

Per tots els exercicis que venen a continuació, recordem que si en l'expressió

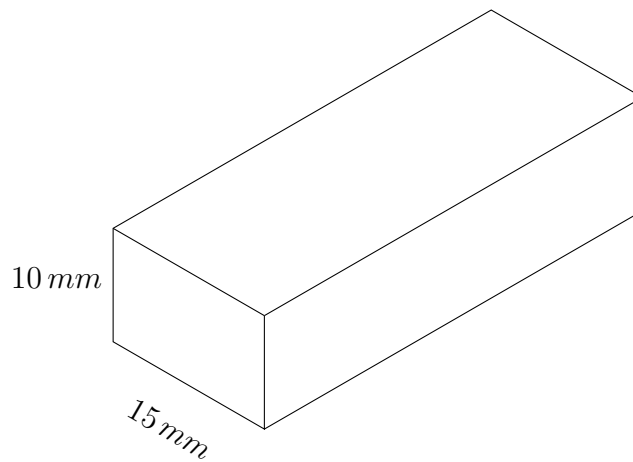
$$\sigma = \frac{F}{A}$$

l'àrea està en mm^2 , llavors l'esforç queda en MPa .

Pàg 175

Exercici 4.

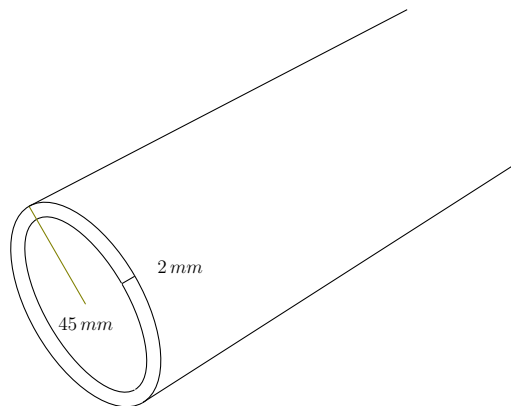
a) Barra de secció rectangular



llavors l'esforç val

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{780 \cdot 9,8}{10 \cdot 15} = 50,96 MPa$$

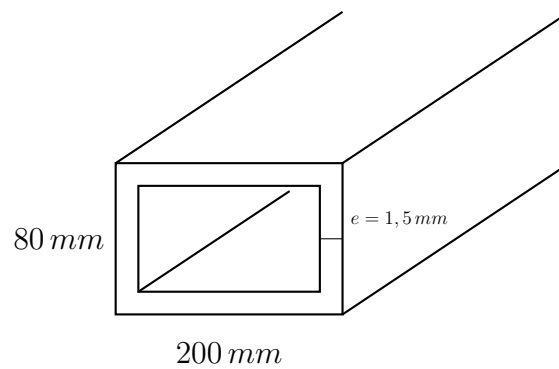
b) Tub. El perfil es pot representar (l'escala no és realista) com



llavors l'esforç val

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{D^2}{4} - \frac{(D-e)^2}{4}} = \frac{780 \cdot 9,8}{\frac{45^2}{4} - \frac{(45-2)^2}{4}} = 173,73 \text{ MPa}$$

c)



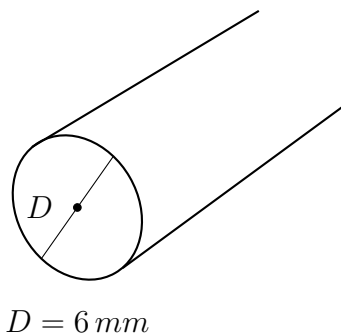
l'àrea a considerar és

$$A = 80 \cdot 200 - (80 - e) \cdot (200 - e) = 80 \cdot 200 - (80 - 1,5) \cdot (200 - 1,5) = 417,75 \text{ mm}^2$$

llavors l'esforç val

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{780 \cdot 9,8}{417,75} = 18,3 \text{ MPa}$$

d)

