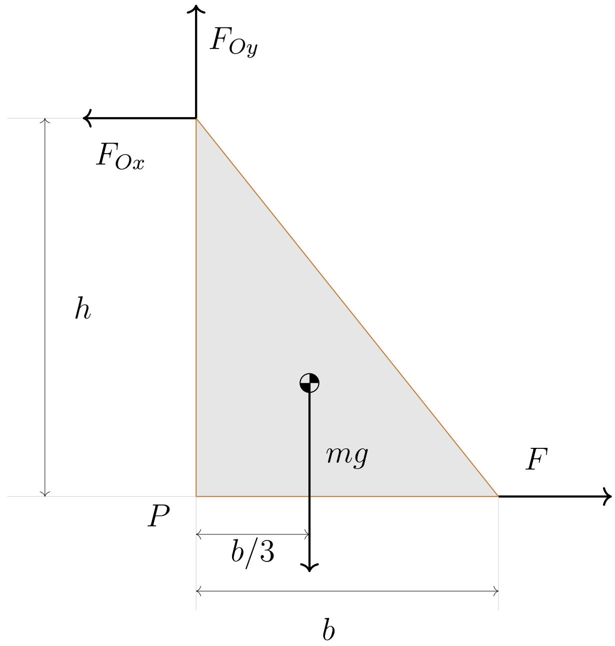
Exercici 1. El diagrama de sòlid lliure és



a) Per trobar la massa de la placa fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho e \frac{bh}{2} = 2700 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \frac{600 \cdot 10^{-3} \cdot 1200 \cdot 10^{-3}}{2} = 9,72\,kg$$

b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt P), queden

$$F_{Ox} = F \qquad F_{Oy} = mg \qquad mg\frac{b}{3} = F_{Ox} \cdot h$$

Llavors

$$F_{Ox} = \frac{mgb}{3h} = \frac{9,72 \cdot 9,8 \cdot 0,6}{3 \cdot 1,2} = 15,876\,N = F$$

c) De l'apartat anterior

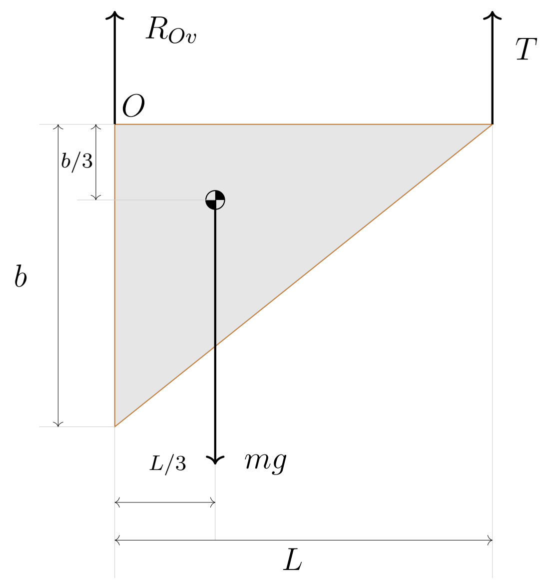
$$F_{Ox} = 15,876\,N$$

i

$$F_{Oy} = mg = 9,72 \cdot 9,8 = 95,256\,N$$

Exercici 2.

El diagrama de sòlid lliure és



a) Per trobar la massa de la placa fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho \frac{Lb}{2} e = 8900 \frac{0,9 \cdot 0,6}{2} \cdot 0,008 = 19,224\,kg$$

b) Prenent moments des del punt O

$$mg\frac{L}{3} = TL \rightarrow T = \frac{mg}{3} = \frac{19,224 \cdot 9,8}{3} = 62,8\,N$$

c) La condició d'equilibri a l'eix vertical imposa

$$R_{Ov} + T = mg$$

llavors

$$R_{Ov} = mg - T = mg - \frac{mg}{3} = \frac{2mg}{3} = \frac{2 \cdot 19,224 \cdot 9,8}{3} = 125,6\,N$$

És clar que no hi ha component horitzontal al punt O ja que no hi ha cap altre força horitzontal al diagrama de sòlid lliure.

d) La tensió normal σ del cable la podem calcular com

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{A} = \frac{62,8}{3} = 20,93\,MPa$$

* * *

Exercici 3.

