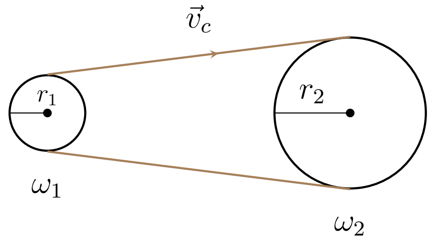
Pàg 317

Exercici 4. La situació ja és coneguda



La velocitat $\vec{v}_c$ de la corretja serà la mateixa que la velocitat lineal de les politges v_1, v_2, suposant que la corretja no llisca sobre elles. Llavors

$$v_1 = v_2 \rightarrow \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

podem escriure el mateix resultat en funció dels diàmetres

$$\omega_1 d_1 = \omega_2 d_2$$

de forma que la velocitat angular de la politja conduïda serà

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 d_1}{d_2} = \frac{2000 \cdot 100}{350} = 571,43\, min^{-1}$$

que es pot escriure en el sistema internacional com

$$571,43\, \frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi\, rad}{1\cancel{rev}} \cdot \frac{1\cancel{min}}{60\, s} = 59,84\, rad/s$$

Noteu que no cal canviar d'unitats els valors dels diàmetres, ja que apareixen dividint-se. La potència a la politja motriu val $P_1 = \Gamma_1 \omega_1$ i a la conduïda $P_2 = \Gamma_2 \omega_2$, com suposem que el rendiment de la transmissió és 1, tindrem

$$P_1 = P_2$$

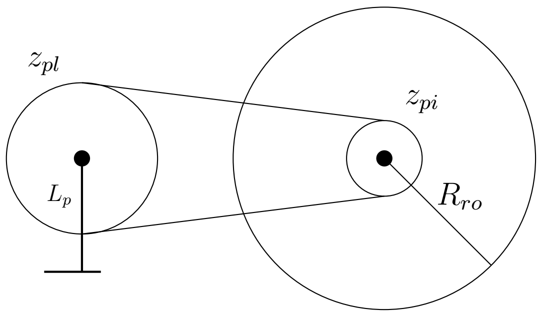
d'on

$$P_1 = \Gamma_2 \omega_2$$

i el parell a la politja conduïda serà

$$\Gamma_2 = \frac{P_1}{\omega_2} = \frac{1,5 \cdot 10^3}{59,84} = 25,07\, Nm$$

Exercici 6. Representem la transmissió amb el següent esquema



El parell que aplica el ciclista sobre el pedal val

$$\Gamma = F \cdot L_p = 200 \cdot 0,18 = 36\,Nm$$

La velocitat angular del plat ω_{pl} en unitats del sistema internacional val

$$\omega_{pl} = 80\,\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}} \cdot \frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} = \frac{8\pi}{3}\,rad/s$$

i la potència que desenvolupa el ciclista

$$P = \Gamma_{pl}\omega_{pl} = 36 \cdot \frac{8\pi}{3} = 301,6\,W$$

La velocitat angular del pinyó (ω_{pi}) es pot calcular a partir de la del plat (ω_{pl}) i el nombre de dents (z_{pi}, z_{pla}) de cada un d'ells, així

$$\omega_{pi} z_{pi} = \omega_{pl} z_{pl}$$

d'on

$$\omega_{pi} = \frac{\omega_{pl} z_{pl}}{z_{pi}} = \frac{\frac{8\pi}{3} \cdot 54}{14} = \frac{72\pi}{7}\,rad/s$$

Com la roda comparteix eix de gir amb el pinyó, té la mateixa velocitat angular que ell. La velocitat lineal d'un punt de la perifèria de la roda és llavors

$$v_{ro} = \omega_{ro} R_{ro} = \frac{72\pi}{7} \cdot 0,35 = 11,31\,m/s$$

que coincideix amb la velocitat amb que es mou la bicicleta.