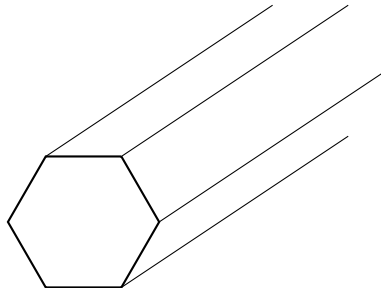


$$D = 6 \text{ mm}$$

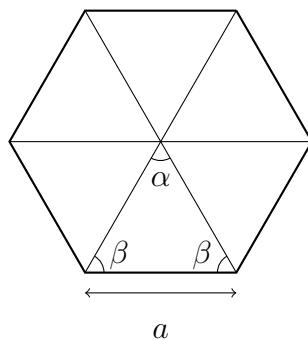
L'esforç val

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{780 \cdot 9,8}{\pi \cdot \frac{6^2}{4}} = 270,35 \text{ MPa}$$

e) El perfil correspon a la figura



L'àrea de l'hexàgon es pot trobar de la següent manera. La secció es pot dividir en sis parts



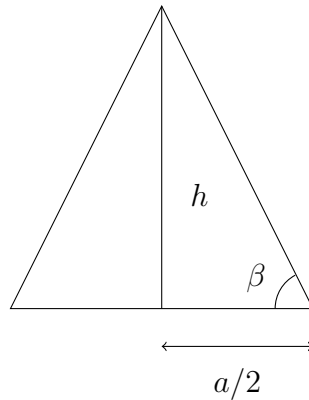
el valor de α es pot calcular fàcilment,

$$\alpha = \frac{360}{6} = 60^\circ$$

i en quant a β

$$2\beta + \alpha = 180^\circ \rightarrow \beta = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 60^\circ$$

si considerem ara un dels triangles en que ha quedat dividit l'hexàgon podem relacionar l'altura d'aquest amb l'angle β i el costat a . Al dividir en dos el triangle podem calcular l'àrea del triangle rectangle, i tenim



d'on

$$\tan \beta = \frac{h}{a/2} \rightarrow h = \frac{a}{2} \tan \beta$$

i l'àrea d'aquest triangle serà

$$A' = \frac{\frac{a}{2} \cdot h}{2} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \tan \beta}{2} = \frac{a^2 \tan \beta}{8} = \frac{a^2 \tan \frac{180^\circ - \frac{360^\circ}{6}}{2}}{8}$$

Llavors, com que a l'hexàgon hi ha $6 \cdot 2 = 12$ d'aquests triangles, l'àrea total serà

$$A = 6 \cdot 2 \cdot \frac{a^2 \tan \frac{180^\circ - \frac{360^\circ}{6}}{2}}{8}$$

Noteu que aquest resultat es pot generalitzar fàcilment a qualsevol polígon regular de n costats de longitud a , segons

$$A = n \cdot 2 \cdot \frac{a^2 \tan \frac{180^\circ - \frac{360^\circ}{n}}{2}}{8}$$

Tornant al cas de l'hexàgon, l'àrea val

$$A = 6 \cdot 2 \cdot \frac{20^2 \cdot \tan \frac{180^\circ - \frac{360^\circ}{6}}{2}}{8} = 6 \cdot 2 \cdot \frac{20^2 \cdot \tan 60^\circ}{8} = 1039,23 \text{ mm}^2$$

ara, calculem l'esforç com

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{780 \cdot 9,8}{1039,23} = 29,42 \text{ MPa}$$

Exercici 7.

a)

Calculem

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{160 \cdot 9,8}{\pi \cdot \frac{3^2}{4}} = 221,83 \text{ MPa}$$

b) Mirem a la taula de la *pàgina 172*, i veiem que per l'acer, el límit elàstic més baix val 295 MPa que correspon a l'acer amb contingut baix en carboni. Com el valor obtingut en l'apartat anterior és inferior a aquest, podem dir que el cable sotmés a tracció es troba en el règim elàstic.

