

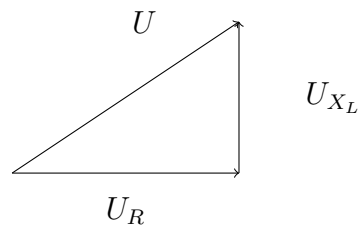
1. La impedància es pot calcular com

$$Z = R + iL\omega = 25 + i \cdot 25 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 60 = 25 + 9,425i$$

i el seu mòdul val

$$|Z| = \sqrt{25^2 + (9,425)^2} = 26,72 \Omega$$

2. A partir del triangle de tensions



d'on podem escriure

$$U^2 = U_{X_L}^2 + U_R^2$$

i

$$U_{X_L}^2 = \sqrt{U^2 - U_R^2} = \sqrt{230^2 - 200^2} = 113,58 \Omega$$

3. (a) La impedància del circuit es pot calcular segons

$$Z = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}$$

llavors

$$Z = 12 + 0,1 \cdot 2\pi \cdot 50j - \frac{1}{65 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi \cdot 50}j = 12 - 17,55j$$

La intensitat serà

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{12 - 17,55j} = 2,655 + 3,883j$$

que té com a mòdul

$$|I| = \sqrt{2,655^2 + 3,883^2} = 4,7 A$$

que serà la lectura de l'amperímetre.

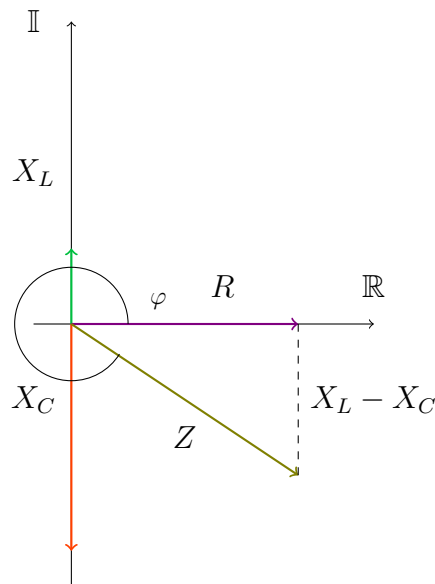
- (b) La lectura del wattímetre correspon a la potència activa que es dissipa al circuit, que es pot calcular amb

$$P = U|I| \cos \varphi = U|I| \frac{R}{|Z|} = 100 \cdot 4,7 \cdot \frac{12}{\sqrt{12^2 + 17,55^2}} = 265,3 \text{ W}$$

- (c) El factor de potència val

$$\cos \varphi = \frac{R}{|Z|} = \frac{12}{\sqrt{12^2 + 17,55^2}} = 0,5644$$

el circuit és capacitiu ja que la impedància capacitiva és més gran que la inductiva, dit d'una altra manera, la part imaginària de la impedància és negativa. En la representació habitual

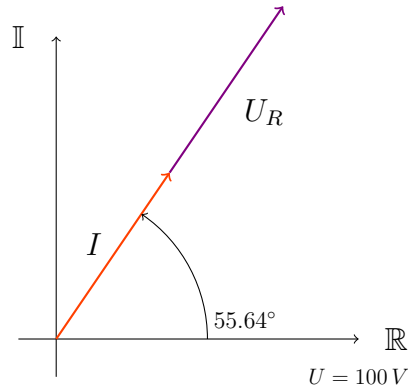


noteu també que al ser el cosinus una funció parella, és  $\cos \varphi = \cos(360 - \varphi) = \cos(-\varphi)$

(d) Tenim que és

$$\cos \varphi = 0,5644 \rightarrow \varphi = 55,64$$

llavors el diagrama fasorial es pot representar com



4. (a) La impedància total del circuit es pot calcular com

$$\begin{aligned} Z &= \overbrace{10 + 10j}^{Z_1} + \frac{\overbrace{(20 + 5j)}^{Z_2} \overbrace{(5 - 5j)}^{Z_3}}{20 + 5j + 5 - 5j} \\ &= 10 + 10j + \frac{125 - 75j}{25} \\ &= 10 + 10j + 5 - 3j \\ &= 15 + 7j \end{aligned}$$

