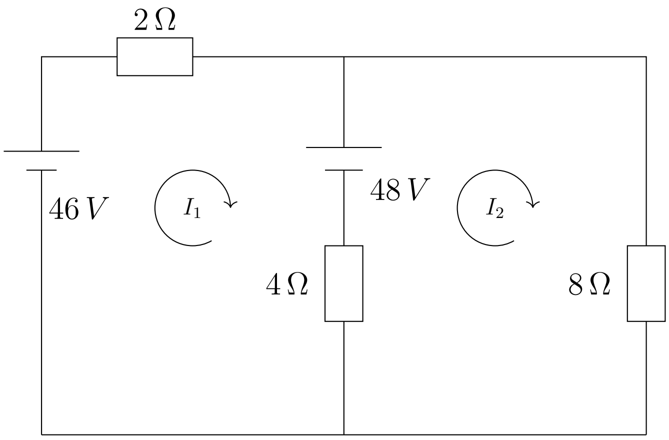
**1. a)** Com $R_3$ i $R_4$ es troben connectades en paral·lel, calculem directament

$$R_{3||4} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} = 8\,\Omega$$

Després d'aquest càlcul podem representar el circuit segons




on hem establert unes intensitats de malla que ens permeten escriure les equacions

$$\begin{cases} 46 - 48 = I_2 \cdot 2 + (I_1 - I_2) \cdot 4 \\ 48 = I_2 \cdot 8 + (I_2 - I_1) \cdot 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2 = 6I_1 - 4I_2 \\ 48 = -4I_1 + 12I_2 \end{cases}$$

multiplicant la primer equació per 3 i sumant-les obtenim

$$42 = 14I_1 \rightarrow I_1 = \frac{42}{14} = 3\,A$$

i fent servir ara la segona

$$I_2 = \frac{48 - 4I_1}{12} = \frac{48 - 4 \cdot 3}{12} = 5\,A$$

**b)** La intensitat que travessa la font $U_1$ és $I = I_1 = 3\,A$ i la que travessa la font $U_2$ és $I' = I_2 - I_1 = 5 - 3 = 2\,A$
**c)** La font $U_1$ subministra una potència

$$P_1 = U_1 I = 46 \cdot 3 = 138\,W$$

mentre que la font $U_2$ subministra una potència

$$P_2 = U_2 I' = 48 \cdot 2 = 96\,W$$

**d)** La tensió que cau en $R_4$ val $V_4 = I_2 R_4 = 5 \cdot 40 = 200\,V$

* * *

**2. a)** Les resistències $R_3$ i $R_2$ estan connectades en paral·lel, de forma que cau la mateixa tensió en elles. Aplicant la llei d'Ohm a $R_2$

$$V_{23} = I_2 R_2 \rightarrow R_2 = \frac{V_{23}}{I_2} = \frac{120}{4} = 30\,\Omega$$

**b)** Com $I_1 = 10\,A$ i $I_2 = 4\,A$ es dedueix que $I_3 = 6\,A$, llavors, aplicant la llei d'Ohm a $R_3$ tindrem

$$V_{23} = I_3 R_3 \rightarrow R_3 = \frac{V_{23}}{I_3} = \frac{120}{6} = 20\,\Omega$$

**c)** Per l'associació de resistències $R_1$, $R_2$ i $R_3$ circula el corrent $I_1$. Al mateix temps, està connectada en paral·lel a $R_4$ i per tant, sotmesa a la mateixa tensió $U = 200\,V$. Aplicant la llei d'Ohm

$$U = I_1(R_1 + R_2||R_3)$$

d'on

$$R_1 = \frac{U}{I_1} - R_2||R_3 = \frac{U}{I_1} - \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{200}{10} - \frac{30 \cdot 20}{30 + 20} = 20 - 12 = 8\,\Omega$$