Pàg 322

Exercici 12. Passem la velocitat angular del motor de la grua al sistema internacional

$$\omega_{grua} = 1850\,\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}} \cdot \frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} = \frac{185\pi}{3}\,rad/s$$

La potència útil que proporciona la grua es pot calcular a partir de la consumida i el rendiment com

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} \rightarrow P_u = P_c \cdot \eta = 4 \cdot 735,5 \cdot 0,85 = 2500,7\,W$$

aquesta és la potència del tambor i després de calcular la seva velocitat angular

$$\tau = \frac{1}{50} = \frac{\omega_{tambor}}{\omega_{grua}} \rightarrow \omega_{tambor} = \frac{\omega_{grua}}{50} = \frac{185\pi/3}{50} = \frac{37\pi}{30}\,rad/s$$

podem escriure

$$P = \Gamma\omega \rightarrow \Gamma = \frac{P}{\omega} = \frac{2500,7}{\frac{37\pi}{30}} = 645,4\,NM$$

i com és

$$\Gamma = F \cdot r = mgr$$

la massa màxima que podrà elevar serà

$$m = \frac{\Gamma}{gr} = \frac{645,4}{9,8 \cdot 0,2} = 329,29\,kg$$

on s'ha tingut en compte que el radi val

$$r = \frac{D}{2} = \frac{400 \cdot 10^{-3}}{2} = 200 \cdot 10^{-3}\,mm = 0,2\,m$$

Exercici 13. Calculem primer la relació de transmissió

$$\frac{\omega_6}{\omega_1} = \tau = \frac{\prod z_{conductores}}{\prod z_{\text{conduïdes}}} = \frac{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5}{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6} = \frac{18 \cdot 20 \cdot 20}{36 \cdot 36 \cdot 36} = \frac{25}{162}$$

Passem la velocitat angular ω_1 al Sistema internacional

$$\omega_1 = 1500 \frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi\, rad}{1 \cancel{rev}} \cdot \frac{1 \cancel{min}}{60\, s} = 50\pi\, rad/s$$

Llavors la velocitat angular a la roda 6 serà

$$\omega_6 = \tau\omega_1 = \frac{25}{162} \cdot 50\pi = \frac{625}{81}\pi\, rad/s$$

La potència útil a la roda 6 es pot calcular a partir de la consumida pel motor i el rendiment

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} \rightarrow P_u = P_c \cdot \eta = 2 \cdot 10^3 \cdot 0,9 = 1800\, W$$

llavors, per calcular el parell

$$P = \Gamma\omega \rightarrow \Gamma = \frac{P}{\omega_6} = \frac{1800}{\frac{625}{81}\pi} = 74,256\, Nm$$

* * *

Exercici 15. Calculem primer la relació de transmissió

$$\frac{\omega_4}{\omega_1} = \tau = \frac{\prod z_{conductores}}{\prod z_{\text{conduïdes}}} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4} = \frac{60 \cdot 50}{15 \cdot 25} = 8$$

Ara,

$$\omega_4 = \tau\omega_1 = 8 \cdot 750 = 6000\, min^{-1}$$

en el Sistema internacional

$$\omega_1 = 6000 \frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi\, rad}{1 \cancel{rev}} \cdot \frac{1 \cancel{min}}{60\, s} = 200\pi\, rad/s$$

Exercici 17. Com que les politges 1 i 2 comparteixen velocitat lineal podem escriure

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$

per la 2 i la 3 tenim $\omega_2 = \omega_3$, mentre que per la 3 i la 4

$$\omega_3 R_3 = \omega_4 R_4$$

i finalment, $\omega_4 = \omega_5$ La velocitat lineal de pujada del cos serà la mateixa que la lineal del tambor, llavors

$$\begin{aligned} v_5 &= \omega_5 R_5 = \omega_4 R_5 = \frac{\omega_3 R_3}{R_4} R_5 \\ &= \frac{\omega_2 R_3}{R_4} R_5 = \frac{\omega_1 R_1}{R_2} \frac{R_3}{R_4} R_5 \\ &= 750 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{100}{150} \cdot \frac{50}{200} \cdot 125 \cdot 10^{-3} \\ &= 1,636\, m/s \end{aligned}$$

Per calcular la càrrega màxima que es pot pujar podem fer,

$$P = Fv \to F = \frac{P}{v} = \frac{3 \cdot 735,5}{1,636} = 1,35 \cdot 10^3\, N$$

també volem calcular la massa corresponent

$$m = \frac{F}{g} = \frac{1,35 \cdot 10^5}{9,8} = 137,6\, kg$$

* * *

Pàg 327

Qüestió 6. Pel conjunt plat-pinyó podem escriure

$$z_1 \omega_1 = z_2 \omega_2$$

d'on

$$\omega_2 = \frac{z_1}{z_2}\omega_1 = \frac{54}{18} \cdot 3 = 9\, \frac{ped}{s}$$

que es pot escriure com

$$9\, \frac{ped}{\cancel{s}} \cdot \frac{60\, \cancel{s}}{1\, min} = 540\, \frac{ped}{min} = 540\, \frac{rev}{min} = 540\, min^{-1}$$

