1. (a) De la teoria sabem que la relació entre la freqüència (ω) amb que oscil·la una massa (m) lligada a una molla de constant elàstica k és

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

d'on, fent servir el subíndex b per referir-nos a la balança sola

$$\begin{aligned} k &= m_b\omega^2 = m_b(2\pi f_b)^2 \\ &= m_b \cdot 4\pi^2 f_b^2 \\ &= 2,10 \cdot 10^{-19} \cdot 4\pi^2 \cdot (2,00 \cdot 10^{15})^2 \\ &= 3,32 \cdot 10^{13}\, N/m \end{aligned}$$

(b) Quan a més hi ha el virus a la balança

$$k = m_{b+v}(2\pi f_{b+v})^2 = m_{b+v} \cdot 4\pi^2 f_{b+v}^2$$

d'on

$$\begin{aligned} m_{b+v} &= \frac{k}{4\pi^2 f_{b+v}^2} = \frac{m_b \cdot \cancel{4\pi^2} f_b^2}{\cancel{4\pi^2} f_{b+v}^2} \\ &= m_b \left(\frac{f_b}{f_{b+v}}\right)^2 = 2,10 \cdot 10^{-19} \cdot \left(\frac{2,00 \cdot 10^{15}}{2,87 \cdot 10^{14}}\right)^2 \\ &= 1,02 \cdot 10^{-17}\, kg \end{aligned}$$

i la massa del virus és

$$m_v = m_{b+v} - m_b = 1,02 \cdot 10^{-17} - 2,10 \cdot 10^{-19} = 9,99 \cdot 10^{-18}\, kg$$

2. (a) L'enegia potencial elàstica d'una molla s'escriu com

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

d'on, comparant amb les magnituds que apareixen a la gràfica es conclou que el pendent m de la recta és

$$m \equiv \frac{1}{2}k$$

llavors, triant qualsevol parell de punts, per exemple $(0,0)$ i $(0.25, 200)$ podem calcular aquest pendent com

$$m = \frac{200 - 0}{0,25 - 0} = 800$$

llavors

$$\frac{1}{2}k = 800 \rightarrow k = 1600\,N/m$$

Ara, a partir de

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

d'on

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{62,5\cdot 10^{-3}}{1600}} = 3,927\cdot 10^{-2}\,s$$

L'energia cinètica màxima depèn de la velocitat màxima, que val

$$v_{max} = \pm A\omega = \pm A\cdot\frac{2\pi}{T} = \pm 60\cdot 10^{-2}\cdot\frac{2\pi}{3,927\cdot 10^{-2}} = \pm 96\,m/s$$

llavors

$$E_{c_{max}} = \frac{1}{2}m(v_{max})^2 = \frac{1}{2}\cdot 62,5\cdot 10^{-3}\cdot(\pm 96)^2 = 288\,J$$

(b) La longitud de l'ona generada es pot calcular com

$$\lambda = vT = 30\cdot 3,927\cdot 10^{-2} = 1,178\,m$$

llavors

$$y(x,t) = A\sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$$

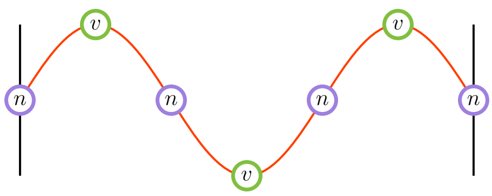
amb les nostres dades

$$y(x,t) = 60\cdot 10^{-2}\sin 2\pi\left(\frac{x}{1,178} - \frac{t}{3,927\cdot 10^{-2}}\right)$$

3. Veure exercici 1 de la llista de l'oscil·lador harmònic.

4. Veure exercici 5 de la tercera llista d'ones.

5. (a) Al tercer harmònic li corresponen 4 nodes, la situació es pot representar com



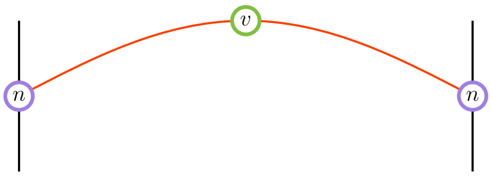
Tenim una longitud d'ona i mitja en un espai de $2\,m$

$$1,5\lambda = 2 \rightarrow \lambda = \frac{2}{1,5} = 1,33\,m$$

A partir de la definició de velocitat de grup

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{800}{1,33} = 600\,Hz$$

(b) En el cas del fonamental és



d'on és clar que ara $\lambda = 4\,m$ i com la velocitat de grup es manté constant

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{800}{4} = 200\,Hz$$

6. A partir de l'equació

$$y(x,t) = 2\cos\pi(x-2t)$$

podem escriure

$$y(x,t) = 2\cos(\pi x - 2\pi t)$$

d'on comparant amb l'equació típica d'una ona

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

(a) Trobem la longitud d'ona

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}} = 2\,m$$

(b) És immediat veure que

$$k = \pi\,rad/m$$

(c) Ara, amb la definició de velocitat de grup o fase

$$\lambda = vT \rightarrow \frac{\cancel{2\pi}}{k} = v \cdot \frac{\cancel{2\pi}}{\omega} \rightarrow v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}} = 2\,m/s$$