1. (a) Podem escriure l'equació de l'ona com

$$y(x,t) = 2\cos(\pi x - 2\pi t)$$

d'on comparant amb

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

es pot deduir

$$\pi = k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}} = 2\,m$$

(b) De l'apartat anterior

$$k = \pi\, rad/m$$

(c) Podem identificar directament la freqüència angular

$$\omega = 2\pi\, rad/s$$

i calcular la velocitat a partir de

$$v = \lambda f = \lambda\frac{2\pi}{\omega} = 2 \cdot \frac{\cancel{2\pi}}{\cancel{2\pi}} = 2\, m/s$$

(d) Al ser 4 metres un múltiple de la longitud d'ona es conclou directament que la diferència de fase serà zero, és a dir, punts separats 4 metres estaran en fase.

2. (a) Com que el so viatja a velocitat constant, la distància del punt de l'explosió i l'espectador val

$$x = vt = 340 \cdot 1,50 = 510\, m$$

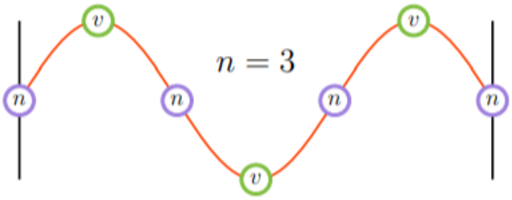
La intensitat es pot calcular com

$$I = \frac{P}{S} = \frac{20,0 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 510^2} = 6,12 \cdot 10^{-9}$$

(b) La intensitat serà 10 vegades més gran, llavors

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} = 10\log\frac{10 \cdot 6,12 \cdot 10^{-9}}{10^{-12}} = 47,9\, dB$$

3. (a) El tercer harmònic es pot representar com



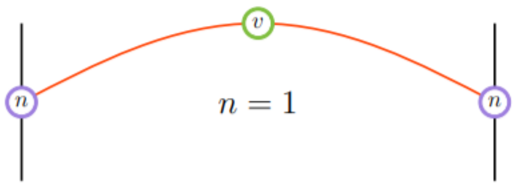
Trobem la longitud d'ona associada a aquest harmònic adonant-nos que

$$1,50\lambda = L \rightarrow \lambda = \frac{L}{1,50} = \frac{6,00}{1,50} = 4,00\,m$$

ara la freqüència es pot calcular com

$$v = \lambda f \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{800}{4,00} = 200\,Hz$$

(b) El fonamental es pot representar com



Per aquest harmònic és immediat veure que és

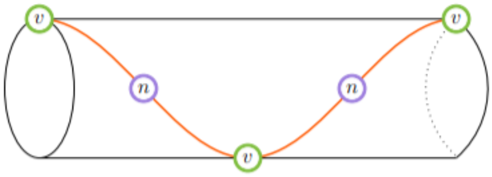
$$\lambda = 12,0\,m$$

llavors la freqüència

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{800}{12,0} = 66,7\,Hz$$

ja que la velocitat es manté inalterada.

4. (a) El segon harmònic en un tub semiobert es pot representar com



Trobem la longitud d'ona associada a aquest harmònic adonant-nos que

$$1\lambda = L \rightarrow \lambda = \frac{L}{1} = \frac{3,00}{1} = 3,00\,m$$

ara la freqüència es pot calcular com

$$v = \lambda f \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{3,00} = 113\,Hz$$

(b) Al omplir el tub d'heli, com la velocitat del so en aquest gas és més gran, la freqüència augmentarà, ja que és

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

i la longitud d'ona només depèn de la longitud del tub i del harmònic considerat. Si el tub no canvia la seva mida, un cop establert un harmònic, aquest no canviarà la seva longitud d'ona encara que canviem el gas que omple el tub.