A partir de l'esquema de l'enunciat

$$\tan\varphi = \frac{\cancel{L}}{2\cancel{L}} \to \phi = \arctan\frac{1}{2} = 26,57^\circ$$

a) Escrivim les equacions d'equilibri als eixos vertical, horitzontal i l'equació de moments (els prenem des de O)

$$F_{Ov} + T_{Bv} = mg \qquad F_{Oh} = T_{Bh} \qquad mgL = T_{Bv}2L$$

d'on

$$T_{Bv} = \frac{mg\cancel{L}}{2\cancel{L}} = \frac{10\cdot 9,8}{2} = 49\,N$$

i com que l'angle que forma el tirant és el mateix que el que forma la tensió total,

$$\sin\varphi = \frac{T_{Bv}}{T} \to T = \frac{T_{Bv}}{\sin\varphi} = \frac{49}{\sin 26,57^\circ} = 109,6\,N$$

b) En quant a les reaccions en O

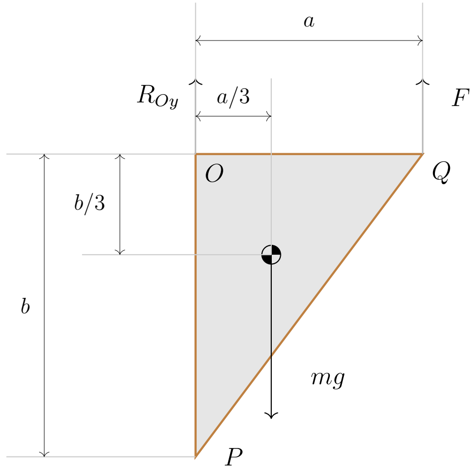
$$F_{Oh} = T_{Bh} = T\cos\varphi = 109,6\cos 26,57^\circ = 98\,N$$

$$F_{Ov} = mg - T_{Bv} = 10\cdot 9,8 - 49 = 49\,N$$

c) Aplicant la definició d'esforç

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{s} = \frac{109,6}{3} = 36,53\,MPa$$

Exercici 4. El digrama de sòlid lliure és



a) A partir de la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on la massa valdrà

$$m = \rho V = \rho \frac{ab}{2} e = 1200 \cdot \frac{0,5 \cdot 0,9}{2} \cdot 0,008 = 2,16\,kg$$

b) És immediat escriure, per l'eix vertical

$$R_{Oy} + F = mg$$

i l'equació de moments, respecte el punt O

$$mg\frac{\cancel{a}}{3} = F\cancel{a}$$

d'on tenim directament

$$F = \frac{mg}{3} = \frac{2,16 \cdot 9,8}{3} = 7,056\,N$$

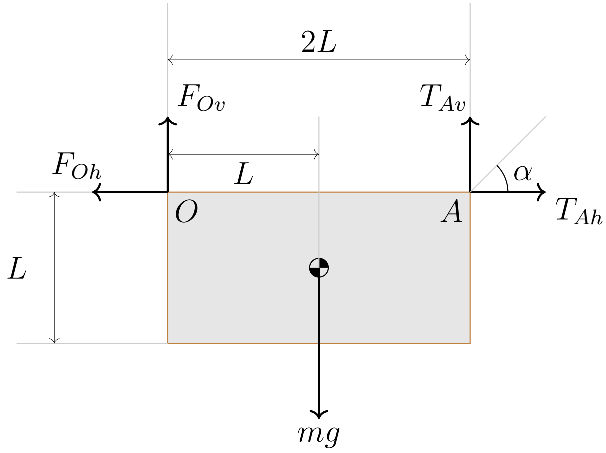
i

$$R_{Oy} = mg - F = mg - \frac{mg}{3} = \frac{2mg}{3} = \frac{2 \cdot 2,16 \cdot 9,8}{3} = 14,112\,N$$

c) Al estar el punt P més lluny que Q el moment que es farà des d'ell serà el mateix encara que la força sigui més petita.

Exercici 5.

