Exercici 16

a) De la gràfica es veu que el temps mínim que tarda en repetir-se el moviment són $1,25\,s$. També es veu que l'amplitud és[†] $A = 1,5\,cm = 0,015\,m$. La freqüència es pot calcular a partir del període com

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,25 \cdot 10^{-3}} = 800\,s$$

i la velocitat de propagació (o de fase)

$$\lambda = v \cdot T \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,20}{1,25 \cdot 10^{-3}} = 160\,m/s$$

L'equació de l'ona és

$$y(x,t) = A \sin(kx - wt + \varphi_0)$$

la determinació de les condicions inicials és ambigua. Si acceptem que la gràfica és $y(t)$ i suposant que el zero de l'eix x coincideix amb el del sistema de coordenades mostrat, llavors podem dir $y(0) = 1,5\,cm = 0,015\,m$ d'on

$$0,015 = 0,015 \sin(\varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = \pi/2$$

Amb la informació que tenim podem escriure

$$y(x,t) = 0,015\,m \sin\left(\frac{2\pi\,rad}{0,20\,m}x - \frac{2\pi\,rad}{1,25 \cdot 10^{-3}\,s}t + \frac{\pi\,rad}{2}\right)$$

La inclusió de les unitats de totes les magnituds que hi ha en les equacions no és una pràctica habitual, però l'enunciat ho demana expressament.

b) A partir de l'equació d'una ona transversal

$$y(x,t) = A \sin(kx - wt + \varphi_0)$$

es pot escriure la de la velocitat dels seus punts

$$v_y = \dot{y}(x,t) = -A\omega \cos(kx - wt + \varphi_0)$$

[†]La gràfica de l'enunciat hauria d'estar etiquetada amb y en lloc de x per poder escriure l'equació d'ona de la forma habitual

i com el cosinus és una funció acotada, el valor màxim de la velocitat és

$$v_{max} = \pm A\omega$$

Exercici 17

a) De l'enunciat és dedueix $\lambda = 50\,m$ i $T = 10\,s$. Es tractaria d'una ona mecànica transversal amb

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\frac{1}{T} = 2\pi\frac{1}{10} = \frac{\pi}{5}\,rad/s$$

b) Amb $A = 0,5\,m$ l'equació del moviment harmònic simple que descriu un dels espectadors serà

$$y(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

per fixar l'angle de fase fem servir les condicions inicials $y(0) = 0$ per trobar

$$0 = A\cos\varphi_0 \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

llavors l'equació de l'espectador quedarà finalment

$$y(t) = 0,5\cos\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Exercici 18

a) Tenim que a partir de $f = 83\,kHz$ i amb $\lambda = v \cdot T$ es pot calcular la longitud d'ona

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f} = \frac{340}{83000} = 4,10 \cdot 10^{-3}\,m$$

i

$$T = \frac{1}{f} = 1,20 \cdot 10^{-5}\,s$$

En una ona harmònica

$$y(x,t) = A\sin(kx - wt + \varphi_0)$$

Anomenarem *fase*, φ a l'expressió $kx - \omega t + \varphi_0$. En general, la *diferència de fase* $\Delta\varphi$ entre dos punts x_1, x_2 i dos temps t_1, t_2 es calcula com

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = kx_2 - \omega t_2 + \cancel{\varphi_0} - (kx_1 - \omega t_1 + \cancel{\varphi_0}) = k(x_2 - x_1) - \omega(t_2 - t_1)$$

De manera que si volem calcular $\Delta\varphi$ entre dos punts diferents en el mateix instant del temps tindrem

$$\Delta\varphi = k(x_2 - x_1) - \omega(\cancel{t_1} - \cancel{t_1}) = k(x_2 - x_1)$$

en el nostre cas

$$\Delta\varphi = k(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{4,10 \cdot 10^{-3}}(1,5030 - 1,5000) = 4,60\,rad$$

b) El nivell d'intensitat sonora s'expressa amb β (a l'enunciat es fa servir I, cosa que introdueix una ambigüitat perillosa) i es calcula en funció de la intensitat I de l'ona com

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0}$$

on I_0 és l'anomenat nivell llindar d'intensitat, que no cal conèixer en aquest exercici com veurem.

