

1. (a) A partir de l'equació de l'ona

$$y(x, t) = 0,3 \cos \left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{5}x + \frac{\pi}{2} \right)$$

podem trobar directament

$$A = 0,3 \text{ m} \quad \omega = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = 8 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ s} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}} = 10 \text{ m}$$

(b) Fent servir la relació $\lambda = vT$ tenim

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10}{8} = 1,25 \text{ m/s}$$

(c) La velocitat transversal dels punts de l'ona es poden calcular a partir de la derivada respecte el temps de l'equació d'ona

$$v_y(x, t) = \dot{y}(x, t) = -0,3 \cdot \frac{\pi}{4} \sin \left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{5}x + \frac{\pi}{2} \right)$$

llavors

$$\begin{aligned} v_y(5, 20) &= -0,3 \cdot \frac{\pi}{4} \sin \left(\frac{\pi}{4} \cdot 20 - \frac{\pi}{5} \cdot 5 + \frac{\pi}{2} \right) \\ &= -0,3 \cdot \frac{\pi}{4} \sin \left(4\pi + \frac{\pi}{2} \right) \\ &= -0,3 \cdot \frac{\pi}{4} \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) = -0,3 \cdot \frac{\pi}{4} = 0,2356 \text{ m/s} \end{aligned}$$

2. (a) A partir de la definició de intensitat sonora

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

i fent servir les dades del problema podem calcular

$$180 = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow I = I_0 \cdot 10^{18} = 10^{-12} \cdot 10^{18} = 10^6 \text{ W/m}^2$$

(b) Calculem directament a partir de la relació entre la potència, la intensitat i la distància

$$P = IA = I\pi r^2 = 10^6 \cdot \pi \cdot 1^2 = 3,142 \cdot 10^6 \text{ W}$$



(c) Com que es tracta d'una ona tridimensional, la relació entre la intensitat a distàncies diferents del focus emissor es pot escriure com

$$I_1 r_1^2 = I_2 r_2^2$$

d'on

$$r_2 = r_1 \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = 1 \cdot \sqrt{\frac{10^6}{1}} = 10^3 \text{ m}$$

3. (a) En l'esquema que correspon a una corda subjecta pels seus extrems vibrant en el quart harmònic es pot comprovar que en la longitud de la corda "hi caben" dues longituds d'ona, de forma que tenim

$$2\lambda = 1 \rightarrow \lambda = 0,5 \text{ m}$$

(b) A partir de la relació $\lambda = vT$, tenim

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = 0,5 \cdot 925 = 462,5 \text{ m/s}$$

(c) Al vibrar en l'harmònic fonamental es comprova que en la longitud de la corda "hi cap" mitja longitud d'ona, llavors $\lambda = 2 \text{ m}$ i la freqüència corresponent serà

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{462,5}{2} = 231,25 \text{ Hz}$$

on hem suposat que, per les ones estacionàries, la velocitat de fase és sempre la mateixa per tots els harmònics.

4. (a) Hem de demanar que l'amplitud efectiva sigui zero, llavors

$$0,040 \sin(5,0\pi x) = 0 \rightarrow \sin(5,0\pi x) = 0$$

d'on

$$5,0\pi x = n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$$

ja que el sinus d'un angle val zero quan el seu argument és $0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$.
Tindrem doncs

$$5,0\pi x = n\pi \rightarrow x_n = \frac{n}{5,0} \quad n \in \mathbb{Z}$$

i finalment,

$$x_0 = \frac{0}{5,0} = 0 \text{ m}, \quad x_1 = \frac{1}{5,0} = 0,2 \text{ m} \quad x_2 = \frac{2}{5,0} = 0,4 \text{ m}$$

i ja els tenim tots.

(b) El període es pot trobar directament a partir de l'equació de l'ona estacionària ja que és $\omega = 40\pi \text{ rad/s}$ i tindrem

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{40\pi} = 0,05 \text{ s}$$

(c) Com que tenim que $k = 5,0\pi \text{ rad/m}$ podem calcular

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{5,0\pi} = 0,4 \text{ m}$$

i la velocitat demanada valdrà $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,4}{0,05} = 8,0 \text{ m/s}$