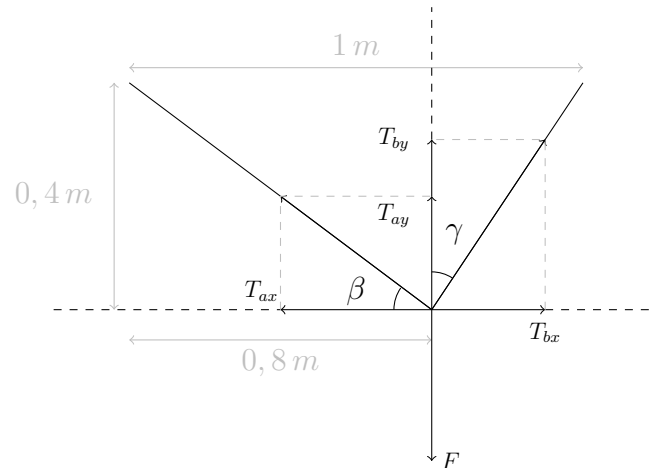


**Pàg 270****Exercici 1.** Posem uns eixos de coordenades i descomponem les tensions

Ara podem escriure les equacions d'equilibri per cada eix i plantejar un sistema

$$\begin{cases} T_{by} + T_{ay} = F \\ T_{ax} = T_{bx} \end{cases}$$

fent servir trigonometria

$$\begin{cases} T_b \cos \gamma + T_a \sin \beta = F \\ T_a \cos \beta = T_b \sin \gamma \end{cases}$$

aïllem, per exemple,  $T_a$  de la segona equació

$$T_a = \frac{T_b \sin \gamma}{\cos \beta}$$

i substituïm a la primera

$$T_b \cos \gamma + \frac{T_b \sin \gamma}{\cos \beta} \sin \beta = F$$

traient factor comú

$$T_b (\cos \gamma + \sin \gamma \tan \beta) = F$$

d'on

$$T_b = \frac{F}{\cos \gamma + \sin \gamma \tan \beta}$$

de l'esquema es veu que

$$\tan \beta = \frac{0,4}{0,8} = 0,5$$

i

$$\gamma = \arctan \left( \frac{0,4}{0,2} \right) = \arctan 2$$

llavors

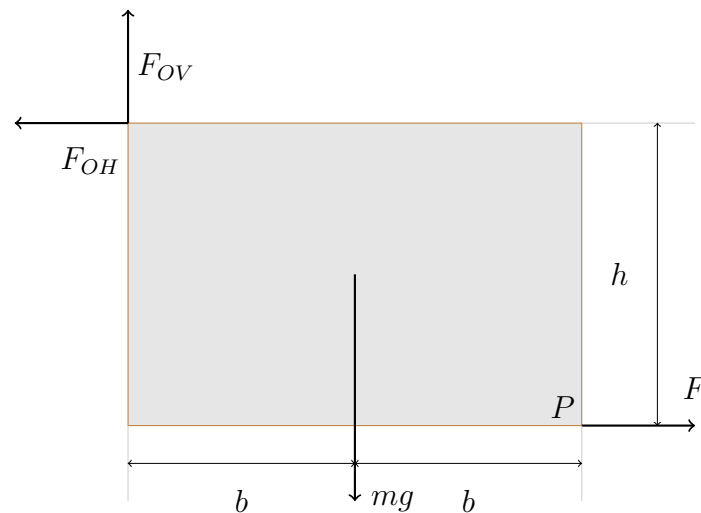
$$\begin{aligned} T_b &= \frac{F}{\cos \gamma + \sin \gamma \tan \beta} = \frac{1800}{\cos(\arctan 2) + \sin(\arctan 2) \cdot 0,5} = \\ &= \frac{1800}{\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot 0,5} = \frac{1800 \cdot \sqrt{5}}{2} = 2012,46 \text{ N} \end{aligned}$$

En quant a la tensió  $T_a$

$$T_a = \frac{T_b \cos \beta}{\sin \gamma} = \frac{2012,46 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = 1006,23 \text{ N}$$