$$\beta_{dret} - \beta_{esq} = 10\left[\log\frac{I_{dret}}{I_0} - \log\frac{I_{esq}}{I_0}\right]$$

$$= 10\log\frac{I_{dret}/I_0}{I_{esq}/I_0}$$

$$= 10\log\frac{I_{dret}}{I_{esq}}$$

$$= 10\log\frac{r_{esq}^2}{r_{dret}^2} = 10\log\frac{34^2}{33^2} = 0,26\,dB$$

on s'ha fet servir que per ones tridimensionals i suposant que la potència es transmet íntegra al llarg de la propagació de l'ona

$$I = \frac{P}{S} \longrightarrow P = IS = I4\pi r^2$$

per dos punts 1 i 2 diferents

$$P_1 = P_2 \longrightarrow I_1 \cancel{4\pi} r_1^2 = I_2 \cancel{4\pi} r_2^2 \longrightarrow I_1 r_1^2 = I_2 r_2^2$$

Exercici 19

a) Tot i que la redacció de l'enunciat no és prou clara suposarem $A = 30\,cm$. Sí que és evident que $\lambda = 9,00\,m$ i $T = 4,00\,s$, llavors

$$\lambda = v \cdot T \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} = \frac{9,00}{4,00} = 2,25\,m/s$$

L'equació d'ona serà

$$y(x,t) = A\sin(kx - wt) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right) = A\sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$$

d'on

$$y(x,t) = 0,30\sin 2\pi\left(\frac{x}{9,00} - \frac{t}{4,00}\right)$$

b) Anomenarem *fase*, φ a l'expressió $kx - \omega t + \varphi_0$. En general, la *diferència de fase* $\Delta\varphi$ entre dos punts x_1, x_2 i dos temps t_1, t_2 es calcula com

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = kx_2 - \omega t_2 + \cancel{\varphi_0} - (kx_1 - \omega t_1 + \cancel{\varphi_0}) = k(x_2 - x_1) - \omega(t_2 - t_1)$$

De manera que si volem calcular $\Delta\varphi$ entre dos punts diferents en el mateix instant del temps tindrem

$$\Delta\varphi = k(x_2 - x_1) - \omega(\cancel{t_1} - \cancel{t_1}) = k(x_2 - x_1)$$

en el nostre cas

$$\Delta\varphi = k(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{9,00} \cdot 4,00 = \frac{8}{9}\pi\,rad$$

Exercici 20

a) La intensitat amb què borda el gos es calcula com

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi R^2} = \frac{2,00 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 5,00^2} = 6,37 \cdot 10^{-6}\,W/m^2$$

i el nivell d'intensitat sonora serà

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{6,37 \cdot 10^{-6}}{1,00 \cdot 10^{-12}} = 68\, dB$$

b) Si fossin dos gossos es multiplica la intensitat per 2, no la intensitat sonora, llavors

$$\beta' = 10 \log \frac{2I}{I_0} = 10 \left[\log 2 + \log \frac{I}{I_0} \right] = 10 \log 2 + 10 \log \frac{I}{I_0} = 3 + 68 = 71\, dB$$

Exercici 21

a) La condició perquè es formi una ona estacionària és que en la longitud del tub hi hagi un nombre semienter de longituds d'ona.

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

de forma que les diferents longituds d'ona que es poden donar són

$$\lambda = \frac{2L}{n} = \frac{2 \cdot 1,0}{n} = \frac{2,0}{n}\, m \qquad n = 1, 2, 3 \ldots$$

Expressió que genera els diferents *harmònics*. Per $n = 1$, l'harmònic corresponent rep el nom de *fonamental*.

En quant a les freqüències, tenim

$$f = \frac{v}{\lambda} \rightarrow f_n = \frac{v}{\frac{2L}{n}} = \frac{nv}{2L} = \frac{n \cdot 343,0}{2 \cdot 1,0} = 171,5 \cdot n\, Hz \qquad n = 1, 2, 3 \ldots$$

b) Si el tub estigués ple d'heli, les freqüències serien ara

$$f_n = \frac{n \cdot 975,0}{2 \cdot 1,0} = 487,5 \cdot n\, Hz \qquad n = 1, 2, 3 \ldots$$

Com veiem les freqüències són molt més altes amb l'heli, el que explica el fet que una persona sembla que parli amb veu de dibuixos animats si s'omple els pulmons d'heli i parla a continuació.

