

## El moviment harmònic simple.

1.

Les ones del mar fan navegar un vaixell a la deriva, de manera que es mou 2,00 m en vertical des del punt més alt al punt més baix cada 6,28 s.

*a)* Escriviu l'equació del moviment del vaixell suposant que a l'instant inicial es troba en el punt més alt. Indiqueu les unitats de totes les magnituds.

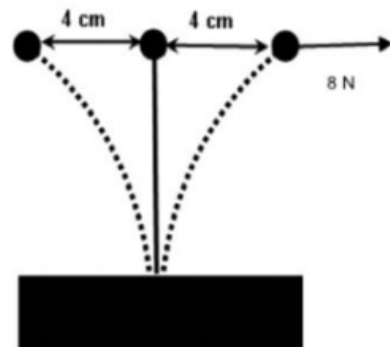
[1 punt]

*b)* Determineu la velocitat i l'acceleració inicials del vaixell.

[1 punt]

2.

Una massa esfèrica d'acer de 0,300 kg està subjecta a una vareta metàl·lica prima i de massa negligible. Aquesta vareta està clavada verticalment a una massa fixa, de manera que l'extrem on hi ha la massa pot oscil·lar lliurement. Si apliquem una força de 8,00 N sobre l'esfera, aquesta es desplaça 4,0 cm. Supposeu que aquest desplaçament és rectilini i horitzontal, com mostra la figura, i que la força recuperadora de la vareta obeeix la llei de Hooke.



*a)* Calculeu la constant elàstica  $k$ . Deduïu, a partir de la segona llei de Newton, la fórmula per a obtenir la freqüència d'oscil·lació i calculeu el període d'oscil·lació.

[1 punt]

*b)* Deduïu, a partir de l'equació del moviment harmònic simple (MHS), la fórmula per a obtenir l'acceleració màxima i calculeu-la en aquest cas.

[1 punt]

3.

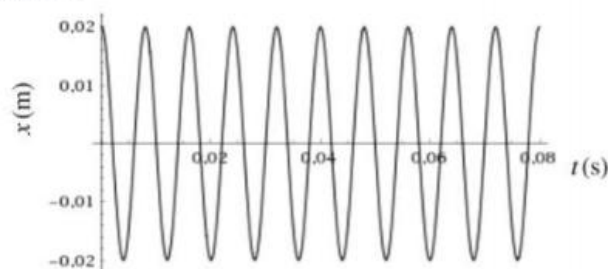
L'agulla d'una màquina de cosir oscil·la amb un desplaçament vertical de 15 mm d'un extrem a l'altre. En les especificacions del fabricant, s'indica que l'agulla fa 1 200 puntes per minut. Supposeu que l'agulla descriu un moviment harmònic simple.

*a)* Escriviu l'equació del moviment i representeu la gràfica posició-temps durant dos períodes, suposant que a l'instant inicial l'agulla es troba en la posició més alta.

*b)* Calculeu la velocitat i l'acceleració màximes de l'agulla.

4.

La figura mostra la gràfica posició-temps d'un objecte que descriu un moviment harmònic simple (MHS).



- a) Determineu l'amplitud i la freqüència i escriviu l'equació del moviment  $x(t)$ , incloent-hi totes les unitats. Representeu la gràfica  $x-t$  d'un moviment harmònic simple (MHS) que tingui la mateixa amplitud però la meitat de freqüència (les escales dels eixos han d'estar indicades clarament).

[1 punt]

- b) Les vibracions de l'objecte generen una ona sonora en el medi que l'envolta. Quins efectes sobre la freqüència i la longitud d'ona d'aquesta ona sonora tindran els canvis següents?

— L'ona es reflecteix en una superfície.

[0,3 punts]

5.

Tenim dues molles idèntiques. Un objecte A de 100 g que penja d'una de les molles oscil·la amb un període d'1,00 s i amb una amplitud de 5,00 cm.

- a) Volem que l'altra molla oscil·li amb la mateixa amplitud, però amb una freqüència doble que la de la molla de què penja l'objecte A. Quina massa hem de penjar a la segona molla?
- b) Els dos objectes es deixen anar des de l'extrem inferior de l'oscil·lació. Representeu en una gràfica velocitat-temps la velocitat de cadascun dels objectes quan oscil·len durant 2 s en les condicions descrites. En la gràfica heu d'indicar clarament les escales dels eixos, les magnituds i les unitats. Durant els 2 s representats en la gràfica, en quins moments la diferència de fase entre els dos objectes és de  $\pi$  radians?

