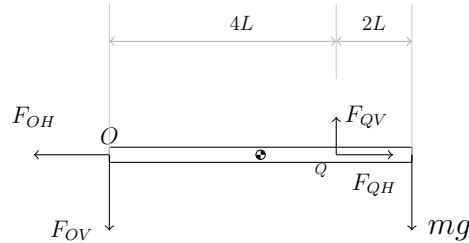
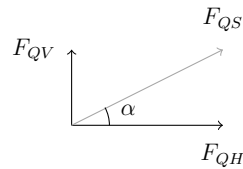


1. a) El diagrama de sòlid lliure es pot representar com



b) Per una banda tenim



amb

$$\tan \alpha = \frac{F_{QV}}{F_{QH}}$$

per una altra, les equacions d'equilibri a l'eix vertical, horitzontal i l'equació de moments (des de O) s'escriuen com

$$F_{QV} = F_{OV} + mg \quad F_{OH} = F_{QH} \quad F_{QV} \cdot 4L = mg \cdot 6L$$

d'on

$$F_{QV} = \frac{6mg}{4} = 1176 \text{ N}$$

i

$$F_{QH} = \frac{F_{QV}}{\tan \alpha} = \frac{1176}{\tan 30^\circ} = 2037 \text{ N}$$

llavors

$$F_{QS} = \sqrt{F_{QH}^2 + F_{QV}^2} = \sqrt{2037^2 + 1176^2} = 2352 \text{ N}$$

c) És immediat trobar

$$F_{OH} = F_{QH} = 2037 \text{ N}$$

i

$$F_{OV} = F_{QV} - mg = 1176 - 80 \cdot 9,8 = 392 \text{ N}$$

2. En règim elàstic podem fer servir

$$\sigma = E\varepsilon$$

llavors, calculant el pendent m , de la recta de la gràfica tenim

$$m = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{200}{0,002} = 100 \text{ GPa}$$

podem prendre com a solució l'opció b) 110 GPa , en qualsevol cas és difícil apreciar valors més exactes a la gràfica.

* * *

3. Calculem la deformació unitària

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{10}{10 \cdot 10^3} = 10^{-3}$$

i l'esforç

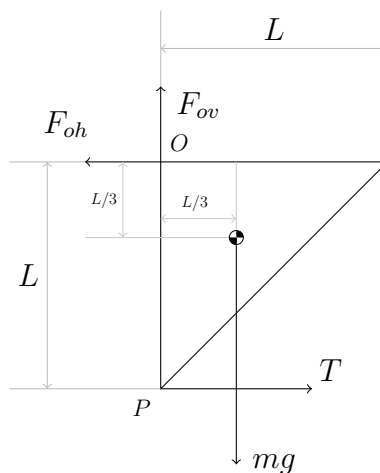
$$\sigma = E\varepsilon = 207 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 207 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 207 \text{ MPa}$$

finalment

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow F = \sigma A = 207 \cdot 10^6 \cdot 1000 = 2,07 \cdot 10^5 \text{ N}$$

* * *

4. a) El diagrama de sòlid lliure es pot representar com



b) Calculem la massa directament a partir de la densitat i el volum

$$m = \rho V = \rho \cdot \frac{L \cdot L}{2} \cdot e = 7850 \cdot \frac{0,7^2}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 9,6 \text{ kg}$$

c) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal, vertical i l'equació de moments (des del punt O) són

$$F_{oh} = T \quad F_{ov} = mg \quad mg \frac{L}{3} = T L$$

d'on

$$T = \frac{mg}{3} = \frac{9,6 \cdot 9,8}{3} = 31,41 \text{ N}$$

$$F_{ov} = mg = 9,6 \cdot 9,8 = 94,1 \text{ N}$$

$$F_{oh} = T = 31,41 \text{ N}$$

d) Calculem directament l'esforç demanat

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{31,41}{2,7} = 11,63 \text{ MPa}$$

* * *

5. Calculem directament a partir de la definició de densitat

$$m = \rho V = \rho L \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = 2700 \cdot 1,3 \cdot \pi \cdot \left(\frac{0,14}{2} \right)^2 = 54,03 \text{ kg}$$

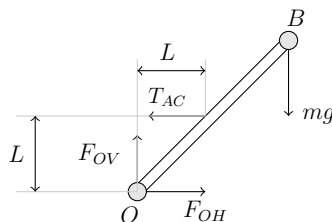
* * *

6. Si volem que les deformacions no siguin permanents l'esforç ha de ser com a molt igual al límit elàstic, llavors

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow \sigma = \frac{F}{\pi \left(\frac{d}{2} \right)^2} \rightarrow d = 2 \sqrt{\frac{F}{\pi \sigma}} = 2 \sqrt{\frac{80 \cdot 10^3}{\pi \cdot 350 \cdot 10^6}}$$

