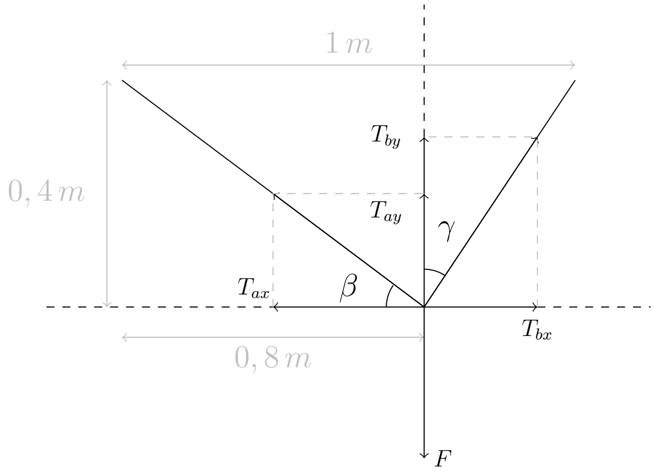
Pàg 270

Exercici 1. Posem uns eixos de coordenades i descomponem les tensions



Ara podem escriure les equacions d'equilibri per cada eix i plantejar un sistema

$$\begin{cases} T_{by} + T_{ay} = F \\ T_{ax} = T_{bx} \end{cases}$$

fent servir trigonometria

$$\begin{cases} T_b \cos\gamma + T_a \sin\beta = F \\ T_a \sin\gamma = T_b \cos\beta \end{cases}$$

aïllem, per exemple, T_a de la segona equació

$$T_a = \frac{T_b \cos\beta}{\sin\gamma}$$

i substituïm a la primera

$$T_b \cos\gamma + \frac{T_b \cos\beta}{\sin\gamma} \sin\beta = F$$

traient factor comú

$$T_b \left(\cos\gamma + \frac{\cos\beta}{\sin\gamma} \sin\beta \right) = F$$

d'on

$$T_b = \frac{F}{\cos\gamma + \frac{\cos\beta}{\sin\gamma} \sin\beta}$$

de l'esquema es veu que

$$\beta = \arctan\left(\frac{0,4}{0,8}\right) = \arctan 0,5$$

i

$$\gamma = \arctan\left(\frac{0,4}{0,2}\right) = \arctan 2$$

llavors

$$T_b = \frac{F}{\cos\gamma + \frac{\cos\beta}{\sin\gamma}\sin\beta} = \frac{1800}{\cos(\arctan 2) + \frac{\cos(\arctan 0,5)}{\sin(\arctan 2)}\sin(\arctan 0,5)} =$$

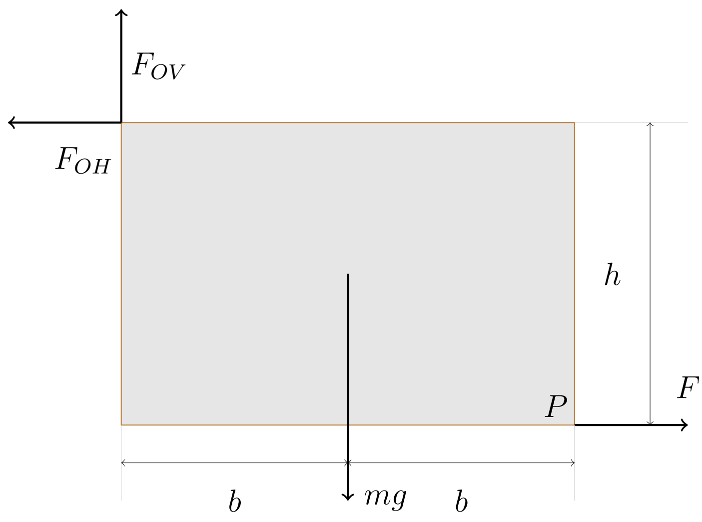
$$= \frac{1800}{\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{\cancel{\frac{2}{\sqrt{5}}}}{\cancel{\frac{2}{\sqrt{5}}}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{1800\cdot\sqrt{5}}{2} = 2012,46\,N$$

En quant a la tensió T_a

$$T_a = \frac{T_b\cos\beta}{\sin\gamma} = \frac{2012,46\cdot\frac{1}{\cancel{\sqrt{5}}}}{\frac{2}{\cancel{\sqrt{5}}}} = 1006,23\,N$$