El diagrama de sòlid lliure és



a) Per trobar la massa de la placa fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho L(2L)e = 2710 \cdot 2 \cdot 0,005 = 27\,kg$$

b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt O), són

$$F_{Oh} = T_{Ah} \qquad F_{Ov} + T_{Av} = mg \qquad mgL = T_{Av} \cdot 2L$$

a més, tenim una condició geomètrica que relaciona T_{Av} i T_{Ah} ja que és

$$\tan\alpha = \frac{T_{Av}}{T_{Ah}}$$

llavors

$$T_{Av} = \frac{mg\cancel{L}}{2\cancel{L}} = \frac{27 \cdot 9,8}{2} = 132,3\,N$$

$$T_{Ah} = \frac{T_{Av}}{\tan\alpha} = \frac{132,3}{\tan 30^\circ} = 229,15\,N$$

i la tensió que fa el cable es calcula com

$$T = \sqrt{T_{Ah}^2 + T_{Av}^2} = \sqrt{229,15^2 + 132,3^2} = 264,6\,N$$

Ara,

$$F_{Oh} = T_{Ah} = 229,15\,N$$

$$F_{Ov} = mg - T_{Av} = 27 \cdot 9,8 - 132,3 = 132,3\,N$$

c) En quant a la tensió normal σ del cable

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{264,6}{\frac{\pi(2)^2}{4}} = 84,22\,MPa$$

Les deformacions no seran permanents ja que l'esforç a que està sotmès ($84,22\,MPa$) el cable és menor que el límit elàstic del material ($350\,MPa$).

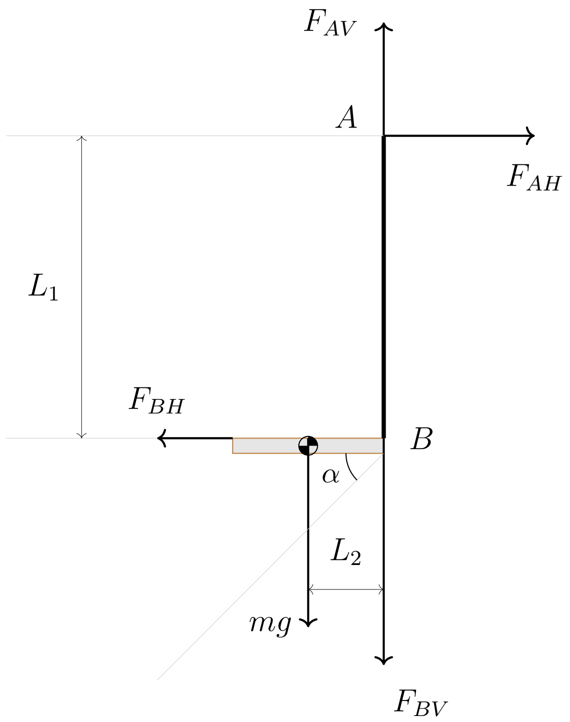
Per calcular l'allargament unitari

$$\sigma = E\epsilon \rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{84,22}{207 \cdot 10^3} = 4,07 \cdot 10^{-4}$$

* * *

Exercici 6.

El diagrama de sòlid lliure és



a) Per trobar F_{BC} necessitem calcular les components F_{BH} i F_{BV}, ja que és

$$F_{BC} = \sqrt{F_{BH}^2 + F_{BV}^2}$$

Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt B), són

$$F_{BH} = F_{AH} \qquad F_{AV} = mg + F_{BV} \qquad mgL_2 = F_{AH}L_1$$

a més, tenim una condició geomètrica sobre F_{BV} i F_{BH}

$$\tan\alpha = \frac{F_{BV}}{F_{BH}}$$

De forma que

$$F_{AH} = \frac{mgL_2}{L_1} = \frac{35 \cdot 9,8 \cdot 0.5}{3} = 57,17\,N = F_{BH}$$

$$F_{BV} = F_{BH}\tan\alpha = 57,17\tan 45^\circ = 57,17\,N$$

i, finalment

$$F_{AV} = mg + F_{BV} = 35 \cdot 9,8 + 57,17 = 400,17\,N$$

Ara, ja podem calcular F_{BC}

$$F_{BC} = \sqrt{F_{BH}^2 + F_{BV}^2} = \sqrt{57,17^2 + 57,17^2} = 57,17\sqrt{2} = 80,85\,N$$