La intensitat total valdrà

$$I_T = \frac{U}{Z} = \frac{200}{15 + 7j} = 10,95 - 5,11j$$

llavors a la impedància  $10 + 10j$  hi cau una tensió

$$V_1 = I_T Z_1 = (10,95 - 5,11j)(10 + 10j) = 160,6 + 58,4j$$

de forma que l'agrupació  $Z_2 // Z_3$  queda sotmesa a una tensió

$$200 - (160,6 + 58,4j) = 39,4 - 58,4j = V_2 = V_3$$

i podem calcular la intensitat que passa per cada branca segons

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_2} = \frac{39,4 - 58,4j}{20 + 5j} = 1,167 - 3,21j$$

i

$$I_3 = \frac{V_3}{Z_3} = \frac{39,4 - 58,4j}{5 - 5j} = 9,78 - 1,9j$$

- (b) El factor de potència codifica l'angle de fase entre la intensitat total i la tensió de la font d'alimentació, en el nostre cas havíem trobat

$$I_T = 10,95 - 5,11j$$

que en forma polar s'expressa com

$$I_T = \sqrt{10,95^2 + 5,11^2} \angle \arctan\left(\frac{-5,11}{10,95}\right) = 12,084 \angle -25,11^\circ$$

el circuit és inductiu (la intensitat total està endarrerida respecte la tensió de la font). El factor de potència val

$$\cos \varphi = \cos(-25,11^\circ) = \cos 25,11^\circ = 0,91$$

- (c) La potència activa del circuit val

$$P = VI \cos \varphi = 200 \cdot 12,084 \cos 25,11^\circ = 2188,4 \text{ W}$$

la reactiva

$$Q = VI \sin \varphi = 200 \cdot 12,084 \sin 25,11^\circ = 1025,59 \text{ VAR}$$

i l'aparent

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 2416,8 \text{ VA}$$

5. (a) A partir de la potència activa

$$1265 = P = VI \cos \varphi \rightarrow \cos \varphi = \frac{1265}{VI} = \frac{1265}{200 \cdot 6,54} = 0,967$$

de forma que és

$$\varphi = \arccos 0,967 = 14,73^\circ$$

de fet, al no saber el valor del coeficient d'autoinducció de la bobina  $L$ , no està clar si el circuit és inductiu o capacitiu, és a dir també seria vàlida la solució  $\varphi = -14,73^\circ$  que de fet és la correcta. tenint en compte aquest detall

$$Q = VI \sin \varphi = 200 \cdot 6,54 \sin(-14,73^\circ) = -332,58 \text{ VAR}$$

La intensitat en forma binòmica serà

$$I = 6,54 \cos(-14,73^\circ) + j6,54 \sin(-14,73^\circ) = 6,325 - 1.663j$$

(b) Calculem la impedància del condensador

$$X_C = \frac{1}{jC\omega} = \frac{1}{jC2\pi f} = \frac{1}{j \cdot 160 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi \cdot 50} = -20j \Omega$$

Ara, recordant el concepte de divisor d'intensitat (pàgina 114 dels [apunts de Física](#) de 1r) podem escriure

$$\begin{aligned} I_C &= I \frac{R_2}{R_2 + X_C} = (6,325 - 1.663j) \frac{15}{15 - 20j} \\ &= 3,075 + 2,437j \rightarrow 3,9236_{38,4^\circ} A \end{aligned}$$

