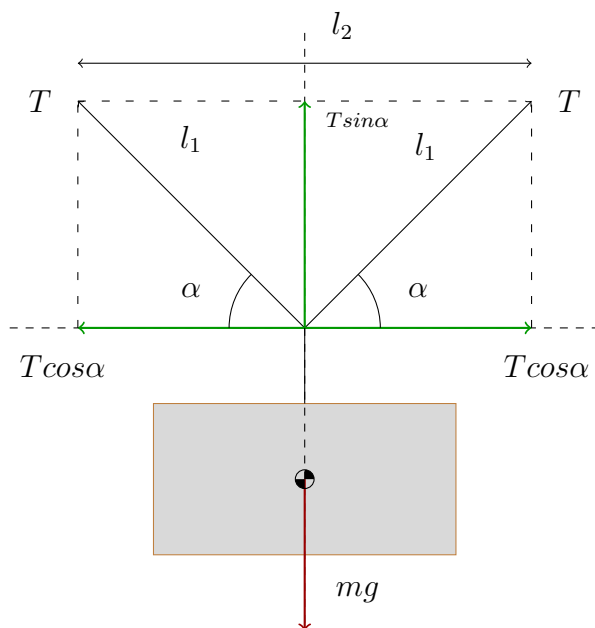


En tots aquest exercicis, el símbol  $\bullet$  representa la posició del centre de masses d'un cos o estructura.

### Exercici 43



D'entrada, noteu que les dues components verticals de les tensions es "trepitgen" i queden una sobre l'altre al dibuix, les dues valen el mateix,  $T \sin \alpha$  i només s'ha posat nom a una. Ara,

a) De l'esquema es veu que

$$l_2 = 2l_1 \cos \alpha = 2 \cdot 2 \cos 45^\circ = 2\sqrt{2} = 2,83$$

b) L'eix horitzontal proporciona l'equació trivial

$$T \cos \alpha = T \cos \alpha$$

mentre que al vertical podem escriure

$$T \sin \alpha + T \sin \alpha = mg \rightarrow T = \frac{mg}{2 \sin \alpha} = \frac{300 \cdot 9,8}{2 \sin 45^\circ} = 2,08 \cdot 10^3 \text{ N}$$

c) En quant a la tensió normal

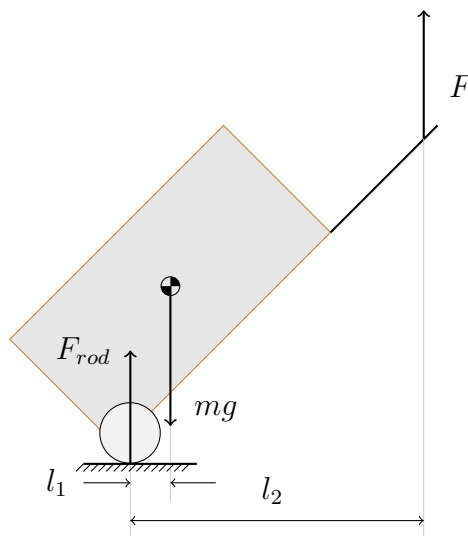
$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{\pi \frac{d^2}{4}} = \frac{2,08 \cdot 10^3}{\pi \frac{6^2}{4}} = 73,6 \text{ MPa}$$

d) Per calcular la deformació

$$\sigma = E\epsilon \rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{73,6 \text{ MPa}}{20 \cdot 10^3 \text{ MPa}} = 3,68 \cdot 10^{-3} = 0,368 \%$$

És a dir, s'han estirat  $2 \cdot 0,368 = 0,736 \text{ m}$

#### Exercici 44



a) Per l'equilibri de forces a l'eix vertical i moments (des de  $\bullet$ ), tenim

$$F_{rod} + F = mg \quad mgl_1 = Fl_2$$

La força  $F$  que ha de fer l'operari val

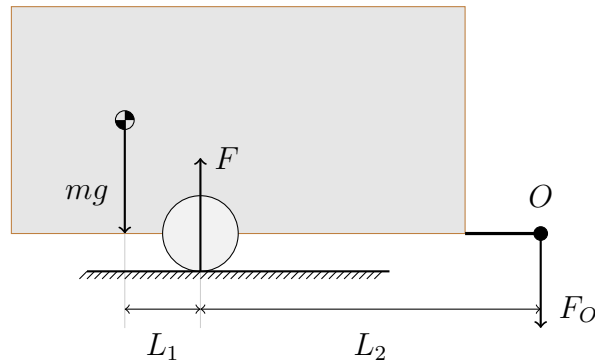
$$F = \frac{mgl_1}{l_2} = \frac{60 \cdot 9,8 \cdot 400}{1200} = 196 \text{ N}$$

