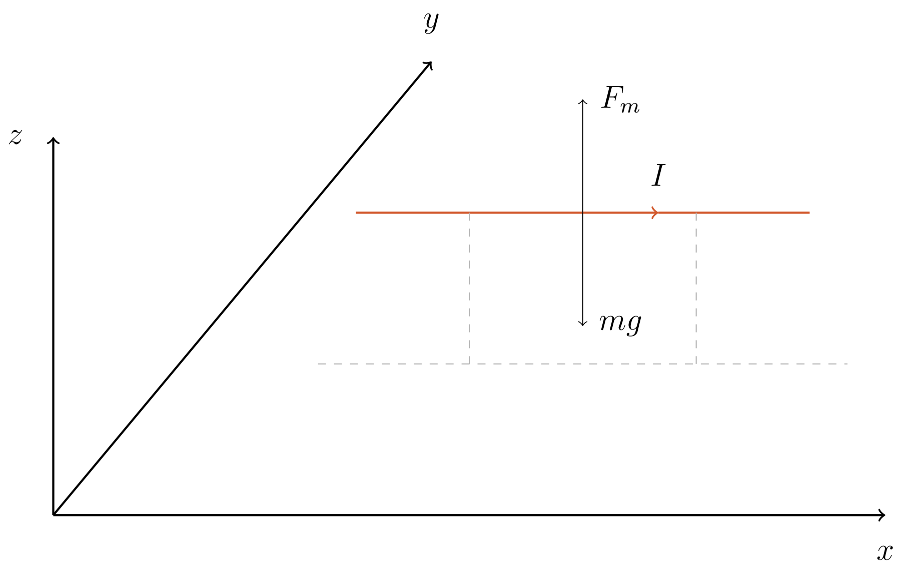
1. (a) Representem la situació



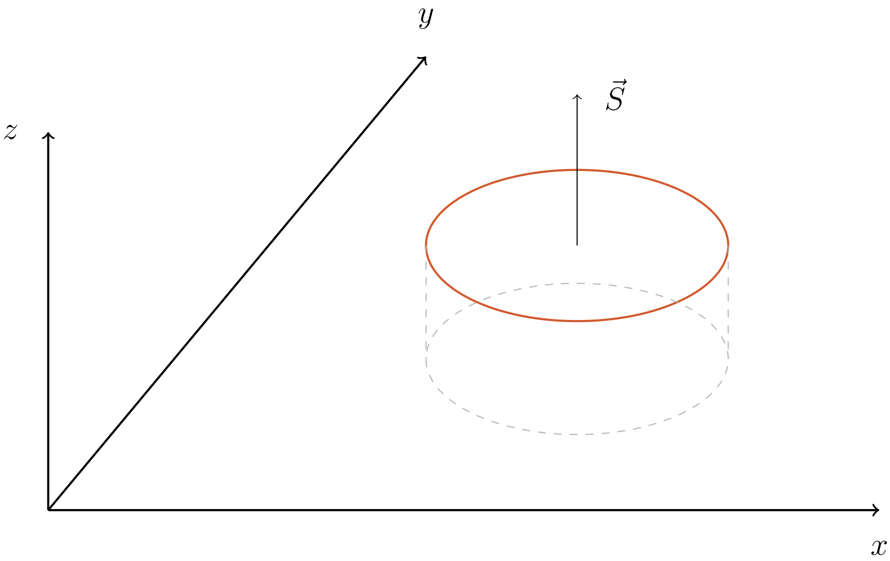
Recordem l'expressió per la força que pateix un conductor rectilini en el sí d'un camp magnètic.

$$\vec{F} = I\,\vec{l} \times \vec{B} = l\,\vec{I} \times \vec{B}$$

Segons l'esquema és $\vec{I} = I\,\hat{\imath}$. Com volem que la força magnètica sigui $\vec{F}_m = F_m\,\hat{k}$, es veu que ha de ser $\vec{B} = B\,\hat{\jmath}$, és a dir, ha de ser perpendicular al paper i amb el sentit entrant. En quant al mòdul

$$F_m = mg \rightarrow lIB = mg \rightarrow B = \frac{mg}{lI} = \frac{0,1 \cdot 9,8}{0,3 \cdot 5} = 0,65\,T$$