6.

El pistó d'un cilindre del motor d'explosió d'un vehicle desenvolupa un moviment vibratori harmònic simple. En un règim de funcionament determinat, té un recorregut de 20,0 cm (d'extrem a extrem) i el motor fa  $1,91 \times 10^3$  rpm (revolucions per minut). En l'instant  $t = 0,00$  s, el pistó està situat a 10,0 cm de la seva posició d'equilibri. Determineu:

- a) L'equació de moviment i la velocitat màxima del pistó.
- b) El valor de la força màxima que actua sobre el pistó, si té una massa de 200 g.

7.

Les aranyes tenen uns òrgans sensibles en els extrems de les potes que els permeten detectar les vibracions que produeixen els insectes que queden atrapats a la seva teranyina. Considereu que en una teranyina el moviment dels insectes és equivalent al que tindrien en un sistema que es moguéss amb un moviment harmònic simple (MHS). Hem observat que un insecte de massa 1,58 g atrapat en una teranyina produeix una vibració de 12 Hz.



- a) Calculeu la constant elàstica d'aquesta teranyina.
- b) Determineu la massa d'un insecte que, en quedar atrapat a la teranyina, té un període d'oscil·lació de 0,12 s. Calculeu el valor absolut de l'acceleració màxima de l'insecte, durant el temps en què es mou a la teranyina, si l'amplitud de l'oscil·lació és de 2,0 mm.

8.

Una boia marina sura sobre la superfície de l'aigua i descriu un moviment harmònic simple (MHS) a mesura que li arriben les ones. En un instant inicial  $t = 0,0$  s, l'onatge que hi ha fa que el punt més alt de les ones estigui 1,0 m més amunt que el punt més baix i que arribi una ona cada 2,0 segons.

- a) Escriviu l'equació del moviment de la boia.
- b) Si la boia té una massa d'1,5 kg, quina és l'energia cinètica màxima de la boia?

9.

L'agulla d'una màquina de cosir oscil·la verticalment entre dos punts separats per una distància de 20 mm. En les especificacions del fabricant s'indica que l'agulla pot fer 1 800 puntades per minut. Si sabem que l'agulla descriu un moviment harmònic simple:



- a) Determineu la freqüència en Hz i escriviu l'equació del moviment suposant que en el moment inicial l'agulla es troba en la posició de màxima altura.
- b) Calculeu la velocitat i l'acceleració màximes de l'agulla.

10.

En la vida quotidiana estem sotmesos a moviments vibratoris. Per exemple, en caminar, córrer, viatjar amb algun mitjà de locomoció o estar a prop d'alguna màquina. A l'hora de dissenyar vehicles i màquines, cal fer un estudi d'aquests moviments per tal d'aconseguir que siguin confortables i segurs, ja que els efectes de les vibracions poden anar des de simples molèsties fins al dolor o la mort.

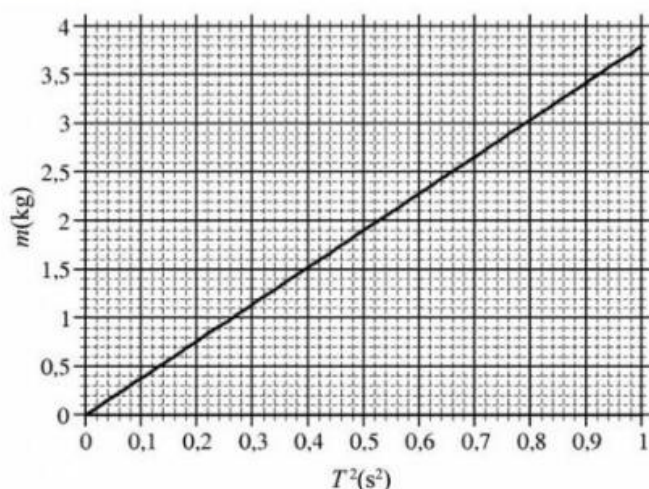
Aquests estudis solen utilitzar l'acceleració màxima del moviment vibratori com a variable, per a relacionar-la amb les molèsties que percebem.

Se sap que som molt sensibles a un moviment vibratori de 6,0 Hz i que, amb aquesta freqüència, a partir d'una acceleració màxima de  $6,0 \text{ m s}^{-2}$ , les molèsties són tan fortes que ens poden arribar a alarmar.