noteu que no cal canviar les longituds a metres perquè apareixen dividint. Llavors, la força que el terra sobre les rodes

$$F_{rod} = mg - F = 60 \cdot 9,8 - 196 = 392 \text{ N}$$

b) N'hi ha prou de demanar  $l_1 = 0$ , és a dir inclinar el carro de forma que el pes caigui sobre de l'eix de la roda. En aquestes condicions la força vertical  $F$  val zero. De tota manera, encara caldria aplicar una força horitzontal per poder traslladar el carro.

#### Exercici 46



a) Per l'equilibri de forces a l'eix vertical i moments (des de ●), tenim

$$F = mg + F_O$$

$$FL_1 = F_O(L_1 + L_2) \rightarrow F_O = \frac{FL_1}{L_1 + L_2}$$

llavors, per les força que fa el terra sobre les rodes

$$F = mg + \frac{FL_1}{L_1 + L_2} \rightarrow F \left( 1 - \frac{L_1}{L_1 + L_2} \right) = mg$$

$$F \frac{L_2}{L_1 + L_2} = mg \rightarrow F = \frac{mg(L_1 + L_2)}{L_2} = \frac{560 \cdot 9,8(100 + 700)}{700} = 6272 \text{ N}$$

en quant la força que ha de fer el vehicle al punt  $O$ ,  $F_O$

$$F_O = \frac{FL_1}{L_1 + L_2} = \frac{6272 \cdot 100}{100 + 700} = 896 \text{ N}$$

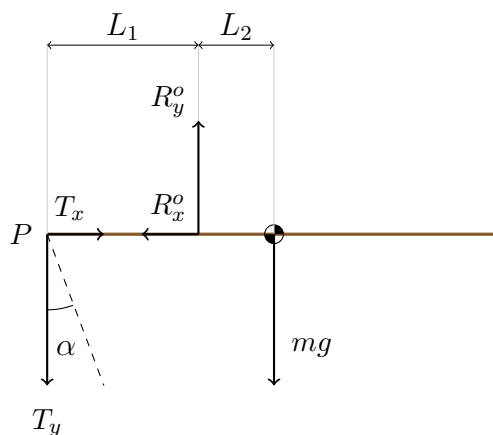
Noteu que no cal passar les longituds a metres, ja que apareixen en forma de quocient.

**b)** Està clar que voldrem situar el centre de masses de la càrrega sobre el punt de suport de la roda, ja que d'aquesta manera  $L_1 = 0$  i llavors, també  $F_O = 0$ . Evidentment alguna força horitzontal caldrà encara aplicar en el punt  $O$  per fer avançar el remolc.

**c)** De  $v = \omega R$  tenim,

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{65/3,6}{0,175} = 103,17 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ volta}}{2\pi \text{ rad}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 985,24 \text{ min}^{-1}$$

### Exercici 47



**a)** La força  $F$  demanada és la tensió a la corda, les components de la qual s'han representat al diagrama de sòlid lliure de dalt. Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des de  $P$ ), queden

$$T_x = R_x$$

$$T_y + mg = R_y$$

$$R_y^o L_1 = mg(L_1 + L_2)$$

de les condicions de l'exercici podem afegir l'equació

$$\tan 15^\circ = \frac{T_x}{T_y}$$

Trobem primer  $R_y^o$ ,

$$R_y^o = \frac{mg(L_1 + L_2)}{L_1} = \frac{0,380 \cdot 9,8(50 + 70)}{50} = 8,94 \text{ N}$$

Ara, trobem  $T_y$ ,

$$T_y = R_y^o - mg = 8,94 - 0,380 \cdot 9,8 = 5,214 \text{ N}$$

seguidament podem calcular  $T_x$

$$T_x = T_y \tan 15^\circ = 5,214 \tan 15^\circ = 1,397 \text{ N}$$

i finalment, trobem  $R_x^o = T_x = 1,397 \text{ N}$

Llavors, la força  $F$  es pot calcular com

$$F = T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \sqrt{1,397^2 + 5,214^2} = 5,398 \text{ N}$$

**b)** En quant a les forces a l'articulació  $O$ ,  $F_v = R_y^o = 8,94 \text{ N}$  i  $F_h = R_x^o = 1,397 \text{ N}$ . El sentit està indicat al diagrama de sòlid lliure.