* * *

Exercici 2. El diagrama de solid lliure és



a) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical i la de moments (des del punt O), queden

$$F_{OV} = mg \qquad F_{OH} = F \qquad mgb = Fh$$

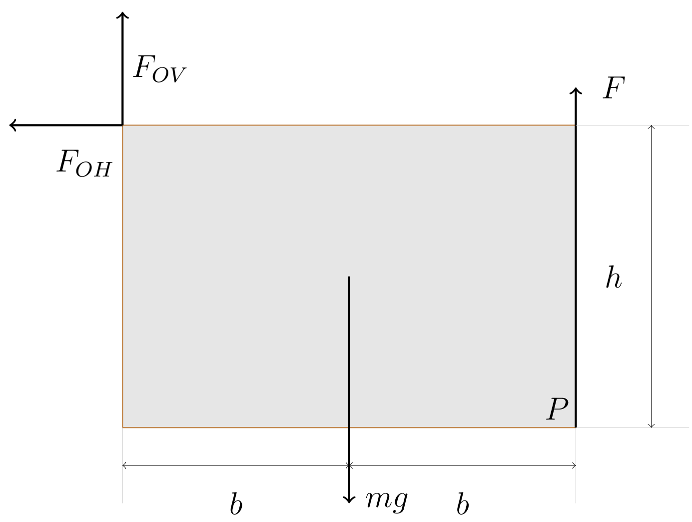
llavors,

$$F = \frac{mgb}{h} = \frac{46,8 \cdot 9,8 \cdot 1,2}{1,2} = 458,64\,N$$

b) Tenim

$$F_{OH} = 458,64\,N \qquad F_{OV} = 46,8 \cdot 9,8 = 458,64\,N$$

c) Si la força F aplicada en P és vertical el diagrama de sòlid lliure és ara



Les equacions d'equilibri queden (tornem a prendre moments des del punt O),

$$F_{OV} + F = mg \qquad F_{OH} = 0 \qquad mgb = F2b$$

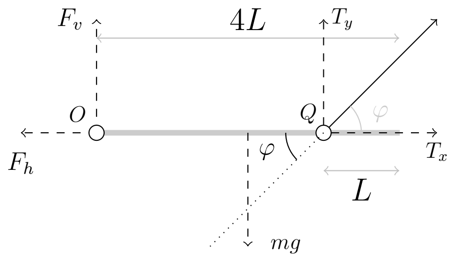
d'on

$$F = \frac{mg\cancel{b}}{2\cancel{b}} = \frac{mg}{2} = 229,32\,N$$

És més petita que l'horitzontal, ja que al estar més luny del punt d'articulació, cal un valor més petit per fer el mateix moment.

* * *

Exercici 4. Fem un diagrama de solid lliure per la taula. L'exercici anomena T a la força que fa la barra PQ sobre la taula. No és la millor tria, ja que són les forces sobre cables i cordes les que anomenem *tensions*, però respectarem el nom. Un altre detall és que l'enunciat demana un angle, φ, que al dibuix assenyalen com α. En aquesta resolució s'ha optat per fer servir φ.



a) Del l'esquema de l'enunciat (aquí hem representat només el diagrama de solid lliure) es veu que

$$\tan\varphi = \frac{2L}{3L}$$

d'on

$$\varphi = \arctan\frac{2\cancel{L}}{3\cancel{L}} = \arctan\frac{2}{3} = 33,7^\circ$$

b) Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical, i la de moments (des del punt O), queden

$$F_v + T_y = mg \qquad F_h = T_x \qquad mg2L = T_y3L$$

d'on

$$T_y = \frac{mg2\cancel{L}}{3\cancel{L}} = \frac{15\cdot 9,8\cdot 2}{3} = 98\,N$$

com que és

$$\tan\varphi = \frac{T_y}{T_x} \to T_x = \frac{T_y}{\tan\varphi} = \frac{98}{\tan 33,7^\circ} = 147\,N$$

c) Ara, és immediat trobar

$$F_x = T_x = 147\,N$$

i

$$F_v = mg - T_y = 15\cdot 9,8 - 98 = 49\,N$$

d) Per calcular la tensió normal o millor dit, l'esforç, necessitem la força total que fa la barra

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \sqrt{147^2 + 98^2} = 176,67\,N$$

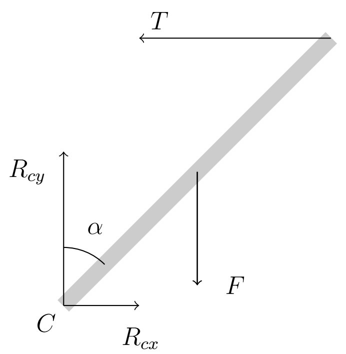
llavors

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{176,67}{12,5} = 14,13\,MPa$$

