

### Exercici 60

a) Segon l'enunciat, és

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

Ens demanen  $B(0)$ , llavors

$$B(0) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{R^3} = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2 \cdot 0,05} = 1,26 \cdot 10^{-4} T$$

b) Segons la regla de la mà dreta, el sentit que hauria de tenir, vist des de la dreta, ha de ser antihorari. Com la perspectiva del dibuix situa l'espira en un pla perpendicular al paper, és difícil respondre la pregunta sense ambigüitats.

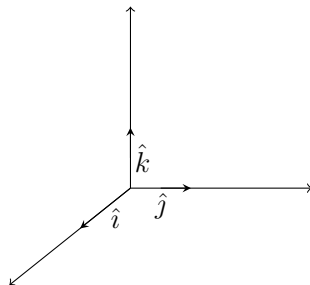
---

### Exercici 61

a) La força magnètica que actua sobre una càrrega  $q$  que es mou amb velocitat  $\vec{v}$  es calcula amb la llei de Lorentz

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

en l'exercici podem assignar caràcter vectorial a la velocitat de les càrregues i al camp magnètic present de forma senzilla considerant un sistema de coordenades cartesià amb



llavors

$$\begin{aligned}\vec{F} &= q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (3,00 \cdot 10^5 \hat{j}) \times (0,42(-\hat{k})) \\ &= -(1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,00 \cdot 10^5 \cdot 0,42) \cdot \hat{j} \times \hat{k} \\ &= -2,02 \cdot 10^{-14} \hat{i} \text{ N}\end{aligned}$$

és a dir que la força magnètica és perpendicular al paper i dirigida cap a dintre.

**b)** Recordem de la teoria (no repetirem el procés en tots els exercicis) que vam raonar el següent:

Si escrivim la segona llei de Newton

$$F = ma$$

El mòdul de la força es pot calcular a partir de la llei de Lorentz

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

que en mòdul s'escriu

$$F = |q|vB \sin \alpha$$

i finalment

$$F = qvB$$

ja que  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$  són perpendiculars.

Llavors

$$F = ma \longrightarrow qvb = ma$$

d'on

$$qvb = m \frac{v^2}{r}$$

i

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Ara, escrivim el darrer resultat per cada massa i tenim,

$$r_A = \frac{m_A v}{qB}$$

$$r_B = \frac{m_B v}{qB}$$

i dividint les equacions

$$\frac{r_A}{r_B} = \frac{\frac{m_A v}{qB}}{\frac{m_B v}{qB}} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{2m_B}{m_B} = 2$$

---

## Exercici 62

a) Tenim que

$$\begin{aligned}\vec{F} &= q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \\ &= 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot (2,00 \cdot 10^6 \hat{i}) \times (0,500 \hat{j}) \\ &= 1,60 \cdot 10^{-13} \cdot (\hat{i} \times \hat{j}) \\ &= 1,60 \cdot 10^{-13} \hat{k} \text{ N}\end{aligned}$$

b) El radi el podem calcular segons

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 2,00 \cdot 10^6}{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 0,500} = 4,17 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 4,175 \text{ cm}$$

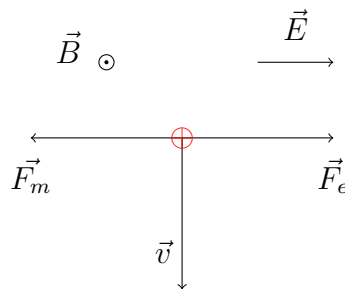
A la llum del resultat, les partícules no arribarien a les persones assegudes a l'aula, a no ser que aquestes es trobessin “enganxades” a la pared.

