1. Siguin un planeta de massa $M = 8,00 \cdot 10^{26}\,kg$ i radi $R = 5,00 \cdot 10^{10}\,m$ i un satèl·lit artificial que es vol posar en òrbita circular estable al voltant del planeta, a una altura $h = 2R$. Suposant que la massa del satèl·lit és $m = 300\,kg$, es demana:

   (a) **(0,5 pts)** Calculeu quina serà la velocitat del satèl·lit un cop es trobi en l'òrbita descrita.

   L'equació de la velocitat per les òrbites circulars estables és

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

   llavors,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+2R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,00 \cdot 10^{26}}{3 \cdot 5,00 \cdot 10^{10}}} = 596,43\,m/s$$

   (b) **(0,5 pts)** Calculeu el període de tal òrbita.

   Podem fer servir

$$2\pi r = vT$$

   d'on

$$T = \frac{2\pi \cdot 3R}{v} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 5,00 \cdot 10^{10}}{596,43} = 1,58 \cdot 10^{9}\,s$$

   (c) **(1 pt)** Calculeu l'energia que cal donar al satèl·lit per tal de posar-lo en òrbita.

   Calculem la diferència entre l'energia mecànica que tindrà a l'òrbita de destí menys la que tenia quan es va llançar (tenint en compte només la potencial gravitatòria)

$$W = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{3R} - \left(-\frac{GMm}{R}\right) = \frac{GMm}{R}\left(1 - \frac{1}{6}\right) =$$

$$= \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,00 \cdot 10^{26} \cdot 300}{5,00 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{5}{6} = 2,67 \cdot 10^{8}\,J$$

   (d) **(1 pt)** Calculeu finalment l'energia que caldria donar al satèl·lit per tal de dur-lo, de de l'òrbita on es troba a una altra amb $h' = 3R$.

Calculem la diferència d'energia mecànica entre les òrbites

$$W = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{4R} - \left(-\frac{1}{2}\frac{GMm}{3R}\right) = \frac{GMm}{R}\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8}\right) =$$

$$= \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,00 \cdot 10^{26} \cdot 300}{5,00 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{2}{48} = 1,33 \cdot 10^{7}\, J$$

2. Considereu un condensador pla de plaques paral·leles separades una distància $d = 2,00 \cdot 10^{-6}\, m$ i polaritzades a $V = 15,0\, V$. Es demana:

   (a) **(0,5 pts)** Calculeu el valor del camp elèctric en l'interior del condensador.

   Fent servir la relació entre el camp, el potencial i la distància entre plaques

   $$E = \frac{V}{d} = \frac{15,0}{2,00 \cdot 10^{-6}} = 7,5 \cdot 10^{6}\, V/m$$

   (b) **(1 pt)** Si deixem anar, des de la placa negativa, un electró de càrrega $1,60 \cdot 10^{-19}\, C$ i massa $9,11 \cdot 10^{-31}\, kg$, calculeu amb quina velocitat arriba a la placa positiva.

   Fem un balanç d'energia per obtenir

   $$qV = \frac{1}{2}mv^{2}$$

   d'on

   $$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 15}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 2,30 \cdot 10^{6}\, m/s$$

3. Considereu tres càrregues elèctriques $Q_1 = 3,00\,nC$, $Q_2 = -5,00\,nC$, $Q_3 = 7,00\,nC$ que es troben als punts de pla $P_1 = (1,2)$, $P_2 = (-2,1)$ i $P_3 = (0,-2)$ respectivament. Es demana:

   (*Podeu suposar coneguda la dada* $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9,00 \cdot 10^9 Nm^2/C^2$)

