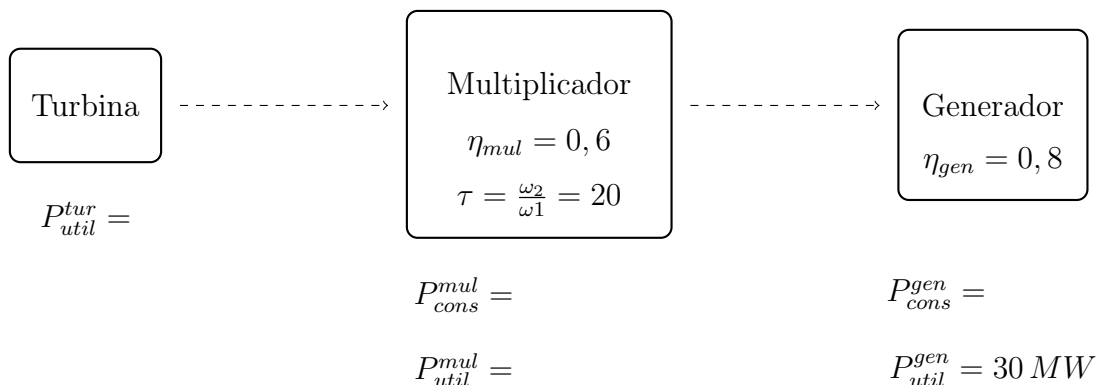


Instruccions: Feu els exercicis a l'espai que se us proporciona. Feu servir la cara posterior si necessiteu més espai, *indiqueu-ho clarament en aquest cas*. Heu d'identificar clarament les respostes i mostrar el procés per tal d'aconseguir la màxima puntuació. La puntuació dels exercicis es dona entre parèntesis.

1. Considereu el següent esquema, que representa de forma abstracta la generació de potència en una central hidroelèctrica,



- (a) **(1 pt)** Tenint en compte la potència útil que entrega el generador i si el corrent que hi circula en ell val $I = 10^3 \text{ A}$, calculeu la tensió que proporciona.

Pel generador tenim

$$P = VI$$

d'on

$$V = \frac{P}{I} = \frac{30 \cdot 10^6}{10^3} = 30 \cdot 10^3 = 30 \text{ kV}$$

- (b) **(1 pt)** Calculeu la potència que consumeix (P_{cons}^{gen}), el generador elèctric.

La potència que proporciona el multiplicador és la que consumeix el generador, llavors a partir de la definició de rendiment

$$\eta_{gen} = \frac{P_{util}^{gen}}{P_{cons}^{gen}}$$

podem calcular

$$P_{cons}^{gen} = \frac{P_{util}^{gen}}{\eta_{gen}} = \frac{30 \cdot 10^6}{0,8} = 37,5 \cdot 10^6 = 37,5 \text{ MW}$$

- (c) **(1 pt)** Calculeu la potència que ha d'entregar la turbina al multiplicador (P_{util}^{tur}).

La potència que proporciona la turbina la consumeix el multiplicador. Llavors

$$\eta_{mul} = \frac{P_{util}^{mul}}{P_{cons}^{mul}}$$

de forma que és

$$P_{cons}^{mul} = \frac{P_{util}^{mul}}{\eta_{mul}} = \frac{37,5 \cdot 10^6}{0,6} = 62,5 \cdot 10^6 = 62,5 \text{ MW}$$

(d) Sabent que el rang de seguretat pel funcionament de la turbina és

$$19,1 \text{ min}^{-1} < \omega_{tur} = \omega_1 < 9550 \text{ min}^{-1}$$

- i. **(1 pt)** Calculeu el rang de $\omega_{mul} = \omega_2$ corresponent al multiplicador, tenint en compte la seva relació de transmissió τ .

Fent primer el factor de conversió

$$19,1 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 2 \text{ rad/s}$$

$$9550 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 1000 \text{ rad/s}$$

Ara, a partir de la relació de transmissió

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 20$$

és fàcil veure que ω_2 es troba en el rang

$$40 \text{ rad/s} < \omega_2 < 20000 \text{ rad/s}$$

- ii. **(1 pt)** Calculeu el parell màxim a la sortida de la turbina.

La potència útil que produeix la turbina es relaciona amb el parell motor i la velocitat angular segons

$$P_{util}^{tur} = \Gamma \cdot \omega_{tur}$$

de forma que el parell serà màxim quan la velocitat angular (de la turbina) sigui mínima. Llavors

$$\Gamma_{max} = \frac{P_{util}^{tur}}{\omega_{tur}^{min}} = \frac{62,5 \cdot 10^6}{40} = 1,56 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- iii. **(1 pt)** Calculeu el parell mínim a la sortida del multiplicador.

