1. Les equacions del moviment i la velocitat són

$$\begin{cases} x = 30\cos 45°t \\ y = 30\sin 45°t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 30\sin 45° - gt \end{cases}$$

que es poden escriure com

$$\begin{cases} x = 15\sqrt{2}t \\ y = 15\sqrt{2}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 15\sqrt{2} - gt \end{cases}$$

(a) Per trobar el temps de vol demanem $y = 0$

$$0 = 15\sqrt{2}t - \frac{1}{2}gt^2 = t\left(15\sqrt{2} - \frac{1}{2}gt\right)$$

d'on

$$\begin{cases} t = 0 \\ 15\sqrt{2} - \frac{1}{2}gt = 0 \rightarrow t = \frac{30\sqrt{2}}{g} = \frac{30\sqrt{2}}{9{,}8} = 4,33\,s \end{cases}$$

(b) Ara, podem calcular l'abast màxim com

$$x = 15\sqrt{2}t = 15\sqrt{2}\cdot 4,33 = 91,84\,m$$

(c) Per calcular l'altura màxima trobem el temps que tarda a arribar a dalt de tot, la condició és $v_y = 0$, llavors

$$0 = 15\sqrt{2} - gt \rightarrow t = \frac{15\sqrt{2}}{g} = \frac{15\sqrt{2}}{9,8} = 2,165\,s$$

ara posem aquest valor del temps a l'equació del moviment que controla la y

$$y(2,165) = 15\sqrt{2}\cdot 2,165 - \frac{1}{2}g\cdot 2,165^2 = 15\sqrt{2}\cdot 2,165 - \frac{1}{2}\cdot 9,8\cdot 2,165^2 = 22,96\,m$$

(d) Finalment, quan falta $1\,s$ per arribar al terra el temps que ha transcorregut des que es va llançar val

$$t = 4,33 - 1 = 3,33\,s$$

i la velocitat total en aquest moment

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{(v_0 \cos\alpha)^2 + (v_0 \sin\alpha - gt)^2} \\ &= \sqrt{\left(15\sqrt{2}\right)^2 + \left(15\sqrt{2} - 9,8 \cdot 3,33\right)^2} \\ &= 24,09\, m/s \end{aligned}$$

(e) L'equació de la trajectòria es pot obtenir fàcilment a partir de les equacions del moviment

$$\begin{cases} x = 15\sqrt{2}t \\ y = 15\sqrt{2}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

aïllem el temps de la primera equació

$$t = \frac{x}{15\sqrt{2}}$$

i substituïm a la segona

$$y = \cancel{15\sqrt{2}} \cdot \frac{x}{\cancel{15\sqrt{2}}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{15\sqrt{2}}\right)^2$$

d'on

$$y = x - \frac{g}{900}x^2$$

2. Les equacions del moviment i la velocitat són

$$\begin{cases} x = 40\cos 30°t \\ y = 30 + 40\sin 30°t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 40\sin 30° - gt \end{cases}$$

que es poden escriure com

$$\begin{cases} x = 20\sqrt{3}t \\ y = 30 + 20t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 20 - gt \end{cases}$$

(a) Per trobar el temps de vol demanem $y = 0$

$$0 = 30 + 20t - \frac{1}{2}gt^2 \to gt^2 - 40t - 60 = 0$$

d'on

$$t = \frac{40 \pm \sqrt{40^2 + 4 \cdot g \cdot 60}}{2g} = \frac{40 \pm \sqrt{3952}}{19,6}$$

amb solucions $t_+ = 5,248\,s$ i $t_- = -1,167\,s$

(b) Calculem l'abast màxim

$$x = 20\sqrt{3}t = 20\sqrt{3} \cdot 5,248 = 181,8\,m$$

(c) Per l'alçada màxima podem trobar el valor del temps pel qual es troba a dalt de tot amb

$$t = \frac{t_+ + t_-}{2} = \frac{5,248 - 1,167}{2} = 2,0405\,s$$

i fem servir aquest temps en l'equació que descriu el moviment vertical

$$y(2,0405) = 30 + 20 \cdot (2,0405) - \frac{1}{2}g\,(2,0405)^2 = 50,408\,m$$

(d) Dos segons abans d'arribar al terra son $5,248 - 2 = 3,248\,s$ des del començament, llavors

$$v = \sqrt{\left(20\sqrt{3}\right)^2 + (20 - g \cdot 3,248)^2} = 36,6\,m/s$$

(e) A partir de les equacions

$$\begin{cases} x = 20\sqrt{3}t \\ y = 30 + 20t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

aïllant el temps de la primera

$$t = \frac{x}{20\sqrt{3}}$$

i substituint en la segona

$$y = 30 + \cancel{20} \cdot \frac{x}{\cancel{20}\sqrt{3}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{20\sqrt{3}}\right)^2$$

que es pot escriure com

$$y = 30 + \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{gx^2}{2400}$$