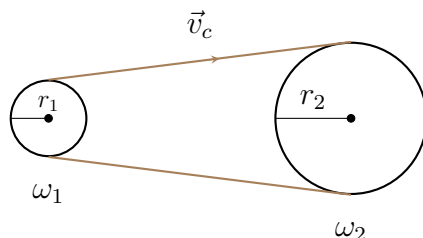


Pàg 317

Exercici 4. La situació ja és coneguda



La velocitat \vec{v}_c de la corretja serà la mateixa que la velocitat lineal de les politges v_1 , v_2 , suposant que la corretja no llisca sobre elles. Llavors

$$v_1 = v_2 \rightarrow \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

podem escriure el mateix resultat en funció dels diàmetres

$$\omega_1 d_1 = \omega_2 d_2$$

de forma que la velocitat angular de la politja conduïda serà

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 d_1}{d_2} = \frac{2000 \cdot 100}{350} = 571,43 \text{ min}^{-1}$$

que es pot escriure en el sistema internacional com

$$571,43 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 59,84 \text{ rad/s}$$

Noteu que no cal canviar d'unitats els valors dels diàmetres, ja que apareixen dividint-se. La potència a la politja motriu val $P_1 = \Gamma_1 \omega_1$ i a la conduïda $P_2 = \Gamma_2 \omega_2$, com suposem que el rendiment de la transmissió és 1, tindrem

$$P_1 = P_2$$

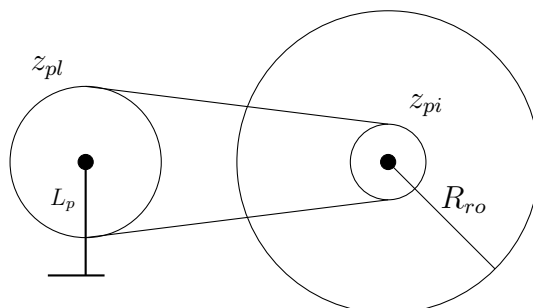
d'on

$$P_1 = \Gamma_2 \omega_2$$

i el parell a la politja conduïda serà

$$\Gamma_2 = \frac{P_1}{\omega_2} = \frac{1,5 \cdot 10^3}{59,84} = 25,07 \text{ Nm}$$

Exercici 6. Representem la transmissió amb el següent esquema



El parell que aplica el ciclista sobre el pedal val

$$\Gamma = F \cdot L_p = 200 \cdot 0,18 = 36 \text{ Nm}$$

La velocitat angular del plat ω_{pl} en unitats del sistema internacional val

$$\omega_{pl} = 80 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{8\pi}{3} \text{ rad/s}$$

i la potència que desenvolupa el ciclista

$$P = \Gamma_{pl} \omega_{pl} = 36 \cdot \frac{8\pi}{3} = 301,6 \text{ W}$$

La velocitat angular del pinyó (ω_{pi}) es pot calcular a partir de la del plat (ω_{pl}) i el nombre de dents (z_{pi} , z_{pl}) de cada un d'ells, així

$$\omega_{pi} z_{pi} = \omega_{pl} z_{pl}$$

d'on

$$\omega_{pi} = \frac{\omega_{pl} z_{pl}}{z_{pi}} = \frac{\frac{8\pi}{3} \cdot 54}{14} = \frac{72\pi}{7} \text{ rad/s}$$

Com la roda comparteix eix de gir amb el pinyó, té la mateixa velocitat angular que ell. La velocitat lineal d'un punt de la perifèria de la roda és llavors

$$v_{ro} = \omega_{ro} R_{ro} = \frac{72\pi}{7} \cdot 0,7 = 22,62 \text{ m/s}$$

que coincideix amb la velocitat amb que es mou la bicicleta.

Pàg 322

Exercici 12. Passem la velocitat angular del motor de la grua al sistema internacional

$$\omega_{grua} = 1850 \frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi rad}{1\cancel{rev}} \cdot \frac{1\cancel{min}}{60 s} = \frac{185\pi}{3} rad/s$$

La potència útil que proporciona la grua es pot calcular a partir de la consumida i el rendiment com