   (a) **(1 pt)** Calculeu el camp elèctric al punt $A = (3,0)$

   Trobem les components dels vectors que va des de cada càrrega al punt on es vol calcular el camp i els seus mòduls

$$\vec{r}_1 = \overrightarrow{P_1A} = (2,-2) \qquad |\vec{r}_1| = r_1 = \sqrt{2^2+(-2)^2} = \sqrt{8}$$
$$\vec{r}_2 = \overrightarrow{P_2A} = (5,-1) \qquad |\vec{r}_2| = r_2 = \sqrt{5^2+(-1)^2} = \sqrt{26}$$
$$\vec{r}_3 = \overrightarrow{P_3A} = (3,2) \qquad |\vec{r}_3| = r_3 = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$$

   llavors, el camp total en A

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r_1^3}\vec{r}_1 + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{r_2^3}\vec{r}_2 + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_3}{r_3^3}\vec{r}_3 \\ &= 9\cdot 10^9\left[\frac{3\cdot 10^{-9}}{(\sqrt{8})^3}\cdot(2,-2) - \frac{5\cdot 10^{-9}}{(\sqrt{26})^3}\cdot(5,-1) + \frac{7\cdot 10^{-9}}{(\sqrt{13})^3}\cdot(3,2)\right] \\ &= \frac{27}{(\sqrt{8})^3}\cdot(2,-2) - \frac{45}{(\sqrt{26})^3}\cdot(5,-1) + \frac{63}{(\sqrt{13})^3}\cdot(3,2) \\ &= (4.72, 0.64)\,N/C\end{aligned}$$

   (b) **(0,5 pts)** Calculeu el potencial electrostàtic en el punt $B = (3,5)$

   Ens calen els mòduls dels vectors que van de cada càrrega al punt B

$$\vec{r'}_1 = \overrightarrow{P_1B} = (2,3) \qquad |\vec{r'}_1| = r'_1 = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$$
$$\vec{r'}_2 = \overrightarrow{P_2B} = (5,4) \qquad |\vec{r'}_2| = r'_2 = \sqrt{5^2+4^2} = \sqrt{41}$$
$$\vec{r'}_3 = \overrightarrow{P_3B} = (3,7) \qquad |\vec{r'}_3| = r'_3 = \sqrt{3^2+7^2} = \sqrt{58}$$

   Ara és fàcil calcular

$$\begin{aligned}V_B &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r'_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{r'_2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_3}{r'_3} \\ &= 9\cdot 10^9\left[\frac{3\cdot 10^{-9}}{\sqrt{13}} - \frac{5\cdot 10^{-9}}{\sqrt{41}} + \frac{7\cdot 10^{-9}}{\sqrt{58}}\right] \\ &= \frac{27}{\sqrt{13}} - \frac{45}{\sqrt{41}} + \frac{63}{\sqrt{58}} = 8,73\,V\end{aligned}$$

(c) **(1 pt)** Calculeu el treball que cal fer per moure una altra càrrega $Q_4 = -2,00\,nC$ des de A fins a B.

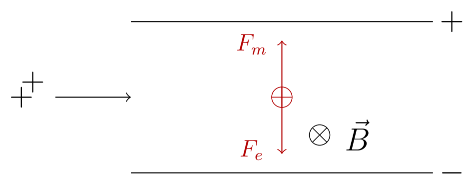
Necessitem calcular el potencial electrostàtic en el punt A, a partir dels vectors trobats al primer apartat de l'exercici,

$$\begin{aligned} V_A &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{r_2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_3}{r_3} \\ &= 9\cdot 10^9 \left[\frac{3\cdot 10^{-9}}{\sqrt{8}} - \frac{5\cdot 10^{-9}}{\sqrt{26}} + \frac{7\cdot 10^{-9}}{\sqrt{13}}\right] \\ &= \frac{27}{\sqrt{8}} - \frac{45}{\sqrt{26}} + \frac{63}{\sqrt{13}} = 18,19\,V \end{aligned}$$

Ara, el treball demanat es pot calcular com

$$W_{A\to B} = Q_4(V_B - V_A) = -2,00\cdot 10^{-9}\cdot(8,73 - 18,19) = 1,89\cdot 10^{-8}\,J$$

4. Considereu l'esquema següent, en el qual un feix de partícules positives entra a mitja altura en un condensador on a més hi ha un camp magnètic, tal i com es mostra.