(b) Ara,



El camp magnètic té un aspecte intimidatori

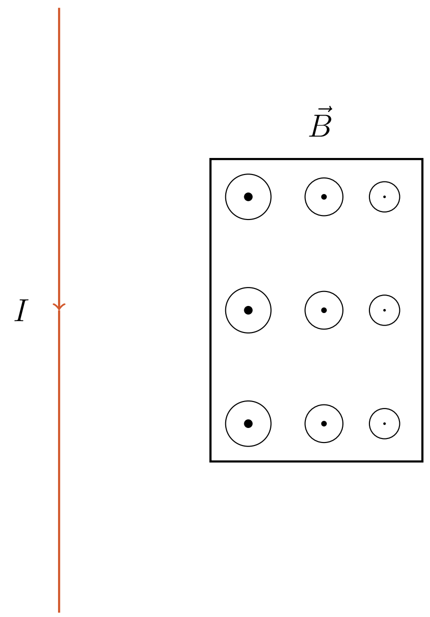
$$\vec{B} = 0,1\,[\cos(10\pi t)\hat{\imath} + \cos(10\pi t)\hat{\jmath}]$$

però si ens hi fixem bé, aquest camp "viu" al pla XY (no s'ha representat), i per més complex que sigui, no travessa l'espira i no provocarà per tant variació de flux magnètic en ella, ja que és paral·lel a l'eix de l'espira i

$$\Phi = \vec{B}\vec{S} = BS\cos\theta = BS\cos 90^\circ = 0$$

en definitiva, no hi ha força electromotriu induïda en l'espira.

2. (a) L'esquema és



El camp magnètic que crea un fil conductor rectilini i infinit a una distància r d'ell

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

i no és constant, si no que disminueix amb la distància. En l'esquema el camp surt del paper a través de l'espira d'acord amb la regla de la mà dreta.

(b) No cal conèixer els detalls d'àrea de l'espira, valor del camp, etc.

- Entre 0 i 20 s hi haurà corrent induït, ja que el camp varia i per tant hi ha variació de flux magnètic.
- Entre 20 i 80 s no hi haurà corrent induït ja que el camp magnètic és constant i per tant no hi ha variació de flux.
- Entre 80 i 120 s hi haurà corrent induït, ja que el camp varia i per tant hi ha variació de flux magnètic.

el corrent induït és més gran al primer interval, ja que la variació de camp magnètic es dona en menys temps.

3. (a) Com que el transformador s'alimenta amb $V = 220\,V$, aquesta tensió serà la que correspondrà al circuit primari, mentre que al circuit secundari volem obtenir $110\,V$. L'esquema del transformador es pot consultar a la teoria, tot i que l'hauríem d'adaptar si cal per el nostre cas, tenint en compte el nombre d'espires de cada bobina. Com sabem que és

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{I_p}{I_s}$$

podem escriure

$$\frac{110}{220} = \frac{N_s}{N_p} \to N_p = \frac{220}{110} N_s = 2N_s$$

per tant, hem de fer servir la bobina de 500 espires com a secundaria i la de 1000 espires com a primària.

(b) La relació entre la tensió màxima $\mathcal{E}_{max}\,(= V_{max})$ i l'eficaç (V_{efic}) és

$$V_{efic} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

aquest resultat, que donem sense demostració, s'obté fent el càlcul

$$V_{efic} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (V_{max}\sin\omega t)^2\,dt}$$

Llavors, els valors màxims de la tensió i intensitat al circuit primari seran,

$$V_{max} = V_{efic}\sqrt{2} = 220\sqrt{2} = 311\,V$$

i de forma similar per la intensitat

$$I_{max} = I_{efic}\sqrt{2} = 1,00\sqrt{2} = 1,41\,A$$

En quant a la intensitat al circuit que es troba a $110\,V$ (hem vist que és el secundari)

$$I_s = \frac{N_p}{N_s} \cdot I_p = \frac{1000}{500} \cdot 1,00 = 2,00\,A$$

4. (a) Com el camp magnètic és perpendicular a la superfície de l'espira podem escriure $\Phi = BS$, llavors tenim

