

1. Escrivim les equacions del moviment i la velocitat

$$y = 20t - \frac{1}{2}gt^2 \quad v = 20 - gt$$

(a) Demanem que la velocitat sigui zero

$$0 = 20 - gt \rightarrow t = \frac{20}{g} = \frac{20}{9,8} = 2,04 \text{ s}$$

(b) El temps que tardarà a arribar al terra és el doble del que tarda en pujar, ja que es llança des del terra i ignorem el fregament amb l'aire. També podem calcular explícitament

$$0 = 20t - \frac{1}{2}gt^2$$

que es pot escriure

$$gt^2 - 40t = 0$$

traient factor comú

$$t(gt - 40) = 0$$

d'on, o és $t = 0$, o

$$gt - 40 = 0 \rightarrow t = \frac{40}{g} = \frac{40}{9,8} = 4,08 \text{ s}$$

(c) Per trobar l'altura màxima substituïm el temps trobat al primer apartat en l'equació del moviment

$$y_{Max} = 20 \cdot 2,04 - \frac{1}{2}g(2,04)^2 = 20 \cdot 2,04 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (2,04)^2 = 20,41 \text{ m}$$

(d) De manera semblant al segon apartat podríem raonar que tornarà al terra amb la mateixa velocitat amb que va ser llançat (amb signe negatiu), però podem fer el càlcul amb detall substituint en l'equació de la velocitat

$$v = 20 - g4,08 = -19,9 \approx -20 \text{ m/s}$$

2. Escrivim les equacions del moviment i la velocitat

$$y = 35 + 10t - \frac{1}{2}gt^2 \quad v = 10 - gt$$

- (a) Per trobar el temps que tarda en arribar al terra n'hi ha prou de demanar $y = 0$

$$0 = 35 + 10t - \frac{1}{2}gt^2$$

d'on

$$gt^2 - 20t - 70 = 0$$

que es pot resoldre segons

$$t = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 + 4g \cdot 70}}{2g} = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 + 4 \cdot 9,8 \cdot 70}}{2 \cdot 9,8}$$

amb solucions $t_+ = 3,88 \text{ s}$ $t_- = -1,84 \text{ s}$. Prenem la solució positiva perquè en interessa l'evolució cap el futur.

- (b) Per calcular la velocitat amb que arriba al terra fem, senzillament

$$v = 10 - g \cdot 3,88 = 10 - 9,8 \cdot 3,88 = -28,024 \text{ m/s}$$

3. En tots els casos escrivim les equacions del moviment i la velocitat i demanarem $y = 0$ per trobar el temps que tarda en arribar al terra l'objecte. Després, serà immediat calcular la velocitat amb que ho fa.

- (a) Les equacions són

$$y = 300 + 7t - \frac{1}{2}gt^2 \quad v = 7 - gt$$

de manera que tenim

$$0 = 300 + 7t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow gt^2 - 14t - 600 = 0$$

d'on

$$t = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 + 4g \cdot 600}}{2g} = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 + 4 \cdot 9,8 \cdot 600}}{2 \cdot 9,8}$$

amb solucions $t_+ = 8,57 \text{ s}$ $t_- = -7,14 \text{ s}$. Prenem $t = 8,57 \text{ s}$. Ara

$$v = 7 - g \cdot 8,57 = 7 - 9,8 \cdot 8,57 = -76,986 \text{ m/s}$$

- (b) Les equacions són

$$y = 300 - \frac{1}{2}gt^2 \quad v = -gt$$

de manera que tenim

$$0 = 300 - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t^2 = \frac{600}{g} \rightarrow t = \pm\sqrt{\frac{600}{g}} = \pm 7,82 \text{ m/s}$$

prenem $t = 7,82 \text{ s}$. Ara

$$v = -g \cdot 7,82 = -9,8 \cdot 7,82 = -76,636 \text{ m/s}$$

(c) Les equacions són

$$y = 300 - 12t - \frac{1}{2}gt^2 \quad v = -12 - gt$$

de manera que tenim

$$0 = 300 - 12t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow gt^2 - 24t - 600 = 0$$

d'on

$$t = \frac{24 \pm \sqrt{24^2 + 4g \cdot 600}}{2g} = \frac{24 \pm \sqrt{24^2 + 4 \cdot 9,8 \cdot 600}}{2 \cdot 9,8}$$

amb solucions $t_+ = 9,14 \text{ s}$ $t_- = -6,7 \text{ s}$. Prenem $t = 9,14 \text{ s}$. Ara

$$v = -12 - g \cdot 9,14 = -12 - 9,8 \cdot 9,14 = -101,57 \text{ m/s}$$

4. Les equacions del moviment i la velocitat són (anomenem arbitràriament A i B els objectes)

$$A \quad y = 26 + 2t - \frac{1}{2}gt^2; \quad v = 2 - gt$$

$$B \quad y = 15t - \frac{1}{2}gt^2; \quad v = 15 - gt$$

(a) Quan es troben, ho fan a la mateixa altura, de forma que

$$26 + 2t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2} = 15t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2}$$

d'on

$$t = \frac{26}{13} = 2 \text{ s}$$

(b) En quant a la velocitat

$$v_A = 2 - 9,8 \cdot 2 = -17,6 \text{ m/s}; \quad v_B = 15 - 9,8 \cdot 2 = -4,6 \text{ m/s}$$

De manera que els dos es troben baixant.