Exercici 22

a) A la trompeta (ens diuen que es pot considerar un tub semiobert), el primer harmònic (també anomenat *fonamental*) que es pot establir és el que ocupa la longitud del tub amb 1/4 de longitud d'ona,

$$l_0 = \frac{1}{4}\lambda_1 \rightarrow \lambda_1 = 4l_0 = 4 \cdot 0,975 = 3,90\,m$$

i la freqüència associada és

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{340}{3,9} = 87,2\,Hz$$

El següent harmònic que es pot establir és el que ocupa la longitud del tub amb $1/4 + 1/2 = 3/4$ de longitud d'ona,

$$l_0 = \frac{3}{4}\lambda_1 \rightarrow \lambda_1 = \frac{4}{3} \cdot l_0 = \frac{4}{3} \cdot 0,975 = 1,3\,m$$

i la freqüència associada és

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{340}{1,3} = 261,5\,Hz$$

Aquest harmònic correspondria a tercer en la sèrie dels generats en un tub obert pels dos extrems.

El tercer harmònic (que en realitat és el cinquè de la serie natural) que es pot establir és el que ocupa la longitud del tub amb $1/4 + 1/2 + 1/2 = 5/4$ de longitud d'ona,

$$l_0 = \frac{5}{4}\lambda_3 \rightarrow \lambda_3 = \frac{4}{5} \cdot l_0 = \frac{4}{5} \cdot 0,975 = 0,78\,m$$

i la freqüència associada és

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{340}{0,78} = 435,9\,Hz$$

b) A la freqüència associada al segon mode de vibració, per la nova longitud l' tenim

$$247 = f_2' = \frac{v}{\lambda_2'} \rightarrow \lambda_2' = \frac{v}{f_2'} = \frac{340}{247} = 1,376\,m$$

i de la relació entre la longitud d'ona i la longitud efectiva de la trompeta

$$l' = \frac{3}{4}\lambda'_2 = \frac{3}{4} \cdot 1,376 = 1,0324\, m$$

El recorregut extra Δl que fa l'aire en aquestes condicions

$$\Delta l = 1,0324 - 0,975 = 0,0574\, m$$

Exercici 23

a) La relació entre la longitud d'ona del primer harmònic en un tub semiobert i la longitud del tub és

$$\frac{1}{4}\lambda = l$$

de manera que

$$\lambda = 4l = 4 \cdot 0,19 = 0,76\, m$$

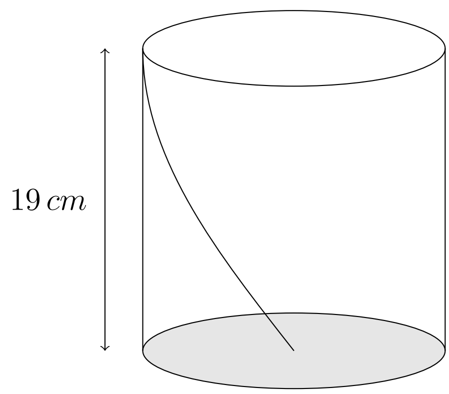
ara, amb la relació

$$v = \lambda f$$

obtenim

$$v = 0,76 \cdot 440 = 334,4\, m/s$$

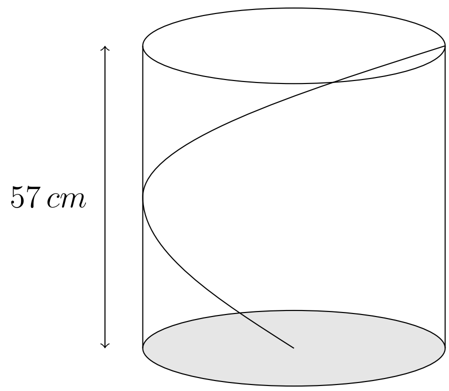
la representació de l'ona estacionària des de la superfície de l'aigua fins a l'obertura del tub és



