1. (a) A partir de la conservació de la quantitat de moviment

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_1 v_2'$$

podem escriure

$$0,3 \cdot 0,5 - 0,2 \cdot 1 = 0,5 \cdot v'$$

on no hem distingit les velocitats després del xoc ja que queden junts.

$$v' = \frac{0,3 \cdot 0,5 - 0,2 \cdot 1}{0,53} = -0,1\, m/s$$

(b) Calculem l'energia cinètica del sistema inicial i final

$$E_i = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} 0,3 \cdot (0,5)^2 + \frac{1}{2} 0,2 \cdot (1)^2 = 0,1375\, J$$

$$E_f = \frac{1}{2}(m_1 + m_1) v'^2 = \frac{1}{2} \cdot (0,5) \cdot (-0,1)^2 = 0,0025\, m/s$$

llavors l'energia cinètica perduda en el xoc

$$E_{perd} = E_i - E_f = 0,137 - 0,0025 = 0,135\, J$$

2. (a) Abans del xoc hem de calcular la velocitat amb que arriba el pèndol a impactar amb la massa en repòs. Sabem que en la baixada del pèndol es conserva l'energia. Fem un balanç i obtenim un resultat ja conegut d'exercicis i exàmens anteriors

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{2gL(1 - \cos\alpha)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1,2(1 - \cos 60^\circ)} = 3,43\, m/s$$

(b) Com el xoc és elàstic escrivim les equacions que corresponen a la conservació de la quantitat de moviment i de l'energia cinètica

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_1 v_2' \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \end{cases}$$

Sabem, de la teoria, que aquestes dues equacions es poden acabar escrivint com

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_1 v_2' \\ v_1 - v_2 = v_2' - v_1' \end{cases}$$

amb $v_1 \equiv v$ obtinguda abans. Llavors, fent servir les dades que proporciona l'enunciat

$$\begin{cases} 0,4 \cdot 3,43 + 0,6 \cdot 0 = 0,4 \cdot v_1' + 0,6 \cdot v_2' \\ 3,43 - 0 = v_2' - v_1' \end{cases}$$

arreglem el sistema, aïllem $v_2' = 3,43 + v_1'$ de la segona equació i substituïm a la primera per obtenir

$$1,372 = 0,4 \cdot v_1' + 0,6 \cdot (3,43 + v_1')$$

d'on

$$v_1' = \frac{1,372 - 0.6 \cdot 3,43}{0,4 + 0,6} = -0.686\, m/s$$

i

$$v_2' = 3,43 + v_1' = v_2' = 3,43 - 0.686 = 2,744\, m/s$$

(c) Ara, tornem a plantejar un balança d'energia. La cinètica del bloc es perdrà en el treball que fan les forces no conservatives

$$\frac{1}{2}\cancel{m_2} v_2'^2 = \mu \cancel{m_2} g d \rightarrow \mu = \frac{v_2'^2}{2gd} = \frac{(2,744)^2}{2 \cdot 9,8 \cdot 1} = 0,384$$

(d) En el moment que el pèndol arriba al punt més baix, es troba descrivint un arc de circumferència de radi la longitud del pèndol, en aquestes condicions la tensió "apunta" cap a dalt i el pes cap a baix, la segona llei de Newton s'escriu llavors

$$T - m_1 g = m_1 \frac{v_1'^2}{L}$$

$$T = m_1 \left(\frac{v_1'^2}{L} + g \right) = 0,4 \cdot \left(\frac{(-0,686)^2}{1,2} + 9,8 \right) = 9,645\, N$$

3. (a) A partir de la conservació de la quantitat de moviment

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_1 v_2'$$

podem escriure

$$3 \cdot 1,5 - 0,25 \cdot 4 = 3,25 \cdot v'$$

on no hem distingit les velocitats després de que el peix gran es mengi el petit, ja que està clar que queden junts.

$$v' = \frac{3 \cdot 1,5 - 0,25 \cdot 4}{3,25} = 1,077\, m/s$$

4. (a) A partir de la conservació de la quantitat de moviment

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_1 v_2'$$

podem escriure

$$50 \cdot 0 + 0,2 \cdot 0 = 50 v_1' + 0,2 \cdot 30 \rightarrow v_1' = \frac{-0,2 \cdot 30}{50} = -0,12\, m/s$$

(b) La cinètica de la màquina es perdrà en el treball que fan les forces no conservatives

$$\frac{1}{2}\cancel{m_1} v_1'^2 = \mu \cancel{m_1} g d \rightarrow d = \frac{v_1'^2}{2g\mu} = \frac{(0,12)^2}{2 \cdot 9,8 \cdot 0,2} = 3,67 \cdot 10^{-3}\, m$$

5. (a) A partir de la conservació de la quantitat de moviment

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_1 v_2'$$

podem escriure fent servir les dades del problema

$$0,01 v_1 = (2 + 0,01) v'$$

on hem tingut en compte que quedaran junts. Ara, l'energia guanyada pel conjunt s'inverteix en incrementar l'energia potencial gravitatòria

$$\frac{1}{2}\cancel{(m_1 + m_2)} v'^2 = \cancel{(m_1 + m_2)} g h$$

d'on

$$v_1' = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gL(1 - \cos\alpha)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1 \cdot (1 - \cos 30°)} = 1,62\, m/s$$

(b) tornant enrere

$$0,01 v_1 = (2 + 0,01) v' \rightarrow v_1 = \frac{2,01 \cdot 1,62}{0,01} = 325,71\, m/s$$

(c) Calculem l'energia cinètica del sistema inicial i final

$$E_i = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} 0,01 (325,71)^2 = 530,14\, J$$

$$E_f = \frac{1}{2}(m_1 + m_1) v'^2 = \frac{1}{2} \cdot (2,01) \cdot (1,62)^2 = 2,64\, J$$

6. Les equacions a fer servir son les mateixes que les de l'apartat b) de l'exercici 2. Fent servir en elles les dades de l'exercici

$$\begin{cases} 10 \cdot 1 + 2 \cdot 15 = v_1' + 2v_2' \\ 10 - 15 = v_2' - v_1' \end{cases}$$

d'on podem aïllar primer $v_2' = v_1' - 5$ i substituir després per obtenir

$$40 = v_1' + 2(v_1' - 5) \rightarrow v_1' = 16,67\, m/s$$

i

$$v_2' = v_1' - 5 = 16,67 - 5 = 11,67\, m/s$$

7. De forma semblant a l'exercici anterior

$$\begin{cases} o,2 \cdot 10 - 0,5 \cdot 2 = 0,2v_1' + 0,5v_2' \\ 10 - (-2) = v_2' - v_1' \end{cases}$$

d'on podem aïllar primer $v_2' = v_1' + 12$ i substituir després per obtenir

$$-1 = 0,2v_1' + 0,5(v_1' + 12) \rightarrow v_1' = -7,143\, m/s$$

i

$$v_2' = v_1' + 12 = -7,143 + 12 = 4,86\, m/s$$