1. OPCIÓ A. (a) L'equació de l'ona s'escriu

$$y(x,t) = 0,025\cos(10\pi t - kx + \varphi_0)$$

de les condicions de l'enunciat podem dir que

$$-k \cdot 0,5 + \varphi_0$$

per una altra banda es veu que $\omega = 10\pi\, rad/s$, llavors podem calcular la freqüència com

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5\, Hz$$

i amb $v = \lambda f$ trobem la longitud d'ona

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{5} = 4\, m$$

de manera que el nombre d'ona val

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\, rad/m$$

finalment, l'angle de fase valdrà

$$\varphi_0 = k \cdot 0,5 = \frac{\pi}{2} \cdot 0,5 = \frac{\pi}{4}\, rad$$

l'equació de l'ona és doncs,

$$y(x,t) = 0,025\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$$

(b) Derivant tenim

$$v_y = \dot{y}(x,t) = -0,025 \cdot 10\pi \sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$$

de forma que la velocitat màxima val

$$v_{y,max} = \pm 0,25\pi = 0,785\, m/s$$

en quant a l'acceleració, tenim

$$a_y = \dot{v}(x,t) = -0,025(10\pi)^2\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$$

i l'acceleració màxima valdrà

$$a_{y,max} = \pm 2,5 \cdot \pi^2 = 24,67\, m/s^2$$

OPCIÓ B. (a) L'equació de l'ona s'escriu

$$y(x,t) = A \sin(\omega t + kx + \varphi_0)$$

i la de la velocitat vertical dels punts

$$v_y = \dot{y}(x,t) = A\omega \cos(\omega t + kx + \varphi_0)$$

les condicions de l'enunciat es poden escriure com

$$y(0,0) = 0 \Rightarrow 0 = A \sin \varphi_0$$

que té com a possibles solucions $\varphi_0 = 0$ o $\varphi_0 = \pi$, per decidir quina de les dues prenem fem servir la condició sobre la velocitat

$$v_y(0,0) = -40\pi \Rightarrow A\omega \cos \varphi_0 = -40\pi$$

de forma que ha de ser $\varphi_0 = \pi$ per tal que el cosinus sigui negatiu.

De l'enunciat es dedueix que $\lambda = 0,5\, m$ i fent servir la dada sobre la velocitat de fase, podem calcular

$$f = \frac{2}{0,5} = 4\, Hz \rightarrow \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 4 = 8\pi\, rad/s$$

finalment podem trobar l'amplitud de l'ona amb

$$A\omega = 0,4\pi \rightarrow A = \frac{0,4\pi}{\omega} = \frac{0,4\pi}{8\pi} = 0,05\, m$$

(b) Calculem el nombre d'ona amb

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,5} = 4\pi\, rad/m$$

i junt amb la informació de l'apartat anterior podem escriure directament

$$y(x,t) = 0,05 \sin(8\pi t + 4\pi + \pi)$$

2. *Podeu consultar les representacions dels harmònics d'aquest exercici a la teoria de l'assignatura.*
OPCIÓ A. (a) Per aquest harmònic tenim que

$$\frac{1}{2}\lambda = L$$

de forma que serà

$$\lambda = 2L = 2 \cdot 0,17 = 0,34\,m$$

i la freqüència

$$f = \frac{v}{\lambda} = 3400,34 = 1000\,Hz$$

(b) La nova freqüència ha de ser

$$\frac{2}{3} \cdot 1000 = 666,67\,Hz$$

de forma que la longitud d'ona valdrà

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{666,67} = 0,51\,m$$

i finalment, la longitud del tub ha de ser

$$Ł = \frac{\lambda}{2} = \frac{0,51}{2} = 0,255\,m$$

OPCIÓ B. (a) L'harmònic fonamental en les cordes lligades pels dos extrems es compleix la condició

$$\lambda = 2L = 1,5\,m$$

(b) Podem calcular directament

$$v = \lambda f = 1,5 \cdot 440 = 660\,m/s$$

La posició dels ventres en el tercer harmònic vindrà donada per

$$x_1 = \frac{L}{6} = \frac{0,75}{6} = 0,125\,m$$

$$x_2 = \frac{3L}{6} = \frac{L}{2} = \frac{0,75}{2} = 0,375,m$$

$$x_3 = \frac{5L}{6} = \frac{5 \cdot 0,75}{6} = 0,625\,m$$

tots aquests càlculs s'han de justificar a partir de l'esquema corresponent.

3. OPCIÓ A. (*a*) Per una banda, tenim

$$I = \frac{P}{4\pi R^2} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 35^2} = 6,5 \cdot 10^{-7}\, W/m^2$$

llavors el nivell d'intensitat sonora valdrà

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{6,5 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}} = 58,3\, dB$$

(*b*) A $100\, m$ de distància, i per les quatre campanes tocant simultàniament, tenim

$$I = \frac{4 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 100^2} = 3,183 \cdot 10^{-7}\, W/m^2$$

i el nivell d'intensitat sonora serà

$$\beta' = 10 \log \frac{3,183 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}} = 55,03\, dB$$

que supera el límit establert per poc.

OPCIÓ B. (*a*) Calculem la velocitat de les ones sonores emeses per la balena

$$v = \lambda f = 25 \cdot 60 = 1500\, m/s$$

Ara, amb una fórmula de cinemàtica senzilla

$$h = vt = 1500 \cdot 80 \cdot 10^{-3} = 120\, m$$

(*b*) Tenint en compte la geometria del problema, podem calcular la intensitat que rep el vaixell B com

$$I_2 = I_1 \frac{R_1^2}{R_2^2} = 3 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{120^2}{\sqrt{300^2 + 120^2}} = 4,138 \cdot 10^{-7}\, W/m^2$$

d'aquesta manera, el nivell d'intensitat sonora que detecta el vaixell B serà

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = \frac{4,138 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}} = 56,17\, dB$$

4. OPCIÓ A. (*a*) L'equació de loscil·lador s'escriu

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

com ens diuen que $x(0) = 0$, deduïm que ha de ser $\varphi_0 = \pi/2$. Per una altra banda, podem calcular

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 4 = 8\pi \, rad/s$$

de manera que podem escriure

$$x(t) = 6 \cdot 10^{-3} \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

en quant a la velocitat

$$v(t) = \dot{x}(t) = -48 \cdot 10^{-3}\pi \sin\left(8\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

i finalment

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \to k = m\omega^2 = 10 \cdot 10^{-3} \cdot (8\pi)^2 = 6,32 \, N/m$$

(*b*) Calculem directament

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{8\pi} = 0,25 \, s$$

i en quant a la força màxima

$$F = ma = m \cdot A\omega^2 = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot (8\pi)^2 = 0,019 \, N$$

OPCIÓ B. (*a*) Apliquem la tercera llei d'Snell

$$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha 2$$

per trobar

$$n_1 = \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{\sin 40°}{\sin 23,7°} = 1,6$$

on hem tingut en compte que per l'aire, $n_2 = 1$. La velocitat demanada es pot calcular com

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,6} = 1,875 \cdot 10^8 \, m/s$$

(*b*) La longitud d'ona en l'aire es pot calcular com

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} = 6 \cdot 10^{-7} \, m$$

i en quant a l'angle límit d'aquest vidre,

$$n_1 \sin\alpha_l = n_2 \to \alpha_l = \arcsin\frac{n_2}{n_1} = \arcsin\frac{1}{1,6} = 38,68°$$