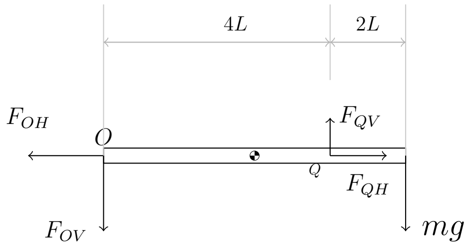
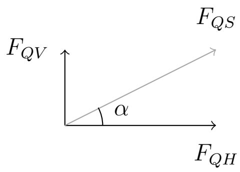
1. a) El diagrama de sòlid lliure es pot representar com



b) Per una banda tenim



amb

$$\tan\alpha = \frac{F_{QV}}{F_{QH}}$$

per una altra, les equacions d'equilibri a l'eix vertical, horitzontal i l'equació de moments (des de O) s'escriuen com

$$F_{QV} = F_{OV} + mg \qquad F_{OH} = F_{QH} \qquad F_{QV}\cdot 4\cancel{L} = mg\cdot 6\cancel{L}$$

d'on

$$F_{QV} = \frac{6mg}{4} = 1176\,N$$

i

$$F_{QH} = \frac{F_{QV}}{\tan\alpha} = \frac{1176}{\tan 30°} = 2037\,N$$

llavors

$$F_{QS} = \sqrt{F_{QH}^2 + F_{QV}^2} = \sqrt{2037^2 + 1176^2} = 2352\,N$$

c) És immediat trobar

$$F_{OH} = F_{QH} = 2037\,N$$

i

$$F_{OV} = F_{QV} - mg = 1176 - 80\cdot 9,8 = 392\,N$$

2. En règim elàstic podem fer servir

$$\sigma = E\varepsilon$$

llavors, calculant el pendent m, de la recta de la gràfica tenim

$$m = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{200}{0,002} = 100\,GPa$$

podem prendre com a solució l'opció $b)$ $110\,GPa$, en qualsevol cas és difícil apreciar valors més exactes a la gràfica.

* * *

3. Calculem la deformació unitària

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{10}{10 \cdot 10^3} =$$

i l'esforç

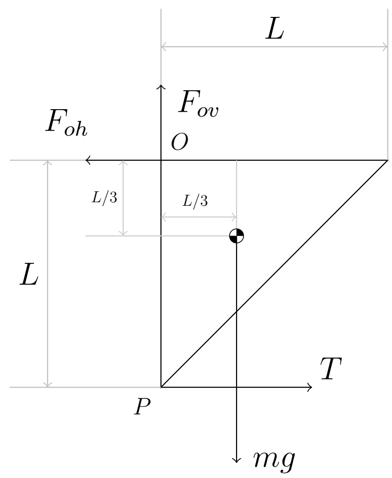
$$\sigma = E\varepsilon = 207 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 207 \cdot 10^6\,Pa = 207\,MPa$$

finalment

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow F = \sigma A = 207 \cdot 10^6 \cdot 1000 = 2,07 \cdot 10^5\,N$$

* * *

4. a) El diagrama de sòlid lliure es pot representar com



b) Calculem la massa directament a partir de la densitat i el volum

$$m = \rho V = \rho \cdot \frac{L \cdot L}{2} \cdot e =$$

c) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal, vertical i l'equació de moments (des del punt O) són

$$F_{oh} = T \qquad F_{ov} = mg \qquad mg\frac{\cancel{L}}{3} = T\cancel{L}$$

d'on

$$T = \frac{mg}{3} = \frac{80 \cdot 9,8}{3} = \qquad F_{ov} = mg = 80 \cdot 9,8 = \qquad F_{oh} = T =$$

* * *

5. Calculem directament a partir de la definició de densitat

$$m = \rho V = \rho L \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 2700 \cdot 1,3 \cdot \pi \cdot \left(\frac{0,14}{2}\right)^2$$

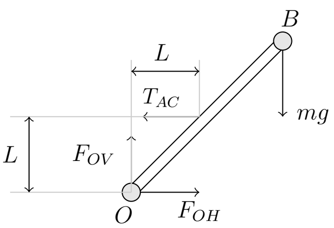
* * *

6. Si volem que les deformacions no siguin permanents l'esforç ha de ser com a molt igual al límit elàstic, llavors

$$\sigma = \frac{F}{A} \to \sigma = \frac{F}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} \to d = 2\sqrt{\frac{F}{\pi\sigma}} = 2\sqrt{\frac{80 \cdot 10^3}{\pi \cdot 350 \cdot 10^6}}$$

