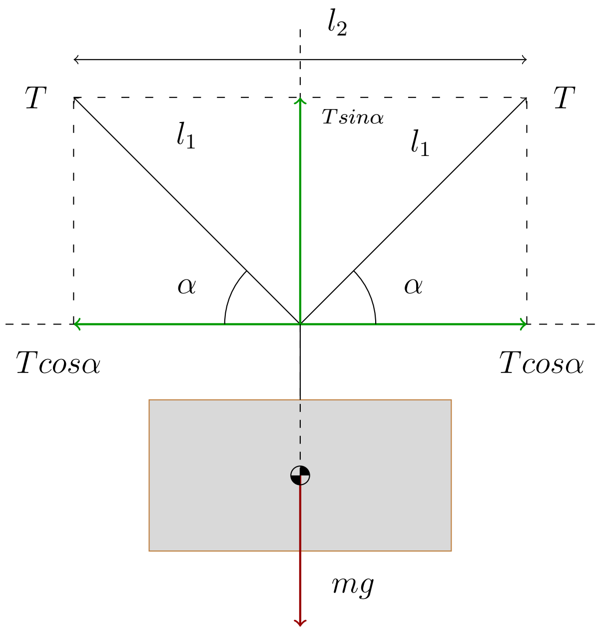
En tots aquest exercicis, el símbol ◕ representa la posició del centre de masses d'un cos o estructura.

Exercici 43



D'entrada, noteu que les dues components verticals de les tensions es "trepitgen" i queden una sobre l'altre al dibuix, les dues valen el mateix, $T\sin\alpha$ i només s'ha posat nom a una. Ara,

a) De l'esquema es veu que

$$l_2 = 2l_1\cos\alpha = 2\cdot 2\cos 45^o = 2\sqrt{2} = 2,83$$

b) L'eix horitzontal proporciona l'equació trivial

$$T\cos\alpha = T\cos\alpha$$

mentre que al vertical podem escriure

$$T\sin\alpha + T\sin\alpha = mg \rightarrow T = \frac{mg}{2\sin\alpha} = \frac{300\cdot 9,8}{2\sin 45^o} = 2,08\cdot 10^3\,N$$

c) En quant a la tensió normal

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{\pi\frac{d^2}{4}} = \frac{2,08 \cdot 10^3}{\pi\frac{6^2}{4}} = 73,6\,MPa$$

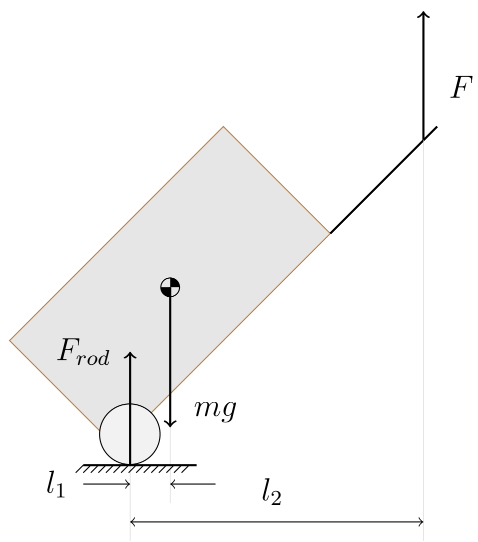
d) Per calcular la deformació

$$\sigma = E\epsilon \rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{73,6\,MPa}{20 \cdot 10^3 MPa} = 3,68 \cdot 10^{-3} = 0,368\,\%$$

És a dir, s'han estirat

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \rightarrow \Delta L = L_0\varepsilon = 2 \cdot 0,00368 = 0,00736\,m$$

