1. Escrivim les equacions del moviment i la velocitat

$$y = 25t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad v = 25 - gt$$

(a) Demanem que la velocitat sigui zero

$$0 = 25 - gt \rightarrow t = \frac{25}{g} = \frac{25}{9,8} = 2,55\,s$$

(b) El temps que tardarà a arribar al terra és exactament el mateix que ha tardat en arribar a dalt de tot, ja que s'ha llençat des del terra. Per tant

$$t = 2,55\,s$$

(c) Per trobar l'altura màxima substituïm el temps trobat al primer apartat en l'equació del moviment

$$y_{Max} = 25 \cdot 2,55 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (2,55)^2 = 25 \cdot 2,55 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (2,55)^2 = 31,89\,m$$

(d) Fem el càlcul substituint en l'equació de la velocitat. També podríem raonar que tornarà al terra amb la mateixa velocitat amb que va ser llançat (amb signe negatiu),

$$v = 25 - g \cdot 5,1 = 25 - 9,8 \cdot 5,1 = -24,98 \approx -25\,m/s$$

2. Escrivim les equacions del moviment i la velocitat

$$y = 20 - 4t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad v = -4 - gt$$

(a) Per trobar el temps que tarda en arribar al terra n'hi ha prou de demanar $y = 0$

$$0 = 20 - 4t - \frac{1}{2}gt^2$$

d'on

$$gt^2 + 8t - 40 = 0$$

que es pot resoldre segons

$$t = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 + 4g \cdot 40}}{2g} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 + 4 \cdot 9,8 \cdot 40}}{2 \cdot 9,8}$$

amb solucions $t_+ = 1,653\,s$; $t_- = -2,47\,s$. Prenem la solució positiva perquè en interessa l'evolució cap el futur.

(b) Per calcular la velocitat amb que arriba al terra fem, senzillament

$$v = -4 - g \cdot 1,653 = -4 - 9,8 \cdot 1,653 = -20,2\, m/s$$

3. En els dos casos escrivim les equacions del moviment i la velocitat i demanarem $y = 0$ per trobar el temps que tarda en arribar al terra l'etapa del coet.
(a) Les equacions són

$$y = 5000 + 200t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad v = 200 - gt$$

de manera que tenim

$$0 = 5000 + 200t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow gt^2 - 400t - 10000 = 0$$

d'on

$$t = \frac{400 \pm \sqrt{400^2 + 4g \cdot 10000}}{2g} = \frac{400 \pm \sqrt{400^2 + 4 \cdot 9,8 \cdot 10000}}{2 \cdot 9,8}$$

amb solucions $t_+ = 58,31\, s$ $t_- = -17,5\, s$. Prenem $t = 58,31\, s$. Llavors

$$v = 200 - g \cdot 58,31 = 200 - 9,8 \cdot 58,31 = -371,438\, m/s$$

(b) Les equacions són

$$y = 10000 + 400t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad v = 400 - gt$$

de manera que tenim

$$0 = 10000 + 400t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow gt^2 - 800t - 20000 = 0$$

$$t = \frac{800 \pm \sqrt{800^2 + 4g \cdot 20000}}{2g} = \frac{800 \pm \sqrt{800^2 + 4 \cdot 9,8 \cdot 20000}}{2 \cdot 9,8}$$

amb solucions $t_+ = 101,7\, s$ $t_- = -20,70\, s$. Prenem $t = 101,7\, s$. Ara

$$v = 400 - g \cdot 101,7 = 400 - 9,8 \cdot 101,7 = -396,66\, m/s$$

4. Les equacions del moviment i la velocitat són (anomenem arbitràriament A i B els objectes)

$$A \quad y = 25 + 5t - \frac{1}{2}gt^2\,; \quad v = 5 - gt$$

$$B \quad y = 30t - \frac{1}{2}gt^2\,; \quad v = 30 - gt$$

(a) Quan es troben, ho fan a la mateixa altura, de forma que

$$25 + 5t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2} = 30t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2}$$

d'on

$$t = \frac{25}{25} = 1\,s$$

(b) En quant a la velocitat

$$v_A = 5 - 9,8 \cdot 1 = -4,8\,m/s\,; \quad v_B = 25 - 9,8 \cdot 1 = 15,2\,m/s$$

De manera que el primer baixa i el segon puja.