* * *

7. a) El diagrama de sòlid lliure de la barra OB es pot representar com



b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal, vertical i l'equació de moments (des del punt O) són

$$F_{OH} = T_{AC} \qquad F_{OV} = mg \qquad T_{AC}\cancel{L} = mg2\cancel{L}$$

d'on

$$T_{AC} = 2mg = 2 \cdot 200 \cdot 9,8 = 3920\, N$$

c) És immediat calcular

$$F_{OV} = mg = 200 \cdot 9,8 = 1960\, N \qquad F_{OH} = T_{AC} = 3920\, N$$

d) A partir de la definició d'esforç

$$\sigma = \frac{T_{AC}}{A} = \frac{T_{AC}}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{3920}{\pi \cdot \frac{3^2}{4}} = 554,57\, MPa$$

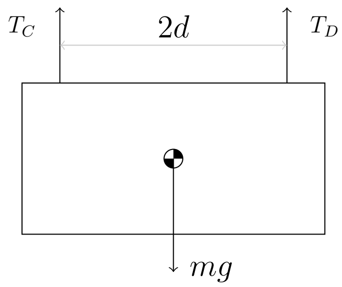
* * *

8. A l'assaig Charpy la resiliència es calcula com

$$K = \frac{E}{A} = \frac{mg\Delta h}{A} = \frac{20,4 \cdot 9,8 \cdot (0,9 - 0,350)}{80} = 1,374\, J/mm^2$$

* * *

9. a) Podem calcular les tensions amb



escrivim una equació d'equilibri a l'eix vertical

$$T_C + T_D = mg$$

i una de moments (des del punt de subjecció del cable C amb el cartell)

$$mg\cancel{d} = T_D \cdot 2\cancel{d}$$

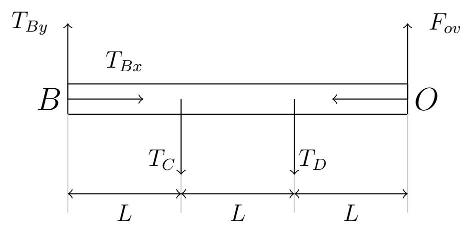
d'on

$$T_D = \frac{mg}{2} = \frac{12 \cdot 9,8}{2} = 58,8\, N$$

i

$$T_C = mg - T_D = 12 \cdot 9,8 - 58,8 = 58,8\, N$$

b) El diagrama de sòlid lliure per la barra BO es pot representar com



c) De l'esquema de l'enunciat és immediat veure que

$$\tan\varphi = \frac{\cancel{L}}{3\cancel{L}} \rightarrow \varphi = \arctan\frac{1}{3} = 18,435°$$

d) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal, vertical i l'equació de moments (des del punt B) són

$$T_{By} + F_{OV} = T_C + T_D \qquad T_{Bx} = F_{OH} \qquad T_C\cancel{L} + T_D\cancel{L} = F_{OV}\cdot 3\cancel{L}$$

d'on

$$F_{OV} = \frac{T_C + T_D}{3} = \frac{58,8+58,8}{3} = 39,2\,N$$
$$T_{By} = T_C + T_D - F_{OV} = 58,8+58,8-39,2 = 78,4\,N$$

i tenint en compte que

$$\tan\varphi = \frac{T_{By}}{T_{Bx}}$$

podem calcular

$$T_{Bx} = \frac{T_{By}}{\tan\varphi} = \frac{78,4}{\tan 18,435°} = 235,2\,N$$

finalment, la tensió al cable AB es pot trobar com

$$T_{AB} = \sqrt{T_{Bx}^2 + T_{By}^2} = \sqrt{235,2^2 + 78,4^2} = 247,92\,N$$

e) De l'apartat anterior tenim

$$F_{OV} = 39,2\,N$$

i l'altre component de la reacció en el punt O es pot trobar com

$$F_{OH} = T_{Bx} = 235,2\,N$$

10. A partir de

$$\sigma = E\varepsilon \to \frac{F}{A} = E\varepsilon$$

trobem

$$\varepsilon = \frac{F}{EA} = \frac{F}{E\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{1500}{207\cdot 10^9\cdot\pi\left(\frac{3}{2}\cdot 10^{-3}\right)^2} = 1,025\cdot 10^{-3} = 0,1025\,\%$$

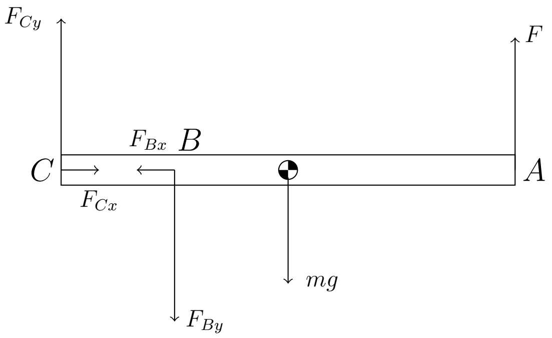
* * *

11. Calculem directament

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{8,1\cdot 10^3}{\pi\left(\frac{5}{2}\right)^2} = 412,53\,MPa$$