Qüestió 9. És immediat veure que a partir de

$$0,4 = \tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2}$$

d'on

$$0,4 = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \rightarrow \Gamma_2 = 2,5\Gamma_1$$

* * *

Pàg 328

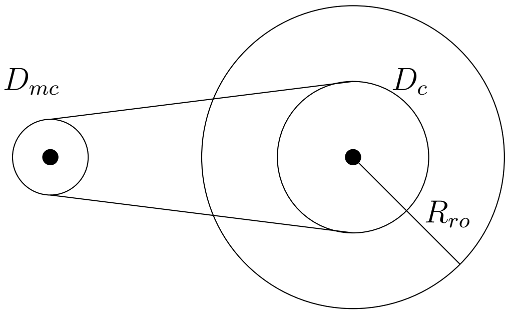
Qüestió 14. Calculem directament (atenció que la roda motriu és la 4)

$$\tau = \frac{\prod z_{conductores}}{\prod z_{\text{conduïdes}}} = \frac{z_4 \cdot z_2}{z_3 \cdot z_1} = \frac{39 \cdot 30}{15 \cdot 12} = \frac{13}{2} = 6,5$$

* * *

Pàg 329

Exercici 5. Representem el mecanisme segons



a) Podem començar calculant la velocitat angular de la roda de la vagoneta amb

$$D_{mc}\omega_{mc} = D_c\omega_c \rightarrow \omega_c = \frac{D_{mc}\omega_{mc}}{D_c} = \frac{150 \cdot 600}{450} = 200\,min^{-1} \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{20}{3}\pi\,rad/s$$

La roda i la politja conduïda comparteixen eix de gir i per tant tenen la mateixa velocitat angular, la velocitat lineal de la roda (que coincideix amb la de la vagoneta) és

$$v_{ro} = \omega_{ro} \cdot R_{ro} = \omega_{D_c} \cdot R_{ro} = \frac{20}{3}\pi \cdot 300 \cdot 10^{-3} = 6,28\,m/s$$

b) La potència que es transmet a les rodes val

$$P_{ro} = P_{motor}\eta = 10000 \cdot 0,85 = 8500\,W$$

el moment a les rodes es pot calcular com

$$P_{ro} = \Gamma\omega_{ro} \rightarrow \Gamma = \frac{8500}{\frac{20}{3}\pi} = 405,85\,Nm$$

Exercici 6. Considerem el diagrama de blocs

$$P_{elec} = UI \dashrightarrow \boxed{\text{Motor elèctric}} \dashrightarrow P_1 = \Gamma_1 n_1 \dashrightarrow \boxed{\text{Trans}} \dashrightarrow P_2 = \Gamma_2 n_2$$

$$\eta_{mot} = 0,76 \qquad \eta_{trans} = 0,94$$

a) A partir del rendiment del motor elèctric

$$\eta_{mot} = \frac{P_1}{P_{elec}} \to P_1 = \eta_{mot} \cdot P_{elec} = 0,76 \cdot 1100 = 836\,W$$

b) Tenint ara en compte el rendiment de la transmissió

$$\eta_{trans} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\Gamma_2 n_2}{P_1}$$

$$\Gamma_2 = \frac{P_1 \eta_{trans}}{n_2} = \frac{P_1 \eta_{trans}}{\tau \cdot n_1} = \frac{836 \cdot 0,94}{\frac{5}{7} \cdot 1460 \cdot \frac{\pi}{30}} = 7,196\,N \cdot m$$

c) La potència dissipada en el trepant es pot calcular com

$$P_{diss} = P_{elec} - P_2 = P_{elec} - P_1 \eta_{transm} = 1100 - 836 \cdot 0,94 = 314,16\,W$$

d) Si la corretja dentada no llisca sobre els eixos del motor (1) ni de la broca (2) es compleix que la velocitat lineal dels punts és la mateixa pels punts de la perifèria de cada eix, llavors

$$v_1 = v_2$$

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$

$$\omega_1 d_1 = \omega_2 d_2$$

$$d_2 = \frac{\omega_1 d_1}{\omega_2} = \frac{n_1 d_1}{n_2} = \frac{d_1}{\tau} = \frac{80}{5/7} = 112\,mm$$