \angle \arctan \frac{-2}{10} = 2\sqrt{26} \angle -11,31^\circ$$

b) Aplicant la llei d'Ohm

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{110}{10 - 2j} \cdot \frac{10 + 2j}{10 + 2j} = \frac{1100 + 220j}{102 + 2^2} = 10,577 + 2,115j$$

que es pot escriure com

$$I = \sqrt{10,577^2 + 2,115^2} \angle \arctan \frac{2,115}{10,577} = 10,786 \angle 11,31^\circ$$

c) La potència activa val

$$P = UI \cos \varphi = 110 \cdot 10,786 \cos 11,31^\circ = 1163,43 \text{ W}$$

i la reactiva

$$Q = UI \sin \varphi = 110 \cdot 10,786 \sin 11,31^\circ = 232,69 \text{ VAR}$$

d) La impedància del circuit, quan la freqüència és arbitrària valdria

$$Z = R + jL\omega - j\frac{1}{C\omega}$$

que és mínima quan

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

* * *

4. a) La impedància equivalent del circuit és, simbòlicament

$$Z = R + X_1 || X_2 + X_3$$

que es calcula com

$$Z = 20 + \frac{30j \cdot 60j}{30j + 60j} - 40j = 20 + \frac{-1800}{90j} - 40j = 20 + 20j - 40j = 20 - 20j$$

b) Aplicant la llei d'Ohm

$$U = IZ$$



llavors

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{230}{20 - 20j} = \frac{23}{2 - 2j} \cdot \frac{2 + 2j}{2 + 2j} = \frac{46}{2^2 + 2^2} + \frac{46j}{2^2 + 2^2} = 5,75 + 5,75j$$

que es pot escriure com

$$I = \sqrt{5,75^2 + 5,75^2} \arctan \frac{5,75}{5,75} = 5,75\sqrt{2}_{45^\circ}$$

c) La potència activa val

$$P = UI \cos \varphi = 230 \cdot 5,75\sqrt{2} \cos 45^\circ = 1322,5 \text{ W}$$

la potència reactiva val

$$Q = UI \sin \varphi = 230 \cdot 5,75\sqrt{2} \sin 45^\circ = 1322,5 \text{ VAR}$$

d) La potència aparent val

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{1322,5^2 + 1322,5^2} = 1870,3 \text{ VA}$$

i el factor de potència

$$\cos \varphi = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$$

* * *

5. En una connexió en estrella cada fase està connectada entre una línia i el neutre, de forma que el corrent de línia és el mateix que el que travessa la fase, per tant valdrà 15 A.

* * *

6. a) Les fases es troben sotmeses a la tensió simple

$$U_s = \frac{U_c}{\sqrt{3}} = 230,94 \text{ V}$$

Pel corrent de línia I_l , que és el mateix que el de fase per estar en estrella, tenim

$$I_l = \frac{U}{Z} = \frac{230,94}{10 - 10j} = \frac{23,094}{1 - j} \cdot \frac{1 + j}{1 + j} = \frac{23,094}{2} + \frac{23,094j}{2} = 11,55 + 11,55j$$

que es pot escriure com

$$I = \sqrt{11,55^2 + 11,55^2} \arctan \frac{11,55}{11,55} = 11,55\sqrt{2}_{45^\circ}$$



Com que les tres impedàncies valen el mateix les càrregues estan equilibrades. Suposant que la xarxa també està equilibrada i és simètrica, podem suposar que no es deriva corrent al neutre, és a dir $I_N = 0 A$

b) La potència reactiva total val

$$Q = 3U_s I_f \sin \varphi = 3 \frac{U_c}{\sqrt{3}} I_f \sin \varphi = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot 400 \cdot 11,55\sqrt{2} \sin 45^\circ = 8002 \text{ VAR}$$

c) La potència dissipada per cada resistència es pot calcular com

$$P = I_f^2 R = \left(11,55\sqrt{2}\right)^2 \cdot 10 = 2668 \text{ W}$$

* * *

7. a) Com que es vol que la potència útil generada sigui $P_{elec} = 600 \text{ kW}$ la que entrega el multiplicador al generador (li direm P_{mg}) ha de ser

$$P_{mg} = \frac{P_{elec}}{\eta_{gen}} = \frac{600 \cdot 10^3}{0,88} = 681,82 \cdot 10^3 \text{ W}$$

d'acord amb això, al multiplicador hi ha d'arribar una potència (provinent del vent) P_{sub} igual a

$$P_{sub} = \frac{P_{mg}}{\eta_{mult}} = \frac{681,82}{0,67} = 1,0176 \cdot 10^6 \text{ W}$$

b) A partir de

$$P = \Gamma \omega$$

es veu que el parell màxim es donarà quan la velocitat angular sigui mínima, llavors, a l'entrada del multiplicador

$$\Gamma_e^{max} = \frac{P_{sub}}{\omega_{rot}^{min}} = \frac{1,0176 \cdot 10^6}{1,3614} = 7,46 \cdot 10^5 \text{ Nm}$$

on hem passat la velocitat angular al SI

$$13 \frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{rev}} \cdot \frac{1 \cancel{min}}{60 \text{ s}} = 1,3614 \text{ rad/s}$$

a la sortida del multiplicador la velocitat angular mínima val

$$\omega_{gen}^{min} = \omega_{rot}^{min} \tau = 1,3614 \cdot 71 = 96,66 \text{ rad/s}$$

de forma que el parell màxim a la sortida serà

$$\Gamma_s^{max} = \frac{P_{mg}}{\omega_{gen}^{min}} = \frac{681,82 \cdot 10^3}{96,66} = 7,054 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$



c) La potència dissipada en el multiplicador val

$$P_{mult} = P_{sub} - P_{mg} = 1,0176 \cdot 10^6 - 681,82 \cdot 10^3 = 3,3578 \cdot 10^5 W$$

i la dissipada en el generador

$$P_{gen} = P_{mg} - P_{elec} = 681,82 \cdot 10^3 - 600 \cdot 10^3 = 8,182 \cdot 10^4 W$$

* * *

8. a) A la sortida de l'eix del motor tenim

$$P_{motor} = P_{elec} \cdot \eta_{mot} = 3,3 \cdot 10^3 \cdot 0,85 = 2805 W$$

Per calcular el parell passem la velocitat de sortida n_s al SI

$$26,5 \frac{rev}{min} \cdot \frac{2\pi rad}{1 rev} \cdot \frac{1 min}{60 s} = 2,775 rad/s$$

i amb l'ajut de la relació de transmissió calculem la velocitat d'entrada del reductor, que coincideix amb la de sortida del motor

$$\omega_{motor} = \omega_e = \frac{\omega_s}{\tau} = \frac{2,775}{1/54} = 149,85 rad/s$$

ara, a partir de

$$P = \Gamma \omega$$

podem calcular

$$\Gamma_{motor} = \frac{P_{motor}}{\omega_e} = \frac{2805}{149,85} = 18,72 Nm$$

b) A la sortida del reductor tenim, per la potència

$$P_{sortida} = P_{motor} \cdot \eta_{red} = 2805 \cdot 0,62 = 1739,1 W$$

i en quant al parell

$$\Gamma_{sortida} = \frac{P_{sortida}}{\omega_s} = \frac{1739,1}{2,775} = 626,7 Nm$$

c) És immediat calcular la potència dissipada en el conjunt motor-reductor com

$$P_{dissipada} = P_{elec} - P_{sortida} = 3,3 \cdot 10^3 - 1739,1 = 1560,9 W$$

* * *

9. Calculem directament

$$n_s = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{4} = 750 min^{-1}$$

