1. Les equacions del moviment i la velocitat són

$$\begin{cases} x = 26\cos 45^\circ t \\ y = 26\sin 45^\circ t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 26\sin 45^\circ - gt \end{cases}$$

que es poden escriure com

$$\begin{cases} x = 13\sqrt{2}t \\ y = 13\sqrt{2}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 13 - gt \end{cases}$$

(a) Per trobar el temps de vol demanem $y = 0$

$$0 = 13\sqrt{2}t - \frac{1}{2}gt^2 = t\left(13\sqrt{2} - \frac{1}{2}gt\right)$$

d'on

$$\begin{cases} t = 0 \\ 13\sqrt{2} - \frac{1}{2}gt = 0 \to t = \frac{26\sqrt{2}}{g} = \frac{26\sqrt{2}}{9{,}8} = 3,75\,s \end{cases}$$

(b) Ara, podem calcular l'abast màxim com

$$x = 13\sqrt{2}t = 13\sqrt{2}\cdot 3,75 = 68,98\,m$$

(c) Per calcular l'altura màxima trobem el temps que tarda a arribar a dalt de tot, la condició és $v_y = 0$, llavors

$$0 = 13\sqrt{2} - gt \to t = \frac{13\sqrt{2}}{g} = \frac{13\sqrt{2}}{9,8} = 1,876\,s$$

ara posem aquest valor del temps a l'equació del moviment que controla la y

$$y(1,876) = 13\sqrt{2}\cdot 1,876 - \frac{1}{2}g\,(1,876)^2 = 13\sqrt{2}\cdot 1,876 - \frac{1}{2}\cdot 9,8\cdot(1,876)^2 = 7,14\,m$$

(d) Finalment, quan falta $1\,s$ per arribar al terra el temps que ha transcorregut des que es va llançar val

$$t = 3,75 - 1 = 2,75\,s$$

i la velocitat total en aquest moment

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0\cos\alpha)^2 + (v_0\sin\alpha - gt)^2} \\ &= \sqrt{\left(13\sqrt{2}\right)^2 + \left(13\sqrt{2} - 9,8\cdot 2,75\right)^2} = 20,28\,m/s \end{aligned}$$

(e) L'equació de la trajectòria es pot obtenir fàcilment a partir de les equacions del moviment

$$\begin{cases} x = 13\sqrt{2}t \\ y = 13\sqrt{2}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

aïllem el temps de la primera equació

$$t = \frac{x}{13\sqrt{2}}$$

i substituïm a la segona

$$y = \cancel{13\sqrt{2}} \cdot \frac{x}{\cancel{13\sqrt{2}}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{13\sqrt{2}}\right)^2$$

d'on

$$y = x - \frac{g}{676}x^2$$

2. Les equacions del moviment i la velocitat són

$$\begin{cases} x = 20\cos 60°t \\ y = 50 + 20\sin 60°t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 20\sin 60° - gt \end{cases}$$

que es poden escriure com

$$\begin{cases} x = 10t \\ y = 50 + 10\sqrt{3}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 10\sqrt{3} - gt \end{cases}$$

(a) Per trobar el temps de vol demanem $y = 0$

$$0 = 50 + 10\sqrt{3}t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow gt^2 - 20\sqrt{3}t - 100 = 0$$

d'on

$$t = \frac{20\sqrt{3} \pm \sqrt{3 \cdot 20^2 + 4 \cdot g \cdot 100}}{2g} = \frac{20\sqrt{3} \pm \sqrt{5120}}{19,6}$$

amb solucions $t_+ = 5,418\,s$ i $t_- = -1,88\,s$

(b) Calculem l'abast màxim

$$x = 10t = 10 \cdot 5,418 = 54,18\,m$$

(c) Per l'alçada màxima podem trobar el valor del temps pel qual es troba a dalt de tot amb

$$t = \frac{t_+ + t_-}{2} = \frac{5,418 - 1,88}{2} = 1,769\,s$$

i fem servir aquest temps en l'equació que descriu el moviment vertical

$$y(1,769) = 50 + 10\sqrt{3} \cdot (1,769) - \frac{1}{2} g\,(1,769)^2 = 65,3\,m$$

També podem calcular el temps que tarda en arribar a dalt de tot demanant $v_y = 0$

$$0 = 10\sqrt{3} - gt \rightarrow t = \frac{10\sqrt{3}}{g} = \frac{10\sqrt{3}}{9,8} = 1,767\,s$$

Obtenim un valor del temps que difereix de l'anterior en la tercera xifra decimal degut als errors d'arrodoniment als càlculs.

(d) Dos segons abans d'arribar al terra son $5,418 - 2 = 3,418\,s$ des del començament, llavors

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cos\alpha)^2 + (v_0 \sin\alpha - gt)^2} \\ &= \sqrt{10^2 + \left(10\sqrt{3} - 9,8 \cdot 3,418\right)^2} = 19,02\,m/s \end{aligned}$$

(e) A partir de les equacions

$$\begin{cases} x = 10t \\ y = 50 + 10\sqrt{3}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

aïllant el temps de la primera

$$t = \frac{x}{10}$$

i substituint en la segona

$$y = 50 + \cancel{10} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{\cancel{10}} - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{10}\right)^2$$

que es pot escriure com

$$y = 50 + \sqrt{3}x - \frac{gx^2}{200}$$