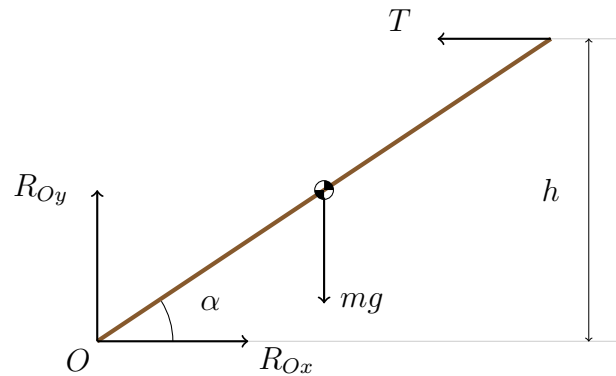
**c)** No serà possible perquè per construcció el punt  $P$  mai podrà quedar sota del punt  $O$ .

### Exercici 48

A partir de la definició d'esforç i tenint en compte que la secció és quadrada

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{9,5 \cdot 10^3}{5^2} = 380 \text{ MPa}$$

### Exercici 49



a) Sabent que la tapa mesura  $L$ , podem escriure

$$\sin \alpha = \frac{h}{L} \rightarrow \alpha = \arcsin \frac{h}{L} = \arcsin \frac{350}{600} = 35,7^\circ$$

b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des de  $O$ ), queden

$$T = R_{Ox} \quad R_{Oy} \quad mg \frac{L}{2} = Th$$

Llavors la força ( $T$ ) que fa el cable val

$$T = \frac{mgL}{2h} = \frac{25 \cdot 9,8 \cdot 600}{2 \cdot 350} = 210 \text{ N}$$

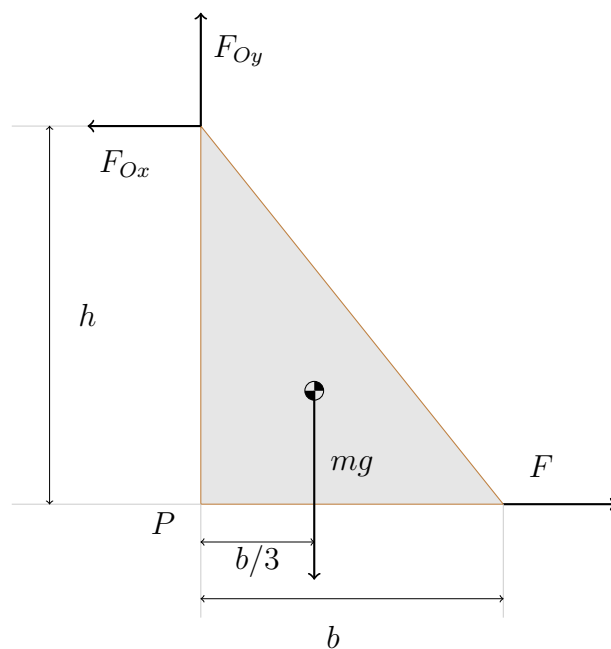
c) En quant a les forces a l'articulació  $O$ ,

$$R_{Ox} = T = 210 \text{ N} \quad R_{Oy} = mg = 25 \cdot 9.8 = 245 \text{ N}$$

d) La tensió normal ( $\sigma$ ) al cable val

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{A} = \frac{210}{3} = 70 \text{ MPa}$$

