1. a) Plantegem la conservació de la quantitat de moviment tenint en compte que quedaran units

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v'$$

Tant és quin anomenem 1 i 2 però cal anar en compte amb el signe d'una de les velocitats ja que es mouen en sentit contrari. Fent servir les dades de l'enunciat

$$3 \cdot 5 - 2 \cdot 10 = (3 + 2)v'$$

d'on

$$v' = \frac{3 \cdot 5 - 2 \cdot 10}{3 + 2} = -1\, m/s$$

b) Calculem l'energia cinètica del sistema abans del xoc

$$E_i = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 = 137,5\, J$$

i la final després del xoc

$$E_f = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v'^2 = \frac{1}{2}(3 + 2) \cdot 1^2 = 2,5\, J$$

Llavors

$$E_{perduda} = E_i - E_f = 137,5 - 2,5 = 135\, J$$

Noteu que el valor de l'energia perduda no depèn del signe de la velocitat final.

* * *

2. a) La conservació de la quantitat de moviment ens permet escriure

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$$

passant la velocitat de la pilota al SI

$$108\, \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{10^3}{1\, \cancel{km}} \cdot \frac{1\, \cancel{h}}{3600\, s} = 30\, m/s$$

fent servir les dades de l'enunciat

$$0 = 50 \cdot v_1' + 0,2 \cdot 30$$

d'on

$$v_1' = \frac{-0,2 \cdot 30}{50} = -0,12\, m/s$$

b) L'energia cinètica adquirida per la màquina se l'endú el fregament, així

$$\frac{1}{2}m_2v_1^2 = W_{F_{nc}} \rightarrow \frac{1}{2}m_2v_1^2 = F_fd \rightarrow \frac{1}{2}m_2v_1^2 = \mu Nd \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m_2}v_1^2 = \mu\cancel{m_2}gd$$

llavors

$$d = \frac{v'^2}{2\mu g} = \frac{(-0,12)^2}{2 \cdot 0,2 \cdot 9,8} = 0,00367\,m = 36,7\,mm$$

* * *

3. Resolem l'exercici per respondre els apartats. En la col·lisió de la bala i el bloc podem plantejar la conservació de la quantitat de moviment, així

$$mv = (m + M)v'$$

i just després del xoc, demanem que l'energia cinètica del conjunt passi a ser potencial gravitatòria

$$\frac{1}{2}\cancel{(m+M)}v'^2 = \cancel{(m+M)}gh$$

i a partir de la relació coneguda de teoria

$$h = L(1 - \cos\alpha)$$

podem calcular

$$h = 1 \cdot (1 - \cos 30°) = 0,134\,m$$

i a partir d'aquí

a) Calculem la velocitat just després del xoc amb

$$v' = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,134} = 1,62\,m/s$$

b) Calculem la velocitat amb que es va disparar el projectil

$$v = \frac{m + M}{m}v' = \frac{0,01 + 2}{0,01} \cdot 1,62 = 325,7\,m/s$$

c) I finalment l'energia perduda en el xoc

$$E_p = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(m+M)v'^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,01 \cdot 325,7^2 - \frac{1}{2} \cdot (0,01+2) \cdot 1,62^2 = 527,8\,J$$

* * *

4. a) Plantegem un sistema d'equacions a partir de la conservació de la quantitat de moviment i de l'energia,

$$\begin{cases} m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2' \\ \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \end{cases}$$

recordem que amb l'ajuda d'algunes transformacions algebraiques el sistema es podia escriure

$$\begin{cases} m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2' \\ v_1 - v_2 = v_2' - v_1' \end{cases}$$

Ara, fent servir les dades de l'enunciat

$$\begin{cases} 1 \cdot 10 + 2 \cdot 15 = 1 \cdot v_1' + 2 \cdot v_2' \\ 10 - 15 = v_2' - v_1' \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 40 = v_1' + 2v_2' \\ -5 = v_2' - v_1' \end{cases}$$

de la segona equació tenim

$$v_1' = v_2' + 5$$

i substituint a la primera

$$40 = v_2' + 5 + 2v_2' \rightarrow v_2' = \frac{35}{3} = 11,67\, m/s$$

i finalment,

$$v_1' = v_2' + 5 = 11,67 + 5 = 16,67\, m/s$$

* * *

5. a) És fals, el que es conserva és el moment lineal del sistema, és a dir la suma dels moments lineals de totes les partícules que intervenen en el xoc.
b) És fals, l'energia es pot conservar o no, si ho fa, direm que el xoc és elàstic. En la realitat l'energia mai es conserva, perquè sempre es perd poc o molt però per motius pedagògics fem exercicis en els que suposem que sí es conserva.
c) El coeficient de restitució es definia com

$$e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2}$$

i el màxim valor que podia assolir era 1, quan el xoc era elàstic. Si el xoc és inelàstic era menor que 1, ja que a velocitat relativa després del xoc serà més petita que abans (s'ha perdut energia cinètica) i era zero quan el xoc era totalment inelàstic, ja que els cossos quedaven junts després del xoc.