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} \rightarrow P_u = P_c \cdot \eta = 4 \cdot 735,5 \cdot 0,85 = 2500,7 W$$

aquesta és la potència del tambor i després de calcular la seva velocitat angular

$$\tau = \frac{1}{50} = \frac{\omega_{tambor}}{\omega_{grua}} \rightarrow \omega_{tambor} = \frac{\omega_{grua}}{50} = \frac{185\pi/3}{50} = \frac{37\pi}{30} rad/s$$

podem escriure

$$P = \Gamma \omega \rightarrow \Gamma = \frac{P}{\omega} = \frac{2500,7}{\frac{37\pi}{30}} = 645,4 NM$$

i com és

$$\Gamma = F \cdot r = mgr$$

la massa màxima que podrà elevar serà

$$m = \frac{\Gamma}{gr} = \frac{645,4}{9,8 \cdot 0,2} = 329,29 kg$$

on s'ha tingut en compte que el radi val

$$r = \frac{D}{2} = \frac{400 \cdot 10^{-3}}{2} = 200 \cdot 10^{-3} mm = 0,2 m$$

Exercici 13. Calculem primer la relació de transmissió

$$\frac{\omega_6}{\omega_1} = \tau = \frac{\prod z_{conductores}}{\prod z_{conduïdes}} = \frac{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5}{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6} = \frac{18 \cdot 20 \cdot 20}{36 \cdot 36 \cdot 36} = \frac{25}{162}$$

Passem la velocitat angular ω_1 al Sistema internacional

$$\omega_1 = 1500 \frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi rad}{1 \cancel{rev}} \cdot \frac{1 \cancel{min}}{60 s} = 50\pi rad/s$$

Llavors la velocitat angular a la roda 6 serà

$$\omega_6 = \tau \omega_1 = \frac{25}{162} \cdot 50\pi = \frac{625}{81} \pi rad/s$$

La potència útil a la roda 6 es pot calcular a partir de la consumida pel motor i el rendiment

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} \rightarrow P_u = P_c \cdot \eta = 2 \cdot 10^3 \cdot 0,9 = 1800 W$$

llavors, per calcular el parell

$$P = \Gamma \omega \rightarrow \Gamma = \frac{P}{\omega_6} = \frac{1800}{\frac{625}{81} \pi} = 74,256 Nm$$

* * *

Exercici 15. Calculem primer la relació de transmissió

$$\frac{\omega_4}{\omega_1} = \tau = \frac{\prod z_{conductores}}{\prod z_{conduïdes}} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4} = \frac{60 \cdot 50}{15 \cdot 25} = 8$$

Ara,

$$\omega_4 = \tau \omega_1 = 8 \cdot 750 = 6000 min^{-1}$$

en el Sistema internacional

$$\omega_1 = 6000 \frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi rad}{1 \cancel{rev}} \cdot \frac{1 \cancel{min}}{60 s} = 200\pi rad/s$$

Exercici 17. Calculem el parell motor a partir de les dades de la potència i la velocitat angular

$$P = \Gamma_1 \omega_1 \rightarrow \Gamma_1 = \frac{P}{\omega_1} = \frac{3 \cdot 735,5}{750 \cdot \frac{\pi}{30}} = 28,1 \text{ Nm}$$

on hem escrit directament els factors de conversió pels cavall de vapor i les revolucions per minut. Ara calculem primer la relació de transmissió

$$\frac{\Gamma_1}{\Gamma_{tambor}} = \tau = \frac{\prod \varnothing_{conductores}}{\prod \varnothing_{conduïdes}} = \frac{\varnothing_1 \cdot \varnothing_3 \cdot \varnothing_{tambor}}{\varnothing_2 \cdot \varnothing_4} = \frac{200 \cdot 100 \cdot 250}{300 \cdot 400} = \frac{125}{3}$$

De forma que tenim

$$\Gamma_{tambor} = \frac{\Gamma_1}{\tau} = \frac{28,1}{125/3} = 0,674 \text{ Nm}$$

Ara, la força que farà el tambor es pot relacionar amb el seu parell amb

$$\Gamma = F \cdot R = mg \cdot R$$

d'on

$$m = \frac{\Gamma}{gR} = \frac{0,674}{9,8 \cdot 125 \cdot 10^{-3}} = 0,55 \text{ kg}$$

Pàg 327

Qüestió 6. Pel conjunt plat-pinyó podem escriure

$$z_1 \omega_1 = z_2 \omega_2$$

d'on

$$\omega_2 = \frac{z_1}{z_2} \omega_1 = \frac{54}{18} \cdot 3 = 9 \frac{\text{ped}}{\text{s}}$$

que es pot escriure com

$$9 \frac{\text{ped}}{\text{s}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 540 \frac{\text{ped}}{\text{min}} = 540 \frac{\text{rev}}{\text{min}} = 540 \text{ min}^{-1}$$