**d)** La resistència equivalent del circuit és

$$R = R_4||\left(R_1 + R_2||R_3\right)$$

per una banda

$$R_1 + R_2||R_3 = 8 + 12 = 20\,\Omega$$

llavors

$$R = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20} = 6,67\,\Omega$$

aplicant la llei d'Ohm a tot el circuit

$$U = IR \rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{200}{6,67} = 30\,A$$

que és el corrent que entrega la font d'alimentació al circuit.
**e)** La potència subministrada per la font es pot calcular com

$$P = UI = 200 \cdot 30 = 6000\,W$$

**3. a)** La impedància del circuit val

$$Z = R + jX_L - jX_C = 10 + 8j - 10j = 10 - 2j$$

en forma polar

$$Z = \sqrt{10^2 + (-2)^2}_{\arctan \frac{-2}{10}} = 2\sqrt{26}_{-11,31^\circ}$$

**b)** Aplicant la llei d'Ohm

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{110}{10-2j} \cdot \frac{10+2j}{10+2j} = \frac{1100 + 220j}{102 + 2^2} = 10,577 + 2,115j$$

que es pot escriure com

$$I = \sqrt{10,577^2 + 2,115^2}_{\arctan \frac{2,115}{10,577}} = 10,786_{11,31^\circ}$$

**c)** La potència activa val

$$P = UI\cos\varphi = 110 \cdot 10,786 \cos 11,31^\circ = 1163,43\,W$$

i la reactiva

$$Q = UI\sin\varphi = 110 \cdot 10,786 \sin 11,31^\circ = 232,69\,VAR$$

**d)** La impedància del circuit, quan la freqüència és arbitrària valdria

$$Z = R + jL\omega - j\frac{1}{C\omega}$$

que és mínima quan

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \to \omega^2 = \frac{1}{LC} \to \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

* * *

**4. a)** La impedància equivalent del circuit és, simbòlicament

$$Z = R + X_1 || X_2 + X_3$$

que es calcula com

$$Z = 20 + \frac{30j \cdot 60j}{30j + 60j} - 40j = 20 + \frac{-1800}{90j} - 40j = 20 + 20j - 40j = 20 - 20j$$

**b)** Aplicant la llei d'Ohm

$$U = IZ$$

llavors

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{230}{20-20j} = \frac{23}{2-2j} \cdot \frac{2+2j}{2+2j} = \frac{46}{2^2+2^2} + \frac{46j}{2^2+2^2} = 5,75 + 5,75j$$

que es pot escriure com

$$I = \sqrt{5,75^2+5,75^2}_{\arctan\frac{5,75}{5,75}} = 5,75\sqrt{2}_{45^\circ}$$

**c)** La potència activa val

$$P = UI\cos\varphi = 230 \cdot 5,75\sqrt{2}\cos 45^\circ = 1322,5\,W$$

la potència reactiva val

$$Q = UI\sin\varphi = 230 \cdot 5,75\sqrt{2}\sin 45^\circ = 1322,5\,VAR$$

**d)** La potència aparent val

$$S = \sqrt{P^2+Q^2} = \sqrt{1322,5^2+1322,5^2} = 1870,3\,VA$$

i el factor de potència

$$\cos\varphi = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$$

* * *

**5.** En una connexió en estrella cada fase està connectada entre una línia i el neutre, de forma que el corrent de línia és el mateix que el que travessa la fase, per tant valdrà $15\,A$.

* * *

**6. a)** Pel corrent de línia $I_l$ tenim

$$I_l = \frac{U}{Z} = \frac{400}{10-10j} = \frac{40}{1-j} \cdot \frac{1+j}{1+j} = \frac{40}{2} + \frac{40j}{2} = 20 + 20j$$

que es pot escriure com

$$I = \sqrt{20^2+20^2}_{\arctan\frac{20}{20}} = 20\sqrt{2}_{45^\circ}$$

Com que les tres impedàncies valen el mateix les càrregues estan equilibrades. Suposant que la xarxa també està equilibrada i és simètrica, podem suposar que no es deriva corrent al neutre, és a dir $I_N = 0\,A$