b) Dels càlculs anteriors es veu que

$$F_{AV} = 400,17\,N \qquad F_{AH} = 57,17\,N$$

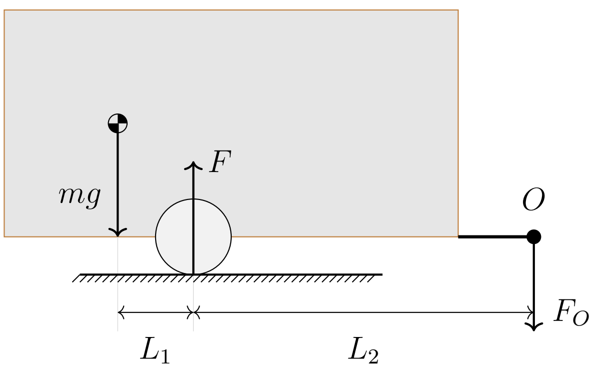
c) La força horitzontal F_{cable} sobre la barra BC ha d'estar equilibrada per F_{BH}, ja que no hi ha més forces horitzontals sobre la barra BC, llavors,

$$F_{cable} = F_{BH} = 57,17\,N$$

* * *

Exercici 7.

El diagrama de sòlid lliure és



a) Per l'equilibri de forces a l'eix vertical i moments (des del centre de masses que assenyalem amb ◕), tenim

$$F = mg + F_O$$

$$FL_1 = F_O(L_1 + L_2) \rightarrow F_O = \frac{FL_1}{L_1 + L_2}$$

llavors, per la força que fa el terra sobre les rodes

$$F = mg + \frac{FL_1}{L_1 + L_2} \rightarrow F\left(1 - \frac{L_1}{L_1 + L_2}\right) = mg$$

$$F\frac{L_2}{L_1 + L_2} = mg \rightarrow F = \frac{mg(L_1 + L_2)}{L_2} = \frac{560 \cdot 9,8(100 + 700)}{700} = 6272\,N$$

en quant la força que ha de fer el vehicle al punt O, F_O

$$F_O = \frac{FL_1}{L_1 + L_2} = \frac{6272 \cdot 100}{100 + 700} = 784\,N$$

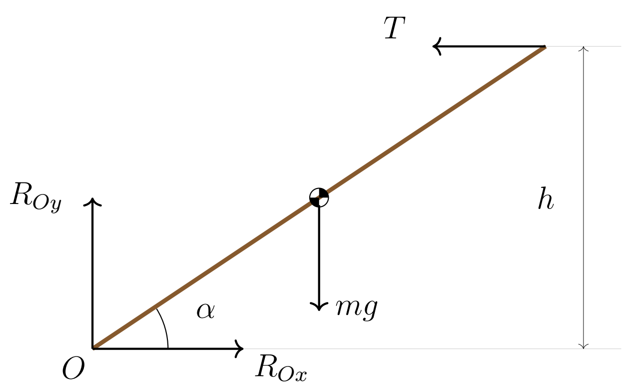
Noteu que no cal passar les longituds a metres, ja que apareixen en forma de quocient.
b) Està clar que voldrem situar el centre de masses de la càrrega sobre el punt de suport de la roda, ja que d'aquesta manera $L_1 = 0$ i llavors, també $F_O = 0$. Evidentment alguna força horitzontal caldrà encara aplicar en el punt O per fer avançar el remolc.
c) De $v = \omega R$ tenim,

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{65/3,6}{0,175} = 103,17\,\frac{\cancel{rad}}{\cancel{s}} \cdot \frac{1\,volta}{2\pi\cancel{rad}} \cdot \frac{60\,\cancel{s}}{1\,min} = 985,24\,min^{-1}$$

* * *

Exercici 8.

El diagrama de sòlid lliure és



a) Sabent que la tapa mesura L, podem escriure

$$\sin\alpha = \frac{h}{L} \rightarrow \alpha = \arcsin\frac{h}{L} = \arcsin\frac{350}{600} = 35,7^\circ$$

b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt O), queden

$$T = R_{Ox} \qquad R_{Oy} = mg \qquad mg\frac{L}{2}\cos\alpha = Th$$

Llavors la força (T) que fa el cable val

$$T = \frac{mgL\cos\alpha}{2h} = \frac{25\cdot 9,8\cdot 600\cos 35,7^\circ}{2\cdot 350} = 170,54\,N$$