### Exercici 63

a) Al selector de velocitats, la condició per les partícules que el travessen sense desviar-se és que la força magnètica sigui igual en mòdul a la elèctrica (i de sentit oposat), llavors

$$F_e = F_m \rightarrow qE = qvB \rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{20,0}{2,50 \cdot 10^{-3}} = 8,0 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

De la representació amb els vectors, (les direccions i sentits venen imposats per l'enunciat), es dedueix que la càrrega ha de ser positiva per tal que no es desvii.



b) Fem servir la relació

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{3 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 8,0 \cdot 10^3}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 2,50 \cdot 10^{-3}} = 1,00 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

llavors, la distància  $d$  on impacten els ions de triti

$$d = 2r = 2,004 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

---

### Exercici 64

a) Considerant l'orientació del eixos coordenats que es presenta a l'exercici podem escriure,

$$\vec{B} = 0,040 (-\hat{k}) \text{ T}$$

$$\vec{E} = 250 (-\hat{j}) \text{ V/m}$$

Llavors, la força magnètica serà

$$\begin{aligned}\vec{F} &= q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \\ &= -1.6 \cdot 10^{-19} \cdot v (\hat{i}) \times 0,040 (-\hat{k}) \\ &= 6,4 \cdot 10^{-21} v (\hat{i} \times \hat{k}) \\ &= 6,4 \cdot 10^{-21} v (-\hat{j})\end{aligned}$$

és a dir, segons l'esquema de l'exercici, la força magnètica és perpendicular al paper i sortint d'ell.

Per la seva banda, la força elèctrica val

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = -1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 250 (-\hat{j}) = 4 \cdot 10^{-17} \hat{j}$$

és dir perpendicular al paper i entrant en ell. A l'esquema que proposa l'exercici es poden dibuixar aquestes dues forces en perspectiva.

Al selector de velocitats, la condició per les partícules que el travessen sense desviar-se és que la força magnètica sigui igual en mòdul a la elèctrica (i de sentit oposat), llavors

$$F_e = F_m \rightarrow qE = qvB \rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{250}{0,040} = 6,25 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

**b)** Acceptant que la velocitat de l'electró és ara  $\vec{v} = 1,25 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ , quan l'electró queda sotmès al camp magnètic exclusivament, llavors descriurà un moviment circular de radi

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,25 \cdot 10^4}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,040} = 1,78 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

En quant a la freqüència de rotació  $f$ ,

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{v}{R} = \frac{1}{2\pi} \frac{qB}{m} = \frac{1}{2\pi} \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,040}{9,11 \cdot 10^{-31}} = 1,15 \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

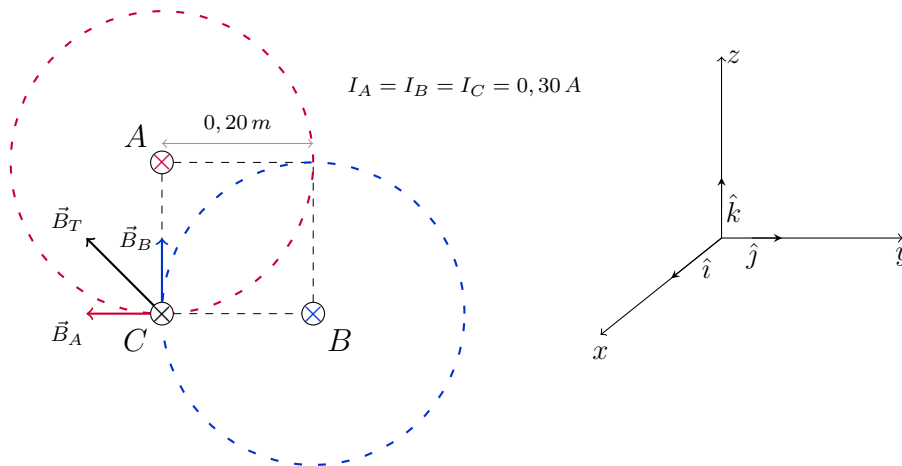
El pla de gir és el perpendicular al camp  $\vec{B} = 0,040(-\hat{k})$ , format pels vectors  $\hat{i}$  i  $\hat{j}$ , o dit d'una altra manera, el format per els eixos  $OX$  i  $OY$  del sistema de coordenades.

El sentit de gir és difícil d'especificar, però podem dir que és en sentit horari, vist des "de dalt".