### Exercici 50



a) Per trobar la massa de la placa fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho e \frac{bh}{2} = 2700 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \frac{600 \cdot 10^{-3} \cdot 1200 \cdot 10^{-3}}{2} = 9,72 \text{ kg}$$

b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des de  $P$ ), queden

$$F_{Ox} = F \quad F_{Oy} = mg \quad mg \frac{b}{3} = F_{Ox} \cdot h$$

Llavors

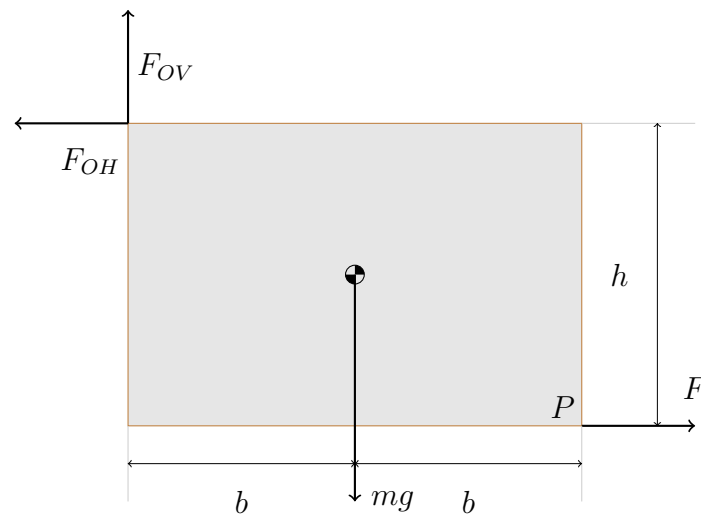
$$F_{Ox} = \frac{mgb}{3h} = \frac{9,72 \cdot 9,8 \cdot 0,6}{3 \cdot 1,2} = 15,876 \text{ N}$$

### Exercici 51

A partir de la definició d'esforç i tenint en compte que la secció és circular de diàmetre  $3\text{ mm}$

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow F = \sigma A = \sigma \frac{\pi D^2}{4} = 800 \frac{\pi \cdot 3^2}{4} = 5655\text{ N}$$

### Exercici 52



a) Per trobar la massa de la placa fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho(2b)he = 650(2 \cdot 1,2)1,2 \cdot 0,025 = 46,8\text{ kg}$$

b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des de  $O$ ), queden

$$F_{OV} = mg \quad F_{OH} = F \quad mgb = Fh$$

llavors,

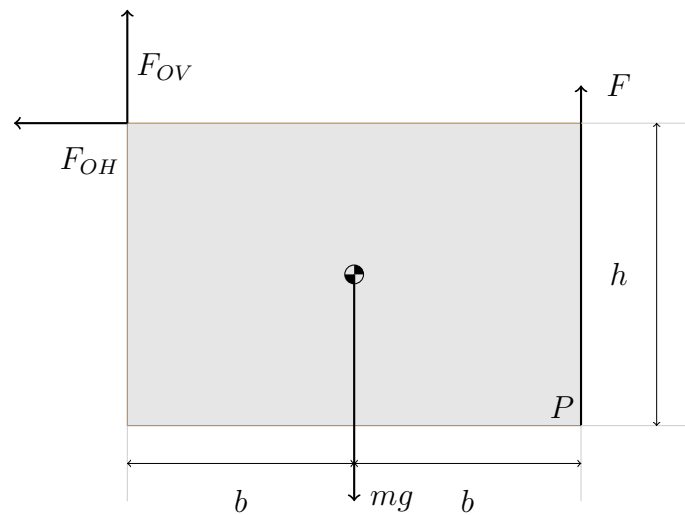


$$F = \frac{mgb}{h} = \frac{46,8 \cdot 9,8 \cdot 1,2}{1,2} = 458,64 \text{ N}$$

c) Tenim

$$F_{OH} = 458,64 \text{ N} \quad F_{OV} = 46,8 \cdot 9,8 = 458,64 \text{ N}$$

d) Si la força  $F$  aplicada en  $P$  és vertical el diagrama de sòlid lliure és ara



Les equacions d'equilibri queden ara (tornem a prendre moments des de  $O$ ),

$$F_{OV} + F = mg \quad F_{OH} = 0 \quad mgb = F2b$$

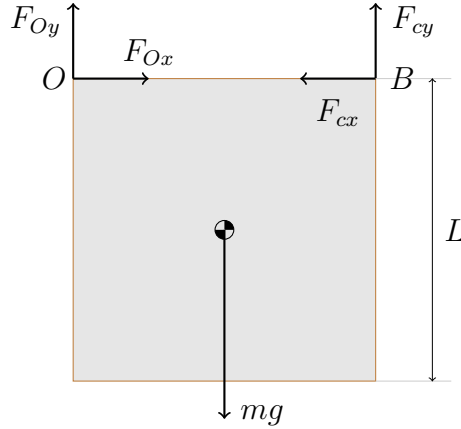
d'on

$$F = \frac{mgb}{2b} = \frac{mg}{2} = 229,32 \text{ N}$$

És més petita que l'horitzontal, ja que al estar més lluny del punt d'articulació, cal un valor més petit per fer el mateix moment.

