

1. (a) Passem la velocitat al Sistema Internacional

$$90 \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000 m}{1 \cancel{km}} \cdot \frac{1 \cancel{h}}{3600 s} = 25 m/s$$

Ara, podem calcular l'acceleració amb

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \rightarrow 0 = 25^2 + 2 \cdot a \cdot 120 \rightarrow a = \frac{-25^2}{2 \cdot 120} = -2,604 m/s^2$$

(b) El temps demanat valdrà

$$v = v_0 + at \rightarrow 0 = 25 - 2,604 \cdot t \rightarrow t = \frac{25}{2,604} = 9,6 s$$

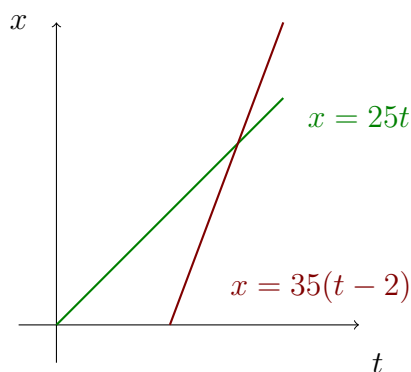
2. (a) Podem calcular directament

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 15 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4^2 = 100 m$$

(b) Ara, fent servir l'equació de la velocitat

$$v = v_0 + at = 15 + 5 \cdot 4 = 35 m/s$$

3. (a) Representem la situació i escrivim les equacions del moviment



Plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = 25t \\ x = 35(t - 2) \end{cases}$$

igualant les equacions

$$25t = 35(t - 2) \rightarrow 25t = 35t - 70 \rightarrow t = \frac{70}{10} = 7 s$$

Com que ens demanen el temps respecte al que surt tard, hem de donar com a resposta $t - 2 = 7 - 2 = 5 \text{ s}$. (b) Calculem directament

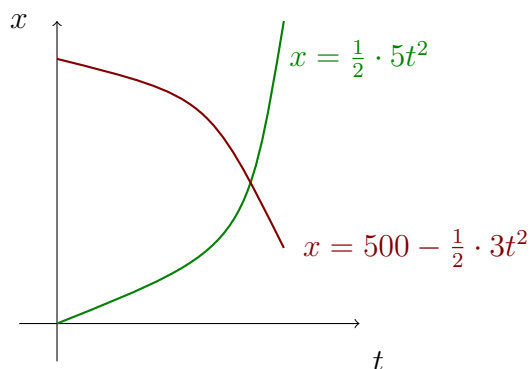
$$x = 25t = 25 \cdot 7 = 175 \text{ m}$$

també podríem haver fet

$$x = 35(t - 2) = 35 \cdot (7 - 2) = 35 \cdot 5 = 175 \text{ m}$$

que dona el mateix, ja que l'espai recorregut pels dos és igual, no així el temps que tarden a trobar-se ja que un surt més tard.

3. Posem arbitràriament a l'origen de coordenades el que es mou amb acceleració 5 m/s^2



Plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cdot 5t^2 \\ x = 500 - \frac{1}{2} \cdot 3t^2 \end{cases}$$

igualant les equacions

$$\frac{1}{2} \cdot 5t^2 = 500 - \frac{1}{2} \cdot 3t^2 \rightarrow 8t^2 = 500 \rightarrow t = \sqrt{\frac{500}{8}} = 11,18 \text{ s}$$

5. L'equació del moviment s'escriu com

$$y = 70 - 8t - \frac{1}{2}gt^2$$

i la de la velocitat

$$v = -8 - gt$$

Per calcular el temps que tarda en arribar al terra demanem $y = 0$ en l'equació del moviment

$$0 = 70 - 8t - \frac{1}{2}gt^2$$

d'on

$$gt^2 + 16t - 140 = 0$$

amb solucions

$$t = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 + 4g \cdot 140}}{2g}$$

$$t_1 = 3,05 \text{ s} \quad t_2 = -4,68 \text{ s}$$

Com que ens interessa l'evolució cap al futur de l'exercici ens quedem amb la solució positiva.

