

Exercici 43

a) De $P = \frac{U^2}{R}$ tenim

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{12^2}{55} = 2,6182 \Omega$$

Com que les resistències es troben en paral·lel

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\left(\frac{12^2}{55}\right) \cdot \frac{12^2}{55}}{2 \cdot \frac{12^2}{55}} = \frac{\frac{12^2}{55}}{2} = \frac{144}{110} = \frac{72}{55} = 1,309 \Omega$$

b) Una caiguda del 5 % de la tensió en el cable correspon a

$$U_{cable} = 5 \% \cdot 12 = 0,6 V$$

Llavors, aplicant la llei d'Ohm al cable

$$0,6 = I \rho \frac{L}{A}$$

però no coneixem la intensitat que passa pel circuit, calculem-la. Si anomenem U_{\otimes} a la tensió que cau en els llums (no és $12 V$ perquè estem dient que al cable cau tensió també)

$$I = \frac{U_{\otimes}}{R_{eq}} = \frac{12 - 0,6}{\frac{72}{55}} = 8,708 A$$

ara

$$0,6 = I \rho \frac{L}{A} \rightarrow L = \frac{0,6 \cdot A}{I \rho} = \frac{0,6 \cdot \frac{\pi(0,0025)^2}{4}}{8,708 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}} = 19,894 m$$

però com es tracta d'un cable bipolar (doble), hem de considerar la meitat de la longitud calculada, és a dir

$$L_{max}^{bip} = \frac{19,894}{2} = 9,947 m$$

c) Per una longitud del cable de $4 m$ (8, en realitat), tenim

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1,7 \cdot 10^{-8} \frac{2 \cdot 4}{\frac{\pi(0,0025)^2}{4}} = 0,0277 \Omega$$

c) Considerem que la resistència del cable es troba en sèrie amb el conjunt de les llums i calculem

$$P = \frac{U^2}{R_{cable} + R_{eq}} = \frac{12^2}{0,0277 + 1,309} = 107,73 \text{ W}$$

Exercici 76

a) Passem l'energia consumida en els 15 min a Joule

$$0,6 \text{ kW} \cdot h \times \frac{3,6 \cdot 10^6 \text{ J}}{1 \text{ kW} \cdot h} = 2,16 \cdot 10^6 \text{ J}$$

llavors, la potència consumida val

$$P = \frac{E}{t} = \frac{2,16 \cdot 10^6}{15 \cdot 60} = 2400 \text{ W}$$

Ara, a partir de l'expressió de la potència P que entrega una font d'alimentació U a un circuit per el qual circula una intensitat I

$$P = UI \rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{2400}{230} = 10,435 \text{ A}$$

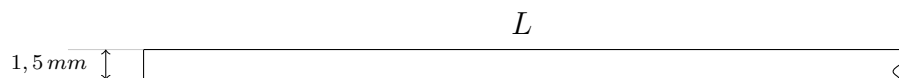
b) Aplicant ara la llei d'Ohm

$$U = IR \rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{230}{10,435} = 22,04 \Omega$$

i

$$R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow L = \frac{RA}{\rho} = \frac{22,04 \cdot 0,1 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}}{11,8 \cdot 10^{-7}} = 2,802 \text{ m}$$

c) El fil de nicrom es pot representar per



Llavors, la condició demanada a l'enunciat es tradueix en

$$1,5 \cdot 10^{-3} \cdot L = 3,5 \% S$$

$$1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,802 = \frac{3,5}{100} S \rightarrow S = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,802 \cdot 100}{3,5} = 0,1201 m^2$$

Exercici 77

a) Aplicant la llei d'Ohm al conjunt font d'alimentació - llums (sense cables connectors), tenim

$$U = I_b R_{\otimes} \rightarrow R_{\otimes} = \frac{U}{I_b} = \frac{12}{10,22} = 1,174 \Omega$$

Ara, al connectar els llums a la font amb els cables, la resistència del circuit canvia, i per tant la intensitat que hi circula. Si ha de caure com a molt el 3% de 12 V al cable; la resta, el 97% de 12 V, és la tensió que caurà als llums (\otimes), així

$$\frac{97}{100} U = I R_{\otimes} \rightarrow I = \frac{97 U}{100 R_{\otimes}} = \frac{97 \cdot 12}{100 \cdot 1,174} = 9,915 A$$

Aplicant ara la llei d'Ohm al cable

$$\frac{3}{100} U = I R_{cable} = I \rho \frac{L}{A}$$

d'on

$$A = \frac{100 I \rho L}{3 U} = \frac{100 \cdot 9,915 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 12} = 2,808 \cdot 10^{-6} m^2 = 2,81 mm^2$$

b) Si fem servir un fil de 4 mm² de secció

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2 \cdot 3}{4 \cdot 10^{-6}} = 0,0255 \Omega = 25,5 m\Omega$$

