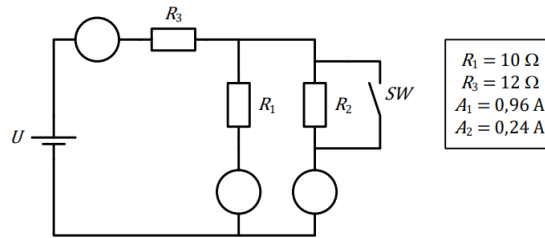


Instruccions: Feu els exercicis a l'espai que se us proporciona. Feu servir la cara posterior si necessiteu més espai, *indiqueu-ho clarament en aquest cas*. Heu d'identificar clarament les respostes i mostrar el procés per tal d'aconseguir la màxima puntuació. La puntuació dels exercicis es dona entre parèntesis.

Exercici 1



En el circuit de la figura, amb l'interruptor SW obert, determineu:

(a) **(0,5 pts)** La mesura de l'amperímetre A_3 .

Anomenant les intensitats que passen pels amperímetres A_1 , A_2 , A_3 ; I_1 , I_2 i I_3 respectivament, tenim

$$I_3 = I_1 + I_2 = 0,96 + 0,24 = 1,2 \text{ A}$$

(b) **(0,5 pts)** El valor de la resistència R_2 .

Aplicant la idea del divisor d'intensitat a la derivació podem escriure

$$I_1 = I_3 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \rightarrow (R_1 + R_2)I_1 = I_3 R_2 \rightarrow R_1 I_1 + R_2 I_1 = R_3 R_2$$

d'on

$$R_2 = \frac{R_1 I_1}{I_3 - I_1} = \frac{10 \cdot 0,96}{1,2 - 0,96} = 40 \Omega$$

(c) **(0,5 pts)** La potència que la font de tensió subministra al circuit.

Podem calcular la potència com

$$P = \sum_{i=1}^3 I_i^2 R_i = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = 1,2^2 \cdot 12 + 0,96^2 \cdot 10 + 0,24^2 \cdot 40 = 28,8 \text{ W}$$

A partir d'aquest resultat podem calcular la tensió de la font, dada que necessitem més tard. així

$$P = UI \rightarrow 28,8 = U \cdot 1,2 \rightarrow U = \frac{28,8}{1,2} = 24 \text{ V}$$

En el circuit de la figura, amb l'interruptor SW tancat, determineu:

(d) **(0,5 pts)** La mesura de l'amperímetre A_1 .

Al tancar l'interruptor SW fem un curtcircuit i és com si les resistències R_1 i R_2 no hi fossin, ja que no passa corrent per elles. Llavors, $I_1 = 0\text{ A}$

(e) **(0,5 pts)** La mesura de l'amperímetre A_3 .

Apliquem la llei d'Ohm al circuit (tenint en compte les condicions de l'apartat anterior)

$$U = IR \rightarrow 24 = I \cdot 12 \rightarrow I = \frac{24}{12} = 2\text{ A}$$

Exercici 2 (2 pts) Connectades a la instal·lació d'un taller mecànic amb $V = 220\text{ V}$, $f = 50\text{ Hz}$, trobem les següents càrregues:

- 35 fluorescents de potència 100 W i $\cos \varphi = 0,6$.
- un motor de potència $2,5\text{ kW}$ i $\cos \varphi = 0,72$.
- 20 llum LED d'il·luminació de potència 35 W .

Es demana fer els càlculs necessaris per trobar les característiques de la bateria de condensadors que permet establir el factor de potència de la instal·lació a $\cos \varphi' = 0,98$.