**b)** La potència reactiva total val

$$Q = 3U_s I_f \sin\varphi = 3\frac{U_c}{\sqrt{3}} I_f \sin\varphi = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot 400 \cdot 20\sqrt{2} \sin 45^\circ = 13856,4\,VAR$$

**c)** La potència dissipada per cada resistència es pot calcular com

$$P = I_f^2 R = \left(20\sqrt{2}\right)^2 \cdot 10 = 8000\,W$$

* * *

**7. a)** Com que es vol que la potència útil generada sigui $P_{elec} = 600\,kW$ la que entrega el multiplicador al generador (li direm $P_{mg}$) ha de ser

$$P_{mg} = \frac{P_{elec}}{\eta_{gen}} = \frac{600 \cdot 10^3}{0,88} = 681,82 \cdot 10^3\,W$$

d'acord amb això, al multiplicador hi ha d'arribar una potència (provinent del vent) $P_{sub}$ igual a

$$P_{sub} = \frac{P_{mg}}{\eta_{mult}} = \frac{681,82}{0,67} = 1,0176 \cdot 10^6\,W$$

**b)** A partir de

$$P = \Gamma\omega$$

es veu que el parell màxim es donarà quan la velocitat angular sigui mínima, llavors, a l'entrada del multiplicador

$$\Gamma_e^{max} = \frac{P_{sub}}{\omega_{rot}^{min}} = \frac{1,0176 \cdot 10^6}{0,6807} = 1,5 \cdot 10^6\,Nm$$

on hem passat la velocitat angular al SI

$$13\,\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}} \cdot \frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} = 0,6807\,rad/s$$

a la sortida del multiplicador la velocitat angular mínima val

$$\omega_{gen}^{min} = \omega_{rot}^{min}\tau = 0,6807 \cdot 71 = 48,33\,rad/s$$

de forma que el parell màxim serà

$$\Gamma_e^{max} = \frac{P_{mg}}{\omega_{gen}^{min}} = \frac{681,82 \cdot 10^3}{48,33} = 14,1 \cdot 10^3\,Nm$$

**c)** La potència dissipada en el multiplicador val

$$P_{mult} = P_{sub} - P_{mg} = 1,0176 \cdot 10^6 - 681,82 \cdot 10^3 = 3,3578 \cdot 10^5\,W$$

i la dissipada en el generador

$$P_{gen} = P_{mg} - P_{elec} = 681,82 \cdot 10^3 - 600 \cdot 10^3 = 8,182 \cdot 10^4\,W$$

**8. a)** A la sortida de l'eix del motor tenim

$$P_{motor} = P_{elec} \cdot \eta_{mot} = 3,3 \cdot 10^3 \cdot 0,85 = 2805\,W$$

Per calcular el parell passem la velocitat de sortida $n_s$ al SI

$$26,5\,\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}} \cdot \frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} = 2,775\,rad/s$$

i amb l'ajut de la relació de transmissió calculem la velocitat d'entrada del reductor, que coincideix amb la de sortida del motor

$$\omega_{motor} = \omega_e = \frac{\omega_s}{\tau} = \frac{2,775}{1/54} = 149,85\,rad/s$$

ara, a partir de

$$P = \Gamma\omega$$

podem calcular

$$\Gamma_{motor} = \frac{P_{motor}}{\omega_e} = \frac{2805}{149,85} = 18,72\,Nm$$

**b)** A la sortida del reductor tenim, per la potència

$$P_{sortida} = P_{motor} \cdot \eta_{red} = 2805 \cdot 0,62 = 1739,1\,W$$

i en quant al parell

$$\Gamma_{sortida} = \frac{P_{sortida}}{\omega_s} = \frac{1739,1}{2,775} = 626,7\,Nm$$

**c)** És immediat calcular la potència dissipada en el conjunt motor-reductor com

$$P_{dissipada} = P_{elec} - P_{sortida} = 3,3 \cdot 10^3 - 1739,1 = 1560,9\,W$$

* * *

**9.** Calculem directament

$$n_s = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{4} = 750\,min^{-1}$$