En el cas del següent harmònic, (que correspon al tercer) en la longitud del tub en què s'estableix l'ona estacionària hi hem *d'encabir* 1/4+1/2 de longitud d'ona.

$$\frac{3}{4}\lambda' = l'$$

i la representació de la situació és ara



b) Calculem la intensitat existent a $3\,m$ de distància del focus emissor

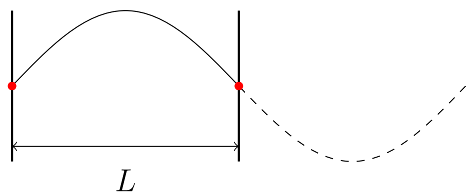
$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{0,01}{4\pi r^3} = 8,84 \cdot 10^{-5}\,W/m^2$$

i ara, el nivell de intensitat sonora

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{8,84 \cdot 10^{-5}}{10^{-12}} = 79,46\,dB$$

Exercici 24

a) Podem representar esquemàticament la situació com



En el mode fonamental o primer harmònic veiem que la relació entre la longitud d'ona i la separació entre els punt de subjecció és

$$\lambda = 2L = 2 \cdot 0,32 = 0,64\,m$$

ja vam comentar a la classe que el tractament que fem d'aquest tema és aproximat, ja que les equacions que fem servir només valen per petites oscil·lacions, només així podem dir que la longitud de la corda és igual a la separació entre els extrems de subjecció. Els diagrames i dibuixos son exagerats per tal que s'entenguin els diferents mode de vibració de les ones estacionàries, però sempre hem de tenir en compte aquests tipus d'aproximacions.

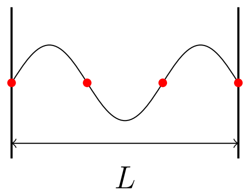
Els nodes es troben als extrems lligats i el ventre just entre els dos nodes. En una corda lligada per els extrems el nombre de nodes N depèn de l'harmònic n com

$$N = n + 1$$

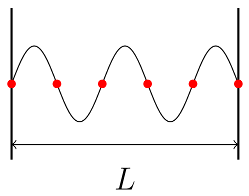
Per calcular la velocitat de propagació podem fer servir

$$v = \lambda \cdot f = 0,64 \cdot 196 = 125,44\, m/s$$

b) En quant al tercer harmònic (4 nodes)



i el cinquè harmònic (6 nodes)



En les ones estacionàries es manté constant la velocitat mentre canvien la longitud d'ona i la freqüència. La longitud d'ona es pot deduir de la mateixa representació de l'ona estacionària.

Pel tercer harmònic veiem que en una longitud L hem d'encabir $1 + \frac{1}{2}$ longituds d'ona, llavors

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right)\lambda = L \rightarrow \lambda = \frac{2}{3}L$$

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{2}{3}L} = \frac{3v}{2L} = \frac{3 \cdot 125,44}{2 \cdot 0,32} = 588\, Hz$$

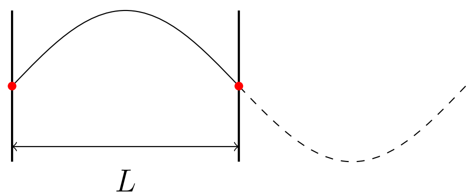
Pel cinquè harmònic veiem que en una longitud L hem d'encabir $2 + \frac{1}{2}$ longituds d'ona, llavors

$$\left(2 + \frac{1}{2}\right)\lambda = L \rightarrow \lambda = \frac{2}{5}L$$

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{2}{5}L} = \frac{5v}{2L} = \frac{5 \cdot 125,44}{2 \cdot 0,32} = 980\, Hz$$

Exercici 25

a) El mode fonamental es pot representar com



En el aquest mode es veu que la relació entre la longitud d'ona i la separació entre els punt de subjecció és

$$\lambda = 2L = 2 \cdot 0,65 = 1,3\, m$$

La velocitat de les ones components es pot calcular com

$$v = \lambda f = 1,3 \cdot 330 = 429\, m/s$$

b) Sabem que el nivell de sonoritat que correspon a una guitarra és

$$\beta = 30\, dB = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

llavors, per tres guitarres serà

$$\begin{aligned} \beta' &= 10 \log \frac{I'}{I_0} \\ &= 10 \log \frac{3I}{I_0} \\ &= 10 \left(\log 3 + \log \frac{I}{I_0} \right) \\ &= 10 \log 3 + 10 \log \frac{I}{I_0} \\ &= 4,77 + 30 = 34,77\, dB \end{aligned}$$