- Calculeu l'amplitud d'oscil·lació que correspon a un moviment vibratori harmònic de 6,0 Hz i una acceleració màxima de  $6,0 \text{ m s}^{-2}$ .
- Calculeu el valor de la constant elàstica d'una molla per tal que una massa de 85 kg que hi estigui enganxada oscil·li amb una freqüència de 6,0 Hz.

11.

Una manera d'obtenir la constant elàstica d'una molla és penjar-hi una massa i mesurar-ne el període de les petites oscil·lacions al voltant de la posició d'equilibri. En la gràfica següent hi ha representada la relació entre la massa penjada de la molla i el quadrat del període de les oscil·lacions:



- A partir de la gràfica, calculeu la constant elàstica de la molla. Si l'amplitud de les oscil·lacions fos de 0,10 m, quina seria l'energia cinètica màxima assolida per la massa en l'oscil·lació?
- Suposem que la constant elàstica de la molla és de  $150 \text{ N m}^{-1}$ , hi pengem una massa d'1,5 kg i la fem oscil·lar amb una amplitud de 0,20 m. Quina és l'acceleració màxima que assoleix? Si submergim tot el conjunt en un recipient ple d'aigua de manera que la massa oscil·la fins a aturar-se a causa del fregament, quin és el treball fet per la força de fregament que ha aturat l'oscil·lació?



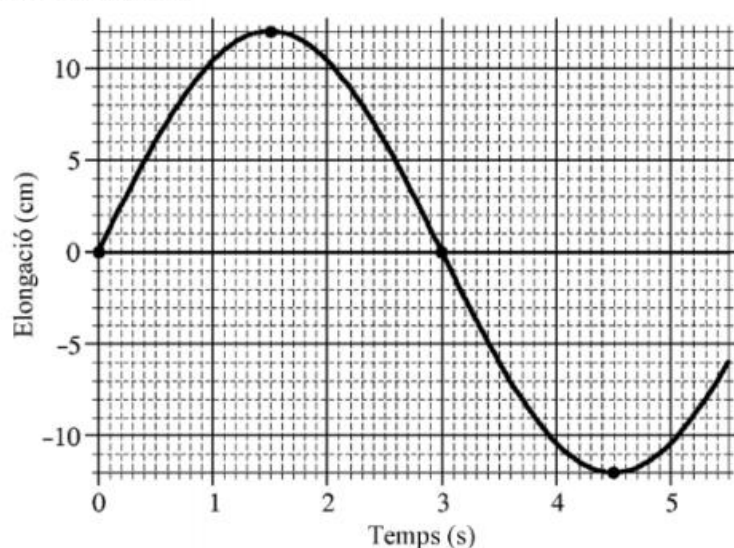
12.

Disposen d'una massa lligada a una molla que fa un moviment harmònic simple. Sabem que a l'instant inicial la seva posició i velocitat són  $x = 1,00 \text{ m}$  i  $v = -5,44 \text{ m s}^{-1}$ , i que les energies cinètica i potencial en aquest mateix instant són  $E_k = 12,00 \text{ J}$  i  $E_p = 4,00 \text{ J}$ . Calculeu:

- La constant de recuperació de la molla i el valor de la massa del cos que fa el moviment, així com l'energia mecànica total del sistema.
- L'amplitud, la freqüència angular i la fase inicial del moviment harmònic que fa la massa. Escriviu l'equació del moviment resultant.

13.

La gràfica següent representa el moviment d'un cos de  $250 \text{ g}$  de massa que oscil·la, sense fregament, unit a una molla.