### Exercici 65

La regla de la ma dreta estableix, en aquest cas en el que les intensitats entren al paper, que el camp magnètic "circuli" en sentit horari.

a)



El camp magnètic total es pot calcular a partir de

$$\vec{B}_B = B_B \hat{k}$$

amb

$$B_B = \frac{\mu_0 I_B}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,3}{2\pi \cdot 0,20} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

per una altra banda

$$\vec{B}_A = B_A (-\hat{j})$$

amb

$$B_A = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,3}{2\pi \cdot 0,20} = 3 \cdot 10^{-7} T$$

llavors,

$$\vec{B}_T = \vec{B}_B + \vec{B}_A$$

$$= 3 \cdot 10^{-7} \hat{k} + 3 \cdot 10^{-7} (-\hat{j})$$

$$= 3 \cdot 10^{-7} (\hat{k} - \hat{j}) T$$

i, finalment, el mòdul del camp total en  $C$  (excloent el que crea el fil de corrent que passa precisament per aquest punt), val

$$|\vec{B}_T| = 3 \cdot 10^{-7} \sqrt{(0)^2 + (-1)^2 + 1^2}$$

$$= 3 \cdot 10^{-7} \sqrt{2} T$$

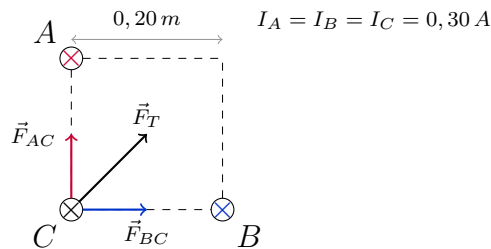
$$= 4,24 \cdot 10^{-7} T$$

**b)** La força que pateix un fil conductor pel qual passa un corrent  $I$ , de longitud (orientada)  $\vec{l}$ , en el sí d'un camp magnètic  $\vec{B}$  es pot calcular com

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

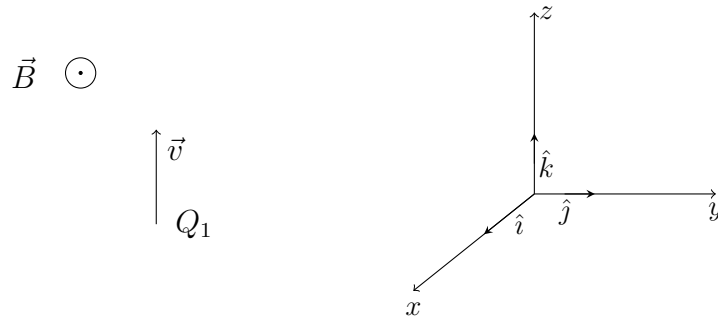
Llavors, la força total sobre  $2,00 m$  de fil  $C$  serà

$$\begin{aligned} \vec{F}_{AC} &= I_C \cdot \vec{l}_C \times \vec{B}_T \\ &= 0,30 \cdot 2,0 (-\hat{i}) \times 4,24 \cdot 10^{-7} (-\hat{j}) \\ &= 2,55 \cdot 10^{-7} \hat{k} N \end{aligned}$$



### Exercici 66

a) Considerem la següent situació i situem a l'esquema uns eixos coordenats



Es veu que amb  $\vec{B} = B \hat{i}$  i  $\vec{v} = v \hat{k}$ , si  $Q_1$  fos positiva, la força seria