* * *

Pàg 294

Exercici 1. Representem el diagrama de solid lliure per la barra CB, per la qual suposem una longitud L,



Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical, i la de moments (des del punt C), queden

$$R_{Cy} = F \qquad R_{Cx} = T \qquad F\frac{\cancel{L}}{2}\sin\alpha = T\cancel{L}\cos\alpha$$

d'on

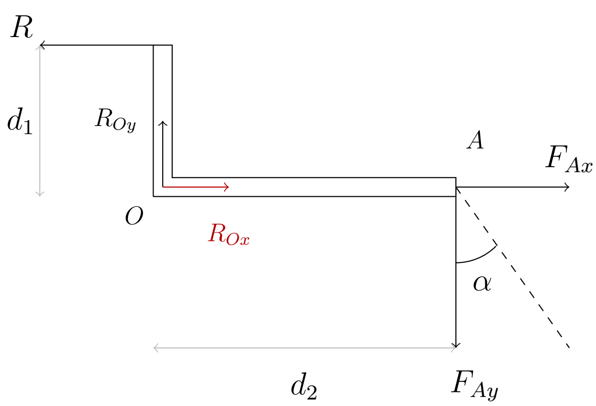
$$T = \frac{F\tan\alpha}{2} = \frac{180\tan 45^\circ}{2} = 90\,N$$

Tot i que no es demanen, calculem les reaccions al punt d'articulació C,

$$R_{Cx} = T = 90\,N$$

$$R_{Cy} = F = 180\,N$$

Exercici 2. Representem el diagrama de solid lliure



Noteu que no està clar que hi hagi reacció horitzontal en el punt O, ja que R és variable i pot compensar sola a F_{Ax}, les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical, i la de moments (des del punt O), queden

$$R = F_{Ax} \qquad R_{Oy} = F_{Ay} \qquad Rd_1 = F_{Ay}d_2$$

cal tenir en compte que tenim dues equacions més, ja que geomètricament es veu que

$$F_{Ax} = F\sin\alpha \qquad F_{Ay} = F\cos\alpha$$

llavors

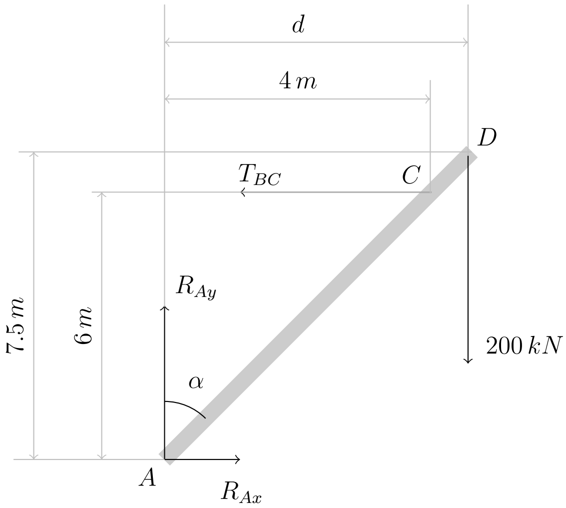
$$R = \frac{F_{Ay}d_2}{d_1} = \frac{F\cos\alpha \cdot d_2}{d_1} = \frac{300 \cdot \cos 30° \cdot 300}{150} = 519,61\,N$$

noteu com no cal posar les distàncies en metres ja que apareixen dividint-se.

* * *

Pàg 296

Exercici 3. El diagrama de solid lliure es pot representar com



Les equacions d'equilibri als eixos horitzontal i vertical, i la de moments (des del punt A), queden

$$R_{Ax} = T_{BC} \qquad R_{Ay} = 200 \cdot 10^3 \qquad T_{BC} \cdot 6 = 200 \cdot 10^3 \cdot d$$

per trobar d podem considerar les relacions

$$\tan\alpha = \frac{4}{6} = \frac{d}{7,5}$$

d'on

$$d = \frac{4 \cdot 7,5}{6} = 5\,m$$

i llavors

$$T_{BC} = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 5}{6} = 1,67 \cdot 10^5\,N$$

$$R_{Ax} = T_{BC} = 1,67 \cdot 10^5\,N$$

$$R_{Ay} = 200 \cdot 10^3\,N$$