\* \* \*

**Exercici 2.** El diagrama de solid lliure és



a) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt  $O$ ), queden

$$F_{OV} = mg \quad F_{OH} = F \quad mgb = Fh$$

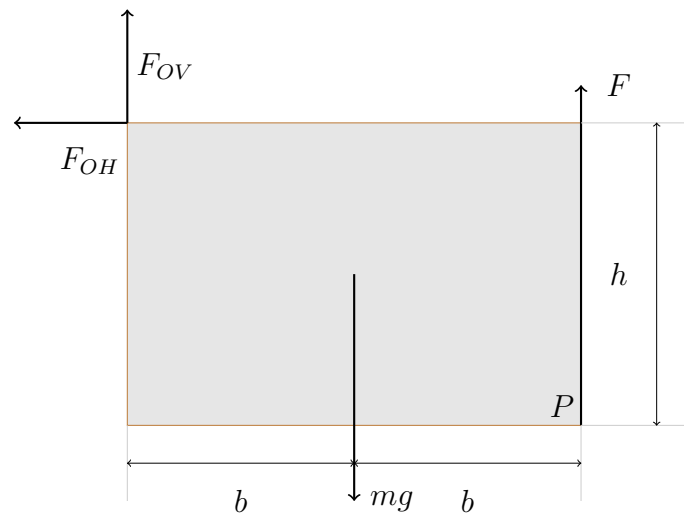
llavors,

$$F = \frac{mgb}{h} = \frac{46,8 \cdot 9,8 \cdot 1,2}{1,2} = 458,64 \text{ N}$$

b) Tenim

$$F_{OH} = 458,64 \text{ N} \quad F_{OV} = 46,8 \cdot 9,8 = 458,64 \text{ N}$$

c) Si la força  $F$  aplicada en  $P$  és vertical el diagrama de sòlid lliure és ara



Les equacions d'equilibri queden (tornem a prendre moments des del punt  $O$ ),

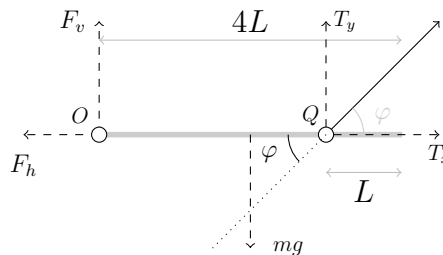
$$F_{OV} + F = mg \quad F_{OH} = 0 \quad mgb = F2b$$

d'on

$$F = \frac{mgb}{2b} = \frac{mg}{2} = 229,32 \text{ N}$$

És més petita que l'horitzontal, ja que al estar més lluny del punt d'articulació, cal un valor més petit per fer el mateix moment.

**Exercici 4.** Fem un diagrama de solid lliure per la taula. L'exercici anomena  $T$  a la força que fa la barra  $PQ$  sobre la taula. No és la millor tria, ja que són les forces sobre cables i cordes les que anomenem *tensions*, però respectarem el nom. Un altre detall és que l'enunciat demana un angle,  $\varphi$ , que al dibuix assenyalen com  $\alpha$ . En aquesta resolució s'ha optat per fer servir  $\varphi$ .



a) Del l'esquema de l'enunciat (aquí hem representat només el diagrama de solid lliure) es veu que

$$\tan \varphi = \frac{2L}{3L}$$

d'on

$$\varphi = \arctan \frac{2L}{3L} = \arctan \frac{2}{3} = 33,7^\circ$$

b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical, i la de moments (des del punt  $O$ ), queden

$$F_v + T_y = mg \quad F_h = T_x \quad mg2L = T_y3L$$

d'on

$$T_y = \frac{mg2L}{3L} = \frac{15 \cdot 9,8 \cdot 2}{3} = 98 \text{ N}$$

com que és

$$\tan \varphi = \frac{T_y}{T_x} \rightarrow T_x = \frac{T_y}{\tan \varphi} = \frac{98}{\tan 33,7^\circ} = 147 \text{ N}$$

c) Ara, és immediat trobar

$$F_x = T_x = 147 \text{ N}$$

i

$$F_v = mg - T_y = 15 \cdot 9,8 - 98 = 49 \text{ N}$$

d) Per calcular la tensió normal o millor dit, l'esforç, necessitem la força total que fa la barra

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \sqrt{147^2 + 98^2} = 176,67 \text{ N}$$

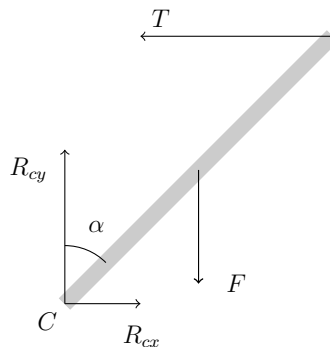
llavors

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{176,67}{12,5} = 14,13 \text{ MPa}$$