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = qvB(\hat{k} \times \hat{i}) = qvB \hat{j}$$

la càrrega s'hauria de desviar cap a la dreta i descriure un moviment circular en sentit horari. Com es veu a l'enunciat que el moviment que descriu és antihorari, podem concloure que és  $Q_1 < 0$ . El mateix argument fa veure automàticament que és  $Q_2 > 0$ . De l'expressió de la llei de Lorentz tenim

$$F = qvB \rightarrow v = \frac{F}{qB} = \frac{1,01 \cdot 10^{-12}}{3,20 \cdot 10^{-19} \cdot 4,50 \cdot 10^{-1}} = 7,014 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

o, si atenem al nombre de xifres significatives,  $v = 7,01 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

b) En altres exercicis s'ha establert el raonament que du a concloure que

$$R = \frac{mv}{qB}$$

de forma que el radi per  $Q_1$  és

$$R_1 = \frac{m_1 v}{qB} = \frac{5,32 \cdot 10^{-26} \cdot 7,01 \cdot 10^6}{3,20 \cdot 10^{-19} \cdot 0,450} = 2,56 \text{ m}$$

Ara, el radi per  $Q_2$  val

$$R_2 = \frac{m_2 v}{qB} = \frac{1,73 \cdot 10^{-25} \cdot 7,01 \cdot 10^6}{3,20 \cdot 10^{-19} \cdot 0,450} = 8,43 \text{ m}$$



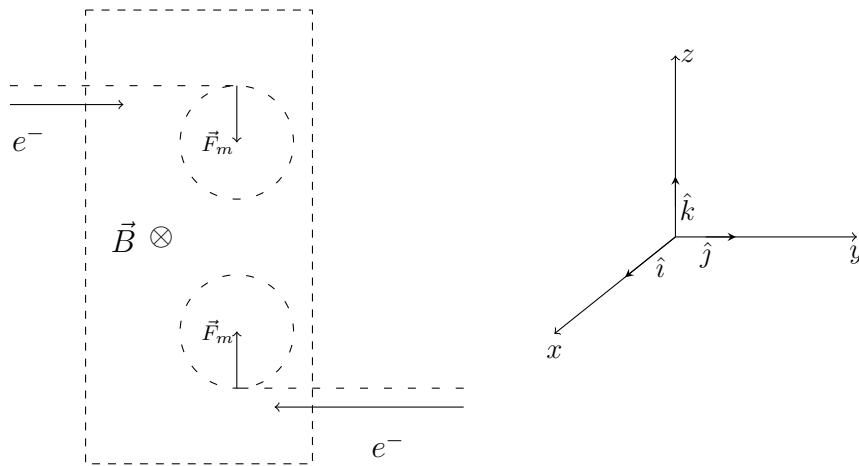
i la freqüència

$$f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{v}{R_2} = \frac{1}{2\pi} \frac{7,01 \cdot 10^6}{8,43} = 1,32 \cdot 10^5 \text{ Hz}$$


---

### Exercici 67

a)



Per claredat hem “retrasat” la curvatura de la trajectòria dels electrons al entrar a la regió on és el camp magnètic i hem representat els punts d’entrada a diferents alçades.

Per l’electró que entra per l’esquerra és

$$\vec{v} = v \cdot \hat{j}, \quad \vec{B} = B \cdot (-\hat{i})$$

Per tant, de la llei de Lorentz

$$\vec{F}_m = -|q_{e^-}| \vec{v} \times \vec{B} = -|q_{e^-}| v B \cdot \hat{j} \times (-\hat{i}) = -|q_{e^-}| v B \cdot \hat{k} = q_{e^-} v B \cdot (-\hat{k})$$

Per l’electró que entra per la dreta és

$$\vec{v} = v \cdot (-\hat{j}), \quad \vec{B} = B \cdot (-\hat{i})$$

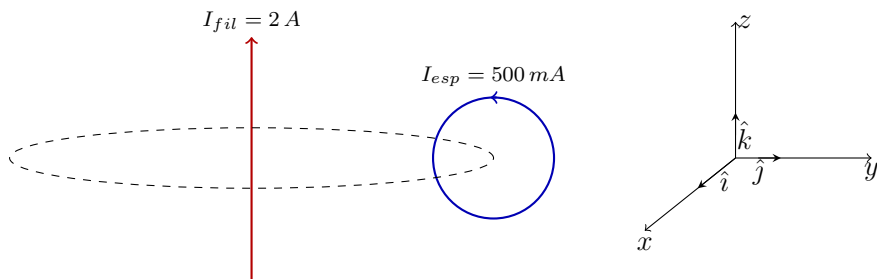
Una vegada més, de la llei de Lorentz

$$\vec{F}_m = -|q_e| \vec{v} \times \vec{B} = -|q_e| v B \cdot (-\hat{j}) \times (-\hat{i}) = -|q_e| v B \cdot (-\hat{k}) = |q_e| v B \hat{k}$$

Els dos electrons giren en sentit horari.