c) En quant a les forces a l'articulació O,

$$R_{Ox} = T = 170,54\,N \qquad R_{Oy} = mg = 25\cdot 9.8 = 245\,N$$

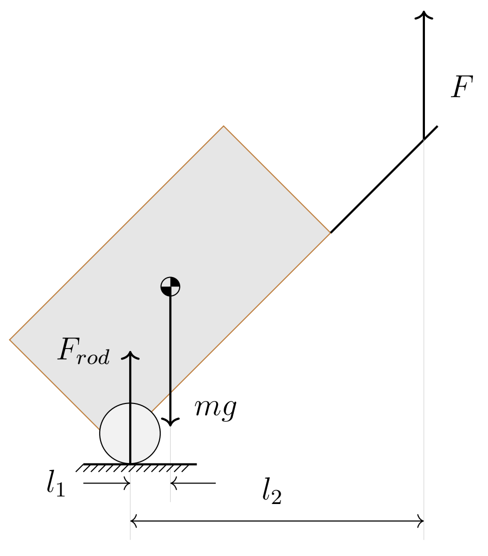
d) La tensió normal (σ) al cable val

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{A} = \frac{170,54}{3} = 56,85\,MPa$$

* * *

Exercici 9.

L'esquema és



a) Per l'equilibri de forces a l'eix vertical i moments (des del centre de masses assenyalat amb ◕), tenim

$$F_{rod} + F = mg \qquad mgl_1 = Fl_2$$

La força F que ha de fer l'operari val

$$F = \frac{mgl_1}{l_2} = \frac{60 \cdot 9,8 \cdot 400}{1200} = 196\,N$$

noteu que no cal canviar les unitats de les longituds a metres perquè apareixen dividint. Llavors, la força que fa el terra sobre les rodes val

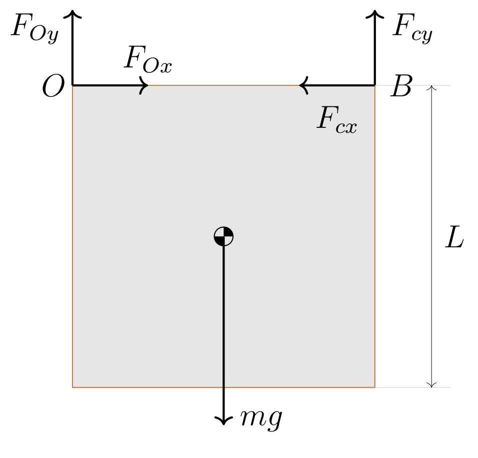
$$F_{rod} = mg - F = 60 \cdot 9,8 - 196 = 392\,N$$

b) N'hi ha prou de demanar $l_1 = 0$, és a dir inclinar el carro de forma que el pes caigui sobre de l'eix de la roda. En aquestes condicions la força vertical F val zero. De tota manera, encara caldria aplicar una força horitzontal per poder traslladar el carro.

* * *

Exercici 10.

El diagrama de sòlid lliure és



Noteu que la presència de F_{Ox} es dedueix de que hi ha d'haver una força horitzontal en O que permeti equilibrar la força horitzontal que sabem que està present en B, provinent del cilindre, que està inclinat.

a) Per trobar la massa de la placa fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho L^2 e = 7850 \cdot 1^2 \cdot 0,1 = 785\,kg$$

b) S'ha de tenir en compte que la força que fa el cilindre va en la seva direcció (és com si es tractés de la tensió en un cable) i de la geometria del problema per $\varphi = 0°$ es dedueix que l'angle que forma el cilindre amb la placa és $\alpha = 45°$ de forma que tenim

$$F_{cy} = F_{cx}$$

Per una altra banda, les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt O), queden

$$F_{Oy} + F_{cY} = mg \qquad F_{Ox} = F_{cx} \qquad mg\frac{\cancel{L}}{2} = F_{cy}\cancel{L}$$

D'on

$$F_{cy} = \frac{mg}{2} = \frac{785 \cdot 9,8}{2} = 3846,5\,N = F_{cx}$$

Llavors, la força al cilindre serà

$$F_c = \sqrt{F_{cy}^2 + F_{cy}^2} = \sqrt{3846,5^2 + 3846,5^2} = 3846,5\sqrt{2} = 5439,77\,N$$

c) La tensió normal σ de la tija la podem calcular com

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F_c}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{5439,77}{\frac{\pi(40)^2}{4}} = 173,19\,MPa$$

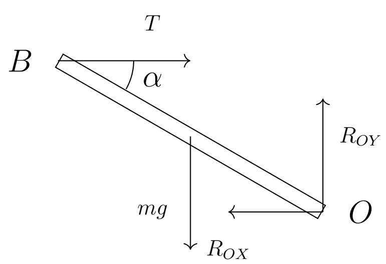
La pressió relativa p_{int} a l'interior del cilindre la calculem com

$$p_{int} = \frac{F}{A'} = \frac{5439,77}{\frac{\pi(70)^2}{4}} = 56,55\,MPa$$

* * *

Exercici 11.