Exercici 44



a) Per l'equilibri de forces a l'eix vertical i moments (des del centre de masses ◕), tenim

$$F_{rod} + F = mg \qquad mgl_1 = Fl_2$$

La força F que ha de fer l'operari val

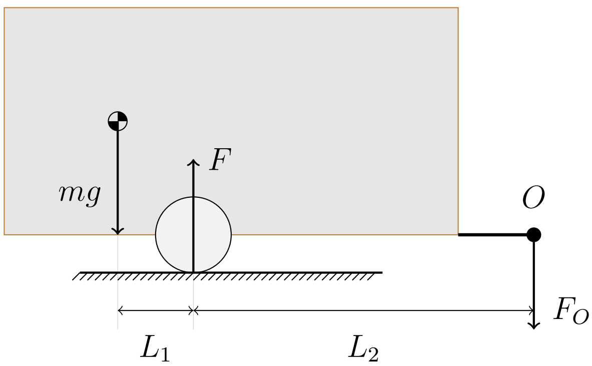
$$F = \frac{mgl_1}{l_2} = \frac{60 \cdot 9,8 \cdot 400}{1200} = 196\,N$$

noteu que no cal canviar les longituds a metres perquè apareixen dividint. Llavors, la força que el terra sobre les rodes

$$F_{rod} = mg - F = 60 \cdot 9,8 - 196 = 392\,N$$

b) N'hi ha prou de demanar $l_1 = 0$, és a dir inclinar el carro de forma que el pes caigui sobre de l'eix de la roda. En aquestes condicions la força vertical F val zero. De tota manera, encara caldria aplicar una força horitzontal per poder traslladar el carro.

Exercici 46



a) Per l'equilibri de forces a l'eix vertical i moments (des del centre de masses ◕), tenim

$$F = mg + F_O$$

$$FL_1 = F_O(L_1 + L_2) \rightarrow F_O = \frac{FL_1}{L_1 + L_2}$$

llavors, per les força que fa el terra sobre les rodes

$$F = mg + \frac{FL_1}{L_1 + L_2} \rightarrow F\left(1 - \frac{L_1}{L_1 + L_2}\right) = mg$$

$$F\frac{L_2}{L_1+L_2} = mg \rightarrow F = \frac{mg(L_1+L_2)}{L_2} = \frac{560\cdot 9,8(100+700)}{700} = 6272\,N$$

en quant la força que ha de fer el vehicle al punt O, F_O

$$F_O = \frac{FL_1}{L_1+L_2} = \frac{6272\cdot 100}{100+700} = 784\,N$$

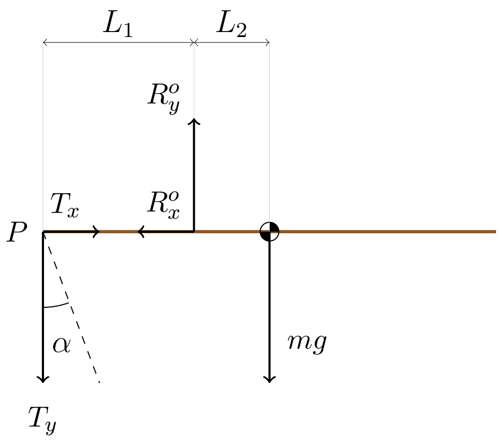
Noteu que no cal passar les longituds a metres, ja que apareixen en forma de quocient.

b) Està clar que voldrem situar el centre de masses de la càrrega sobre el punt de suport de la roda, ja que d'aquesta manera $L_1 = 0$ i llavors, també $F_O = 0$. Evidentment alguna força horitzontal caldrà encara aplicar en el punt O per fer avançar el remolc.

c) De $v = \omega R$ tenim,

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{65/3,6}{0,175} = 103,17\,\frac{rad}{s} \times \frac{1\,volta}{2\pi rad} \times \frac{60\,s}{1\,min} = 985,24\,min^{-1}$$

Exercici 47



a) La força F demanada és la tensió a la corda, les components de la qual s'han representat al diagrama de sòlid lliure de dalt. Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt P), queden

$$T_x = R_x^o$$

$$T_y + mg = R_y^o$$

$$R_y^o L_1 = mg(L_1 + L_2)$$

de les condicions de l'exercici podem afegir l'equació

$$\tan 15^\circ = \frac{T_x}{T_y}$$

Trobem primer R_y^o,

$$R_y^o = \frac{mg(L_1 + L_2)}{L_1} = \frac{0,380 \cdot 9,8(50 + 70)}{50} = 8,94\,N$$

Ara, trobem T_y,

$$T_y = R_y^o - mg = 8,94 - 0,380 \cdot 9,8 = 5,214\,N$$

seguidament podem calcular T_x

$$T_x = T_y \tan 15^\circ = 5,214 \tan 15^\circ = 1,397\,N$$

i finalment, trobem $R_x^o = T_x = 1,397\,N$

Llavors, la força F es pot calcular com

$$F = T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \sqrt{1,397^2 + 5,214^2} = 5,398\,N$$

b) En quant a les forces a l'articulació O, $F_v = R_y^o = 8,94\,N$ i $F_h = R_x^o = 1,397\,N$. El sentit està indicat al diagrama de sòlid lliure.

