

1. (a) A partir de la conservació de la quantitat de moviment

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

podem escriure

$$0,3 \cdot 0,5 - 0,2 \cdot 1 = 0,5 \cdot v'$$

on hem suposat que el primer es mou cap a la dreta i el segon cap a l'esquerra i no hem distingit les velocitats després del xoc ja que els blocs queden junts.

$$v' = \frac{0,3 \cdot 0,5 - 0,2 \cdot 1}{0,53} = -0,1 \text{ m/s}$$

Com veiem, es mouen en el sentit original del segon.

(b) Calculem l'energia cinètica del sistema inicial i final

$$E_i = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} 0,3 \cdot (0,5)^2 + \frac{1}{2} 0,2 \cdot (1)^2 = 0,1375 \text{ J}$$

$$E_f = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 = \frac{1}{2} \cdot (0,5) \cdot (-0,1)^2 = 0,0025 \text{ J}$$

llavors l'energia cinètica perduda en el xoc

$$E_p = E_i - E_f = 0,137 - 0,0025 = 0,135 \text{ J}$$

2. (a) Abans del xoc hem de calcular la velocitat amb què arriba el pèndol a impactar amb la massa en repòs. Sabem que en la baixada del pèndol es conserva l'energia. Escrivim el balanç corresponent

$$Mgh = \frac{1}{2} Mv_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{2gL(1 - \cos \alpha)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1,2 \cdot (1 - \cos 60^\circ)} = 3,43 \text{ m/s}$$

(b) Com el xoc és elàstic escrivim les equacions que corresponen a la conservació de la quantitat de moviment i de l'energia cinètica

$$\begin{cases} Mv_1 + mv_2 = Mv'_1 + mv'_2 \\ \frac{1}{2} Mv_1^2 + \frac{1}{2} mv_2^2 = \frac{1}{2} Mv'^2_1 + \frac{1}{2} mv'^2_2 \end{cases}$$

Sabem, de la teoria, que aquestes dues equacions es poden acabar escrivint com

$$\begin{cases} Mv_1 + mv_2 = Mv'_1 + mv'_2 \\ v_1 - v_2 = v'_2 - v'_1 \end{cases}$$

Llavors, afegint les dades que proporciona l'enunciat

$$\begin{cases} 0,4 \cdot 3,43 + 0,6 \cdot 0 = 0,4 \cdot v'_1 + 0,6 \cdot v'_2 \\ 3,43 - 0 = v'_2 - v'_1 \end{cases}$$

arreglem el sistema, aïllem $v'_2 = 3,43 + v'_1$ de la segona equació i substituïm a la primera per obtenir

$$1,372 = 0,4 \cdot v'_1 + 0,6 \cdot (3,43 + v'_1)$$

d'on

$$v'_1 = \frac{1,372 - 0,6 \cdot 3,43}{0,4 + 0,6} = -0,686 \text{ m/s}$$

i

$$v'_2 = 3,43 + v'_1 = v'_2 = 3,43 - 0,686 = 2,744 \text{ m/s}$$

(c) Ara, tornem a plantejar un balanç d'energia. La cinètica del bloc es perdrà en el treball que fan les forces no conservatives

$$\frac{1}{2}mv'^2_2 = \mu mgd \rightarrow \mu = \frac{v'^2_2}{2gd} = \frac{(2,744)^2}{2 \cdot 9,8 \cdot 1} = 0,384$$

(d) En el moment que el pèndol arriba al punt més baix, es troba descriuint un arc de circumferència de radi la longitud del pèndol, en aquestes condicions la tensió “apunta” cap a dalt i el pes cap a baix, la segona llei de Newton s'escriu llavors

$$T - Mg = m_1 \frac{v'^2_1}{L}$$

$$T = M \left(\frac{v'^2_1}{L} + g \right) = 0,4 \cdot \left(\frac{(-0,686)^2}{1,2} + 9,8 \right) = 9,645 \text{ N}$$

3. A partir de la conservació de la quantitat de moviment

$$Mv_1 + mv_2 = Mv'_1 + mv'_2$$

podem escriure

$$3 \cdot 1,5 - 0,25 \cdot 4 = 3,25 \cdot v'$$

on no hem distingit les velocitats després de que el peix gran es mengi el petit, ja que està clar que queden junts.

$$v' = \frac{3 \cdot 1,5 - 0,25 \cdot 4}{3,25} = 1,077 \text{ m/s}$$

4. A partir de la conservació de la quantitat de moviment

$$Mv_1 + mv_2 = Mv'_1 + mv'_2$$

podem escriure

$$50 \cdot 0 + 0,2 \cdot 0 = 50v'_1 + 0,2 \cdot 30 \rightarrow v'_1 = \frac{-0,2 \cdot 30}{50} = -0,12 \text{ m/s}$$

5. Les equacions a fer servir son

$$\begin{cases} m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2 \\ v_1 - v_2 = v'_2 - v'_1 \end{cases}$$

Fent servir en elles les dades de l'exercici

$$\begin{cases} 10 \cdot 1 + 2 \cdot 15 = v'_1 + 2v'_2 \\ 10 - 15 = v'_2 - v'_1 \end{cases}$$

d'on podem aïllar primer $v'_2 = v'_1 - 5$ i substituir després per obtenir

$$40 = v'_1 + 2(v'_1 - 5) \rightarrow v'_1 = 16,67 \text{ m/s}$$

i

$$v'_2 = v'_1 - 5 = 16,67 - 5 = 11,67 \text{ m/s}$$