Ara podem calcular amb quina velocitat arriba al terra

$$v = -8 - g \cdot 3,05 = -37,89 \text{ m/s}$$

6. (a) Les equacions del moviment són

$$y = 60 + 5t - \frac{1}{2}gt^2 \quad y = 35t - \frac{1}{2}gt^2$$

Noteu que la referència de temps i altura és la mateixa per els dos. Llavors, sabem que quan es trobin ho faran a la mateixa altura

$$60 + 5t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2} = 35t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2}$$

d'on

$$30t = 60 \rightarrow t = \frac{60}{30} = 2 \text{ s}$$

(b) Per calcular l'altura a la que es troben podem fer servir qualsevol de les equacions del moviment

$$y = 35t - \frac{1}{2}gt^2 = 35 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 2^2 = 50,4 \text{ m}$$

(c) Amb les equacions de la velocitat

$$v = 5 - gt \quad v = 35 - gt$$

mirem quin signe té la velocitat en el moment de trobar-se

$$v = 5 - 9,8 \cdot 2 = -14,6 \text{ m/s} \quad v = 35 - 9,8 \cdot 2 = 15,4 \text{ m/s}$$

de forma que, quan es troben, el que es llança des de 60 m d'altura es troba baixant i el que es llança des del terra es troba pujant.



7. (a) Les equacions del moviment i la velocitat són

$$\begin{cases} x = 50 \cos 50^\circ t \\ y = 50 \sin 50^\circ t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 50 \sin 50^\circ - gt \end{cases}$$

(b) Calculem el temps de vol demanant $y = 0$

$$0 = 50 \sin 50^\circ t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 0 = \left(50 \sin 50^\circ - \frac{1}{2}gt\right) \cdot t$$

d'on $t = 0$ s o

$$0 = 50 \sin 50^\circ - \frac{1}{2}gt \rightarrow t = \frac{100 \sin 50^\circ}{9,8} = 7,817 \text{ s}$$

(c) Tot seguit podem calcular l'abast màxim

$$x = 50 \cos 50^\circ \cdot 7,817 = 251,23 \text{ m}$$

(d) Per calcular l'altura màxima, trobem el valor del temps pel qual es troba a la part més alta de la trajectòria demanant $v_y = 0$

$$0 = 50 \sin 50^\circ - gt \rightarrow t = \frac{50 \sin 50^\circ}{g} = 3,908 \text{ s}$$

Llavors l'altura màxima val

$$y = 50 \sin 50^\circ \cdot 3,908 - \frac{1}{2}g(3,908)^2 = 74,85 \text{ m}$$

(e) La velocitat total per qualsevol valor de temps es pot calcular com

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2} \\ &= \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2} \end{aligned}$$

Quan falten 3 segons perquè arribi al terra han passat $t = 7,817 - 3 = 4,817 \text{ s}$ de forma que la velocitat total en aquest moment val

$$v(4,817) = \sqrt{(50 \cos 50^\circ)^2 + (50 \sin 50^\circ - 9,8 \cdot 4,817)^2} = 33,35 \text{ m/s}$$

8. (a) Trobem la velocitat angular en el Sistema Internacional.

$$300 \text{ rpm} = 300 \frac{\cancel{\text{rev}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{rev}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} = 10\pi \text{ rad/s}$$

Troblem l'acceleració angular

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{10\pi - 0}{4} = \frac{5\pi}{2} \text{ rad/s}^2$$

(b) Calculem l'espai angular en radians

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = 0 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot \frac{5\pi}{2} \cdot 4^2 = 20\pi \text{ rad}$$

llavors les voltes s'obtenen com

$$20\pi \cancel{\text{rad}} \cdot \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \cancel{\text{rad}}} = 10 \text{ rev}$$

(c) Fent servir l'equació de la velocitat

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \frac{5\pi}{2} \cdot 1,5 = \frac{15\pi}{4} \text{ rad/s}$$

llavors l'acceleració centrípeta val

$$a_c = \omega^2 R = \left(\frac{15\pi}{4} \right)^2 \cdot 0,5 = 69,4 \text{ m/s}^2$$