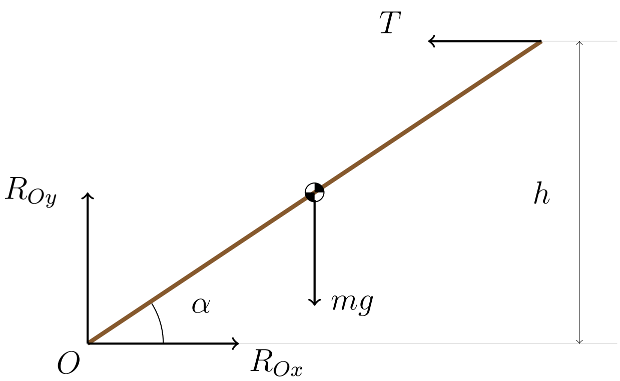
c) No serà possible perquè per construcció el punt P mai podrà quedar per sota del punt O.

Exercici 48

A partir de la definició d'esforç i tenint en compte que la secció és quadrada

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{9,5 \cdot 10^3}{5^2} = 380\,MPa$$

Exercici 49



a) Sabent que la tapa mesura L, podem escriure

$$\sin\alpha = \frac{h}{L} \rightarrow \alpha = \arcsin\frac{h}{L} = \arcsin\frac{350}{600} = 35,7°$$

b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt O), queden

$$T = R_{Ox} \qquad R_{Oy} = mg \qquad mg\frac{L}{2}\cos\alpha = Th$$

Llavors la força (T) que fa el cable val

$$T = \frac{mgL\cos\alpha}{2h} = \frac{25\cdot 9,8\cdot 600\cos 35,7°}{2\cdot 350} = 170,54\,N$$

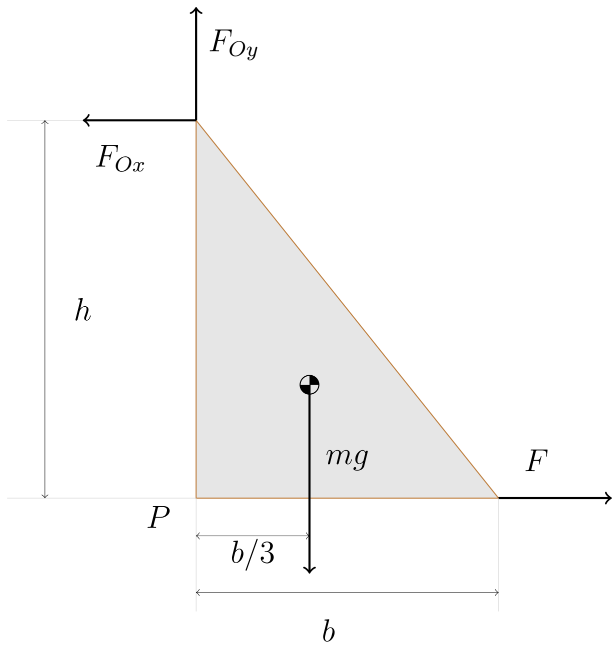
c) En quant a les forces a l'articulació O,

$$R_{Ox} = T = 170,54\,N \qquad R_{Oy} = mg = 25\cdot 9.8 = 245\,N$$

d) La tensió normal (σ) al cable val

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{A} = \frac{170,54}{3} = 56,85\,MPa$$