$$\Phi(t) = BS(t) = BLx(t) = 0,5{\cdot}2(1{-}0,3\sin(32t)) = 1{-}0,3\sin(32t)$$

per $t = 0$ és

$$\Phi(0) = 1\,Wb$$

(b) Ara, per la força electromotriu

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(t) &= -\frac{d\Phi(t)}{dt}\\ &= -\frac{d}{dt}\big(1 - 0,3\sin(32t)\big)\\ &= -\big(-32\cdot 0,3\cos(32t)\big)\\ &= 9,6\cos(32t)\end{aligned}$$

i el valor màxim, considerant que el cosinus és una funció acotada

$$\mathcal{E}_{max} = 9,6\,V$$

* * *

5. (a) Com el camp magnètic és perpendicular a la superfície de l'espira podem escriure $\Phi = BS$, llavors tenim

$$\Phi(t) = BS(t) = BLx(t) = BLvt = 0,25\cdot 2\cdot 6t = 3t\,Wb$$

Ara, per la força electromotriu

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -3\,V$$

notem que la força electromotriu és constant, ja que el flux magnètic depenia linealment del temps, i recordem que el signe és informatiu.

Per trobar el sentit de la intensitat, observem que el flux magnètic augmenta cap enfora del paper a mesura que la vareta es desplaça, per compensar aquest efecte, la intensitat induïda circularà de forma que es crei un camp magnètic orientat cap endins del paper, això és, segons la regla de la mà dreta, intensitat en sentit horari.

(b) Ara, apliquem la llei d'Ohm per trobar

$$\mathcal{E} = IR \rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{3}{30} = 0,1\,A$$

la força que cal fer sobre la vareta per moure-la amb velocitat constant és igual a la que fa el camp magnètic present sobre ella, a causa de la intensitat que hi circula.

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B} = L\vec{I} \times \vec{B}$$

es comprova que la força magnètica sobre la vareta va dirigida cap a l'esquerra (penseu-hi). Llavors, en mòdul

$$F = ILB = 0,1 \cdot 2 \cdot 0,25 = 0,05\,N$$

* * *

6. (a) Si anomenem θ l'angle que forma el camp magnètic $\vec{B}$ amb el vector associat a la superfície de l'espira $\vec{S}$, podem escriure $\theta = \omega t$, ja que ens diuen que l'espira gira amb velocitat angular constant. Llavors, el flux que travessa l'espira en funció del temps és,

$$\Phi(t) = BS\cos\theta = BS\cos(\omega t + \theta_0)$$

on hem previst la presència d'un angle de fase perquè l'enunciat planteja condicions inicials, en particular, que el flux és màxim per $t = 0$ ja que el camp magnètic i la superfície són paral·lels.

$$\Phi(0) = BS \rightarrow \theta_0 = 0$$

finalment

$$\begin{aligned}\Phi(t) &= BS\cos\theta = BS\cos(\omega t) \\ &= 0,40 \cdot 200 \cdot 10^{-4}\cos\left(191\frac{\pi}{30}t\right) \\ &= 0,008\cos\left(\frac{191\pi}{30}t\right)\end{aligned}$$

(b) La força electromotriu induïda a l'espira es pot calcular com

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt}$$

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{191\pi}{30}\left[-0,008\sin\left(\frac{191\pi}{30}t\right)\right] = 0,16\sin\left(\frac{191\pi}{30}t\right)$$

la màxima és doncs

$$|\mathcal{E}_{max}| = 0,16\,V$$

* * *

7. (a) El flux que travessa l'espira en les condicions esmentades a l'enunciat val,

$$\Phi = BS\cos\theta = 0,50\cdot\pi\cdot(4\cdot 10^{-2})^2\cdot\cos 60° = 1,26\cdot 10^{-3}, Wb$$

Com el flux és constant no s'indueix corrent.