és fàcil veure que si tenim n guitarres serà

$$\beta'_n = 10 \log n + 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log n + \beta$$

Exercici 26

a) En tubs semioberts només s'estableixen els harmònics senars. A l'exercici **23** vam veure com eren el primer i tercer harmònics. El nombre de longituds d'ona dins el tub semiobert per cada mode és

- 1r harmònic: $\frac{1}{4}$
- 3r harmònic: $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$
- 5è harmònic: $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
- 7è harmònic: $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

de manera que en el diagrama de l'enunciat tenim una ona estacionària amb $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) \lambda = L$ que correspon al 5è harmònic.

A partir de $v = \lambda f$ podem calcular la longitud d'ona

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{637} = 0,534 = 5,34 \cdot 10^{-1}\, m$$

i

$$L = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) \lambda = 1,25 \cdot 0,534 = 0,667 = 6,67 \cdot 10^{-1}\, m$$

b) Suposem que el nivell de sonoritat que correspon als dos metres de distància per un clarinet és

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

llavors, si hi ha dos clarinets tocant, la intensitat es duplica, el nou nivell de sonoritat serà β'

$$\begin{aligned}
\beta' &= 10 \log \frac{I'}{I_0} \\
&= 10 \log \frac{2I}{I_0} \\
&= 10 \left(\log 2 + \log \frac{I}{I_0}\right) \\
&= 10 \log 2 + 10 \log \frac{I}{I_0} \\
&= 3,01 + \beta
\end{aligned}$$

d'on l'augment en decibels és

$$\beta' - \beta = 3,01\,dB$$

Exercici 27

a) El so més agut correspon a la freqüència més alta

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1174,7} = 0,29\,m$$

el so més greu correspon a la freqüència més baixa

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{261,7} = 1,3\,m$$

b) De la definició de nivell d'intensitat sonora

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} \rightarrow I = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}}$$

que per $80\,dB$ és

$$I = 1,0 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{\frac{80}{10}} = 1,0 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{8} = 10^{-4}\,W$$

i la potència a $10,0$ metres de distància

$$P = I \cdot S = I \cdot 4\pi r^2 = 10^{-4} \cdot 4\pi(10)^2 = 0,126\,W$$

Exercici 28

a) Si el so fos produït per un to pur només hi hauria un pic d'intensitat, el corresponent a la freqüència del so. Es tracta per tant, d'un so complex perquè s'hi veuen diferents harmònics. Ens diuen que al segon pic correspon una freqüència de $880\,Hz$. L'enunciat no especifica quin tipus d'instrument ha produït el so, la qual cosa no és trivial, ja que els tubs semioberts no presenten harmònics parells, i això fa que el resultat del càlcul sigui diferent a si es tracta d'una corda lligada pels extrems o un tub obert. Analitzem els dos casos.

Tub obert pels dos extrems / Corda lligada pels extrems en aquest cas es generen tots els harmònics i la relació entre la longitud del tub/corda amb la longitud d'ona de l'harmónic és

$$\lambda_n = \frac{2}{n} L \quad n = 1, 2 \ldots$$

llavors les freqüències que s'obtenen són

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{\frac{2}{n}L} = n \cdot \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, \ldots$$

sense necessitat de més dades, es veu que la relació entre el fonamental i el segon harmònic és $f_2 = 2f_1$ de manera que la freqüència del fonamental val

$$f_1 = \frac{f_2}{2} = \frac{880}{2} = 440\, Hz$$

El pic etiquetat amb I serà el nové i per tant la seva freqüència val

$$f_9 = 9f_1 = 9 \cdot 440 = 3960\, Hz$$

Tub semiobert En aquest cas la relació entre la longitud del tub i la longitud d'ona del corresponent harmònic és

$$\lambda_n = \frac{4L}{2n+1} \quad n = 0, 1 \ldots$$

Compte que ara el comptador n no codifica els harmònics com abans. Per $n = 0$ obtenim el fonamental, per $n = 1$ obtenim el tercer harmònic, per $n = 2$ obtenim el cinquè, etc. En aquestes condicions, les freqüències corresponen a