Exercici 50



a) Per trobar la massa de la placa fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho e \frac{bh}{2} = 2700 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \frac{600 \cdot 10^{-3} \cdot 1200 \cdot 10^{-3}}{2} = 9,72\, kg$$

b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt P), queden

$$F_{Ox} = F \qquad F_{Oy} = mg \qquad mg\frac{b}{3} = F_{Ox} \cdot h$$

Llavors

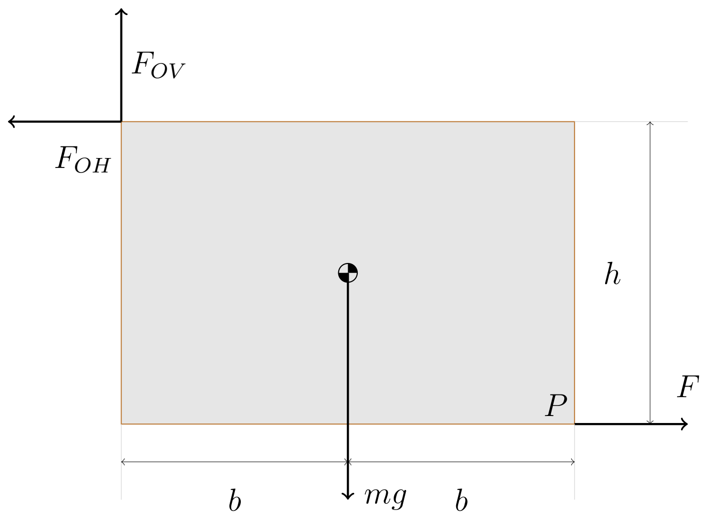
$$F_{Ox} = \frac{mgb}{3h} = \frac{9,72 \cdot 9,8 \cdot 0,6}{3 \cdot 1,2} = 15,876\, N$$

Exercici 51

A partir de la definició d'esforç i tenint en compte que la secció és circular de diàmetre $3\,mm$

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow F = \sigma A = \sigma\frac{\pi D^2}{4} = 800\frac{\pi \cdot 3^2}{4} = 5655\,N$$

Exercici 52



a) Per trobar la massa de la placa fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho(2b)he = 650(2 \cdot 1,2)1,2 \cdot 0,025 = 46,8\,kg$$