Pàg 190

Qüestió 4.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{0,6}{0,8 \cdot 10^3} = 7,5 \cdot 10^{-4}$$

Qüestió 5.

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow F = \sigma \cdot A = 75 \cdot 10 = 750 \text{ N}$$

Qüestió 9.

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow F = \sigma \cdot A = 70 \cdot 10 = 700 \text{ N}$$

Qüestió 10. Aquest fenomen s'anomena vinclament.

Qüestió 11.

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{9,5 \cdot 10^3}{5^2} = 380 \text{ MPa}$$

Qüestió 12. A partir de la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

podem calcular la massa com

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \pi \frac{D^2}{4} \cdot L = 2700 \cdot \pi \cdot \frac{(140 \cdot 10^{-3})^2}{4} \cdot 1,3 = 54,03 \text{ kg}$$

i el pes, prenent $g = 10 \text{ m/s}^2$

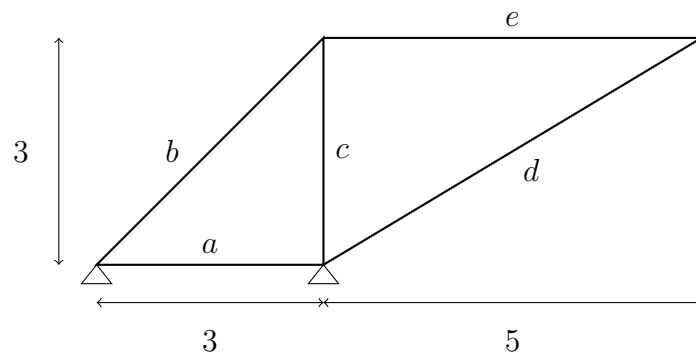
$$P = mg = 54,03 \cdot 10 = 540,3 \text{ N}$$

Qüestió 13.

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow A = \frac{F}{\sigma} = \frac{45 \cdot 10}{67} = 6,58 \text{ mm}^2$$

Pàg 191

Exercici 1.



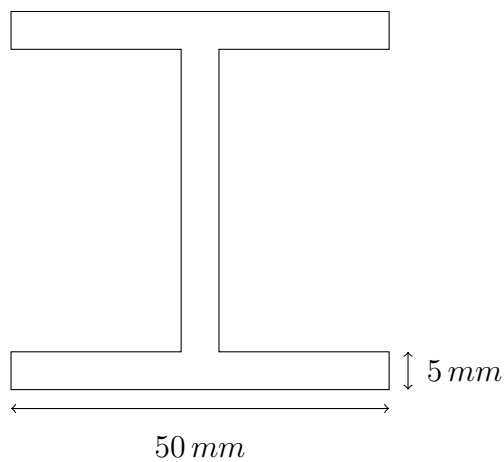
Calculem la longitud de cada part

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \\ c = 3 \\ d = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34} \\ e = 5 \end{cases}$$

i la longitud total

$$L = a + b + c + d + e = 11 + 3\sqrt{2} + \sqrt{34}$$

En quant a l'àrea S de la secció



és fàcil veure que

$$S = 50 \cdot 50 - 2 \cdot (50 - 2 \cdot 5) \cdot (25 - 2,5) = 700 \text{ mm}^2$$

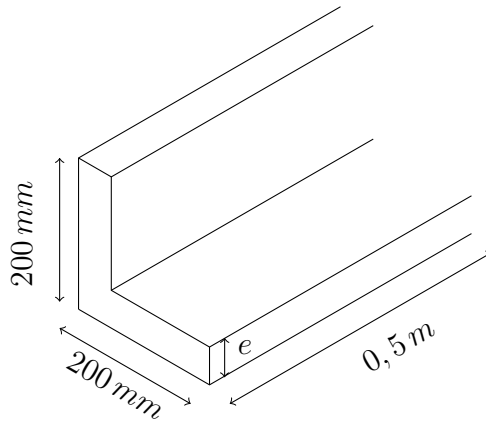
de forma que (mirem la densitat de l'alumini a la taula de la *pàgina 172*)