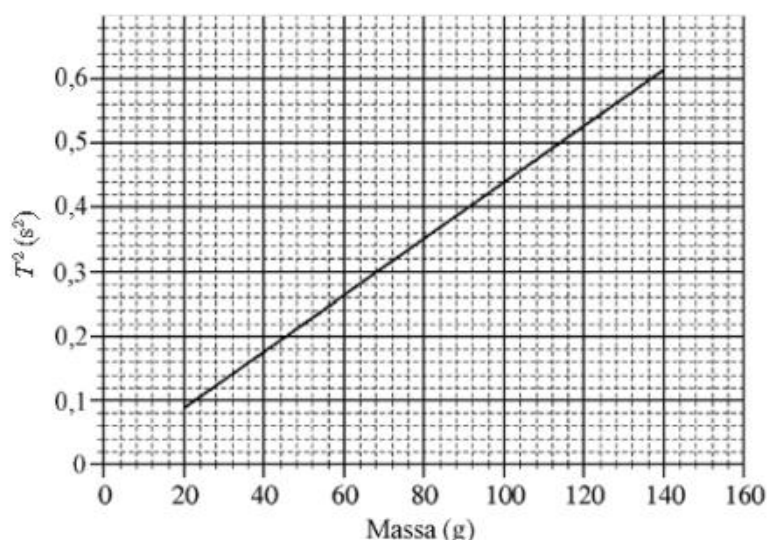


- Calculeu l'amplitud, la freqüència angular, el període i la fase inicial d'aquest moviment.
- Escriviu l'equació del moviment i calculeu l'energia mecànica total del sistema.

14.

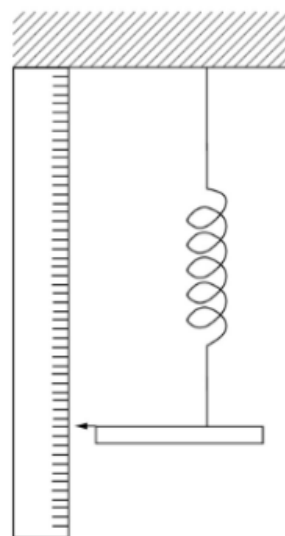
Duem a terme l'experiència següent: pengem d'una molla fixada en un suport per un dels seus extrems set masses diferents, i provoquem que aquestes masses facin petites oscil·lacions i realitzin un MVHS. Mesurem amb molta cura el temps que triga a fer deu oscil·lacions cadascuna de les masses i, a partir d'aquí, obtenim els períodes ( $T$ ) del moviment, el quadrat dels quals es representa en la gràfica.

- Calculeu la constant elàstica de la molla i expliqueu raonadament si depèn de la massa. Indiqueu el període que mesuraríem si provoquéssim les oscil·lacions amb una massa de  $32,0 \text{ g}$ .
- El MVHS que descriu la massa de  $100 \text{ g}$  que hem penjat de la molla té una amplitud de  $10,0 \text{ cm}$ . Calculeu l'elongació i l'acceleració que tindrà la massa quan hauran transcorregut  $3,00 \text{ s}$  des del moment en què l'hem deixat oscil·lar a partir del punt més baix de la trajectòria.



15.

Disposen d'una molla de constant de recuperació  $k = 4,00 \text{ N m}^{-1}$  i de longitud natural  $l = 20,0 \text{ cm}$ , amb la qual volem fer una balança. Per fer-la, pengem la molla verticalment per un dels extrems i, a l'altre, colloquem una plataforma de massa  $m = 20,0 \text{ g}$  amb un dial, de manera que aquest indiqui el valor de la mesura sobre una escala graduada, tal com es mostra a la figura.



- Determineu la lectura que marca el dial en col·locar la plataforma i deixar que el sistema s'aturi. Considereu que el zero del dial coincideix amb l'extrem superior del regle de la figura.
- Afegim un objecte de massa  $M = 300 \text{ g}$  damunt de la plataforma. A continuació, desplacem el conjunt una distància de  $10,0 \text{ cm}$  respecte a la nova posició d'equilibri i el deixem anar, de manera que el sistema comença a oscil·lar lliurement. Amb quina velocitat tornarà a passar per la posició d'equilibri?

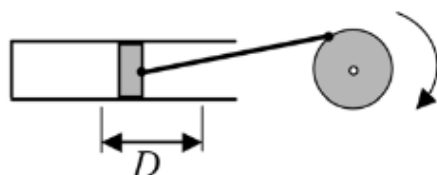
DADA:  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ .

16.

La Xarxa d'Instruments Oceanogràfics i Meteorològics (XIOM) fa servir boies marines per a estudiar l'onatge. De les estadístiques dels últims deu anys es pot extreure que, de mitjana, l'onatge a la costa catalana té una alçada (distància entre el punt més baix i el més alt de l'onada) de  $70 \text{ cm}$  i un període de  $5 \text{ s}$ . Escriviu l'equació del moviment d'una boia que es mou com aquesta onada mitjana.

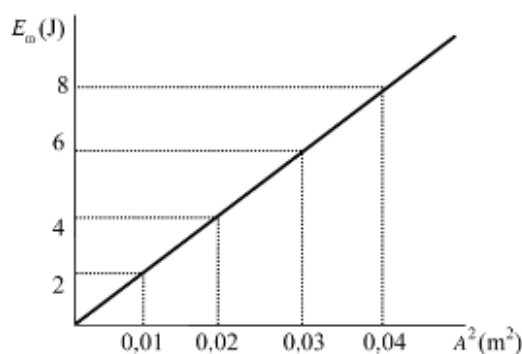
17.