Sabent que $V = 12,0\,V$, $|\vec{B}| = 3,00\,T$ i la distància entre plaques és $d = 1,00\cdot 10^{-6}\,m$, es demana:

(a) **(0,5 pts)** Dibuixeu les forces elèctrica i magnètica que actuen sobre una de les càrregues quan es troba a mig recorregut dins el condensador.

Fet al dibuix.

(b) **(0,5 pts)** Calculeu la velocitat que tenen les partícules que no es desvien.

Les partícules que no es desvien pateixen la mateixa força magnètica i elèctrica de forma que tenim

$$F_m = F_e \rightarrow \cancel{q}vB = \cancel{q}E$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{V/d}{B} = \frac{12,0/1,00 \cdot 10^{-6}}{3,00} = 4,00 \cdot 10^{6}\, m/s$$

5. Una partícula positiva de càrrega $q = 1,60 \cdot 10^{-19}\, C$ i massa $m = 9,11 \cdot 10^{-31}\, kg$ entra amb velocitat $v = 5,00 \cdot 10^{6}\, m/s$ en una regió on hi ha un camp magnètic tal i com es mostra a la figura

suposant que $|\vec{B}| = 3\, T$, es demana:

(a) **(0,5 pts)** Dieu quin serà el sentit de gir.

Tant és la direcció amb que entra la partícula a la regió on és el camp, sempre que el camp és perpendicular entrant al paper i la partícula (positiva) es mou en el pla del paper, el sentit de gir serà antihorari.

(b) **(0,5 pts)** Calculeu el radi de la trajectòria que descriurà.

A partir de la segona llei de Newton

$$F = ma_c \rightarrow q\cancel{v}B = m\frac{v^{\cancel{2}}}{R}$$

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 5,00 \cdot 10^{6}}{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 3} = 9,49 \cdot 10^{-6}\, m$$

6. Considereu un fil conductor de longitud $l = 3,00\,m$ i massa $m = 1,00\,g$ sobre el qual circula una intensitat $I = 2,00\,A$, que es manté en posició horitzontal en equilibri surant en l'aire gràcies a l'acció d'un camp magnètic que actua perpendicularment al fil tal com s'indica

$$\otimes \quad \vec{B}$$

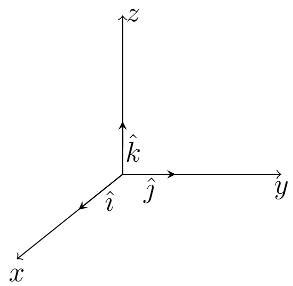
Es demana:

(a) **(0,5 pts)** Quin ha de ser el sentit de la intensitat que circula pel fil per tal que es mantingui surant?

A partir de la llei de Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

i fent les identificacions següents



$$\vec{B} = -\hat{\imath}B$$
$$\vec{F} = \hat{k}F$$

es dedueix que ha de ser

$$\vec{v} = \hat{\jmath}v$$

és a dir, per tal que la força magnètica vagi cap a dalt la intensitat ha de circular cap a la dreta ja que

$$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} = q\cdot(\hat{\jmath}v)\times(-\hat{\imath}B) = -qvB\cdot(\hat{\jmath}\times\hat{\imath}) = -qvB\cdot(-\hat{k}) = qvB\hat{k}$$

(b) **(0,5 pts)** Calculeu el mòdul $|\vec{B}|$ del camp magnètic.

En la situació d'equilibri

$$mg = F_m = qvB = ItvB = IlB$$

d'on

$$B = \frac{mg}{Il} = \frac{1,00 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}{2,00 \cdot 3,00} = 1,63 \cdot 10^{-3}\,T$$