1. (*a*) A partir de l'equació de l'ona

$$y(x,t) = 0,3\cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{5}x + \frac{\pi}{2}\right)$$

podem trobar directament

$$A = 0,3\,m \quad \omega = \frac{\pi}{4}\,rad/s \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\cancel{\pi}}{\frac{\cancel{\pi}}{4}} = 8\,s$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{8} = 0,125\,s \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\cancel{\pi}}{\frac{\cancel{\pi}}{5}} = 10\,m$$

(*b*) Fent servir la relació $\lambda = vT$ tenim

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10}{8} = 1,25\,m/s$$

(*c*) La velocitat transversal dels punts de l'ona es poden calcular a partir de la derivada respecte el temps de l'equació d'ona

$$v_y(x,t) = \dot{y}(x,t) = -0,3\cdot\frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{5}x + \frac{\pi}{2}\right)$$

llavors

$$\begin{aligned} v_y(5,20) &= -0,3\cdot\frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{\pi}{4}\cdot 20 - \frac{\pi}{5}\cdot 5 + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -0,3\cdot\frac{\pi}{4}\sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -0,3\cdot\frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -0,3\cdot\frac{\pi}{4} = -0,2356\,m/s \end{aligned}$$

2. (*a*) A partir de la definició de intensitat sonora

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0}$$

i fent servir les dades del problema podem calcular

$$180 = 10\log\frac{I}{I_0} \rightarrow I = I_0\cdot 10^{18} = 10^{-12}\cdot 10^{18} = 10^6\,W/m^2$$

(*b*) Calculem directament a partir de la relació entre la potència, la intensitat i la distància

$$P = IA = I\cdot 4\pi r^2 = 4\cdot 10^6\cdot\pi\cdot 1^2 = 1,257\cdot 10^7\,W$$

(c) Com que es tracta d'una ona tridimensional, la relació entre la intensitat a distàncies diferents del focus emissor es pot escriure com

$$I_1 r_1^2 = I_2 r_2^2$$

d'on

$$r_2 = r_1 \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = 1 \cdot \sqrt{\frac{10^6}{1}} = 10^3\, m$$

3. (a) En l'esquema que correspon a una corda subjecta pels seus extrems vibrant en el quart harmònic es pot comprovar que en la longitud de la corda "hi caben" dues longituds d'ona, de forma que tenim

$$2\lambda = 1 \rightarrow \lambda = 0,5\, m$$

(b) A partir de la relació $\lambda = vT$, tenim

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = 0,5 \cdot 925 = 462,5\, m/s$$

(c) Al vibrar en l'harmònic fonamental es comprova que en la longitud de la corda "hi cap" mitja longitud d'ona, llavors $\lambda = 2\, m$ i la freqüència corresponent serà

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{462,5}{2} = 231,25\, Hz$$

on hem suposat que, per les ones estacionàries, la velocitat de fase és sempre la mateixa per tots els harmònics.

4. (a) Hem de demanar que l'amplitud efectiva sigui zero, llavors

$$0,040\sin(5,0\pi x) = 0 \to \sin(5,0\pi x) = 0$$

d'on

$$5,0\pi x = n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$$

ja que el sinus d'un angle val zero quan el seu argument és 0, π, 2π, 3π.... Tindrem doncs

$$5,0\cancel{\pi}x = n\cancel{\pi} \to x_n = \frac{n}{5,0} \quad n \in \mathbb{Z}$$

i finalment,

$$x_0 = \frac{0}{5,0} = 0\,m, \quad x_1 = \frac{1}{5,0} = 0,2\,m \quad x_2 = \frac{2}{5,0} = 0,4\,m$$

i ja els tenim tots.

(b) El període es pot trobar directament a partir de l'equació de l'ona estacionària ja que és $\omega = 40\pi\, rad/s$ i tindrem

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\cancel{\pi}}{40\cancel{\pi}} = 0,05\,s$$

(c) Com que tenim que $k = 5,0\pi\, rad/m$ podem calcular

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\cancel{\pi}}{5,0\cancel{\pi}} = 0,4\,m$$

i la velocitat demanada valdrà $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,4}{0,05} = 8,0\,m/s$