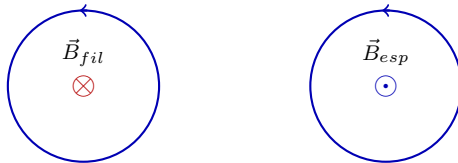
b) Per tal que els electrons no es desviïn el camp magnètic ha de ser paral·lel a la direcció del electrons, ja que llavors els dos productes  $\vec{v} \times \vec{B}$  valen zero, ja que el producte vectorial de dos vectors paral·lels és zero.

### Exercici 68



a) Llavors al centre de l'espira tenim dos camps magnètics, el produït per el fil (els detalls es poden revisar als apunt de teoria), i el produït per la mateixa espira, amb

$$\vec{B}_{fil} = B_{fil}(-\hat{i}) \quad \vec{B}_{esp} = B_{esp}(\hat{i})$$



b) El valor del camp total al centre de l'espira és la suma vectorial dels creats per el fil i la mateixa espira

$$\begin{aligned}
 \vec{B}_T &= B_{fil}(-\hat{i}) + B_{esp}(\hat{i}) \\
 &= \frac{\mu_0 I_{fil}}{2\pi r}(-\hat{i}) + \frac{\mu_0 I_{esp}}{2R}(\hat{i}) \\
 &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 5,0 \cdot 10^{-2}}(-\hat{i}) + \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 500 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-2}}(\hat{i}) \\
 &= -2 \cdot 10^{-6}(\hat{i}) + 10 \cdot 10^{-6}(\hat{i}) \\
 &= 8 \cdot 10^{-6}(\hat{i})
 \end{aligned}$$

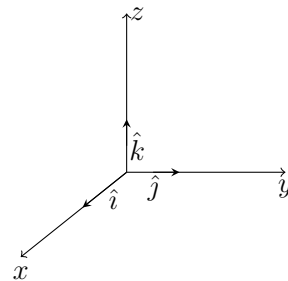
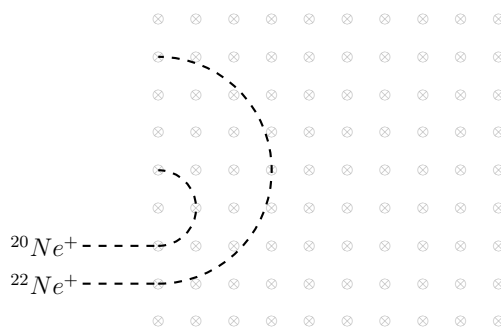
Si volem que el camp magnètic al centre de l'espira sigui nul, podem considerar els mòduls dels camps creats per el fil i l'espira ja que com hem vist, tenen la mateixa direcció i sentit contrari

$$B_{fil} = B_{esp} \rightarrow \frac{\cancel{\mu_0} I_{fil}}{\cancel{2}\pi r} = \frac{\cancel{\mu_0} I_{esp}}{\cancel{2}R} \rightarrow I_{esp} = \frac{I_{fil}R}{\pi r} = \frac{2 \cdot 1 \cdot \cancel{10^{-2}}}{\pi \cdot 5 \cdot \cancel{10^{-2}}} = 0,127 A$$

Si volem ser rigorosos amb les xifres significatives, hauríem de donar com a resultat  $I_{esp} = 0,1 A$

## Exercici 69

a)



La trajectòria que segueixen els ions és circular ja que, per una banda és

$$\vec{v} = v\hat{j} \quad \vec{B} = B(-\hat{i})$$

i la força magnètica que produeix el camp val

$$\begin{aligned}\vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ &= q(v\hat{j}) \times (B(-\hat{i})) \\ &= -qvB(\hat{j} \times \hat{i}) \\ &= -qvB(-\hat{k}) \\ &= qvB\hat{k}\end{aligned}$$

és a dir, els desvia cap a dalt i els fa seguir una trajectòria circular en sentit antihorari.