b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt O), queden

$$F_{OV} = mg \qquad F_{OH} = F \qquad mgb = Fh$$

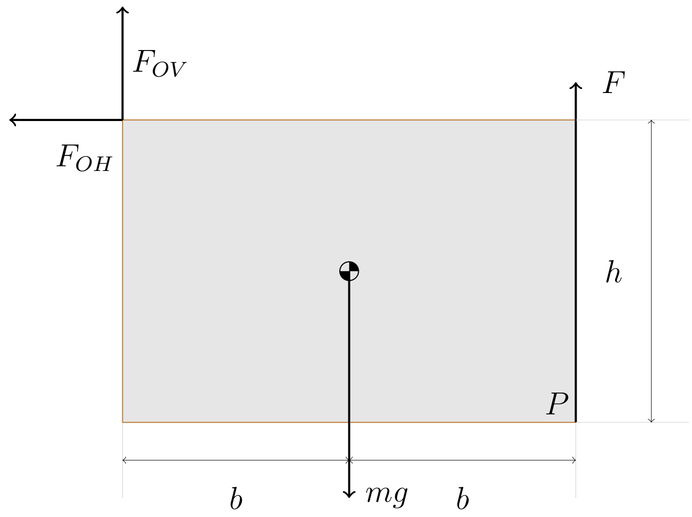
llavors,

$$F = \frac{mgb}{h} = \frac{46,8 \cdot 9,8 \cdot 1,2}{1,2} = 458,64\,N$$

c) Tenim

$$F_{OH} = 458,64\,N \qquad F_{OV} = 46,8 \cdot 9,8 = 458,64\,N$$

d) Si la força F aplicada en P és vertical el diagrama de sòlid lliure és ara



Les equacions d'equilibri queden ara (tornem a prendre moments des del punt O),

$$F_{OV} + F = mg \qquad F_{OH} = 0 \qquad mgb = F2b$$

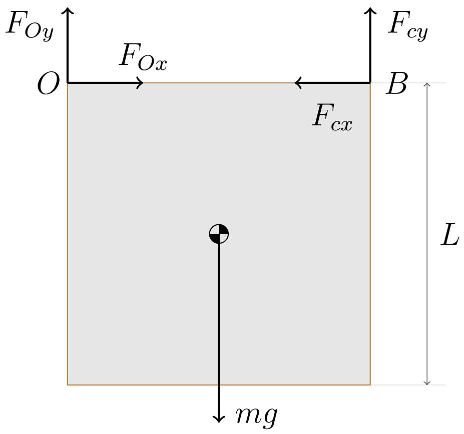
d'on

$$F = \frac{mg\cancel{b}}{2\cancel{b}} = \frac{mg}{2} = 229,32\,N$$

És més petita que l'horitzontal, ja que al estar més lluny del punt d'articulació, cal un valor més petit per fer el mateix moment.

Exercici 53

a)



Noteu que la presència de F_{Ox} es dedueix de que hi ha d'haver una força horitzontal en O que permeti equilibrar la força horitzontal que sabem que està present en B, provinent del cilindre, que està inclinat.

b) Per trobar la massa de la placa fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho L^2 e = 7850 \cdot 1^2 \cdot 0,1 = 785\, kg$$

c) S'ha de tenir en compte que la força que fa el cilindre va en la seva direcció (és com si es tractés de la tensió en un cable) i de la geometria del problema, i per $\varphi = 0°$ es dedueix que l'angle que forma el cilindre amb la placa és $\alpha = 45°$ de forma que tenim

$$F_{cy} = F_{cx}$$

Per una altra banda, les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt O), queden

$$F_{Oy} + F_{cY} = mg \qquad F_{Ox} = F_{cx} \qquad mg\frac{\cancel{L}}{2} = F_{cy}\cancel{L}$$

D'on

$$F_{cy} = \frac{mg}{2} = \frac{785 \cdot 9,8}{2} = 3846,5\,N = F_{cx}$$

Llavors, la força al cilindre serà

$$F_c = \sqrt{F_{cy}^2 + F_{cy}^2} = \sqrt{3846,5^2 + 3846,5^2} = 3846,5\sqrt{2} = 5439,77\,N$$

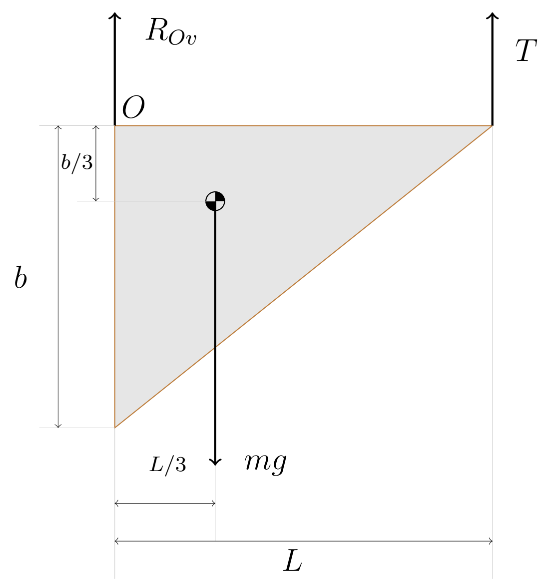
d) La tensió normal σ de la tija la podem calcular com

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F_c}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{555,01}{\frac{\pi(40)^2}{4}} = 17,67\,MPa$$

La pressió relativa p_{int} a l'interior del cilindre la calculem com

$$p_{int} = \frac{F}{A'} = \frac{555,01}{\frac{\pi(70)^2}{4}} = 5,77\,MPa$$

Exercici 54



a) Per trobar la massa de la placa fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho \frac{Lb}{2} e = 8900 \frac{0,9 \cdot 0,6}{2} \cdot 0,008 = 19,224\, kg$$

b) Prenent moments des del punt O

$$mg\frac{L}{3} = TL \rightarrow T = \frac{mg}{3} = \frac{19,224 \cdot 9,8}{3} = 62,8\, N$$

c) La condició d'equilibri a l'eix vertical imposa

$$R_{Ov} + T = mg$$

llavors

$$R_{Ov} = mg - T = mg - \frac{mg}{3} = \frac{2mg}{3} = \frac{2 \cdot 19,224 \cdot 9,8}{3} = 125,6\, N$$