(b) A partir de la gràfica es pot veure que la relació entre el camp magnètic i al temps és lineal,

$$B(t) = mt + n$$

Amb les parelles $(0, 0.5)$ i $(0.1, 0)$ podem plantejar el sistema

$$\begin{cases} 0,5 = 0\cdot t + n \\ 0 = m\cdot 0.1 + n \end{cases}$$

d'on

$$\begin{cases} n = 0,5 \\ m = \frac{-0,5}{0,1} = -5 \end{cases}$$

i el camp en funció del temps s'escriu com

$$B(t) = -5t + 0,5$$

La força electromotriu induïda es pot calcular com

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(t) &= -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -\frac{d[B(t)S\cos\theta]}{dt} \\ &= -S\cos\theta\frac{d(B(t))}{dt} = -S\cos\theta\, m \\ &= -\pi\cdot(4\cdot 10^{-2})^2\cos 60°(-5) = 1,23\cdot 10^{-2}\,V\end{aligned}$$

* * *

8. (a) De la llei de Lorentz

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = 3,2{\cdot}10^{-19}{\cdot}2(\hat{k}){\times}(0,2\hat{\jmath}) = 1,28{\cdot}10^{-19}(\hat{k}{\times}\hat{\jmath}) = 1,28{\cdot}10^{-19}(-\hat{\imath})\, N$$

és a dir la força val $1,28 \cdot 10^{-19}\, N$, és perpendicular al pla de paper i sentit entrant

(b) Si anomenem θ l'angle que forma el camp magnètic $\vec{B}$ amb el vector associat a la superfície de l'espira $\vec{S}$, podem escriure $\theta = \omega t$, ja que ens diuen que l'espira gira amb velocitat angular constant. Llavors, el flux que travessa l'espira en funció del temps és,

$$\Phi(t) = BS\cos\theta = BS\cos(\omega t)$$

i la força electromotriu induïda es pot calcular com

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(t) &= -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -\frac{d(BS\cos\theta)}{dt} = -\frac{d(BS\cos\omega t)}{dt} \\ &= -BS\frac{d(\cos\omega t)}{dt} = -BS\omega(-\sin\omega t) \\ &= \omega BS\sin\omega t = 30 \cdot 0,2 \cdot 0,01\sin 30t = 0,06\sin 30t\ V\end{aligned}$$

* * *

9. (a) Entre $t = 0\,s$ i $t = 10\,s$ el camp, i per tant el flux magnètic, varia. Llavors, sí que hi ha corrent induït. Com el camp magnètic parteix de zero i va augmentant de valor i dirigit cap endins del paper, el corrent induït tindrà el sentit que faci que, el camp que crei l'espira, vagi cap enfora del paper i per la regla de la mà dreta, aquest sentit ha de ser antihorari.

Entre $t = 10\,s$ i $t = 40\,s$ el camp es constant. El flux magnètic podria variar per altres raons, per exemple perquè la superfície canviés de tamany, però no és el cas. Llavors, no hi ha corrent induït entre aquests valors del temps.

Finalment, entre $t = 40\,s$ i $t = 50\,s$ el camp, i per tant el flux magnètic, torna a variar. Llavors, també ara hi ha corrent induït. Ara el camp magnètic que anava cap endins del paper va disminuint el seu valor fins valer zero. Llavors el sentit de la intensitat induïda serà tal que contraresti aquest efecte, és a dir l'espira crearà un camp cap endins del paper, i per la regla de la mà dreta cal que circuli en sentit horari.

Atenció!: remarcar que no és la presència de camp magnètic, per intens que sigui, el que provoca corrent induït, si no la variació de flux, que es pot donar perquè canviï el valor del camp, o de la superfície, o de l'angle entre els dos.

(b) En aquest cas, com la variació del camp magnètic és lineal , la *fem* tindrà un valor constant, igual al pendent de la recta (canviat de signe)

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Entre $t = 0\,s$ i $t = 10\,s$,

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta B \cdot S}{\Delta t} = -S\frac{\Delta B}{\Delta t} = -\pi \cdot 0,25^2 \cdot \frac{2-0}{10-0} = -0,04\,V$$

i aplicant la llei d'Ohm (recordem que ignorarem el signe de la *fem*

$$\mathcal{E} = IR \rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0,04}{5} = 8 \cdot 10^{-3}\,A$$

