1. Fent servir la notació dels exercicis del curs, i tenint en compte que $R//R = 10\,\Omega$

   (a) $R + R + R + R \rightarrow R_{eq} = 20 + 20 + 20 + 20 = 80\,\Omega$
   (b) $R + R + (R//R) \rightarrow R_{eq} = 20 + 20 + \frac{20\cdot 20}{20+20} = 40 + 10 = 50\,\Omega$
   (c) $R + ((R + R)//R) \rightarrow R_{eq} = 20 + \frac{(20+20)\cdot 20}{(20+20)+20} = 20 + 40/3 = 33,33\,\Omega$
   (d) $(R + R)//R//R \rightarrow R_{eq} = (20 + 20)//10 = \frac{40\cdot 10}{40+10} = 8\,\Omega$
   (e) $(R + R)//(R + R) \rightarrow R_{eq} = (20 + 20)//(20 + 20) = 40//40 = 20\,\Omega$
   (f) $(R + R + R)//R \rightarrow R_{eq} = \frac{(20+20+20)\cdot 20}{(20+20+20)+20} = 15\,\Omega$
   (g) $R//R//R//R \rightarrow R_{eq} = 20//20//20//20 = 10//10 = 5\,\Omega$
   (h) $(R//R) + (R//R) \rightarrow R_{eq} = 10 + 10 = 20\,\Omega$
   (i) $(R//R//R) + R \rightarrow R_{eq} = (10//20) + 20 = \frac{10\cdot 20}{10+20} + 20 = 26,67\,\Omega$
   (j) $(R + (R//R))//R \rightarrow R_{eq} = \frac{30\cdot 20}{30+20} = 12\,\Omega$

2. (a) A partir de

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{V^2}{P}$$

   Calculem per cada bombeta la resistència que representa

$$R = \frac{115^2}{80} = 165,3125\,\Omega$$

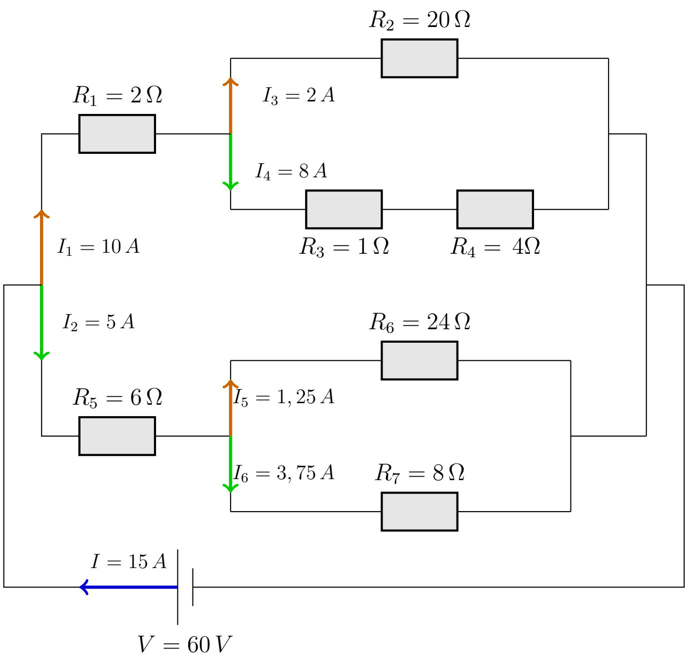
$$R = \frac{230^2}{100} = 529\,\Omega$$

   (b) Ara, quan es connecta cadascuna a la seva tensió nominal

$$I = \frac{V}{R} = \frac{115}{165,3125} = 0,696\,A$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{230}{529} = 0,4348\,A$$

