

1. Siguin un planeta de massa $M = 8,00 \cdot 10^{26} \text{ kg}$ i radi $R = 5,00 \cdot 10^{10} \text{ m}$ i un satèl·lit artificial que es vol posar en òrbita circular estable al voltant del planeta, a una altura $h = 2R$. Suposant que la massa del satèl·lit és $m = 300 \text{ kg}$, es demana:

- (a) **(0,5 pts)** Calculeu quina serà la velocitat del satèl·lit un cop es trobi en l'òrbita descrita.

L'equació de la velocitat per les òrbites circulars estables és

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

llavors,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R + 2R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,00 \cdot 10^{26}}{3 \cdot 5,00 \cdot 10^{10}}} = 596,43 \text{ m/s}$$

- (b) **(0,5 pts)** Calculeu el període de tal òrbita.

Podem fer servir

$$2\pi r = vT$$

d'on

$$T = \frac{2\pi \cdot 3R}{v} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 5,00 \cdot 10^{10}}{596,43} = 1,58 \cdot 10^9 \text{ s}$$

- (c) **(1 pt)** Calculeu l'energia que cal donar al satèl·lit per tal de posar-lo en òrbita.

Calculem la diferència entre l'energia mecànica que tindrà a l'òrbita de destí menys la que tenia quan es va llançar (tenint en compte només la potencial gravitatòria)

$$\begin{aligned} W &= -\frac{1}{2} \frac{GMm}{3R} - \left(-\frac{GMm}{R} \right) = \frac{GMm}{R} \left(1 - \frac{1}{6} \right) = \\ &= \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,00 \cdot 10^{26} \cdot 300}{5,00 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{5}{6} = 2,67 \cdot 10^8 \text{ J} \end{aligned}$$

- (d) **(1 pt)** Calculeu finalment l'energia que caldria donar al satèl·lit per tal de dur-lo, de de l'òrbita on es troba a una altra amb $h' = 3R$.

Calculem la diferència d'energia mecànica entre les òrbites

$$W = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{4R} - \left(-\frac{1}{2} \frac{GMm}{3R} \right) = \frac{GMm}{R} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right) =$$

$$= \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,00 \cdot 10^{26} \cdot 300}{5,00 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{2}{48} = 1,33 \cdot 10^7 J$$

2. Considereu un condensador pla de plaques paral·leles separades una distància $d = 2,00 \cdot 10^{-6} m$ i polaritzades a $V = 15,0 V$. Es demana:

- (a) **(0,5 pts)** Calculeu el valor del camp elèctric en l'interior del condensador.

Fent servir la relació entre el camp, el potencial i la distància entre plaques

$$E = \frac{V}{d} = \frac{15,0}{2,00 \cdot 10^{-6}} = 7,5 \cdot 10^6 V/m$$

- (b) **(1 pt)** Si deixem anar, des de la placa negativa, un electró de càrrega $1,60 \cdot 10^{-19} C$ i massa $9,11 \cdot 10^{-31} kg$, calculeu amb quina velocitat arriba a la placa positiva.

Fem un balanç d'energia per obtenir

$$qV = \frac{1}{2}mv^2$$

d'on

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 15}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 2,30 \cdot 10^6 m/s$$

3. Considereu tres càrregues elèctriques $Q_1 = 3,00 \text{ nC}$, $Q_2 = -5,00 \text{ nC}$, $Q_3 = 7,00 \text{ nC}$ que es troben als punts de pla $P_1 = (1, 2)$, $P_2 = (-2, 1)$ i $P_3 = (0, -2)$ respectivament. Es demana:

(Podeu suposar coneguda la dada $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)

- (a) **(1 pt)** Calculeu el camp elèctric al punt $A = (3, 0)$

Trobem les components dels vectors que va des de cada càrrega al punt on es vol calcular el camp i els seus mòduls

$$\vec{r}_1 = \overrightarrow{P_1 A} = (2, -2) \quad |\vec{r}_1| = r_1 = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8}$$

$$\vec{r}_2 = \overrightarrow{P_2 A} = (5, -1) \quad |\vec{r}_2| = r_2 = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$$

$$\vec{r}_3 = \overrightarrow{P_3 A} = (3, 2) \quad |\vec{r}_3| = r_3 = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

llavors, el camp total en A

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r_1^3} \vec{r}_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r_2^3} \vec{r}_2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_3}{r_3^3} \vec{r}_3 \\ &= 9 \cdot 10^9 \left[\frac{3 \cdot 10^{-9}}{(\sqrt{8})^3} \cdot (2, -2) - \frac{5 \cdot 10^{-9}}{(\sqrt{26})^3} \cdot (5, -1) + \frac{7 \cdot 10^{-9}}{(\sqrt{13})^3} \cdot (3, 2) \right] \\ &= \frac{27}{(\sqrt{8})^3} \cdot (2, -2) - \frac{45}{(\sqrt{26})^3} \cdot (5, -1) + \frac{63}{(\sqrt{13})^3} \cdot (3, 2) \\ &= (4.72, 0.64) \text{ N/C} \end{aligned}$$

- (b) **(0,5 pts)** Calculeu el potencial electrostàtic en el punt $B = (3, 5)$

Ens calen els mòduls dels vectors que van de cada càrrega al punt B

$$\vec{r}'_1 = \overrightarrow{P_1 B} = (2, 3) \quad |\vec{r}'_1| = r'_1 = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

$$\vec{r}'_2 = \overrightarrow{P_2 B} = (5, 4) \quad |\vec{r}'_2| = r'_2 = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$$

$$\vec{r}'_3 = \overrightarrow{P_3 B} = (3, 7) \quad |\vec{r}'_3| = r'_3 = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{58}$$