Entre $t = 40\,s$ i $t = 50\,s$,

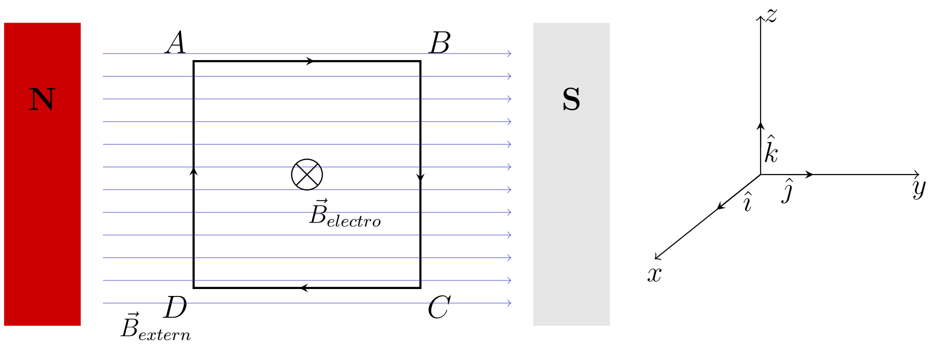
$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta B \cdot S}{\Delta t} = -S\frac{\Delta B}{\Delta t} = -\pi \cdot 0,25^2 \cdot \frac{0-2}{50-40} = 0,04\,V$$

i aplicant la llei d'Ohm

$$\mathcal{E} = IR \rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0,04}{5} = 8 \cdot 10^{-3}\,A$$

*   *   *

10. (a)



Hem de distingir l'imant permanent extern, assenyalat al dibuix amb els pols nord i sud, i l'electroimant que forma el nucli de ferro amb el fil enrotllat. Aquest darrer crea un camp magnètic que entra en el paper. D'aquesta manera, l'electroimant es comporta com un imant amb el pol nord situat al fons del dibuix de l'enunciat i el pol sud situat a la part frontal. La interacció dels dos imants farà que l'electroimant giri de manera que els pols diferents s'acostin, ja que com sabem, s'atrauen i aquest gir serà en sentit horari (vist des de dalt).

Més rigorosament:

El camp magnètic creat pels pols de l'imant permanent afecta de forma diferent cada part de l'espira.

Sobre $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ no fa força, ja que intensitat i camp magnètic són paral·lels. Sobre $\overline{BC}$ la força que pateix la podem calcular a partir de

$$\vec{F} = l\vec{I} \times \vec{B} = lI\,(-\hat{k}) \times B\,(\hat{\jmath}) = lIB\,\hat{\imath}$$

és a dir, cap enfora del paper.

Sobre $\overline{DA}$ la força és

$$\vec{F} = l\vec{I} \times \vec{B} = lI\,(\hat{k}) \times B\,(\hat{\jmath}) = lIB\,(-\hat{\imath})$$

és a dir, cap endins del paper.

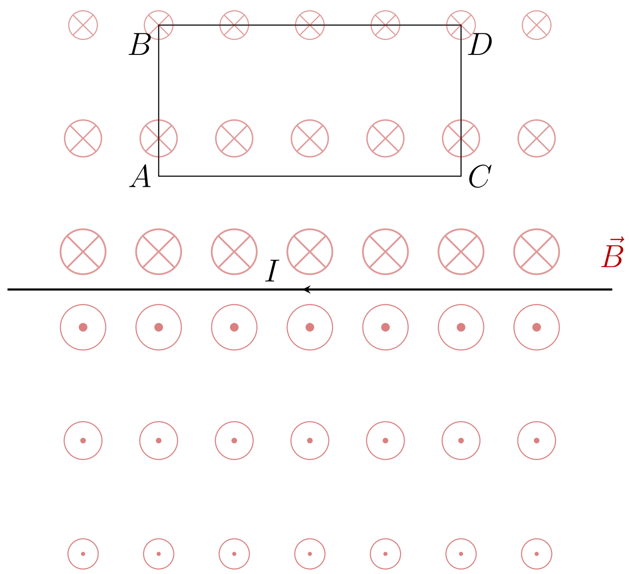
Veiem que la interacció del camp magnètic i la intensitat que circula per les espires provoca en aquestes un parell de forces que fa girar la barra sobre la qual estan enrotllades en sentit horari, vist des de dalt.

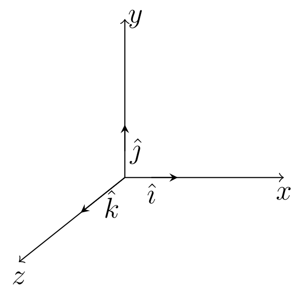
(b) Com és

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt}$$

Només hi haurà *fem* induïda en aquells moments que el flux varia, és a dir entre els $10\,ms$ i els $12\,ms$, entre els $18\,ms$ i els $20\,ms$, entre els $40\,ms$ i els $42\,ms$, i entre els $48\,ms$ i els $50\,ms$ tal i com es veu a la gràfica.