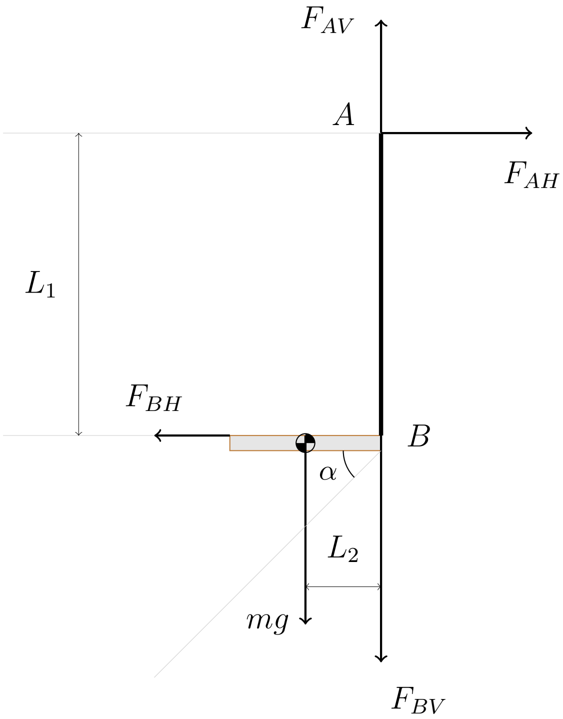
És clar que no hi ha component horitzontal al punt O ja que no hi ha cap altre força horitzontal al diagrama de sòlid lliure.

d) La tensió normal σ del cable la podem calcular com

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{A} = \frac{62,8}{3} = 20,93\, MPa$$

Exercici 55

a)



b) Per trobar F_{BC} necessitem calcular les components F_{BH} i F_{BV}, ja que és

$$F_{BC} = \sqrt{F_{BH}^2 + F_{BV}^2}$$

Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt B), són

$$F_{BH} = F_{AH} \qquad F_{AV} = mg + F_{BV} \qquad mgL_2 = F_{AH}L_1$$

a més, tenim una condició geomètrica sobre F_{BV} i F_{BH}

$$\tan\alpha = \frac{F_{BV}}{F_{BH}}$$

De forma que

$$F_{AH} = \frac{mgL_2}{L_1} = \frac{35 \cdot 9,8 \cdot 0.5}{3} = 57,17\,N = F_{BH}$$

$$F_{BV} = F_{BH} \tan\alpha = 57,17 \tan 45^\circ = 57,17\,N$$

i, finalment

$$F_{AV} = mg + F_{BV} = 35 \cdot 9,8 + 57,17 = 400,17\,N$$

Ara, ja podem calcular F_{BC}

$$F_{BC} = \sqrt{F_{BH}^2 + F_{BV}^2} = \sqrt{57,17^2 + 57,17^2} = 57,17\sqrt{2} = 80,85\,N$$

c) Dels càlculs anteriors es veu que

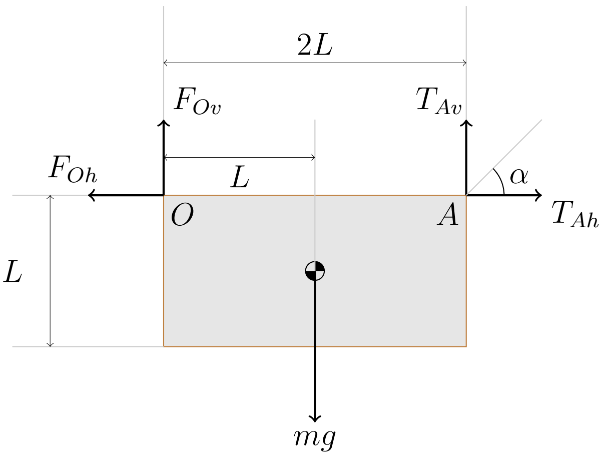
$$F_{AV} = 400,17\,N \qquad F_{AH} = 57,17\,N$$

d) La força horitzontal F_{cable} sobre la barra BC ha d'estar equilibrada per F_{BH}, ja que no hi ha més forces horitzontals sobre la barra BC, llavors,

