1 La mesura

1.1 Magnituds i unitats

A física és fonamental distingir entre magnitud i unitat. Per exemple, la longitud és una magnitud, que es pot mesurar en diferents unitats, metre, milles, longitud d'ona d'un laser determinat, etc. També cal distingir entre magnituds escalars i vectorials. Les primeres es poden descriure amb un nombre i una unitat, per exemple la temperatura. Per les segones, al tractar-se de vectors, necessitem donar, a part del valor numèric, la direcció, sentit i possiblement punt d'aplicació. Per exemple, la velocitat d'un cotxe és una magnitud vectorial. Les magnituds fonamentals són:

- longitud **L**
- temps **T**
- massa **M**
- intensitat de corrent **I**

Per representar aquestes magnituds farem servir el *sistema internacional* d'unitats també anomenat SI o MKS. En aquest sistema la unitat de longitud és el metre (m), la unitat de temps és el segon (s), la unitat de massa és el kilogram (kg) i la unitat de intensitat de corrent és l'Ampere (A). És evident que només amb aquestes magnituds, (longitud, temps, massa, intensitat de corrent), no podrem fer gaire cosa, és per això que tenim les anomenades *magnituds derivades* que són, juntament amb la unitat corresponent del SI:

- Freqüència, Hertz (Hz)
- Força, Newton (N)
- Energia, Joule (J)
- Potencia, Watt (W)
- Pressió, Pascal (Pa)
- Càrrega elèctrica, Coulomb (C)
- Potencial elèctric, Volt (V)
- Capacitat elèctrica, Farad (F)
- Resistència elèctrica, Ohm (Ω)
- Fluxe magnètic, Weber (Wb)
- Densitat de fluxe magnètic, Tesla (T)
- Inductància, Henry (H)

Com veiem, moltes magnituds derivades tenen nom propi, per exemple el *Newton* que correspón a la següent combinació d'unitats

$$1\ N = 1\ kg \cdot m/s^2$$

Tot i això, hi ha altres unitats que, malgrat no ser del sistema internacional, es fan servir molt sovint:

- Ångstrom, $1\,\text{Å} = 10^{-10}m$
- Fermi, $1\,fm = 10^{-15}m$
- barn, $1\,barn = 10^{-28}m^2$
- Unitat astronòmica, $1\,UA = 1,5 \cdot 10^{11}m$
- parsec, $1\,pc = 3 \cdot 10^{16}m$
- any llum, $1\,ly = 0,3066pc$
- erg, $1\,erg = 10^{-7}J$

1.2 Anàlisi dimensional

Aquí la paraula dimensió no té res a veure amb l'accepció habitual de dimensió d'un cert conjunt matemàtic (per exemple dimensió d'un espai vectorial). Quan parlem d'anàlisi dimensional ens referim a que en qualsevol expressió o fórmula que tinguem, les dimensions a banda i banda de l'equació han de ser les mateixes. Per dimensió, entendrem "com estan relacionades entre si les magnituds fonamentals". Per exemple, com la velocitat és calcula com espai dividit entre temps, dimensionalment escriurem:

$$[v] = \frac{L}{T}$$

de forma que l'expressió

$$v = et$$

no pot ser una fórmula correcta a física, donat que les dimensions a banda i banda de l'equació no són les mateixes (es comprova). L'anàlisi dimensional pot ser molt útil per recordar fórmules, o fins i tot per deduir-ne algunes. Un bon exercici és deduir la fórmula que relaciona el periode d'un pèndol (temps), amb la seva longitud i l'acceleració de la gravetat ($g = 9,8\frac{m}{s^2}$).

1.3 Incertesa i error

En prendre la mesura d'algun observable he de tenir-hi en compte dos aspectes: la fiabilitat i l'exactitud.

- La **fiabilitat** representa el fet que, mesurant en les mateixes condicions obtenim resultats semblants (no necessàriament propers amb el valor exacte del valor que mesurem).
- L'**exactitud** indica la proximitat dels resultats obtinguts al mesurar al valor real de la mesura.

Hi ha molts factors que influeixen en el valor que obtenim al mesurar una determinada quantitat. Factors aleatoris i incontrolables que afecten la mesura encara que l'experiment i els aparells estiguin molt ben dissenyats. La forma de reduïr aquesta influència és repetint la mesura tantes vegades com es pugui i fer servir mètodes estadístics per donar el resultat. D'aquesta manera, el resultat d'una mesura s'expressa com un **valor més probable** i una **incertesa**.

1.3.1 Incertesa en l'aparell

Els fabricants dels aparells ens han d'informar de les seves qualitats.

- La **sensibilitat**, **s** d'un instrument és pren com

$$s = \frac{\text{divisió més petita de l'instrument}}{2}$$

  i correspón al valor més petit que es pot apreciar.

- El **funcionament** intern de l'instrument de mesura en determina el comportament.

- La **cal·libració** afecta a la precisió de l'aparell de mesura.

- La capacitat de **resposta** de l'aparell reflexa la rapidesa i estabilitat de l'instrument de mesura.

1.3.2 Incertesa en els resultats

Com hem dit abans, la manera d'obtenir el valor més acurat d'una quantitat **q**, és fer tantes mesures $(q_1, q_2 \ldots q_n)$ com es pugui. Amb aquestes dades prendrem com a valor de la mesura

$$q = \langle q \rangle \pm \sigma$$

on q és la mitjana aritmètica de les mesures obtingudes

$$q = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_i}{N}$$

on N és el nombre total de dades. El símbol σ representa la **desviació estàndard** del conjunt obtingut de mesures i es calcula com

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (q_i - \langle q \rangle)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} q_i^2}{N} - \langle q \rangle^2}$$

Nota 1.3.1 *La raó de donar aquest valor de la mesura com el millor, respón a la suposició que aquells factors externs que influeixen en la mesura dels que parlàvem, segueixen una distribució* ***normal****.*

Exemple
En un experiment, mesurem cinc vegades amb una balança digital la massa d'un objecte. Els resultats són: $m_1 = 2,25\,kg$; $m_2 = 2,27\,kg$; $m_3 = 2,33\,kg$; $m_4 = 2,28\,kg$; $m_5 = 2,35\,kg$. Calculeu el millor valor de la mesura.

Hem de calcular la mitjana aritmètica $\langle m \rangle$ i la desviació estàndard σ.

$$\langle m \rangle = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} q_i}{N} = \frac{2,25 + 2,27 + 2,33 + 2.28 + 2,35}{5} = 2,296$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2,25^2 + 2,27^2 + 2,33^2 + 2,28^2 + 2,35^2}{5} - 2,296^2} = 0,0377$$

Llavors donarem com a resultat de la massa d'aquest objecte

$$m = 2,296 \pm 0,0377 \approx 2,30 \pm 0,04\,kg$$

1.3.3 Propagació de la incertesa en fer operacions

Al fer operacions amb nombres que en principi no són exactes s'ha de tenir en compte que aquesta incertesa es propaga als resultats i per tant, cal donar el nombre correcte de xifres significatives al final dels càlculs. Per exemple, no és el mateix partir d'un valor d'un temps mesurat $t_1 = 3,12\,s$ que $t_2 = 3,12000\,s$. El primer valor té tres *xifres significatives* mentre que el segon en té sis. Si hem de calcular t^3, el resultat en ambdós casos és $t^3 = 30,371328$ resultat que sembla molt precís tot i que no és cert. Haurem d'escriure $t_1^3 = 30,4$ i $t_2^3 = 30,3713$, arrodonint en cada cas si cal.