1. Partint d'una de les expressions que relacionen les dues escales de temperatura

$$T(°F) = \frac{9}{5} \cdot T(°C) + 32$$

volem trobar la temperatura a la qual les dues escales presenten el mateix valor

$$x = \frac{9x}{5} + 32 \rightarrow 5x = 9x + 160 \rightarrow x = -40$$

per tant, quan la temperatura sigui $-40°C$ un altre termòmetre graduat en $°F$ donarà la mateixa lectura.

* * *

2. Per trobar l'expressió per passar de temperatura en graus centígrads a *Rømer*.

$$T(°Rø) = a \cdot T(°C) + b$$

plantejarem un sistema amb les equivalències donades a l'enunciat

$$\begin{cases} 7,5 = a \cdot 0 + b \\ 60 = a \cdot 100 + b \end{cases}$$

d'on $b = 7,5$ i

$$a = \frac{60 - b}{100} = \frac{60 - 7,5}{100} = 0,525$$

llavors

$$T(°Rø) = 0,525 \cdot T(°C) + 7,5$$

és immediat veure que l'equivalència inversa pot escriure com

$$T(°C) = \frac{T(°Rø) - 7,5}{0,525}$$

* * *

3. Per trobar l'expressió per passar de temperatura en graus $°F$ a $°Re$.

$$T(°F) = a \cdot T(°Re) + b$$

plantejarem un sistema amb les equivalències donades a l'enunciat

$$\begin{cases} 32 = a \cdot 0 + b \\ 212 = a \cdot 80 + b \end{cases}$$

d'on $b = 32$ i

$$a = \frac{212 - b}{80} = \frac{212 - 32}{80} = \frac{9}{4}$$

llavors

$$T(^\circ F) = \frac{9}{4} \cdot T(^\circ Re) + 32$$

és immediat veure que l'equivalència inversa pot escriure com

$$T(^\circ Re) = \frac{4T(^\circ F) - 128}{9}$$

Per trobar a quina temperatura les dues escales mostren el mateix valor podem fer

$$x = \frac{9}{4}x + 32 \rightarrow 4x = 9x + 128 \rightarrow x = -25,6$$

* * *

4. Detallem la calor necessària per cada etapa, noteu que en cada pas s'ha de fer servir la calor específica de la substància que correspon i en els canvis de fase el valor de la calor latent oportuna

- Escalfar el gel de $-15^\circ C$ a $0^\circ C$

$$Q_1 = mC_e\Delta T = 3 \cdot 2090 \cdot \big(0 - (-15)\big) = 94050\, J$$

- Fondre el gel

$$Q_2 = mL_f = 3 \cdot 334000 = 1,002 \cdot 10^6\, J$$

- Escalfar l'aigua de $0^\circ C$ a $100^\circ C$

$$Q_3 = mC_e\Delta T = 3 \cdot 4180 \cdot (100 - 0) = 1,254 \cdot 10^6\, J$$

- Vaporitzar l'aigua

$$Q_4 = mL_v = 3 \cdot 2264300 = 6,793 \cdot 10^6\, J$$

- Escalfar el vapor d'aigua $100^\circ C$ a $170^\circ C$

$$Q_5 = mC_e\Delta T = 3 \cdot 1840 \cdot (170 - 100) = 3,864 \cdot 10^5\, J$$

la calor total no és més que la suma de les anteriors

$$Q = 9,52945 \cdot 10^6\, J$$

* * *

5. Plantegem un balanç d'energia en el que igualem la calor cedida per l'or amb la calor absorbida per l'aigua

$$0,050 \cdot C_{e_{Au}} \cdot (45 - 10,53) = 0,100 \cdot 4180 \cdot (10,53 - 10)$$

d'on

$$C_{e_{Au}} = \frac{0,100 \cdot 4180 \cdot (10,53 - 10)}{0,050 \cdot (45 - 10,53)} = 128,54\, g$$

* * *

6. Calculem la quantitat de gel que podríem fondre suposant que es trobés a zero graus

$$m_{gel} \cdot 334000 = 1,2 \cdot 4180 \cdot (5 - 0) \rightarrow m_{gel} = \frac{25080}{334000} = 0,0751\, g$$

com veiem és molt menys del que hi ha, a banda que el que tenim es troba a $-12°C$. La conclusió és que la barreja quedarà a zero graus, amb la majoria del gel sense fondre. Si volguéssim calcular exactament quant gel es fon hauríem de resoldre l'equació

$$1,2 \cdot 4180 \cdot (5 - 0) = m'_{gel} \cdot 334000 + 0,4 \cdot 2090 \cdot (0 - (-12))$$