$$F_{cable} = F_{BH} = 57,17\,N$$

Exercici 56

a)



b) Per trobar la massa de la placa fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho L(2L)e = 2710 \cdot 2 \cdot 0,005 = 27\,kg$$

c) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt O), són

$$F_{Oh} = T_{Ah} \qquad F_{Ov} + T_{Av} = mg \qquad mgL = T_{Av} \cdot 2L$$

a més, tenim una condició geomètrica que relaciona T_{Av} i T_{Ah} ja que és

$$\tan\alpha = \frac{T_{Av}}{T_{Ah}}$$

llavors

$$T_{Av} = \frac{mg\cancel{L}}{2\cancel{L}} = \frac{27 \cdot 9,8}{2} = 132,3\,N$$

$$T_{Ah} = \frac{T_{Av}}{\tan\alpha} = \frac{132,3}{\tan 30^\circ} = 229,15\,N$$

i la tensió que fa el cable es calcula com

$$T = \sqrt{T_{Ah}^2 + T_{Av}^2} = \sqrt{229,15^2 + 132,3^2} = 264,6\,N$$

Ara,

$$F_{Oh} = T_{Ah} = 229,15\,N$$

$$F_{Ov} = mg - T_{Av} = 27 \cdot 9,8 - 132,3 = 132,3\,N$$

d) En quant a la tensió normal σ del cable

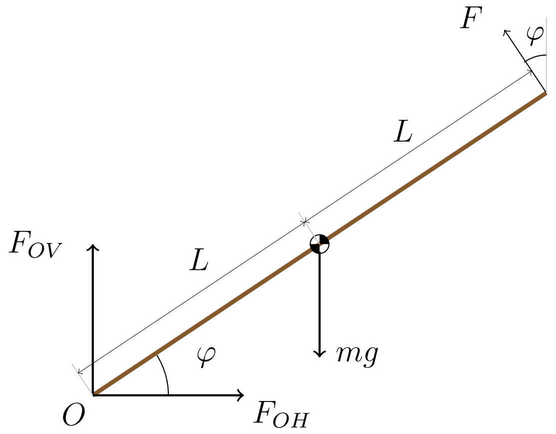
$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{264,6}{\frac{\pi (2)^2}{4}} = 84,22\,MPa$$

Les deformacions no seran permanents ja que l'esforç a que està sotmès $(84,22)$ el cable és menor que el límit elàstic del material (350).

Per calcular l'allargament unitari

$$\sigma = E\epsilon \rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{84,22}{207 \cdot 10^3} = 4,07 \cdot 10^{-4}$$

Exercici 57



a) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt O), són

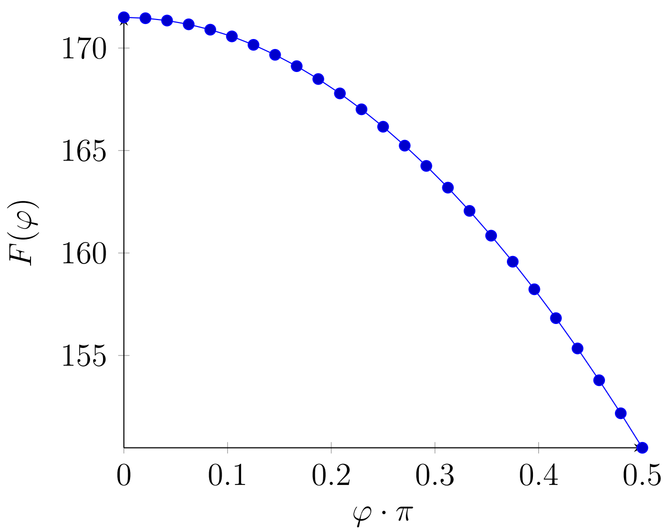
$$F \cos\varphi + F_{OV} = mg \qquad F \sin\varphi = F_{OH} \qquad mgL\cos\varphi = F \cdot 2L$$

De manera que tenim

$$F(\varphi) = \frac{mg\cos\varphi}{2}$$

b) Representem la gràfica de la funció

$$F(\varphi) = 171,5\cos\varphi$$



Noteu que a l'eix horitzontal s'han posat els valors en funció de π.