* * *

7. a) El diagrama de sòlid lliure de la barra OB es pot representar com



b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal, vertical i l'equació de moments (des del punt O) són

$$F_{OH} = T_{AC} \quad F_{OV} = mg \quad T_{AC} \cdot 2d = mg \cdot d$$

d'on

$$T_{AC} = 2mg = 2 \cdot 200 \cdot 9,8 = 3920 \text{ N}$$

c) És immediat calcular

$$F_{OV} = mg = 200 \cdot 9,8 = 1960 \text{ N} \quad F_{OH} = T_{AC} = 3920 \text{ N}$$

d) A partir de la definició d'esforç

$$\sigma = \frac{T_{AC}}{A} = \frac{T_{AC}}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{3920}{\pi \cdot \frac{3^2}{4}} = 554,57 \text{ MPa}$$

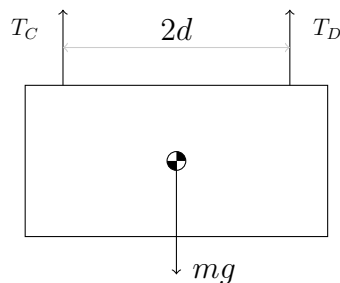
* * *

8. A l'assaig Charpy la resiliència es calcula com

$$K = \frac{E}{A} = \frac{mg\Delta h}{A} = \frac{20,4 \cdot 9,8 \cdot (0,9 - 0,350)}{80} = 1,374 \text{ J/mm}^2$$

* * *

9. a) Podem calcular les tensions amb



escrivim una equació d'equilibri a l'eix vertical

$$T_C + T_D = mg$$

i una de moments (des del punt de subjecció del cable C amb el cartell)

$$mg \cdot d = T_D \cdot 2d$$

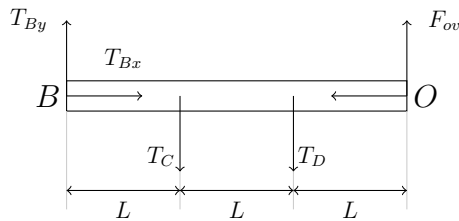
d'on

$$T_D = \frac{mg}{2} = \frac{12 \cdot 9,8}{2} = 58,8 \text{ N}$$

i

$$T_C = mg - T_D = 12 \cdot 9,8 - 58,8 = 58,8 \text{ N}$$

b) El diagrama de sòlid lliure per la barra BO es pot representar com



c) De l'esquema de l'enunciat és immediat veure que

$$\tan \varphi = \frac{Y}{3X} \rightarrow \varphi = \arctan \frac{1}{3} = 18,435^\circ$$

d) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal, vertical i l'equació de moments (des del punt B) són

$$T_{By} + F_{OV} = T_C + T_D \quad T_{Bx} = F_{OH} \quad T_C X + T_D 2X = F_{OV} \cdot 3X$$

d'on

$$F_{OV} = \frac{T_C + 2T_D}{3} = \frac{58,8 + 2 \cdot 58,8}{3} = 58,8 \text{ N}$$

$$T_{By} = T_C + T_D - F_{OV} = 58,8 + 58,8 - 58,8 = 58,8 \text{ N}$$

i tenint en compte que

$$\tan \varphi = \frac{T_{By}}{T_{Bx}}$$

podem calcular

$$T_{Bx} = \frac{T_{By}}{\tan \varphi} = \frac{58,8}{\tan 18,435^\circ} = 176,4 \text{ N}$$

finalment, la tensió al cable AB es pot trobar com

$$T_{AB} = \sqrt{T_{Bx}^2 + T_{By}^2} = \sqrt{176,4^2 + 58,8^2} = 185,6 \text{ N}$$

e) De l'apartat anterior tenim

$$F_{OV} = 58,8 \text{ N}$$

i l'altre component de la reacció en el punt O es pot trobar com

$$F_{OH} = T_{Bx} = 176,4 \text{ N}$$

10. A partir de

$$\sigma = E\varepsilon \rightarrow \frac{F}{A} = E\varepsilon$$

trobem

$$\varepsilon = \frac{F}{EA} = \frac{F}{E\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{1500}{207 \cdot 10^9 \cdot \pi \left(\frac{3}{2} \cdot 10^{-3}\right)^2} = 1,025 \cdot 10^{-3} = 0,1025 \%$$

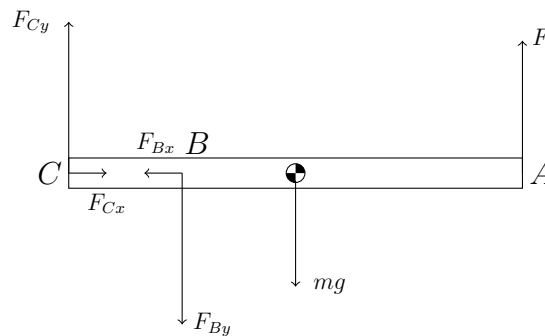
* * *

11. Calculem directament

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r^2} = \frac{8,1 \cdot 10^3}{\pi \cdot 5^2} = 103, MPa$$