Per una banda la potència activa total es pot calcular com

$$P_T = 35 \cdot 100 + 2500 + 35 \cdot 20 = 6700\text{ W}$$

on hem tingut en compte que totes les càrregues es troben sotmeses a la mateixa tensió. En quant a la potència reactiva tenim, per una banda, la corresponent als fluorescents

$$Q_1 = 35 \cdot 100 \cdot \tan(\arccos 0,6) = 4666,7\text{ VAR}$$

la corresponent al motor

$$Q_2 = 2500 \cdot \tan(\arccos 0,72) = 2409,6\text{ VAR}$$

de forma que la total valdrà

$$Q_T = 4666,7 + 2409,6 = 7076,3\text{ VAR}$$

i la potència aparent

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(6700)^2 + (7076,3)^2} = 9745\text{ VA}$$

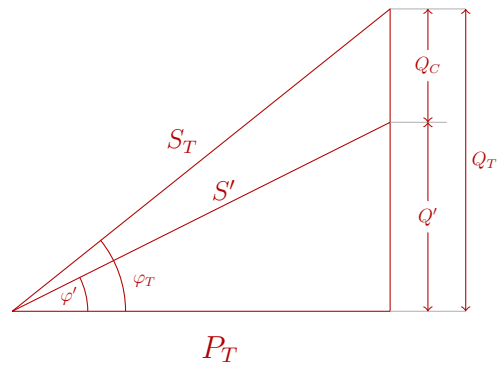
llavors, el factor de potència de la instal·lació val

$$\cos \varphi_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{6700}{9745} = 0,687$$

d'on

$$\varphi_T = 46,56^\circ$$

i fent servir l'esquema ja conegut per poder calcular la correcció necessària



calculem la potència reactiva que ha de consumir la bateria de condensadors com

$$Q_C = Q_T - Q' = P_T \tan \varphi_T - P_T \tan \varphi' = P_T (\tan \varphi_T - \tan \varphi')$$

amb les dades que tenim

$$Q_C = 6700 \cdot (\tan 46,56^\circ - \tan(\arccos 0,98)) = 5714,7 \text{ VAR}$$

Finalment, la intensitat que alimenta la bateria de condensadors serà

$$I = \frac{Q_C}{V} = \frac{5714,7}{220} = 25,98 \text{ A}$$

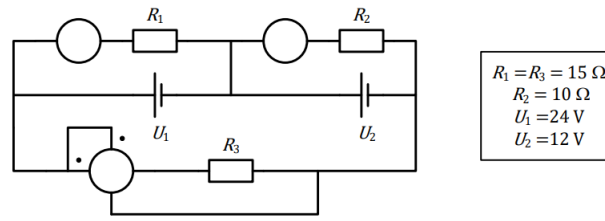
la impedància

$$X_C = \frac{V}{I} = \frac{220}{25,98} = 8,47 \Omega$$

i la capacitat

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 8,47} = 3,76 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 376 \mu\text{F}$$

Exercici 3



En el circuit de la figura es coneixen les dades del requadre. Determineu:

(a) **(0,5 pts)** La mesura de l'amperímetre A_1 .

La topologia del circuit permet calcular directament les intensitats de malla sense haver de fer servir el mètode de Maxwell. Per la mesura de l'amperímetre A_1 tenim,

$$U_1 = I_1 R_1 \rightarrow I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{24}{15} = 1,6 \text{ A}$$

és clar que aquesta intensitat circula en sentit horari.

(b) **(0,5 pts)** La mesura de l'amperímetre A_2 .

De forma semblant a l'apartat anterior, per la mesura de l'amperímetre A_2 tenim,

$$U_2 = I_2 R_2 \rightarrow I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ A}$$

és clar que aquesta intensitat circula també en sentit horari.

(c) **(0,5 pts)** La mesura del wattímetre W .

Aplicant el mateix raonament que abans tenim que la intensitat (I_3) que travessa R_3 es pot calcular com

$$U_1 + U_2 = I_3 R_3 \rightarrow I_3 = \frac{U_1 + U_2}{R_3} = \frac{24 + 12}{15} = 2,4 \text{ A}$$

i en aquest cas circula en sentit antihorari. La potència dissipada en R_3 , que coincideix amb la lectura del wattímetre, és

$$P = I_3^2 R_3 = 2,4^2 \cdot 15 = 86,4 \text{ W}$$

(d) **(1 pt)** Les potències subministrades per cadascuna de les fonts de tensió.