c) Tenim que

$$F_{OH} = F \sin \varphi = \frac{mg \cos \varphi}{2} \sin \varphi = \frac{35 \cdot 9,8 \cos 35° \sin 35°}{2} = 80,56\, N$$

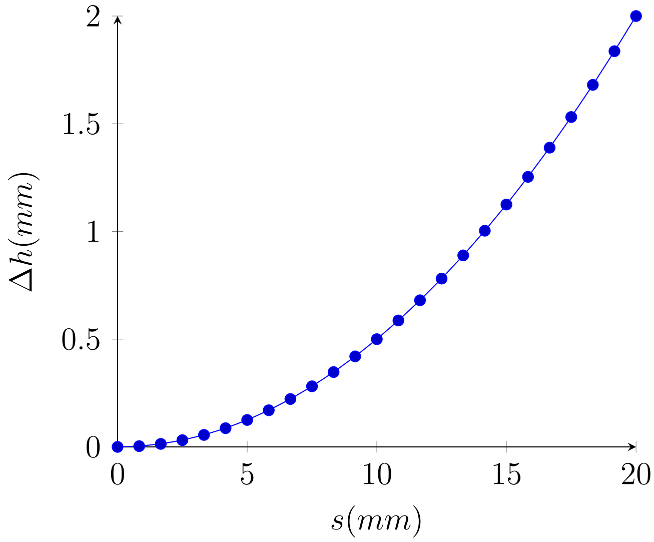
i

$$F_{OV} = mg - F \cos \varphi = mg - \frac{mg \cos \varphi}{2} \cos \varphi = mg \left(1 - \frac{\cos^2 \varphi}{2} \right) = 227,92\, N$$

Exercici 58

a) Representem

$$\Delta h = \frac{s^2}{b} = 0,005s^2$$



b) En quant a la tensió normal o esforç σ, tenim

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{mg}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{1,7 \cdot 9,8}{\frac{\pi (0,8)^2}{4}} = 33,14\,MPa$$

en quant a la deformació unitària ϵ,

$$\sigma = E\epsilon \rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{33,14}{2500} = 0,013$$

c) L'allargament del fil ΔL es pot calcular com

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \rightarrow \Delta L = \epsilon L_0 = 0,013 \cdot 0,6 = 0,008\,m$$

d) Per resoldre l'exercici hem suposat des del començament que les politges no tenen massa ni fregament. També hem suposat que el fil és inextensible, cosa que és falsa, però la variació de longitud és prou petita perquè puguem considerar que la tensió es transmet íntegrament al pes, i d'aquesta manera, raonar que mentre el pes es trobi quiet, la tensió de la corda serà igual a mg, independentment de la posició del corró.

Exercici 59

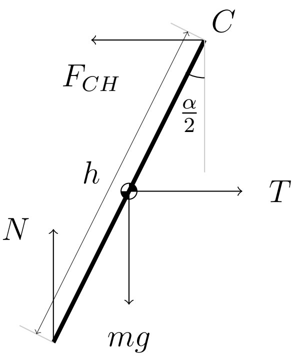
a) Per trobar la massa de cada tauler fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho b h e = 530 \cdot 0,6 \cdot 0,9 \cdot 0,011 = 3,1482\, kg$$

b) Representem el diagrama de sòlid lliure per tal d'escriure les equacions que permeten resoldre el problema



Llavors, les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt C), són

$$F_{CH} = T \qquad N = mg \qquad N\cancel{h}\sin\frac{\alpha}{2} = 2T\frac{\cancel{h}}{2}\cos\frac{\alpha}{2} + mg\frac{\cancel{h}}{2}\sin\frac{\alpha}{2}$$

Noteu que el terme $2T$ es deu a que els taulers estan lligats per dos cables. Calculem directament

$$N = mg = 3,1482 \cdot 9,8 = 30,85\, N$$

c) En quant a la tensió a cadascun dels cables, manipulacions algebraiques elementals ens porten a

$$T = \frac{mg}{2} \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{3,1482 \cdot 9,8}{2} \tan \frac{40^\circ}{2} = 11,23\, N$$

d)

Tenim

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{A} = \frac{11,23}{1,8} = 6,24\, MPa$$