1. (*a*) Passem la velocitat al Sistema Internacional

$$90\,\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\cdot\frac{1000\,m}{1\,\cancel{km}}\cdot\frac{1\,\cancel{h}}{3600\,s}=25\,m/s$$

Ara, podem calcular l'acceleració amb

$$v^2=v_0^2+2ax\rightarrow 0=25^2+2\cdot a\cdot 120\rightarrow a=\frac{-25^2}{2\cdot 120}=-2,604\,m/s^2$$

(*b*) El temps demanat valdrà

$$v=v_0+at\rightarrow 0=25-2,604\cdot t\rightarrow t=\frac{25}{2,604}=9,6\,s$$

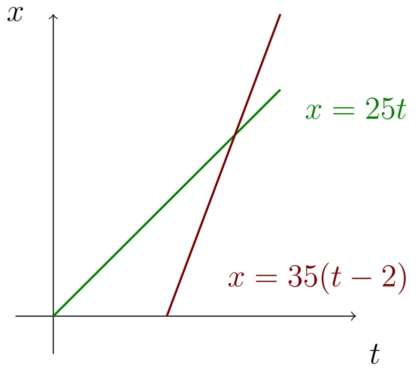
2. (*a*) Podem calcular directament

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2=15\cdot 4+\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4^2=100\,m$$

(*b*) Ara, fent servir l'equació de la velocitat

$$v=v_0+at=15+5\cdot 4=35\,m/s$$

3. (*a*) Representem la situació i escrivim les equacions del moviment



Plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases}x=25t\\x=35(t-2)\end{cases}$$

igualant les equacions

$$25t=35(t-2)\rightarrow 25t=35t-70\rightarrow t=\frac{70}{10}=7\,s$$

Com que ens demanen el temps respecte al que surt tard, hem de donar com a resposta $t-2=7-2=5\,s$. (b) Calculem directament

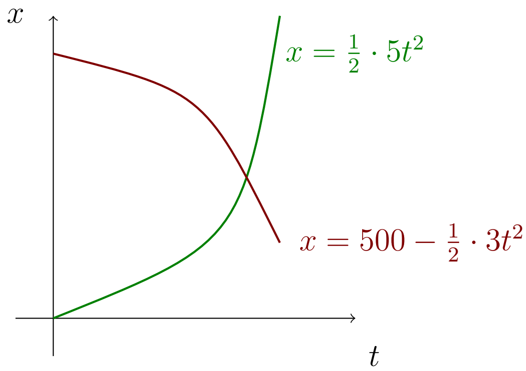
$$x = 25t = 25\cdot 7 = 175\,m$$

també podríem haver fet

$$x = 35(t-2) = 35\cdot(7-2) = 35\cdot 5 = 175\,m$$

que dona el mateix, ja que l'espai recorregut pels dos és igual, no així el temps que tarden a trobar-se ja que un surt més tard.

4. Posem arbitràriament a l'origen de coordenades el que es mou amb acceleració $5\,m/s^2$



Plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}\cdot 5t^2 \\ x = 500 - \frac{1}{2}\cdot 3t^2 \end{cases}$$

igualant les equacions

$$\frac{1}{2}\cdot 5t^2 = 500 - \frac{1}{2}\cdot 3t^2 \rightarrow 8t^2 = 500 \rightarrow t = \sqrt{\frac{500}{8}} = 11,18\,s$$

5. L'equació del moviment s'escriu com

$$y = 70 - 8t - \frac{1}{2}gt^2$$

i la de la velocitat

$$v = -8 - gt$$

Per calcular el temps que tarda en arribar al terra demanem $y = 0$ en l'equació del moviment

$$0 = 70 - 8t - \frac{1}{2}gt^2$$

d'on

$$gt^2 + 16t - 140 = 0$$

amb solucions

$$t = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 + 4g \cdot 140}}{2g}$$

$$t_1 = 3,05\,s \qquad t_2 = -4,68\,s$$

Com que ens interessa l'evolució cap al futur de l'exercici ens quedem amb la solució positiva.