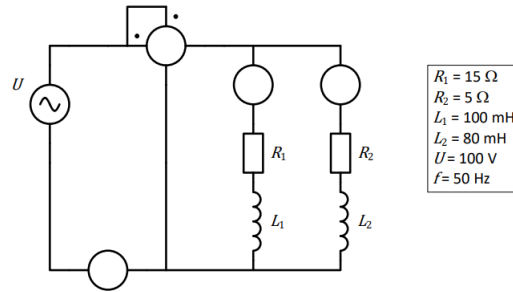
Tenint en compte la circulació de la intensitat en cada malla la intensitat que travessa la font U_1 val $I_1 + I_3$ i la que travessa la font U_2 val $I_2 + I_3$ de forma que la potència que entrega la font U_1 val

$$P_1 = U_1 (I_1 + I_3) = 24 \cdot (1,6 + 2,4) = 96 \text{ W}$$

i la que entrega la font U_2 val

$$P_2 = U_2 (I_2 + I_3) = 12 \cdot (1,2 + 2,4) = 43,2 \text{ W}$$

Exercici 4



El circuit de la figura està alimentat mitjançant una font ideal de tensió U a una freqüència f . En el requadre hi ha els valors que es coneixen. Determineu:

(a) **(1 pt)** Els valors de les mesures dels amperímetres A_1 i A_2 .

La impedància formada per R_1 i L_1 val

$$Z_1 = R_1 + L_1 \omega j = 15 + 100 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 50 = 15 + 31,42j$$

i la formada per R_2 i L_2 val

$$Z_2 = R_2 + L_2 \omega j = 5 + 80 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 50 = 5 + 25,13j$$

Fent servir la llei d'Ohm en cada cas trobem

$$U = I_1 Z_1 \rightarrow I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{100}{15 + 31,42j} = 1,237 - 2,592j$$

en mòdul

$$I_1 = 2,872 \, A$$

$$U = I_2 Z_2 \rightarrow I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{100}{5 + 25,13j} = 0,762 - 3,828j$$

en mòdul

$$I_2 = 3,903 \, A$$

(b) **(0,5 pts)** El valor de la mesura del wattímetre W .

Per una banda la intensitat total (que marcarà l'amperímetre A_3 val

$$I_3 = I_1 + I_2 = 15 + 31,42j + 5 + 25,13j = 20 + 56,55j$$

en mòdul

$$I_3 = 59,983 \approx 60 \, A$$

i la lectura del wattímetre serà

$$P = UI_3 = 100 \cdot 60 = 6 \, kW$$

(c) **(0,5 pts)** El valor del factor de potència del circuit. Trobem l'expressió de la intensitat en forma polar,

$$I = 20 + 56,55j \rightarrow 60_{70,53^\circ}$$

d'on és immediat calcular,

$$\cos \varphi = \cos 70,53^\circ = 0,33$$

(d) **(1 pt)** El valor de la mesura de l'amperímetre A_3 . Aquest resultat l'hem obtingut abans i era

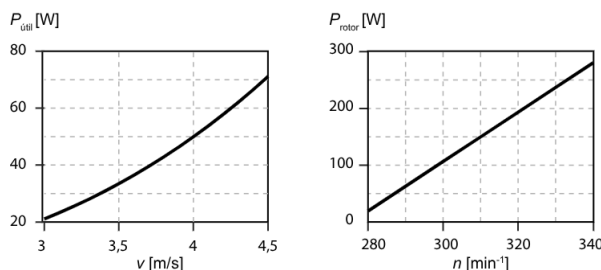
$$I_3 = I_1 + I_2 = 15 + 31,42j + 5 + 25,13j = 20 + 56,55j$$

en mòdul

$$I_3 = 59,983 \approx 60 A$$

Exercici 5

Es volen instal·lar petits aerogeneradors en una zona rural per a donar subministrament a una casa aïllada amb una demanda anual de $E_{casa} = 500 kWh$. En aquests aerogeneradors, el rotor es connecta directament al generador elèctric sense necessitat d'un multiplicador. El rendiment del generador és $\eta_{gen} = 1/3$. S'obté energia 14 hores al dia durant 250 dies l'any. Les gràfiques següents mostren la potència elèctrica generada P_{util} d'un aerogenerador en funció de la velocitat del vent i la potència a l'eix del rotor P_{rotor} en funció de la velocitat de gir n de les pales.