El diagrama de sòlid lliure de la barra BO es pot representar com



a) Plantegem les equacions d'equilibri i moments (des de O)

$$\begin{cases} T = R_{OX} \\ mg = R_{OY} \\ T \cdot 2L \sin\alpha = mg \cdot L \cos\alpha \end{cases}$$

d'on, la força que fa el cable AB (igual a T) és

$$T = \frac{mg \cdot \cancel{L} \cos\alpha}{2\cancel{L} \sin\alpha} = \frac{30 \cdot 9,8 \cos 30°}{2 \sin 30°} = 254,6\, N$$

b)

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{254,6}{\pi \cdot \frac{4^2}{4}} = 20,26\, MPa$$

c) Tenim

$$R_{OY} = mg = 30 \cdot 9,8 = 294\, N$$

$$R_{OX} = T = 254,6\, N$$

d) L'esforç seria ara

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{254,6}{\pi \cdot \frac{1^2}{4}} = 324,17\, MPa$$

com el valor supera el límit elàstic $250\, MPa$ es conclou que el cable no estarà dins el límit elàstic, es trobarà en el plàstic, on les deformacions són permanents o es trencarà, en funció del valor de l'esforç de trencament, que no ens proporcionen.

* * *

Exercici 12.

Els valors de les masses es poden trobar demanant equilibri de moments per cada braç, així

$$m_2 \cdot g \cdot L = m_3 \cdot g \cdot 2L$$

$$\to m_3 = \frac{m_2 \cdot g \cdot \cancel{gL}}{2\cancel{gL}} = \frac{m_2}{2} = 0,1\, kg$$

$$-------------$$

$$(m_2 + m_3) \cdot g \cdot 2L = m_4 \cdot g \cdot 3L$$

$$\to m_4 = \frac{(m_2 + m_3) \cdot 2\cancel{gL}}{3\cancel{gL}} = \frac{(0,2 + 0,1) \cdot 2}{3} = 0,2\, kg$$

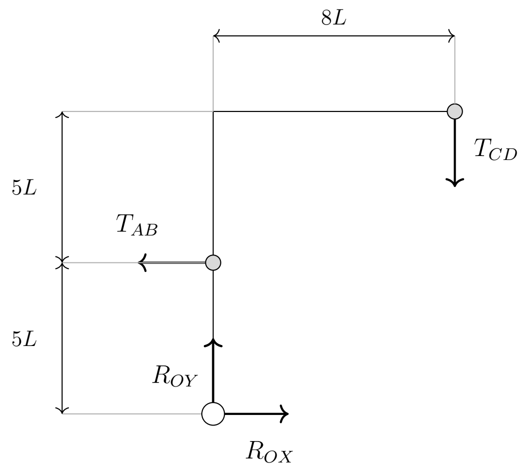
$$-------------$$

$$m_1 \cdot g \cdot 3L = (m_2 + m_3 + m_4) \cdot g \cdot 4L$$
$$\rightarrow m_1 = \frac{(m_2 + m_3 + m_4) \cdot 4\cancel{gL}}{3\cancel{gL}} = \frac{(0,2 + 0,1 + 0,2) \cdot 4}{3} = 0,67\,kg$$

a) La tensió al cable CD es pot calcular fàcilment, ja que en l'equilibri

$$T_{CD} = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)g = (0,67 + 0,2 + 0,1 + 0,2) \cdot 9,8 = 11,43\,N$$

b) Tenim



c) Ara podem escriure les condicions d'equilibri en els eixos horitzontal i vertical i l'equació de moments (respecte O)

$$\begin{cases} R_{OY} = T_{CD} \\ R_{OX} = T_{AB} \\ T_{AB} \cdot 5L = T_{CD} \cdot 8L \end{cases}$$

de forma que

$$T_{AB} = \frac{T_{CD} \cdot 8\cancel{L}}{5\cancel{L}} = \frac{11,43 \cdot 8}{5} = 18,29\,N$$

d) En quant a les reaccions al punt O

$$R_{OX} = T_{AB} = 18,29\,N$$

i

$$R_{OY} = T_{CD} = 11,43\,N$$