\*       \*       \*

### Pàg 294

**Exercici 1.** Representem el diagrama de solid lliure per la barra  $CB$ , per la qual suposem una longitud  $L$ ,



Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical, i la de moments (des del punt  $C$ ), queden

$$R_{Cy} = F \quad R_{Cx} = T \quad F \frac{L}{2} \sin \alpha = T L \cos \alpha$$

d'on

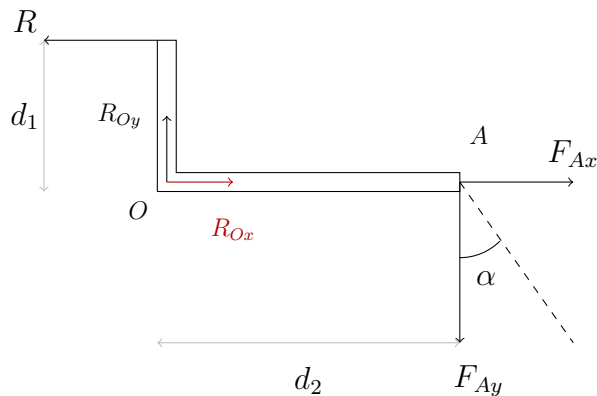
$$T = \frac{F \tan \alpha}{2} = \frac{180 \tan 45^\circ}{2} = 90 \text{ N}$$

Tot i que no es demanen, calculem les reaccions al punt d'articulació  $C$ ,

$$R_{Cx} = T = 90 \text{ N}$$

$$R_{Cy} = F = 180 \text{ N}$$

**Exercici 2.** Representem el diagrama de solid lliure



Noteu que no està clar que hi hagi reacció horitzontal en el punt  $O$ , ja que  $R$  és variable i pot compensar sola a  $F_{Ax}$ , les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical, i la de moments (des del punt  $O$ ), queden

$$R = F_{Ax} \quad R_{Oy} = F_{Ay} \quad Rd_1 = F_{Ay}d_2$$

cal tenir en compte que tenim dues equacions més, ja que geomètricament es veu que

$$F_{Ax} = F \sin \alpha \quad F_{Ay} = F \cos \alpha$$

llavors

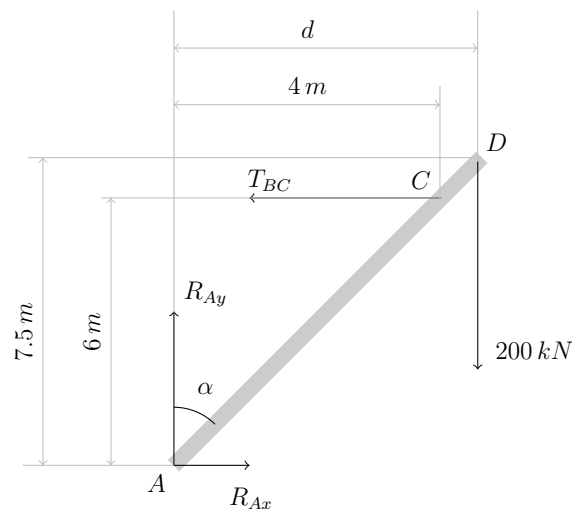
$$R = \frac{F_{Ay}d_2}{d_1} = \frac{F \cos \alpha \cdot d_2}{d_1} = \frac{300 \cdot \cos 30^\circ \cdot 300}{150} = 519,61 \text{ N}$$

noteu com no cal posar les distàncies en metres ja que apareixen dividint-se.

\* \* \*

## Pàg 296

**Exercici 3.** El diagrama de solid lliure es pot representar com



Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical, i la de moments (des del punt  $A$ ), queden

$$R_{Ax} = T_{BC} \quad R_{Ay} = 200 \cdot 10^3 \quad T_{BC} \cdot 6 = 200 \cdot 10^3 \cdot d$$

per trobar  $d$  podem considerar les relacions

$$\tan \alpha = \frac{4}{6} = \frac{d}{7,5}$$

d'on

$$d = \frac{4 \cdot 7,5}{6} = 5 \text{ m}$$

i llavors

$$T_{BC} = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 5}{6} = 1,67 \cdot 10^5 \text{ N}$$

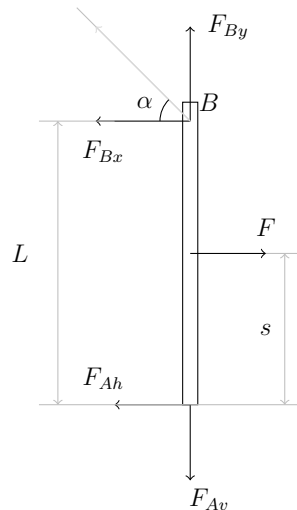
$$R_{Ax} = T_{BC} = 1,67 \cdot 10^5 \text{ N}$$

$$R_{Ay} = 200 \cdot 10^3 \text{ N}$$

\*       \*       \*

### Exercici 5.

a) Representem el diagrama de solid lliure (amb la notació de l'enunciat)



b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical, i la de moments (des del punt B), queden

$$F_{Bx} + F_{Ah} = F \quad F_{By} = F_{Av} \quad F(L - s) = F_{Ah} \cdot L$$

Hem d'afegir una condició geomètrica sobre les components de la força que fa la barra en el punt B de la pantalla,