3. A partir de l'esquema de l'enunciat



Trobem la resistència equivalent començant, per exemple, per R_3 i R_4 que es troben en sèrie

$$R_3 + R_4 = 5\,\Omega$$

ara, aquesta en paral·lel amb R_2

$$R_2//(R_3 + R_4) = \frac{20 \cdot 5}{20 + 5} = 4\,\Omega$$

aquesta en sèrie amb R_1,

$$R_1 + R_2//(R_3 + R_4) = 2 + 4 = 6\,\Omega$$

Ara calculem R_6 i R_7 en paral·lel

$$R_6//R_7 = \frac{24 \cdot 8}{24 + 8} = 6\,\Omega$$

i aquesta en sèrie amb R_5

$$R_6//R_7 + R_5 = 6 + 6 = 12\,\Omega$$

Per acabar, l'associació en paral·lel final serà

$$\Big(R_1 + R_2//(R_3 + R_4)\Big)\Big(R_6//R_7 + R_5\Big) = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = 4\,\Omega$$

La intensitat total que passa pel circuit serà llavors,

$$V = IR \rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{60}{4} = 15\,A$$

Ara, les intensitats a les derivacions seran

$$I_1 = 15 \cdot \frac{12}{12+6} = 10\,A; \quad I_2 = 15 \cdot \frac{6}{12+6} = 5\,A$$

$$I_3 = 10 \cdot \frac{5}{5+20} = 2\,A; \quad I_4 = 10 \cdot \frac{20}{5+20} = 8\,A$$

$$I_5 = 5 \cdot \frac{8}{24+8} = 1,25\,A; \quad I_6 = 5 \cdot \frac{24}{24+8} = 3,75\,A$$

i les caigudes de tensió a les resistències

$$V_{R_1} = I_1 R_1 = 10 \cdot 2 = 20\,V; \quad V_{R_2} = I_3 R_2 = 2 \cdot 20 = 40\,V$$

$$V_{R_3} = I_4 R_3 = 8 \cdot 1 = 8\,V; \quad V_{R_4} = I_4 R_4 = 8 \cdot 4 = 32\,V$$

$$V_{R_5} = I_2 R_5 = 5 \cdot 6 = 30\,V; \quad V_{R_6} = I_5 R_6 = 1,25 \cdot 24 = 30\,V$$

$$V_{R_7} = I_6 R_7 = 3,75 \cdot 8 = 30\,V$$

4. El sistema d'equacions que resol el circuit és

$$\begin{cases} 100 = 20I_1 + 30(I_1 - I_2) + 5(I_1 - I_3) \\ 10 - 20 = 40I_2 + 30(I_2 - I_1) + 35(I_2 - I_3) \\ 50 - 45 = 15I_3 + 25I_3 + 35(I_3 - I_2) + 5(I_3 - I_1) \end{cases}$$

que es pot escriure com

$$\begin{cases} 55I_1 - 30I_2 - 5I_3 = 100 \\ -30I_1 + 105I_2 - 35I_3 = -10 \\ -5I_1 - 35I_2 + 80I_3 = 5 \end{cases}$$

La matriu associada al sistema és

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 55 & -30 & -5 & 100 \\ -30 & 105 & -35 & -10 \\ -5 & -35 & 80 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 11 & -6 & -1 & 20 \\ -6 & 21 & -7 & -2 \\ -1 & -7 & 16 & 1 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 7 & -16 & -1 \\ -6 & 21 & -7 & -2 \\ 11 & -6 & -1 & 20 \end{array}\right)$$

On hem dividit entre 5 cada fila i hem intercanviat la tercera i la primera per calcular més còmodament. Finalment també hem canviat el signe de la la primera per tal que el pivot sigui el nombre **1**. Ara comencem a triangular la matriu

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 7 & -16 & -1 \\ -6 & 21 & -7 & -2 \\ 11 & -6 & -1 & 20 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 7 & -16 & -1 \\ 0 & 63 & -103 & -8 \\ 0 & -83 & 175 & 31 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 7 & -16 & -1 \\ 0 & 63 & -103 & -8 \\ 0 & 0 & 2476 & 1289 \end{array}\right)$$

d'on

$$\begin{cases} I_1 + 7I_2 - 16I_3 = -1 \\ 63I_2 - 103I_3 = -8 \\ 2476I_3 = 1289 \end{cases}$$

i finalment

$$\begin{cases} I_3 = \frac{1289}{2476} = 0,5206\,A \\ I_2 = \frac{103I_3-8}{63} = \frac{103\cdot 0,5206-8}{63} = 0,724\,A \\ I_1 = -1 - 7I_2 + 16I_3 = -1 - 7\cdot 0,724 + 16\cdot 0,5206 = 2,2616\,A \end{cases}$$