Ara podem calcular amb quina velocitat arriba al terra

$$v = -8 - g \cdot 3,05 = -37,89\,m/s$$

6. (a) Les equacions del moviment són

$$y = 60 + 5t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad y = 35t - \frac{1}{2}gt^2$$

Noteu que la referència de temps i altura és la mateixa per els dos. Llavors, sabem que quan es trobin ho faran a la mateixa altura

$$60 + 5t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2} = 35t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2}$$

d'on

$$30t = 60 \rightarrow t = \frac{60}{30} = 2\,s$$

(b) Per calcular l'altura a la que es troben podem fer servir qualsevol de les equacions del moviment

$$y = 35t - \frac{1}{2}gt^2 = 35 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 2^2 = 50,4\,m$$

(c) Amb les equacions de la velocitat

$$v = 5 - gt \qquad v = 35 - gt$$

mirem quin signe té la velocitat en el moment de trobar-se

$$v = 5 - 9,8 \cdot 2 = -14,6\,m/s \qquad v = 35 - 9,8 \cdot 2 = 15,4\,m/s$$

de forma que, quan es troben, el que es llança des de $60\,m$ d'altura es troba baixant i el que es llança des del terra es troba pujant.

7. (a) Les equacions del moviment i la velocitat són

$$\begin{cases} x = 50\cos 50° t \\ y = 50\sin 50° t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 50\sin 50° - gt \end{cases}$$

(b) Calculem el temps de vol demanant $y = 0$

$$0 = 50\sin 50° t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 0 = \left(50\sin 50° - \frac{1}{2}gt\right) \cdot t$$

d'on $t = 0\,s$ o

$$0 = 50\sin 50° - \frac{1}{2}gt \rightarrow t = \frac{100\sin 50°}{9,8} = 7,817\,s$$

(c) Tot seguit podem calcular l'abast màxim

$$x = 50\cos 50° \cdot 7,817 = 251,23\,m$$

(d) Per calcular l'altura màxima, trobem el valor del temps pel qual es troba a la part més alta de la trajectòria demanant $v_y = 0$

$$0 = 50\sin 50° - gt \rightarrow t = \frac{50\sin 50°}{g} = 3,908\,s$$

Llavors l'altura màxima val

$$y = 50\sin 50° \cdot 3,908 - \frac{1}{2}g(3,908)^2 = 74,85\,m$$

(e) La velocitat total per qualsevol valor de temps es pot calcular com

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0\cos\alpha)^2 + (v_0\sin\alpha - gt)^2} \\ &= \sqrt{(v_0\cos\alpha)^2 + (v_0\sin\alpha - gt)^2} \end{aligned}$$

Quan falten 3 segons perquè arribi al terra han passat $t = 7,817 - 3 = 4,817\,s$ de forma que la velocitat total en aquest moment val

$$v(4,817) = \sqrt{(50\cos 50°)^2 + (50\sin 50° - 9,8 \cdot 4,817)^2} = 33,35\,m/s$$

8. (a) Trobem la velocitat angular en el Sistema Internacional.

$$300\,rpm = 300\,\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}} \cdot \frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} = 10\pi\,rad/s$$

Trobem l'acceleració angular

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{10\pi - 0}{4} = \frac{5\pi}{2}\,rad/s^2$$

(b) Calculem l'espai angular en radians

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot \frac{5\pi}{2} \cdot 4^2 = 20\pi\,rad$$

llavors les voltes s'obtenen com

$$20\pi\,\cancel{rad} \cdot \frac{1\,rev}{2\pi\,\cancel{rad}} = 10\,rev$$

(c) Fent servir l'equació de la velocitat

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \frac{5\pi}{2} \cdot 1,5 = \frac{15\pi}{4}\,rad/s$$

llavors l'acceleració centrípeta val

$$a_c = \omega^2 R = \left(\frac{15\pi}{4}\right)^2 \cdot 0,5 = 69,4\,m/s^2$$