El camp magnètic no fa treball, ja que per construcció, la força magnètica és perpendicular a la velocitat de les càrregues i ja el curs passat vam veure que quan força i direcció són perpendiculars, el treball val zero

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos \alpha$$

**b)** Com hem vist en altres exercicis, el radi de la circumferència que descriuen les càrregues es calcula com

$$R = \frac{mv}{qB}$$

llavors, la distància a la que impacta cada ió serà  $2R$ , amb

$$R(^{20}\text{Ne}^+) = \frac{m_{^{20}\text{Ne}^+} \cdot v}{qB} = \frac{20 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 1,00 \cdot 10^5}{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 0,23} = 0,090 \text{ m}$$

$$d = 2 \cdot 0,090 = 0,18 \text{ m}$$

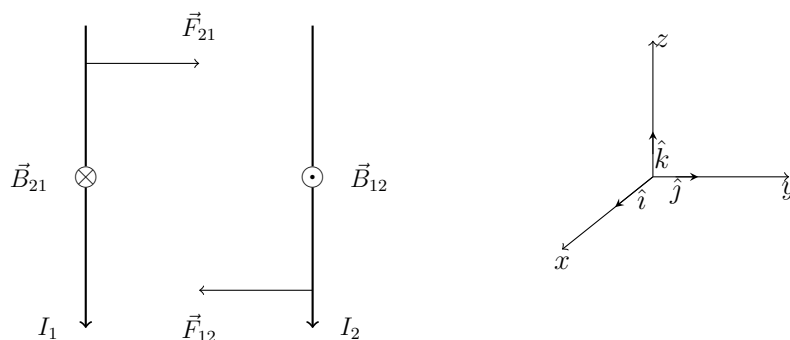
i

$$R(^{22}\text{Ne}^+) = \frac{m_{^{22}\text{Ne}^+} \cdot v}{qB} = \frac{22 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 1,00 \cdot 10^5}{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 0,23} = 0,099 \text{ m}$$

$$d = 2 \cdot 0,198 = \text{m}$$

## Exercici 70

a)



La força que pateix un fil conductor de longitud  $\vec{l}$  (orientat), pel qual passa una intensitat  $I$ , en el sí d'un camp magnètic  $\vec{B}$  es calcula com

$$\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$$

per controlar l'orientació de fil, podem assignar el caràcter vectorial a la intensitat si convé, llavors

$$\vec{F} = l \vec{I} \times \vec{B}$$

com en el cas del primer fil tenim,

$$\vec{I}_1 = I_1(-\hat{k}) \quad \vec{B}_{21} = B_{21}(-\hat{i})$$

llavors, la força que sentirà serà

$$\vec{F}_{21} = l \vec{I}_1 \times \vec{B}_{21} = l \cdot I_1 B_{21}(-\hat{k}) \times (-\hat{i}) = l \cdot I_1 B_{21} \hat{j}$$

En el cas del segon fil

$$\vec{I}_2 = I_2(-\hat{k}) \quad \vec{B}_{12} = B_{12}(\hat{i})$$

llavors, la força que sentirà serà

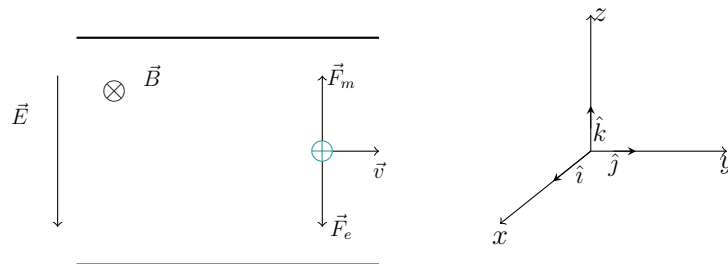
$$\vec{F}_{12} = l \vec{I}_2 \times \vec{B}_{12} = l \cdot I_2 B_{12}(-\hat{k}) \times (\hat{i}) = l \cdot I_2 B_{12}(-\hat{j})$$

b) Tenim

$$F = lIB = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,66 \cdot 10^{-6} \cdot 1,1 \cdot 10^{-10} = 1,45 \cdot 10^{-18} \text{ N}$$