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot L = 2710 \cdot 700 \cdot (11 + 3\sqrt{2} + \sqrt{34}) = 4 \cdot 10^7 \text{ kg}$$

i el pes

$$P = mg = 4 \cdot 10^7 \cdot 9,8 = 3,92 \cdot 10^6 \text{ N}$$

Exercici 2.



a) Per l'acer (contingut mitjà en carboni), el límit elàstic val

$$\sigma_e = 350 \text{ MPa}$$

com el coeficient de seguretat és $n = 3$, l'esforç de treball no podrà superar

$$\frac{\sigma_e}{3} = \frac{350}{3} = 116,67 \text{ MPa}$$

llavors, podem escriure

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow 166,67 = \frac{992 \cdot 10^3}{200 \cdot e + (200 - e) \cdot e}$$

d'on s'obté

$$e^2 - 400e + 8502,857 = 0$$

i

$$e = \frac{400 \pm \sqrt{400^2 - 4 \cdot 8502,857}}{2}$$

amb solucions $e_1 = 377,47 \text{ mm}$, $e_2 = 22,525 \text{ mm}$. Les dues són equivalents, però prenem la segona per mantenir les proporcions de la figura.

b) Per l'aliatge lleuger $\sigma_e = 97 \text{ MPa}$, llavors

$$\sigma_t = \frac{\sigma_e}{n} = \frac{97}{3} = 32,33 \text{ MPa}$$

i, de forma similar a l'apartat anterior

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow 32,33 = \frac{992 \cdot 10^3}{200 \cdot e + (200 - e) \cdot e}$$

d'on s'obté

$$e^2 - 400e + 3,068 \cdot 10^4 = 0$$

i

$$e = \frac{400 \pm \sqrt{400^2 - 4 \cdot 3,068 \cdot 10^4}}{2}$$

amb solucions $e_1 = 296,54 \text{ mm}$, $e_2 = 103,46 \text{ mm}$. Novament prenem la darrera solució i tenim que la secció A en aquest cas val

$$A = 200 \cdot e + (200 - e) \cdot e = 3,068 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

c) Les masses respectives són, en cada cas

$$m_{acer} = \rho_{acer} V$$

$$m_{acer} = \rho_{acer} \cdot [200 \cdot e + (200 - e) \cdot e] \cdot L = 7850 \cdot 8,50 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 = 33,37 \text{ kg}$$

$$\begin{matrix} * & * & * \end{matrix}$$

$$m_{alia} = \rho_{alia} V$$

$$m_{alia} = \rho_{alia} \cdot [200 \cdot e + (200 - e) \cdot e] \cdot L = 2800 \cdot 3,068 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 = 120,456 \text{ kg}$$

d) En principi, a igual resistència mecànica, convindria triar el més lleuger, però sovint els costos econòmics s'imposen a l'hora de fer aquest tipus de tries.

Exercici 3.**a)**

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi \cdot \frac{D^2}{4}} = \frac{23 \cdot 10^3}{\pi \cdot \frac{20^2}{4}} = 73,21 \text{ MPa}$$

b) Calculem l'allargament unitari

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{66,556 \cdot 10^{-3}}{100} = 6,65 \cdot 10^{-4} = 0,0665\%$$

la deformació patida és molt petita i donat que s'ha aplicat 23 kN , podem pensar que es tracta d'un material prou rígid.

c) Calcule el mòdul de Young que correspon a aquest material

$$\sigma = E\varepsilon \rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{73,21}{6,65 \cdot 10^{-4}} = 110 \text{ GPa}$$

mirant a la taula de la *pàgina 172* veiem que poden ser: coure, bronze o llautó.

a