L'èmbol d'una màquina de vapor té un recorregut  $D = 100$  cm i comunica a l'eix una velocitat angular de 60 rpm. Si considerem que el moviment de l'èmbol descriu un moviment harmònic simple, deduïu el valor de la velocitat que té quan és a una distància de 20 cm d'un dels extrems del recorregut.



18.

Una massa de 0,5 kg descriu un moviment harmònic unida a l'extrem d'una molla, de massa negligible, sobre una superfície horitzontal sense fregament. En la gràfica següent es relaciona el valor de l'energia mecànica de la molla amb el quadrat de l'amplitud d'oscil·lació del moviment harmònic:



Calculeu:

- El valor de la freqüència d'oscil·lació.
- El valor de la velocitat màxima de la massa quan l'amplitud d'oscil·lació del moviment és 0,141 4 m.

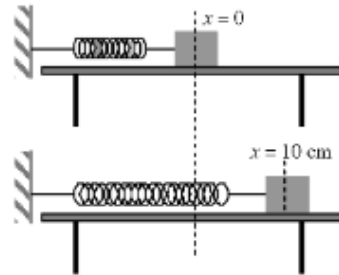
19.

Una molla horitzontal està unida per l'extrem de l'esquerra a la paret i per l'extrem de la dreta a una partícula de massa 2 kg. Separem la partícula una distància de 25 cm cap a la dreta de la seva posició d'equilibri i la deixem anar. En aquest moment comencem a comptar el temps. La partícula descriu un moviment harmònic simple amb un període de 0,75 s. Quan la partícula es trobi a 0,10 m a la dreta del punt central de l'oscil·lació i s'estigui movent cap a la dreta, determineu:

- L'energia cinètica de la partícula.
- L'energia mecànica del sistema.
- La força resultant que actua sobre la partícula. Doneu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.

20.

Sobre una taula horitzontal hi ha una massa de 380 g lligada a l'extrem d'una molla de constant recuperadora  $k = 15 \text{ N/m}$ . L'altre extrem de la molla és fix, i el fregament del conjunt és negligible. Desplacem la massa 10 cm des de la posició d'equilibri, tal com es veu a les figures següents, i la deixem anar.



Trobeu:

- El període del moviment.
- L'equació del moviment, tenint en compte que quan  $t = 0 \text{ s}$ , la molla està a l'elongació màxima positiva, com es veu a la segona figura.
- L'energia cinètica de la massa quan passa per un punt situat 2 cm a la dreta de la posició d'equilibri.

21.

Una molla de constant  $k = 125 \text{ N/m}$  té un extrem fix i, en l'altre, hi ha lligada una massa de 200 g que pot lliscar sobre una superfície horitzontal sense fregament. Desplacem inicialment la massa 12 cm de la posició d'equilibri, tot allargant la molla, i la deixem anar. Determineu:

- El valors màxims de les energies cinètica i potencial assolides durant el moviment i la velocitat màxima de la massa.
- El període i la freqüència del moviment harmònic resultant. Escriviu també l'equació d'aquest moviment prenent  $t = 0$  com l'instant en què s'ha deixat anar la massa.

22.

La massa dels astronautes a l'espai es mesura amb un aparell que es basa en el moviment vibratori harmònic. Quan l'astronauta s'hi col·loca, l'aparell inicia un moviment vibratori i en mesura la freqüència. Sabem que per a una massa de 60 kg, la freqüència d'oscil·lació és 0,678 Hz.

- Calculeu la velocitat màxima d'oscil·lació d'aquesta massa si sabem que l'amplitud màxima d'oscil·lació és 20 cm.
- Si la massa d'un astronauta fa oscil·lar l'aparell a una freqüència de 0,6064 Hz, calculeu la constant elàstica de la molla i la massa de l'astronauta.