Ara, per calcular la tensió que cau en la resistència de $5\,\Omega$ pensem que per ella passen *sentit contrari* les intensitats I_1 i I_3, llavors, calcularem la caiguda de tensió de forma que sigui positiva

$$V_{5\,\Omega} = (I_1 - I_3)R_{5\,\Omega} = (2,2616 - 0,5206)\cdot 5 = 8,705\,V$$

De forma similar per la resistència de $35\,\Omega$,

$$V_{35\,\Omega} = (I_2 - I_3)R_{35\,\Omega} = (0,724 - 0,5206)\cdot 35 = 7,119\,V$$

5. (a) Podem calcular fàcilment l'energia d'un fotó segons

$$E = hf = h\frac{c}{\lambda} = 6,63\cdot 10^{-34}\cdot\frac{3\cdot 10^8}{0,2} = 9,945\cdot 10^{-25}\,J$$

Ara, per passar a electronvolts

$$9,945\cdot 10^{-25}\,\cancel{J}\cdot\frac{1\,eV}{1,60\cdot 10^{-19}\,\cancel{J}} = 6,216\cdot 10^{-6}\,eV$$

(b) L'energia total es pot calcular com

$$E = P \cdot t = 2 \cdot 3 \cdot 60 = 360\,J$$

d'on el nombre total de fotons serà

$$\frac{360}{9,945 \cdot 10^{-25}} = 3,62 \cdot 10^{26}$$

6. La freqüència d'aquesta radiació no depèn del medi on es propaga. La podem calcular, per exemple, en el buit (on suposem que la velocitat de propagació és c)

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{555 \cdot 10^{-9}} = 5,40 \cdot 10^{14}\,Hz$$

La velocitat d'aquesta radiació en el diamant val

$$n_d = \frac{c}{v_d} \rightarrow v_d = \frac{c}{n_d} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,4} = 1,25 \cdot 10^8\,m/s$$

de forma que la longitud d'ona dins el diamant valdrà

$$\lambda = \frac{v_d}{f} = \frac{1,25 \cdot 10^8}{5,40 \cdot 10^{14}} = 2,315 \cdot 10^{-7}\,m = 231,5\,nm$$

7. (a) Aplicant directament la tercera llei d'Snell

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

i fent servir les dades de l'enunciat

$$1 \cdot \sin 30° = 1,8 \sin\theta_2 \rightarrow \theta_2 = \arcsin\left(\frac{\sin 30°}{1,8}\right) = 16,13°$$

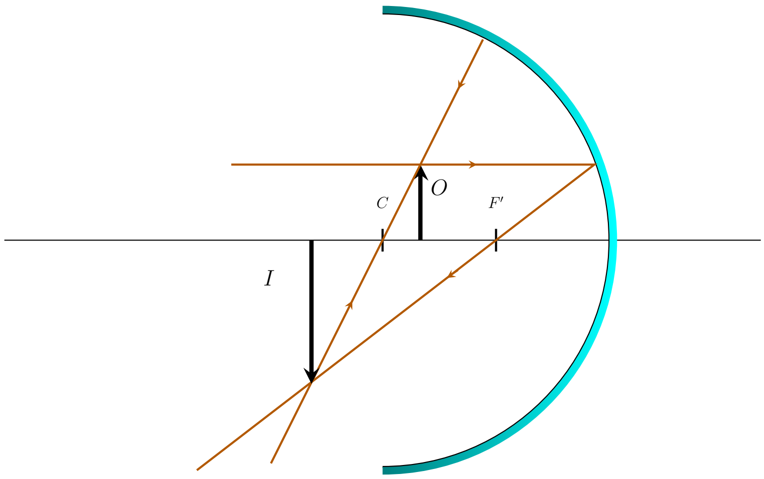
(b) Ara, tenint en compte que la llum viatja de l'interior cap a l'aire i amb la definició d'angle límit

$$1,8 \sin\theta_l = 1 \cdot \sin 90°$$

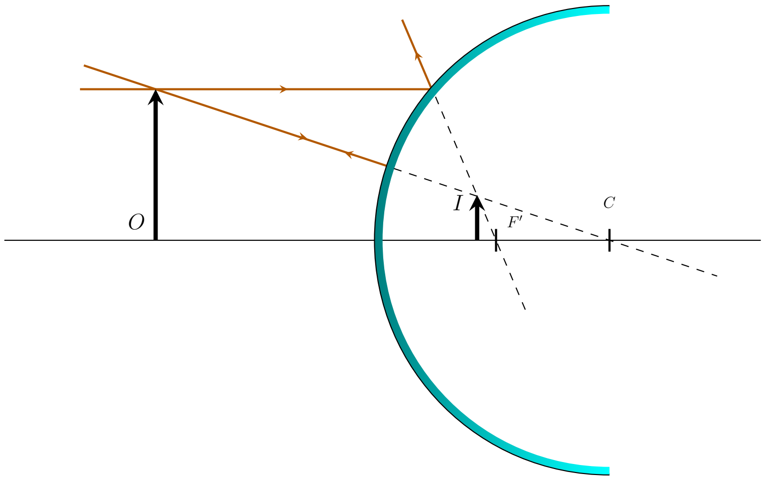
d'on

$$\theta_l = \arcsin\left(\frac{1}{1,8}\right) = 33,75°$$

8. (a) Aquest cas correspon a fer servir un mirall còncau i situar l'objecte entre el centre de curvatura i el punt focal



(b) Aquest cas correspon a fer servir un mirall convex



9. (a) Fent servir l'equació de les lents primes per la primera lent

$$-\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_1'}=\frac{1}{f_1'}$$

i amb les dades de l'enunciat

$$-\frac{1}{-25}+\frac{1}{s_1'}=\frac{1}{15}\rightarrow\frac{1}{s_1'}=\frac{1}{15}-\frac{1}{25}=\frac{25-15}{375}=\frac{10}{375}$$

d'on $s_1'=37,5\,cm$.
L'augment lateral val

$$\beta_1'=\frac{s_1'}{s_1}=\frac{37,5}{-25}=-1,5$$

de forma que la mida de la imatge intermèdia serà

$$y'_1 = y_1\beta'_1 = 5 \cdot (-1,5) = -7,5\,cm$$

Veiem que aquesta imatge intermèdia és real, més gran i invertida.

(b) La distància entre la imatge intermèdia i la segona lent es pot trobar a partir de l'apartat anterior i la distància entre les lents

$$60 - 37,5 = 22,5\,cm$$

llavors, com que aquesta imatge es troba a l'esquerra de la segona lent serà $s_2 = -22,5\,cm$.

Fent servir ara l'equació de les lents primes per la segona lent

$$-\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f'_2}$$

i amb les dades de l'enunciat

$$-\frac{1}{-22,5} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{-15} \rightarrow \frac{1}{s'_2} = \frac{-1}{15} - \frac{1}{22,5} = \frac{-22,5-15}{337,5} = \frac{-37,5}{337,5}$$

d'on $s'_2 = -9\,cm$.

L'augment angular per aquesta segona lent val

$$\beta'_2 = \frac{s'_2}{s_2} = \frac{-9}{-22,5} = 0.4$$

i mida de la imatge final serà

$$y'_2 = y_2\beta'_2 = (-7,5) \cdot 0,4 = 3\,cm$$

La imatge que es forma a través de la segona lent és (respecte la primera), virtual, dreta, i més petita.