* * *

12. El diagrama de sòlid lliure es pot representar com



Noteu el detall que les components horitzontals de les forces als punts C i B s'han d'equilibrar entre elles, i per tant això obliga a que les components verticals tinguin també sentit contrari (hem representat F_{cy} amb el mateix sentit que F de forma arbitrària) ja que F_C i F_D (no representades) han de ser paral·leles. En el diagrama es verifica

$$\tan\varphi = \frac{F_{Cy}}{F_{Cx}} = \frac{F_{By}}{F_{Bx}} \tag{1}$$

b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal, vertical i l'equació de moments (des del punt C) són

$$F_{Cy} + F = F_{By} + mg \qquad F_{Bx} = F_{Cx} \qquad \frac{1}{2}F_{By} + mg = 2F$$

Fent servir $F_{Bx} = F_{Cx}$ en (1) deduim que

$$F_{Cy} = F_{By}$$

i podem reescriure l'equació d'equilibri a l'eix vertical com

$$\cancel{F_{By}} + F = \cancel{F_{By}} + mg$$

d'on

$$F = mg = 30 \cdot 9,8 = 294\,N$$

el resultat no depèn de l'angle φ.

c) Ara, de l'equació de moments

$$\frac{1}{2}F_{By} + mg = 2F \to F_{By} = 2(2F - mg) = 2(2mg - mg) = 2mg = 588\,N$$

que tampoc depèn de l'angle. Per una altra banda,

$$F_{Bx} = \frac{F_{By}}{\tan\varphi} = \frac{588}{\tan 60^\circ} = 339,5\,N$$

de forma que

$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{339,5^2 + 588^2} = 678,96\,N$$

De manera semblant

$$F_{Cx} = F_{Bx} = 339,5\,N$$

i

$$F_{Cy} = F_{By} = 588\,N$$

finalment

$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{339,5^2 + 588^2} = 678,96\,N$$

d) La força F_C en funció de l'angle φ es pot escriure com

$$\begin{aligned} F_C &= \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{F_{Cx}^2 + (F_{Cx}\tan\varphi)^2} \\ &= \sqrt{F_{Cx}^2(1+\tan^2\varphi)} = F_{Cx}\sqrt{1+\tan^2\varphi} \end{aligned}$$

que és mínima pel valor mínim de l'angle $\varphi = 10^\circ$ de forma que aquesta força mínima valdrà

$$F_C = 339,5\sqrt{1+\tan^2 10^\circ} = 344,734\,N$$

* * *

13. A partir de la definició d'esforç i tenint en compte que la secció és circular de diàmetre $3\,mm$

$$\sigma = \frac{F}{A} \to F = \sigma A = \sigma \frac{\pi D^2}{4} = 800 \frac{\pi \cdot 3^2}{4} = 5655\,N$$

* * *

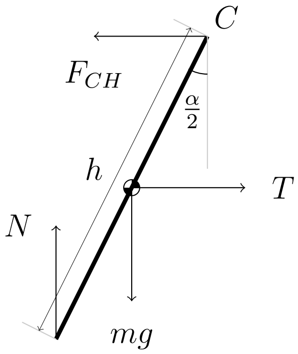
14. a) Per trobar la massa de cada tauler fem servir la definició de densitat

$$\rho = \frac{m}{V}$$

d'on

$$m = \rho V = \rho b h e = 530 \cdot 0,6 \cdot 0,9 \cdot 0,011 = 3,1482\,kg$$

Representem el diagrama de sòlid lliure per tal d'escriure les equacions que permeten resoldre el problema



Llavors, les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt C), són

$$F_{CH} = T \qquad N = mg \qquad N\cancel{h}\sin\frac{\alpha}{2} = 2T\frac{\cancel{h}}{2}\cos\frac{\alpha}{2} + mg\frac{\cancel{h}}{2}\sin\frac{\alpha}{2}$$

Noteu que el terme $2T$ es deu a que els taulers estan lligats per dos cables.

Calculem directament

$$N = mg = 3,1482 \cdot 9,8 = 30,85\,N$$

b) En quant a la tensió a cadascun dels cables, manipulacions algebraiques elementals ens porten a

$$T = \frac{mg}{2}\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{3,1482 \cdot 9,8}{2}\tan\frac{40°}{2} = 11,23\,N$$

c) Tenim

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{A} = \frac{11,23}{1,8} = 6,24\,MPa$$

15. Calculem directament

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{9,5 \cdot 10^3}{5^2} = 380\,MPa$$

16. Calculem directament

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{5,9 \cdot 10^3}{5^2} = 236\,MPa$$

17. Podem calcular immediatament

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi \frac{d^2}{4}}$$

d'on

$$d = 2\sqrt{\frac{F}{\pi\sigma}} = 2\sqrt{\frac{1400}{\pi \cdot 85}} = 4,58\,mm$$

18. De forma similar a exercicis anteriors

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow A = \frac{F}{\sigma} = \frac{45 \cdot 10}{67} = 6,716\,mm^2$$