### Exercici 71

a)



La força elèctrica és  $\vec{F} = q\vec{E}$ , mentre que la magnètica és

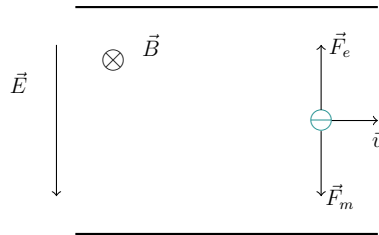
$$\begin{aligned} \vec{F}_m &= q \vec{v} \times \vec{B} \\ &= q v(\hat{j}) \times B(-\hat{i}) \\ &= -q v B \hat{j} \times \hat{i} \\ &= -q v B(-\hat{k}) \\ &= q v B \hat{k} \end{aligned}$$

Aquelles partícules per les quals es satisfà

$$|\vec{F}_e| = |\vec{F}_m| \rightarrow qE = qvB \rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{500}{0,50} = 1000 \text{ m/s}$$

no es desvien de la seva trajectòria.

**b)** En el cas que fossin ions negatius l'esquema és semblant, amb els sentits de les forces elèctrica i magnètica canviats. L'anàlisi sobre les partícules no desviades és el mateix.

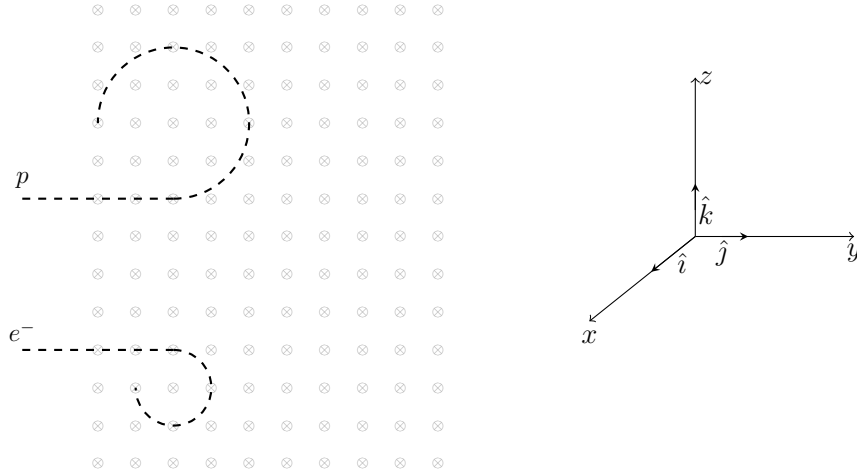


ja que ara és  $\vec{F} = q\vec{E} = -|q|\vec{E}$ , i en quant als efectes del camp magnètic

$$\begin{aligned}\vec{F}_m &= q \vec{v} \times \vec{B} \\ &= -|q| v(\hat{j}) \times B(-\hat{i}) \\ &= |q| v B \hat{j} \times \hat{i} \\ &= q v B (-\hat{k})\end{aligned}$$

## Exercici 72

a)



S'ha endarrerit l'efecte del camp magnètic sobre la trajectòria de les partícules per tal que es vegi amb més claredat. El radi de la circumferència que descriu el protó és més gran que el de l'electró ja que té més massa.