11. Representem la situació





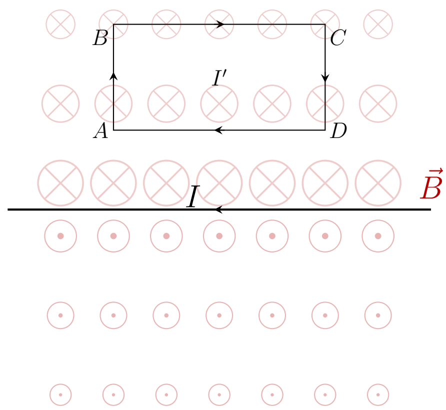
El camp magnètic creat per el fil de corrent a una distància r d'ell val, en mòdul

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

(a) Si l'espira es mou al llarg de l'eix OX no es s'induirà corrent en ella, ja que encara que estigui sotmesa al camp magnètic no hi ha variació de flux.

Si l'espira es mou al llarg de l'eix OY *sí* que s'indueix corrent, ja que com el camp magnètic varia amb la distància al fil, el flux variarà.

(b) En aquest cas



Si ara circula per l'espira un corrent en sentit horari, en presència del camp magnètic present, cada costat de l'espira patirà una força, que podem representar a partir de

$$\vec{F} = l\vec{I} \times \vec{B}$$

Al llarg dels costats $\overline{BC}$ i $\overline{AD}$ el camp és constant tot i que de valor més petit en aquest darrer, ja que el camp magnètic disminueix amb la distància tal com hem vist abans. Al llarg dels costats $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ la situació és més complexa, ja que el camp va disminuint des de A fins a B i des de D fins a C. Indicarem aquest valor variable del camp magnètic amb el símbol $\mathfrak{B}$.

- Llavors, la força sobre el costat $\overline{AB}$

  $$\vec{F}_{AB} = l\,I(\hat{\jmath}) \times \mathfrak{B}(-\hat{k}) = l\,I\mathfrak{B}(-\hat{\imath})$$

  és a dir cap a l'esquerra.
- Ara, la força sobre el costat $\overline{BC}$

  $$\vec{F}_{BC} = l\,I(\hat{\imath}) \times B(-\hat{k}) = l\,IB(\hat{\jmath})$$

  és a dir cap a dalt.
- La força sobre el costat $\overline{CD}$

  $$\vec{F}_{CD} = l\,I(-\hat{\jmath}) \times \mathfrak{B}(-\hat{k}) = l\,I\mathfrak{B}(\hat{\imath})$$

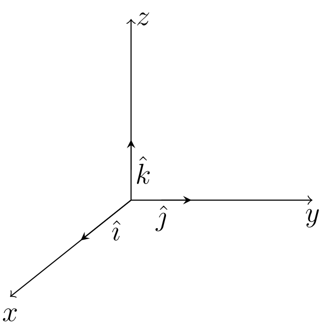
  és a dir cap a la dreta.
- Finalment, la força sobre el costat $\overline{DA}$

  $$\vec{F}_{DA} = l\,I(-\hat{\imath}) \times B(-\hat{k}) = l\,IB(-\hat{\jmath})$$

  és a dir cap a baix.

* * *

12. Recordem



Amb

$$\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}$$
$$\hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}$$
$$\hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath}$$

(a) Sabem que

$$\vec{B} = B\hat{\jmath}$$

i la llei de Lorentz diu que

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

llavors, si volem que sigui $\vec{F} = F\,\hat{k}$ *i es tractés d'una càrrega positiva*, és clar que hauria de ser $\vec{v} = v\,\hat{\imath}$, però com ens diuen que és un electró, hem de prendre $\vec{v} = v\,(-\hat{\imath})$ En quant al mòdul, si la força magnètica sobre l'electró ha d'equilibrar el seu pes

$$F_g = F_m \rightarrow mg = qvB \rightarrow v = \frac{mg}{qB} = 1,12 \cdot 10^{-6}\, m/s$$