5. (a) De les condicions del problema es veu que l'amplitud correspon als $45\,cm$ que s'aparta la massa de la seva posició d'equilibri, de forma que podem escriure

$$A = 45 - 30 = 15\,cm = 0,15\,m$$

Podem trobar la freqüència angular com

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{300}{2,00}} = \sqrt{150} = 5\sqrt{6} = 12,2\,rad/s$$

d'on el període serà

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\sqrt{6}} = 0,513\,s$$

(b) L'equació de l'oscil·lador es pot escriure com

$$x(t) = 0,15\cos\left(5\sqrt{6}t + \varphi_0\right)$$

la fase inicial es pot fixar amb la informació de l'enunciat ja que sabem que és $x(0) = 0,45$, llavors

$$0,15 = 0,15\cos\varphi_0 \rightarrow \cos\varphi_0 = 1 \rightarrow \varphi_0 = 0\,rad$$

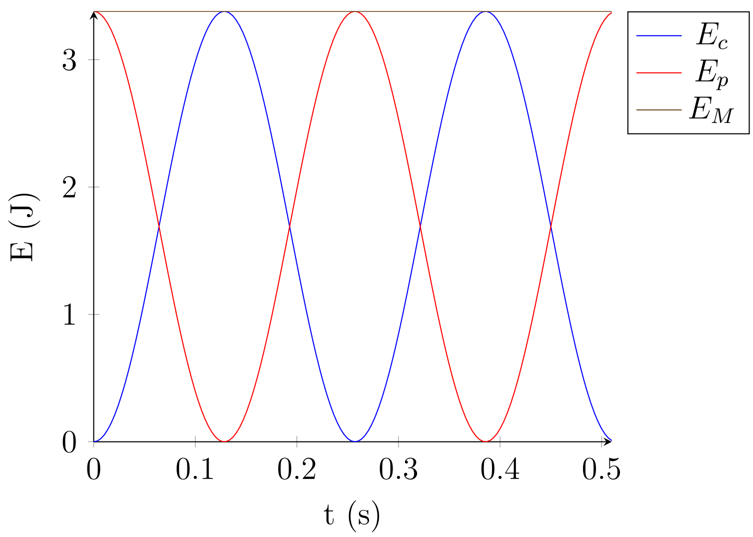
d'on l'equació queda

$$x(t) = 0,15\cos\left(5\sqrt{6}t\right)$$

L'energia mecànica d'aquest oscil·lador es pot calcular amb

$$E_M = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}300\cdot 0,15^2 = 3,38\,J$$

Sabem que l'energia cinètica és mínima als extrems del moviment i màxima quan la massa passa pel punt d'equilibri. De l'energia potencial elàstica sabem que és màxima als extrems i mínima al punt d'equilibri.



6. (a) A partir de l'expressió

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

que podem escriure com

$$k = m\omega^2 = m(2\pi f)^2 = m(2\pi f)^2$$

la k representa la constant elàstica de l'oscil·lador i no depèn de la massa que vibra. Dit d'una altra manera, si la massa canvia també ho farà la freqüència. D'aquesta manera, i per les dues situacions que planteja l'exercici tenim

$$k = m_a(2\pi f_a)^2 \qquad k = (m_a + m_i)(2\pi f_{a+i})^2$$

d'on

$$m_a(2\pi f_a)^2 = (m_a + m_i)(2\pi f_{a+i})^2$$

simplificant

$$m_a \cancel{4\pi^2} f_a^2 = (m_a + m_i)\cancel{4\pi^2} f_{a+i}^2$$

reordenant termes i traient factor comú

$$m_a f_a^2 = (m_a + m_i) f_{a+i}^2 \rightarrow m_a f_a^2 = m_a f_{a+i}^2 + m_i f_{a+i}^2$$

$$m_a f_a^2 - m_a f_{a+i}^2 = m_i f_{a+i}^2 \rightarrow m_a(f_a^2 - f_{a+i}^2) = m_i f_{a+i}^2$$

tenim

$$m_a = m_i \frac{f_{a+i}^2}{f_a^2 - f_{a+i}^2} = 1,00 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{10^2}{12^2 - 10^2} = 2,273 \cdot 10^{-3}\, kg$$

(b) Amb

$$k = m_a(2\pi f_a)^2 = 2,273 \cdot 10^{-3} \cdot (2\pi \cdot 12)^2 = 12,92\, N/m$$

La màxima velocitat en l'oscil·lador harmònic s'assoleix al punt d'equilibri. La màxima acceleració en els extrems del moviment.