En quant a la força que sent el protó,

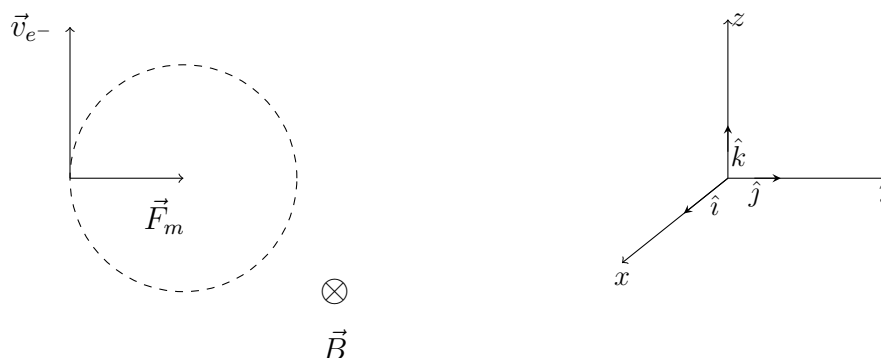
$$\vec{F}_p = q_p \vec{v} \times \vec{B} = q_p v(\hat{j}) \times B(-\hat{i}) = q_p vB \hat{k}$$

per l'electró

$$\vec{F}_e = q_e \vec{v} \times \vec{B} = -q_p \vec{v} \times \vec{B} = -q_p v(\hat{j}) \times B(-\hat{i}) = q_p vB (-\hat{k})$$



### Exercici 73



1) A partir dels eixos definits podem escriure

$$\begin{aligned}
 \vec{F}_m &= q_{e-} \cdot v_{e-} (\hat{k}) \times B (-\hat{i}) \\
 &= -|q_{e-}| v_{e-} (\hat{k}) \times B (-\hat{i}) \\
 &= |q_{e-}| v_{e-} (\hat{k}) \times B (\hat{i}) \\
 &= |q_{e-}| v_{e-} B (\hat{j})
 \end{aligned}$$

Es veu que associant al camp magnètic la direcció i sentit definits per el vector  $-\hat{i}$ , les condicions de l'enunciat se satisfan. (Opció correcta la **c**)

2) Segons la regla de la mà dreta, una càrrega *positiva*, girant en sentit horari en el pla del paper crearia un camp magnètic perpendicular al paper i *entrant* en ell. Com en el nostre cas és un electró, el sentit del camp és contrari i per tant, surt del paper. (Opció correcta la **a**).

### Exercici 74

a) De la gràfica podem fer servir els punts de coordenades  $(2400, 0)$  i  $(2388, 2)$ . Llavors, suposant que l'equació de la recta és

$$F = aI + b$$

podem escriure el sistema d'equacions

$$\begin{cases} 2400 = a \cdot 0 + b \\ 2388 = a \cdot 2 + b \end{cases}$$

d'on

$$b = 2400; \quad a = \frac{2388 - b}{2} = \frac{2388 - 2400}{2} = -6$$

Llavors, la relació entre intensitat i força és

$$F = -6I + 2400$$

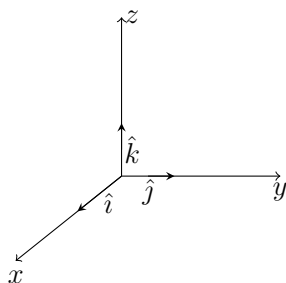
Ara, podem calcular

$$F(2) = 2388$$

i

$$F(2,5) = -6 \cdot 2,5 + 2400 = 2385 \text{ N}$$

b) A partir de l'esquema de la balança i el sistema de coordenades



i sabent que la força magnètica sobre el fil va cap a dalt, podem escriure

$$\vec{B} = B \hat{j} \quad \vec{F} = F \hat{k}$$

i com de la llei de Lorentz sabem que

$$\vec{F} = q v \times B$$

ha de ser necessàriament  $\vec{I} = I \hat{i}$ .

Sabem que el mòdul de la força que pateix un fil de corrent en el sí d'un camp magnètic val

$$F = ILB \rightarrow B = \frac{F}{IL} = \frac{2385}{2,5 \cdot 6 \cdot 10^{-2}} = 15900 \, T$$