La potència útil que produeix el multiplicador es relaciona amb el parell motor i la velocitat angular segons

$$P_{util}^{mul} = \Gamma \cdot \omega_{mul}$$

de forma que el parell serà mínim quan la velocitat angular (a la sortida del multiplicador) sigui màxima. Llavors

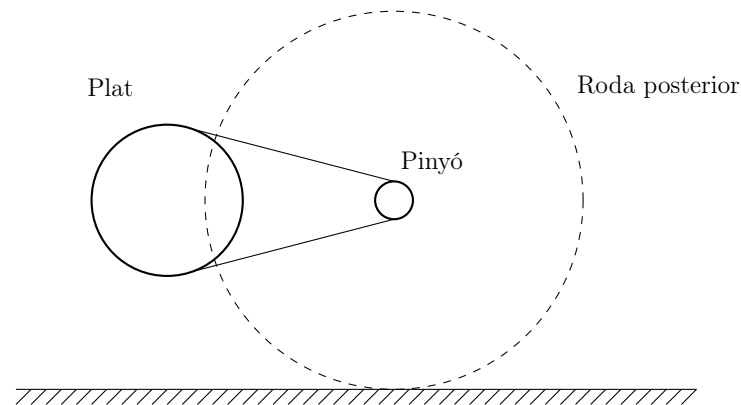
$$\Gamma_{min} = \frac{P_{util}^{mul}}{\omega_{mul}^{max}} = \frac{37,5 \cdot 10^6}{20000} = 1875 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- iv. **(1 pt)** Calculeu la potència total perduda en aquest esquema.

La potència perduda es pot calcular restant la que obtenim al final del procés amb la que teníem al començament

$$P_{perd} = P_{util}^{tur} - P_{util}^{gen} = 62,5 - 30 = 32,5 \text{ MW}$$

2. Considereu un ciclista que circula amb la seva bicicleta per un terreny horitzontal. Suposant que la potència que el ciclista transmet al plat val $2 CV$, que la relació de transmissió del conjunt plat-pinyó val $\tau = \omega_{piny}/\omega_{plat} = 15$ i que el rendiment de la transmissió és $\eta = 0,9$; en aquestes condicions, es demana:



- (a) **(1 pt)** Calculeu el parell al plat sabent que $\omega_{plat} = 2 \text{ rad/s}$.

Passem primer la potència al Sistema Internacional

$$2 CV \cdot \frac{735 W}{1 CV} = 1470 W$$

Ara, a partir de la relació entre potència, parell motor i velocitat angular de l'eix de gir

$$P = \Gamma \cdot \omega$$

d'on

$$\Gamma = \frac{P}{\omega} = \frac{1470}{2} = 735 N \cdot m$$

- (b) **(1 pt)** Calculeu la velocitat angular amb que gira el pinyó ω_{piny} .

A partir de la relació de transmissió

$$\tau = \frac{\omega_{piny}}{\omega_{plat}} \rightarrow \omega_{piny} = \tau \cdot \omega_{plat} = 15 \cdot 2 = 30 \text{ rad/s}$$

- (c) **(1 pt)** Calculeu la potència transmesa al pinyó.

Fent servir el rendiment del mecanisme

$$\eta = \frac{P_{piny}}{P_{plat}} \rightarrow P_{piny} = \eta \cdot P_{plat} = 0,9 \cdot 1470 = 1323 W$$

- (d) **(1 pt)** Calculeu el parell al pinyó.

Tenim

$$P_{piny} = \Gamma_{piny} \cdot \omega_{piny} \rightarrow \Gamma_{piny} = \frac{P_{piny}}{\omega_{piny}} = \frac{1323}{30} = 44,1 N \cdot m$$

- (e) **(1 pt)** Sabent que el radi de la roda posterior és $R = 0,5\text{ m}$, calculeu la velocitat lineal de la roda (igual a la que té el conjunt ciclista-bicicleta).

La velocitat angular del pinyó i la roda és la mateixa perquè giren sobre el mateix eix, llavors, per la roda, podem escriure

$$v = \omega_{roda} \cdot R = \omega_{piny} \cdot R = 30 \cdot 0,5 = 15\text{ m/s}$$

- (f) **(1 pt)** A partir de la potència que aplica sobre el mecanisme el ciclista (coneguda de l'enunciat) i l'apartat anterior, calculeu la força que desenvolupa el ciclista.

De la relació entre la potència, la força i la velocitat

$$P = F \cdot v \rightarrow F = \frac{P}{v} = \frac{1470}{15} = 98\text{ N}$$

- (g) **(1 pt)** Finalment, suposeu que volem acoblar un motor de corrent continu al plat de la bicicleta per tal d'evitar pedalar, de forma que apliqui la mateixa potència que el ciclista. Calculeu quina intensitat circularia per aquest motor si sabem que treballa a 5 V .

Ara, tenim

$$P = VI \rightarrow V = \frac{P}{I} = \frac{1470}{5} = 294\text{ A}$$

Podeu suposar $1\text{ CV} = 735\text{ W}$