(c) Per una banda, la impedància del condensador era

$$X_C = -20j = 20_{270^\circ}$$

per una altra, mentre que la font d'alimentació proporciona una tensió  $U = 200 V$ , al condensador cauen

$$V_C = I_C \cdot X_C = (3,075 + 2,437j) \cdot (-20j) = 48,74 - 61,5j$$

de forma que al conjunt  $R_1 L$  hi cauen

$$200 - (48,74 - 61,5j) = (151,26 + 61,5j) V$$

que podem igualar a la tensió que cau en el conjunt  $R_1 L$

$$I \cdot (R_1 + jL\omega)$$

tenim

$$(6,325 - 1,663j) \cdot (20 + j2\pi \cdot 50L) = 151,26 + 61,5j$$

d'on

$$\begin{cases} 151,26 = 6,325 \cdot 20 + (1.663 \cdot 2\pi \cdot 50L) \\ 61,5 = -1,663 \cdot 20 + 6,325 \cdot 2\pi \cdot 50L \end{cases}$$

d'on s'obtenen valors prou semblants per  $L$ ,

$$L = 47,4 mH \quad 47,7 mH$$

prenent la mitjana

$$L = 47,55 mH$$

6. Per una banda la potència activa total es pot calcular com

$$P_T = 5 \cdot 1500 + 3 \cdot 5 \cdot 735 + 60 \cdot 40 + \frac{220^2}{15} + \frac{220^2}{20} = 2,65716 \cdot 10^4 W$$

on hem tingut en compte que totes les càrregues es troben sotmeses a la mateixa tensió i per les resistències òhmiques podem aplicar  $P = V^2/R$ . En quant a la potència reactiva tenim, per una banda, la corresponent als motors

$$Q_1 = 3 \cdot 5 \cdot 735 \tan(\arccos 0,75) = 9,723 \cdot 10^3 VAR$$

la corresponent als fluorescents

$$Q_2 = 60 \cdot 40 \tan(\arccos 0,6) = 3200 VAR$$

i la corresponent a la bobina de l'electroimant

$$Q_3 = \frac{V^2}{X_L} = \frac{220^2}{0,5 \cdot 2\pi \cdot 50} = 308,124 VAR$$

de forma que la total valdrà

$$Q_T = 9,723 \cdot 10^3 + 3200 + 308,124 = 1,3231 \cdot 10^4 VAR$$

i la potència aparent

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(2,65716 \cdot 10^4)^2 + (1,3231 \cdot 10^4)^2} = 2,97 \cdot 10^4 VA$$

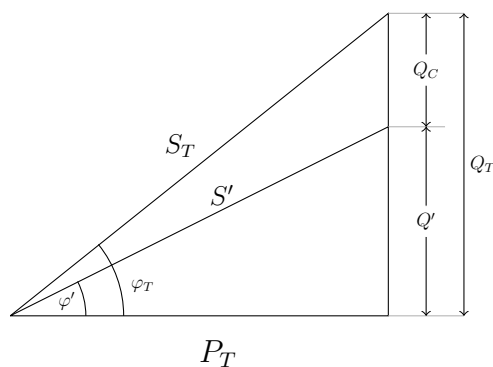
i el factor de potència de la instal·lació val

$$\cos \varphi_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{2,65716 \cdot 10^4}{2,97 \cdot 10^4} = 0,8947$$

d'on

$$\varphi_T = 26,53^\circ$$

l'esquema que fem servir per poder calcular la correcció necessària és ja conegut



la potència reactiva que ha de consumir la bateria de condensadors es pot calcular com

$$Q_C = Q_T - Q' = P_T \tan \varphi_T - P_T \tan \varphi' = P_T (\tan \varphi_T - \tan \varphi')$$

fent servir les dades que tenim

$$Q_C = 2,65716 \cdot 10^4 \cdot (\tan 26,53^\circ - \tan(\arccos 0,98)) = 7,87 \cdot 10^3 \text{ VAR}$$

La intensitat que alimenta la bateria de condensadors serà

$$I = \frac{Q_C}{V} = \frac{7,87 \cdot 10^3}{220} = 35,77 \text{ A}$$

la impedància

$$X_C = \frac{V}{I} = \frac{220}{35,77} = 6,15 \Omega$$

i la capacitat

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 6,15} = 5,176 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 10,547 \text{ mF}$$