* * *

12. El diagrama de sòlid lliure es pot representar com



Noteu el detall que les components horitzontals de les forces als punts C i B s'han d'equilibrar entre elles, i per tant això obliga a que les components verticals tinguin també sentit contrari (hem representat F_{cy} amb el mateix sentit que F de forma arbitrària) ja que F_C i F_D (no representades) han de ser paral·leles. En el diagrama es verifica

$$\tan \varphi = \frac{F_{Cy}}{F_{Cx}} = \frac{F_{By}}{F_{Bx}} \quad (1)$$

b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal, vertical i l'equació de moments (des del punt C) són

$$F_{Cy} + F = F_{By} + mg \quad F_{Bx} = F_{Cx} \quad \frac{1}{2}F_{By} + mg = 2F$$

Fent servir $F_{Bx} = F_{Cx}$ en (1) deduem que

$$F_{Cy} = F_{By}$$

i podem reescriure l'equació d'equilibri a l'eix vertical com

$$\cancel{F_{By}} + F = \cancel{F_{By}} + mg$$

d'on

$$F = mg = 30 \cdot 9,8 = 294 \text{ N}$$

el resultat no depèn de l'angle φ .

c) Ara, de l'equació de moments

$$\frac{1}{2}F_{By} + mg = 2F \rightarrow F_{By} = 2(2F - mg) = 2(2mg - mg) = 2mg = 588 \text{ N}$$

que tampoc depèn de l'angle. Per una altra banda,

$$F_{Bx} = \frac{F_{By}}{\tan \varphi} = \frac{588}{\tan 60^\circ} = 339,5 \text{ N}$$

de forma que

$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{339,5^2 + 588^2} = 678,96 \text{ N}$$

De manera semblant

$$F_{Cx} = F_{Bx} = 339,5 \text{ N}$$

i

$$F_{Cy} = F_{By} = 588 \text{ N}$$

finalment

$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{339,5^2 + 588^2} = 678,96 \text{ N}$$

d) La força F_C en funció de l'angle φ es pot escriure com

$$\begin{aligned} F_C &= \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{F_{Cx}^2 + (F_{Cx} \tan \varphi)^2} \\ &= \sqrt{F_{Cx}^2 (1 + \tan^2 \varphi)} = F_{Cx} \sqrt{1 + \tan^2 \varphi} \end{aligned}$$

que és mínima pel valor mínim de l'angle $\varphi = 10^\circ$ de forma que aquesta força mínima valdrà

$$F_C = 339,5 \sqrt{1 + \tan^2 10^\circ} = 344,734 \text{ N}$$

13. A partir de la definició d'esforç i tenint en compte que la secció és circular de diàmetre 3 mm

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow F = \sigma A = \sigma \frac{\pi D^2}{4} = 800 \frac{\pi \cdot 3^2}{4} = 5655\text{ N}$$

* * *

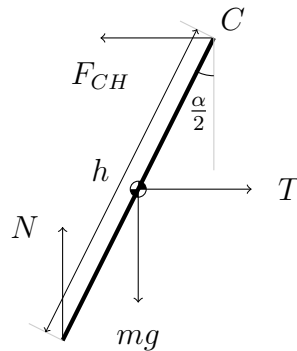
14. a) Per trobar la massa de cada tauler fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho b h e = 530 \cdot 0,6 \cdot 0,9 \cdot 0,011 = 3,1482\text{ kg}$$

Representem el diagrama de sòlid lliure per tal d'escriure les equacions que permeten resoldre el problema



Llavors, les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt C), són

$$F_{CH} = T \quad N = mg \quad N h \sin \frac{\alpha}{2} = 2T \frac{h}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + mg \frac{h}{2} \sin \frac{\alpha}{2}$$

Noteu que el terme $2T$ es deu a que els taulers estan lligats per dos cables.
Calculem directament

$$N = mg = 3,1482 \cdot 9,8 = 30,85\text{ N}$$

b) En quant a la tensió a cadascun dels cables, manipulacions algebraiques elementals ens porten a

$$T = \frac{mg}{2} \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{3,1482 \cdot 9,8}{2} \tan \frac{40^\circ}{2} = 11,23\text{ N}$$

c) Tenim

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{A} = \frac{11,23}{1,8} = 6,24 \text{ MPa}$$

15. Calculem directament

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{9,5 \cdot 10^3}{5^2} = 380 \text{ MPa}$$

16. Calculem directament

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{5,9 \cdot 10^3}{5^2} = 236 \text{ MPa}$$

17. Podem calcular immediatament

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi \frac{d^2}{4}}$$

d'on

$$d = 2\sqrt{\frac{F}{\pi\sigma}} = 2\sqrt{\frac{1400}{\pi \cdot 85}} = 4,58 \text{ mm}$$

18. De forma similar a exercicis anteriors

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow A = \frac{F}{\sigma} = \frac{45 \cdot 10}{67} = 6,716 \text{ mm}^2$$