### Exercici 53

a)



Noteu que la presència de  $F_{Ox}$  es dedueix de que ha d'haver una força horitzontal en  $O$  que permeti equilibrar la força horitzontal que sabem que està present en  $B$ , provinent del cilindre, que està inclinat.

b) Per trobar la massa de la placa fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho L^2 e = 7850 \cdot 1^2 \cdot 0,1 = 785 \text{ kg}$$

c) S'ha de tenir en compte que la força que fa el cilindre va en la seva direcció (és com si es tractés de la tensió en un cable) i de la geometria del problema, i per  $\varphi = 0^\circ$  es dedueix que l'angle que forma el cilindre amb la placa és  $\alpha = 45^\circ$  de forma que tenim

$$F_{cy} = F_{cx}$$

Per una altra banda, les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des de  $O$ ), queden

$$F_{Oy} + F_{cy} = mg \quad F_{Ox} = F_{cx} \quad mg \frac{L}{2} = F_{Oy} L$$

D'on

$$F_{cy} = \frac{mg}{2} = \frac{785}{2} = 392,5 \text{ N} = F_{cx}$$

Llavors, la força al cilindre serà

$$F_c = \sqrt{F_{cy}^2 + F_{cx}^2} = \sqrt{392,5^2 + 392,5^2} = 392,5\sqrt{2} = 555,01 \text{ N}$$

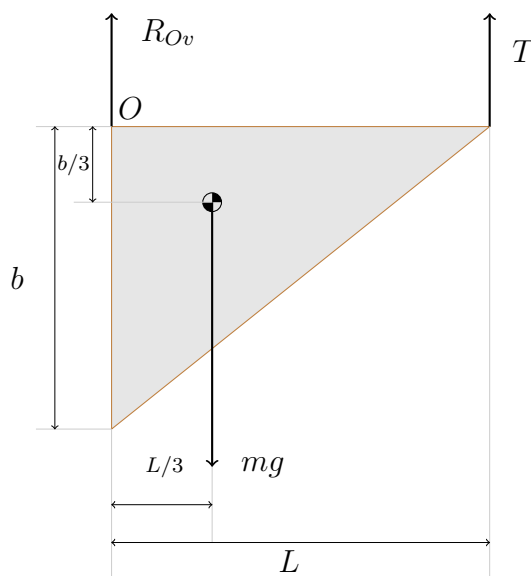
d) La tensió normal  $\sigma$  de la tija la podem calcular com

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F_c}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{555,01}{\frac{\pi(40)^2}{4}} = 17,67 \text{ MPa}$$

La pressió relativa  $p_{int}$  a l'interior del cilindre la calculem com

$$p_{int} = \frac{F}{A'} = \frac{555,01}{\frac{\pi(70)^2}{4}} = 5,77 \text{ MPa}$$

### Exercici 54



a) Per trobar la massa de la placa fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho \frac{Lb}{2} e = 8900 \frac{0,9 \cdot 0,6}{2} \cdot 0,008 = 19,224 \text{ kg}$$

**b)** Prenent moments des del punt  $O$

$$mg \frac{L}{3} = TL \rightarrow T = \frac{mg}{3} = \frac{19,224 \cdot 9,8}{3} = 62,8 \text{ N}$$

**c)** La condició d'equilibri a l'eix vertical imposa

$$R_{Ov} + T = mg$$

llavors

$$R_{Ov} = mg - T = mg - \frac{mg}{3} = \frac{2mg}{3} = \frac{2 \cdot 19,224 \cdot 9,8}{3} = 125,6 \text{ N}$$

És clar que no hi ha component horitzontal al punt  $O$  ja que no hi ha cap altre força horitzontal al diagrama de sòlid lliure.

**d)** La tensió normal  $\sigma$  del cable la podem calcular com

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{A} = \frac{62,8}{3} = 20,93 \text{ MPa}$$