Qüestió 9. És immediat veure que a partir de

$$0,4 = \tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2}$$

d'on

$$0,4 = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \rightarrow \Gamma_2 = 2,5\Gamma_1$$

* * *

Pàg 328

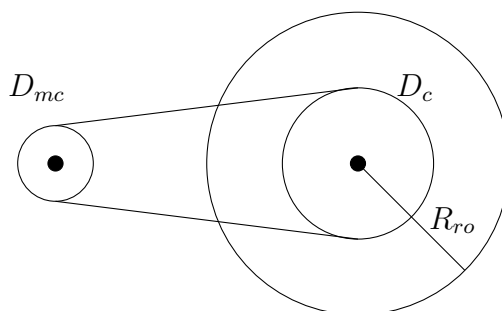
Qüestió 14. Calculem directament (atenció que la roda motriu és la 4)

$$\tau = \frac{\prod z_{conductores}}{\prod z_{conduïdes}} = \frac{z_4 \cdot z_2}{z_3 \cdot z_1} = \frac{39 \cdot 30}{15 \cdot 12} = \frac{13}{2} = 6,5$$

* * *

Pàg 329

Exercici 5. Representem el mecanisme segons



a) Podem començar calculant la velocitat angular de la roda de la vagoneta amb

$$D_{mc}\omega_{mc} = D_c\omega_c \rightarrow \omega_c = \frac{D_{mc}\omega_{mc}}{D_c} = \frac{150 \cdot 600}{450} = 200 \text{ min}^{-1} \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{20}{3} \pi \text{ rad/s}$$

La roda i la politja conduïda comparteixen eix de gir i per tant tenen la mateixa velocitat angular, la velocitat lineal de la roda (que coincideix amb la de la vagoneta) és

$$v_{ro} = \omega_{ro} \cdot R_{ro} = \omega_{D_c} \cdot R_{ro} = \frac{20}{3} \pi \cdot 300 \cdot 10^{-3} = 6,28 \text{ m/s}$$

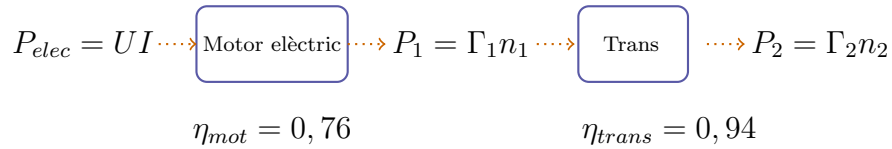
b) La potència que es transmet a les rodes val

$$P_{ro} = P_{motor}\eta = 10000 \cdot 0,85 = 8500 \text{ W}$$

el moment a les rodes es pot calcular com

$$P_{ro} = \Gamma\omega_{ro} \rightarrow \Gamma = \frac{8500}{\frac{20}{3}\pi} = 405,85 \text{ Nm}$$

Exercici 6. Considerem el diagrama de blocs



a) A partir del rendiment del motor elèctric

$$\eta_{mot} = \frac{P_1}{P_{elec}} \rightarrow P_1 = \eta_{mot} \cdot P_{elec} = 0,76 \cdot 1100 = 836 \text{ W}$$

b) Tenint ara en compte el rendiment de la transmissió

$$\eta_{trans} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\Gamma_2 n_2}{P_1}$$

$$\Gamma_2 = \frac{P_1 \eta_{trans}}{n_2} = \frac{P_1 \eta_{trans}}{\tau \cdot n_1} = \frac{836 \cdot 0,94}{\frac{5}{7} \cdot 1460 \cdot \frac{\pi}{30}} = 7,196 \text{ N} \cdot \text{m}$$

c) La potència dissipada en el trepant es pot calcular com

$$P_{diss} = P_{elec} - P_2 = P_{elec} - P_1 \eta_{transm} = 1100 - 836 \cdot 0,94 = 314,16 \text{ W}$$

d) Si la corretja dentada no llisca sobre els eixos del motor (1) ni de la broca (2) es compleix que la velocitat lineal dels punts és la mateixa pels punts de la perifèria de cada eix, llavors

$$v_1 = v_2$$

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$

$$\omega_1 d_1 = \omega_2 d_2$$

$$d_2 = \frac{\omega_1 d_1}{\omega_2} = \frac{n_1 d_1}{n_2} = \frac{d_1}{\tau} = \frac{80}{5/7} = 112 \text{ mm}$$