Per el cas estudiat, s'estima que la velocitat del vent al punt d'instal·lació és de $v = 4 m/s$. Per aquestes condicions, determineu:

(a) **(0,5 pts)** La potència a l'eix del rotor P_{rotor} . De la primera gràfica es veu que a una velocitat de $4 m/s$ li correspon una potència de $50 W$ llavors,

$$P_{rotor} = \frac{P_{util}}{\eta_{rotor}} = \frac{50}{1/3} = 150 W$$

(b) **(1 pt)** La velocitat angular de les pales ω i el parell a l'eix del rotor Γ .

De la segona gràfica es pot deduir que per a una potència de $150 W$ li correspon una velocitat angular $n = 310 rpm$, llavors

$$310 rpm = 310 \frac{rev}{min} \cdot \frac{2\pi rad}{1 rev} \cdot \frac{1 min}{60 s} = 32,46 rad/s$$

En quant al parell a l'eix del rotor

$$P_{rotor} = \Gamma \omega \rightarrow \Gamma = \frac{P_{rotor}}{\omega} = \frac{150}{32,46} = 4,621 Nm$$

(c) **(0,5 pts)** L'energia anual que subministra un aerogenerador E_{subm} .

Calculem directament

$$E_{subm} = Pt = 50 \cdot 10^{-3} \cdot 14 \cdot 250 = 175 kWh$$

(d) **(0,5 pts)** La quantitat q d'aerogeneradors que caldria instal·lar per a donar servei a l'habitatge.

Fent un factor de conversió

$$500 kWh \cdot \frac{1 gen}{175 kWh} = 2,875 gen$$

de forma que caldran 3 generadors.

Exercici 6 (1 pt) Un prototip de motocicleta elèctrica integra el motor directament a la roda del darrere. En les condicions d'estudi, circulant per un terreny horitzontal i a una velocitat constant, el fabricant assegura que el motor subministra $P_{mot} = 15 kW$ i un parell $\Gamma = 150 Nm$, i té una autonomia màxima $s_{max} = 200 km$. El diàmetre dels pneumàtics és $d = 630 mm$, i s'estima que el motor té un rendiment $\eta_{mot} = 0,9$. La motocicleta utilitza bateries ideals. En aquestes condicions, determineu:

(a) **(1 pt)** La velocitat angular de la roda motriu ω_{roda} i la velocitat d'avanç v de la motocicleta.

Podem calcular la velocitat angular del motor amb

$$P_{mot} = \Gamma\omega \rightarrow \omega = \frac{P_{mot}}{\Gamma} = \frac{15 \cdot 10^3}{150} = 100 rad/s$$

Llavors, la velocitat d'avanç valdrà

$$v = \omega R = \omega \frac{d}{2} = 100 \cdot \frac{630 \cdot 10^{-3}}{2} = 31,50 m/s$$

(b) **(1 pt)** El temps màxim de funcionament t_{max} i l'energia subministrada pel motor E_{subm} .

Calculem directament

$$s_{max} = vt_{max} \rightarrow t_{max} = \frac{s_{max}}{v} = \frac{200 \cdot 10^3}{31,50} = 6,349 \cdot 10^3 s \cdot \frac{1 h}{3600 s} = 1,764 h$$

En quant a l'energia subministrada

$$E_{subm} = P_{subm}t = 15 \cdot 1,764 = 26,46 kWh$$

(c) **(0,5 pts)** L'energia que caldria tenir emmagatzemada a les bateries E_{bat} .

A partir de la dada del rendiment del motor

$$E_{bat} = \frac{E_{subm}}{\eta} = \frac{26,46}{0,9} = 29,39 kWh$$