Recordem que el cable és bipolar i la longitud L s'ha de multiplicar per 2.

c) En les condicions de l'apartat anterior

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{R_{\otimes} + R_{cable}} = \frac{12^2}{1,174 + 0,0255} = 120,05 \text{ W}$$

Exercici 79

Tenim que el 2 % de 470 és

$$\frac{2}{100} 470 = 9,4 \Omega$$

llavors

$$470 \Omega \pm 2 \% = 470 \pm 9,4$$

i el valor està comprés entre $-460,6 \Omega$ i $479,4 \Omega$

Exercici 82

De l'expressió de la resistència elèctrica en funció de la resistivitat, longitud i secció del conductor

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

tenim

$$A = \frac{\rho L}{R}$$

llavors

$$\pi \frac{d^2}{4} = \frac{\rho L}{R}$$

i

$$d = 2\sqrt{\frac{\rho L}{\pi R}} = 2\sqrt{\frac{0,49 \cdot 10^{-6} \cdot 4,508}{\pi \cdot 5}} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,75 \text{ mm}$$

Exercici 83

a)

La tensió que proporcionen les 4 bateries val

$$U_{bateries} = 4 \cdot U_{bat} = 4 \cdot 12 = 48 \text{ V}$$

La tensió que cau a cada branca és

$$U_{branca} = 5 \cdot U_{LED} = 5 \cdot 3,4 = 17 \text{ V}$$

La intensitat que passa per cada branca és la mateixa que passa per cada LED, donat que estan en sèrie, i val $I_{LED,4} = 25 \text{ mA}$. Llavors, la intensitat total al circuit (que passa per la resistència R), val

$$I_{total} = I_R = 3 \cdot I_{LED,4} = 3 \cdot 25 \cdot 10^{-3} = 0,075 \text{ A}$$

La tensió que cau a la resistència R val

$$U_R = U_{bateries} - U_{branca} = 48 - 17 = 31 \text{ V}$$

Llavors, aplicant la llei d'Ohm a la resistència R

$$U_R = I_R R \rightarrow R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{31}{0,075} = \frac{1240}{3} = 413,33 \Omega$$

b) Per calcular l'energia consumida en 8 h calculem la potència consumida i apliquem

$$P = \frac{E}{t}$$

La potència consumida és la mateixa que la font d'alimentació entrega al circuit, llavors

$$P = U_{bateries} I_{total} = 48 \cdot 0,075 = 3,6 \text{ W}$$

Ara doncs,

$$E = Pt = 3,6 \cdot 10^{-3} \cdot 8 = 0,0288 \text{ kWh}$$

també

$$E = Pt = 3,6 \cdot 8 \cdot 3600 = 103680 \text{ J}$$

c) Per calcular el temps que duren les bateries tenim en compte la seva capacitat $c_{bat} = 10000 \text{ Ah}$, com que n'hi ha 4, la capacitat serà $40000 \text{ Ah} = 40 \text{ Ah}$, llavors

$$I_{total} \cdot t = c \rightarrow t = \frac{c}{I_{total}} = \frac{40}{0,075} = \frac{1600}{3} = 533,33 \text{ h}$$

d) Si ara tenim només 3 bateries connectades en sèrie, serà

$$U_{bateries} = 3 \cdot U_{bat} = 3 \cdot 12 = 36 \text{ V}$$

Per calcular la nova intensitat que passa ara per cada LED necessitem saber la resistència que presenta cadascun. Ho calculem amb les dades de la situació anterior. Aplicant la llei d'Ohm a un LED

$$U_{LED} = I_{LED,4} \cdot R_{LED} \rightarrow R_{LED} = \frac{U_{LED}}{I_{LED,4}} = \frac{3,4}{25 \cdot 10^{-3}} = 136 \Omega$$

Llavors la resistència equivalent del circuit és

$$R_{eq} = R + \frac{5R_{LED}}{3} = \frac{1240}{3} + \frac{5}{3} \cdot 136 = 640 \Omega$$

perquè hi ha cinc LED en sèrie per branca i es pot provar que si tenim tres resistències r iguals en paral·lel, la seva resistència equivalent val $r/3$,

Finalment, aplicant la llei d'Ohm a tot el circuit

$$3 \cdot U_{bat} = I'_{total} \cdot R_{eq} \rightarrow I'_{total} = \frac{3 \cdot U_{bat}}{R_{eq}} = \frac{3 \cdot 12}{640} = 0,05625 \text{ A}$$

Aquesta intensitat travessarà la resistència R i després es dividirà (entre 3) per passar per cada branca, llavors, la intensitat que passa per cada branca i per tant, la que passa per cada LED, val

$$I_{LED,4} = \frac{I'_{total}}{3} = \frac{0,05625}{3} = 0,01875 \text{ A}$$