$$\tan \alpha = \frac{F_{By}}{F_{Bx}}$$

Ara, per una banda tenim

$$F_{Ah} = \frac{F(L - s)}{L} = \frac{840 \cdot (2 - 1,25)}{2} = 315 \text{ N}$$

i per una altra

$$F_{Bx} = F - F_{Ah} = 840 - 315 = 525 \text{ N}$$

i amb

$$F_{By} = F_{Bx} \tan \alpha = 525 \tan 60^\circ = 909,33 \text{ N}$$

finalment,

$$F_{BC} = \sqrt{(F_{Bx})^2 + (F_{By})^2} = \sqrt{525^2 + 909,33^2} = 1050 \text{ N}$$

c) D'abans tenim que

$$F_{Ah} = 315 \text{ N}$$

i és immediat calcular

$$F_{Av} = F_{By} = 909,33 \text{ N}$$

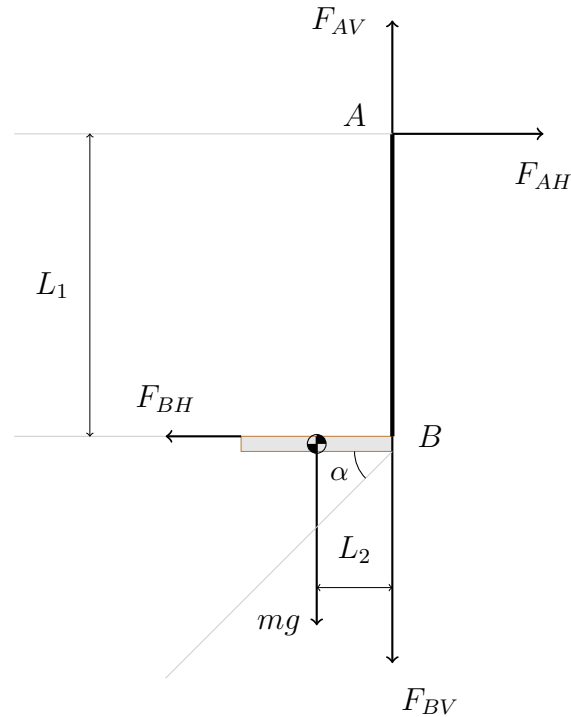
d) Al diagrama de solid lliure de la pantalla no hi apareix la barra  $BC$ , però és fàcil trobar la força horitzontal sobre ella en el punt  $C$  (podeu provar de representar el diagrama de solid lliure de la barra  $BC$ ) ja que en aquest punt hi ha d'haver una força vertical  $F_{Cy}$  que equilibri  $F_{By}$  i una horitzontal  $F_{Cx}$  que equilibri  $F_{Bx}$  de forma que

$$F_{Cx} = F_{Bx} = 525 \text{ N}$$



## Pàg 297

Exercici 1. a) El diagrama de solid lliure és



b) Per trobar  $F_{BC}$  necessitem calcular les components  $F_{BH}$  i  $F_{BV}$ , ja que és

$$F_{BC} = \sqrt{F_{BH}^2 + F_{BV}^2}$$

Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt B), són

$$F_{BH} = F_{AH} \quad F_{AV} = mg + F_{BV} \quad mgL_2 = F_{AH}L_1$$

a més, tenim una condició geomètrica sobre  $F_{BV}$  i  $F_{BH}$

$$\tan \alpha = \frac{F_{BV}}{F_{BH}}$$

De forma que

$$F_{AH} = \frac{mgL_2}{L_1} = \frac{35 \cdot 9,8 \cdot 0,5}{3} = 57,17 \text{ N} = F_{BH}$$

$$F_{BV} = F_{BH} \tan \alpha = 57,17 \tan 45^\circ = 57,17 \text{ N}$$

i, finalment

$$F_{AV} = mg + F_{BV} = 35 \cdot 9,8 + 57,17 = 400,17 \text{ N}$$

Ara, ja podem calcular  $F_{BC}$

$$F_{BC} = \sqrt{F_{BH}^2 + F_{BV}^2} = \sqrt{57,17^2 + 57,17^2} = 57,17\sqrt{2} = 80,85 \text{ N}$$

c) Dels càlculs anteriors es veu que

$$F_{AV} = 400,17 \text{ N} \quad F_{AH} = 57,17 \text{ N}$$

d) La força horitzontal  $F_{cable}$  sobre la barra BC ha d'estar equilibrada per  $F_{BH}$ , ja que no hi ha més forces horitzontals sobre la barra BC, llavors,

$$F_{cable} = F_{BH} = 57,17 \text{ N}$$

\*   \*   \*

**Exercici 3.** Fem una representació del diagrama de solid lliure per la porta