Ara és fàcil calcular

$$\begin{aligned} V_B &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r'_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r'_2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_3}{r'_3} \\ &= 9 \cdot 10^9 \left[\frac{3 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{13}} - \frac{5 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{41}} + \frac{7 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{58}} \right] \\ &= \frac{27}{\sqrt{13}} - \frac{45}{\sqrt{41}} + \frac{63}{\sqrt{58}} = 8,73 \text{ V} \end{aligned}$$

- (c) **(1 pt)** Calculeu el treball que cal fer per moure una altra càrrega $Q_4 = -2,00 \text{ nC}$ des de A fins a B .

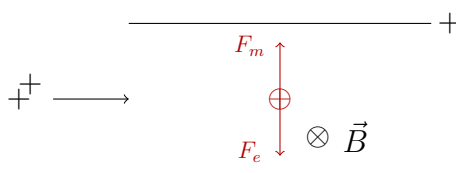
Necessitem calcular el potencial electrostàtic en el punt A , a partir dels vectors trobats al primer apartat de l'exercici,

$$\begin{aligned} V_A &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r_2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_3}{r_3} \\ &= 9 \cdot 10^9 \left[\frac{3 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{8}} - \frac{5 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{26}} + \frac{7 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{13}} \right] \\ &= \frac{27}{\sqrt{8}} - \frac{45}{\sqrt{26}} + \frac{63}{\sqrt{13}} = 18,19 \text{ V} \end{aligned}$$

Ara, el treball demanat es pot calcular com

$$W_{A \rightarrow B} = Q_4(V_B - V_A) = -2,00 \cdot 10^{-9} \cdot (8,73 - 18,19) = 1,89 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

4. Considereu l'esquema següent, en el qual un feix de partícules positives entra a mitja altura en un condensador on a més hi ha un camp magnètic, tal i com es mostra.



Sabent que $V = 12,0 \text{ V}$, $|\vec{B}| = 3,00 \text{ T}$ i la distància entre plaques és $d = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, es demana:

- (a) **(0,5 pts)** Dibuixeu les forces elèctrica i magnètica que actuen sobre una de les càrregues quan es troba a mig recorregut dins el condensador.

Fet al dibuix.

- (b) **(0,5 pts)** Calculeu la velocitat que tenen les partícules que no es desvien.

Les partícules que no es desvien pateixen la mateixa força magnètica i elèctrica de forma que tenim

$$F_m = F_e \rightarrow qvB = qE$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{V/d}{B} = \frac{12,0/1,00 \cdot 10^{-6}}{3,00} = 4,00 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

5. Una partícula positiva de càrrega $q = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ i massa $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ entra amb velocitat $v = 5,00 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ en una regió on hi ha un camp magnètic tal i com es mostra a la figura



suposant que $|\vec{B}| = 3 \text{ T}$, es demana:

- (a) **(0,5 pts)** Dieu quin serà el sentit de gir.

Tant és la direcció amb que entra la partícula a la regió on és el camp, sempre que el camp és perpendicular entrant al paper i la partícula (positiva) es mou en el pla del paper, el sentit de gir serà antihorari.

- (b) **(0,5 pts)** Calculeu el radi de la trajectòria que descriurà.

A partir de la segona llei de Newton

$$F = ma_c \rightarrow qvB = m \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{qB}{mv} = \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 3}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 5,00 \cdot 10^6} = 1,05 \cdot 10^5 \text{ m}$$

6. Considereu un fil conductor de longitud $l = 3,00\text{ m}$ i massa $m = 1,00\text{ g}$ sobre el qual circula una intensitat $I = 2,00\text{ A}$, que es manté en posició horitzontal en equilibri surant en l'aire gràcies a l'acció d'un camp magnètic que actua perpendicularment al fil tal com s'indica

$$\otimes \quad \vec{B}$$

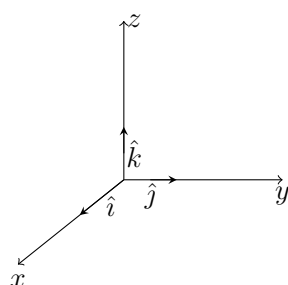
Es demana:

- (a) **(0,5 pts)** Quin ha de ser el sentit de la intensitat que circula pel fil per tal que es mantingui surant?

A partir de la llei de Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

i fent les identifications següents



$$\vec{B} = -\hat{i}B$$

$$\vec{F} = \hat{k}F$$

es dedueix que ha de ser

$$\vec{v} = \hat{j}v$$

és a dir, per tal que la força magnètica vagi cap a dalt la intensitat ha de circular cap a la dreta ja que

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = q(\hat{j}v) \times (-\hat{i}B) = -qvB \cdot (\hat{j} \times \hat{i}) = -qvB \cdot (-\hat{k}) = qvB\hat{k}$$

- (b) **(0,5 pts)** Calculeu el mòdul $|\vec{B}|$ del camp magnètic.

En la situació d'equilibri

$$mg = F_m = qvB = ItvB = IlB$$

d'on

$$B = \frac{mg}{Il} = \frac{1,00 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}{2,00 \cdot 3,00} = 1,63 \cdot 10^{-3}\text{ T}$$