(b) Si anomenem θ l'angle que forma el camp magnètic $\vec{B}$ amb el vector associat a la superfície de l'espira $\vec{S}$, podem escriure $\theta = \omega t$, ja que ens diuen que l'espira gira amb velocitat angular constant. Llavors, el flux que travessa l'espira en funció del temps és,

$$\Phi(t) = BS\cos\theta = BS\cos(\omega t)$$

i la força electromotriu induïda es pot calcular com

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(t) &= -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -\frac{d(BS\cos\theta)}{dt} = -\frac{d(BS\cos\omega t)}{dt} \\ &= -BS\frac{d(\cos\omega t)}{dt} = -BS\omega(-\sin\omega t) \\ &= \omega BS\sin\omega t = 100\pi \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot 0,025\sin 100\pi t \\ &= 1,25 \cdot 10^{-4} \cdot \pi\sin 100\pi t\, V\end{aligned}$$

* * *

13. (a) Si el terra puja hi ha corrent induït a la bobina perquè hi ha variació de flux magnètic (suposem que el camp que crea l'imant no és uniforme, de manera que al acostar-se a la bobina entren més línies de camp). Per tant, l'agulla del voltímetre es desviarà marcant una *fem*. Si el terra baixa també hi ha variació de flux,

tot i que ara el que passa és que entren menys línies de camp, en qualsevol cas, l'agulla del voltímetre es desviarà també, ara cap a l'altra banda,ja que el sentit del corrent induït és contrari a l'anterior.

Si el terra no es mou, tot i haver camp magnètic que travessa les espires de la bobina, al no haver variació de flux magnètic, no s'observa corrent induït ni per tant *fem* al voltímetre.

(b) Si ara alimentem la bobina amb corrent altern, aquest interaccionarà amb l'imant fent-lo oscil·lar amunt i avall. És la situació dual de l'apartat anterior en la que l'imant es movia i s'induïa corrent a la bobina. Podem pensar que la bobina es converteix en un imant que va canviant la seva polaritat nord-sud, i d'aquesta manera anirà atraient i repel·lint l'imant amb la mateixa freqüència que el corrent que l'alimenta i l'imant situat sobre seu oscil·larà.

* * *

14. (a) El camp que crea el fil surt del paper a la seva esquerra i entra al paper a la seva dreta, d'acord amb la regla de la mà dreta. Llavors, si la intensitat augmenta, s'induirà un corrent en l'espira tal que crei un camp que s'oposi a la variació de flux magnètic que està patint, és a dir, el corrent de l'espira ha de ser perpendicular al paper i sortint, de manera que el sentit de circulació de la intensitat ha de ser antihorari, d'acord novament amb la regla de la mà dreta.

    (b) Si mantenim constant la intensitat que circula per el fil i apropem l'espira a ell, novament apareixerà un corrent induït, en sentit antihorari, ja que el flux magnètic augmentarà progressivament ja que el camp magnètic que crea el fil varia amb la distància r com

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

i aquesta intensitat, per la regla de la mà dreta, crearà un camp magnètic dirigit cap enfora del paper , de forma que s'oposi al creixent que està entrant.

15. En tots els exercicis de transformadors pot ser útil reproduir el raonament que hi ha als apunts, per tal de deduir les fórmules que es faran servir a continuació.

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{I_p}{I_s}$$

(a) La tensió al secundari val

$$V_s = V_p \cdot \frac{N_s}{N_p} = 220 \cdot \frac{20}{1000} = 4,4\,V$$

(b) La intensitat al primari val

$$I_p = I_s \cdot \frac{N_s}{N_p} = 100 \cdot \frac{20}{1000} = 2\,A$$

La potència val

$$P = V_p I_p = 220 \cdot 2 = 440\,W = 4,4 \cdot 100 = V_s I_s$$

* * *

16. (a) De forma semblant a l'exercici anterior

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} \to N_p = N_s \cdot \frac{V_p}{V_s} = 20 \cdot \frac{220}{12} = 367$$

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{V_s}{V_p} \to I_p = I_s \cdot \frac{V_s}{V_p} = 0,2 \cdot \frac{12}{220} = 0,011\,A$$

(b) El transformador basa el seu funcionament en la inducció electromagnètica, no hi ha contacte elèctric entre les bobines del primari i el secundari, per tant, si connectem el transformador a una font de corrent continu, no hi haurà inducció i la tensió a la sortida serà zero.