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{\frac{4}{2n+1}L} = (2n+1) \cdot \frac{v}{4L} \quad n = 0, 1, \ldots$$

de forma que la relació entre el fonamental i el següent harmònic (en tubs semioberts, el tercer) és

$$f_3 = 3f_0$$

de manera que tenim

$$f_0 = \frac{f_3}{3} = \frac{880}{3} = 293,3\, Hz$$

i el que correspondria al pic I seria el que genera $n = 8$ que és el 17è harmònic, llavors

$$f_8 = (2 \cdot 8 + 1) \cdot \frac{v}{4L} = 17 f_0 = 17 \cdot 293,3 = 4987\, Hz$$

b) Podem escriure

$$\beta_C = 87 = 10 \log \frac{I_C}{I_0}$$

$$\beta_F = 60 = 10 \log \frac{I_F}{I_0}$$

d'on

$$I_C = I_0 \cdot 10^{87/10}$$

$$I_F = I_0 \cdot 10^{60/10}$$

i, dividint les equacions

$$\frac{I_C}{I_F} = \frac{\cancel{I_0} \cdot 10^{8,7}}{\cancel{I_0} \cdot 10^6} = 10^{2,7} = 501,2$$

què és la relació demanada entre les intensitats dels pics C i F.

Exercici 29

a) A partir de la definició de nivell de intensitat sonora

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow I = I_0 \cdot 10^{\beta/10}$$

d'on

$$I = I_0 \cdot 10^{\beta/10} = 1,0 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{50/10} = 1,0 \cdot 10^{-7}\, W/m^2$$

b) La potència del timbre es pot calcular a partir de

$$P = I \cdot S = I \cdot 4\pi r^2 = 1,0 \cdot 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot (7,0)^2 = 6,2 \cdot 10^{-5}\, W$$

A mesura que ens allunyem de la font sonora, la potència generada es va repartint en una àrea esfèrica cada cop més gran. Quan la intensitat sigui $I = 1,0 \cdot 10^{-12} \equiv I_0$, el timbre es deixarà de sentir.

$$P = I \cdot S \rightarrow S = \frac{P}{I} \rightarrow 4\pi r^2 = \frac{P}{I} \rightarrow r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{6,16 \cdot 10^{-5}}{4\pi \cdot 1,0 \cdot 10^{-12}}} = 2,2 \cdot 10^3\, m$$

Exercici 30

a) El fenomen s'anomena efecte Doppler, i es dona quan hi ha moviment relatiu entre un emissor i un receptor. La freqüència que observa el receptor no és la mateixa que la que genera l'emissor.

De la gràfica veiem que quan la font s'acosta amb velocitat $100\,m/s$, la freqüència que mesura l'observador és $240\,Hz$ i quan la font s'allunya (amb la mateixa velocitat) de l'observador després de sobrepassar-lo, la freqüència és de $130\,Hz$. El canvi observat és

$$\Delta f = 130 - 240 = -110\,Hz$$

ha disminuït.

b) La potència es calcula com

$$P = I \cdot S = I \cdot 4\pi r^2$$

es comprova que el valor obtingut és pràcticament el mateix per cada parella de dades i obtenim (prenent la primera, per exemple)

$$P = I \cdot S = I \cdot 4\pi r^2 = 0,080 \cdot 4\pi \cdot 5^2 = 25,13 \cdot 10^{-3}\,W$$

Si volem que el nivell de sonoritat sigui de $65\,dB$ podem fer

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow I = I_0 \cdot 10^{\beta/10}$$

d'on

$$I = I_0 \cdot 10^{\beta/10} = 1,0 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{65/10} = 3,16 \cdot 10^{-6}\,W/m^2$$

i finalment

$$P = I \cdot S \rightarrow S = \frac{P}{I} \rightarrow 4\pi r^2 = \frac{P}{I} \rightarrow r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{25,13 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 3,16 \cdot 10^{-6}}} = 25,14\,m$$