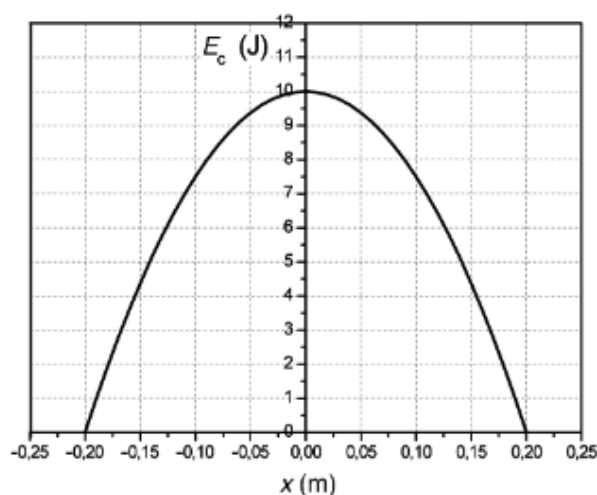
23.

Una massa  $m=0,3\text{ kg}$ , situada en un pla horitzontal sense fricció i unida a una molla horitzontal, descriu un moviment vibratori harmònic. L'energia cinètica màxima de la massa és  $15\text{ J}$ .

- Si sabem que entre els dos punts del recorregut en què el cos té una velocitat nul·la hi ha una distància de  $50\text{ cm}$ , calculeu l'amplitud, la freqüència i el període del moviment i la constant elàstica de la molla.
- Calculeu la posició, la velocitat i l'acceleració del cos en l'instant  $t=3\text{ s}$ , considerant que quan  $t=0\text{ s}$  el cos té l'energia cinètica màxima.

24.

La gràfica següent representa l'energia cinètica d'un oscil·lador harmònic en funció de l'elongació ( $x$ ).



- Digueu el valor de l'energia cinètica i de l'energia potencial quan  $x = 0\text{ m}$  i quan  $x = 0,20\text{ m}$ . Determineu la constant elàstica.
- Calculeu la massa de l'oscil·lador, si sabem que la freqüència de vibració és  $(100/2\pi)\text{ Hz}$ .

25.

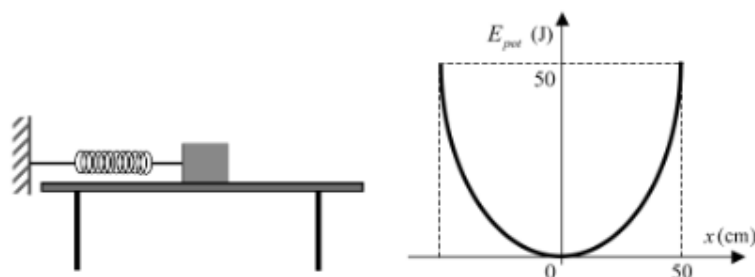
Un cos de  $10\text{ kg}$  de massa es penja d'una molla vertical i s'observa que la molla s'allarga  $2\text{ cm}$ . A continuació, estirem la molla cap avall i el sistema comença a oscil·lar fent un moviment harmònic simple de  $3\text{ cm}$  d'amplitud.

Calculeu:

- L'equació del moviment que seguirà el cos.
- La velocitat del cos oscil·lant al cap de  $5\text{ s}$  d'haver començat el moviment.
- La força recuperadora de la molla al cap de  $6\text{ s}$  d'haver començat el moviment.

26.

Una molla, situada sobre una taula horitzontal sense fregament, està fixada per un dels extrems a una paret i a l'altre extrem hi ha lligat un cos de 0,5 kg de massa. La molla no està deformada inicialment. Desplacem el cos una distància de 50 cm de la seva posició d'equilibri i el deixem moure lliurement, amb la qual cosa descriu un moviment vibratori harmònic simple. L'energia potencial del sistema en funció del desplaçament es representa amb la paràbola de la gràfica següent:



Determineu el valor de la constant recuperadora de la molla i el valor de la velocitat del cos quan té una elongació de 20 cm.

27.

En una experiència de laboratori, mesurem la longitud d'una molla vertical fixada per l'extrem superior quan hi pengem diferents masses de l'extrem inferior. A la taula següent hi ha els resultats obtinguts, on  $\Delta L$  representa l'allargament de la molla quan li pengem de l'extrem inferior una massa  $m$ .

$m$ (g)	200	300	400	500	600	700
$\Delta L$ (cm)	32,7	49,0	65,3	81,7	98,0	114,3

- Representeu gràficament l'allargament (ordenada) en funció de la força que actua sobre la molla (abscissa). Doneu l'equació de la funció que ajusta els valors experimentals.
- Determineu la constant elàstica de la molla. Expressau el resultat en les unitats del sistema internacional (SI).

DADES:  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .