Tema 10 Treball i energia

1. Treball.

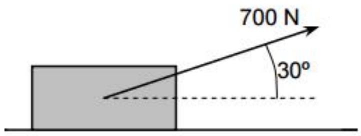
Donada una força F que actua sobre un cos i el desplaça una distància d, definim el treball que fa aquesta força com

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd\cos\alpha$$

on *alpha* és l'angle que forma la direcció de la força amb el desplaçament. La unitat del treball en el Sistema Internacional és el *joule*, **J**.

Exemple 1.

Calculeu el treball que fa una força de $700\,N$ que forma un angle de $30°$ amb l'horitzontal si arrosega un objecte al llarg de $10\,m$.



Tenim que

$$W = 700 \cdot 10 \cdot \cos 30° = 6,06 \cdot 10^3\,J$$

Cal tenir present dos situacions particulars destacades

- En el cas de la força de fregament cal tenir present que sempre farà treball negatiu, al ser $\alpha = 180°$.
- En el cas que l'angle que forma la força i el sentit del desplaçament sigui $90°$, llavors el treball és zero.

2. Potència i rendiment.

Per calcular la potència P desenvolupada per una força al fer un determinat treball W en un temps t ho farem amb

$$P = \frac{W}{t}$$

la unitat de la potència en el Sistema Internacional és el *watt*, **W**. Cal no condonfre aquesta unitat amb el símbol que fem servir pel treball.

En els processos mecànics gairebé sempre una part del treball o potència útil es perd en forma de calor. Per quantificar això definim el *rendiment* com

$$\eta = \frac{P_u}{P_t}$$

on P_u és l'anomenada *potència útil* i P_t és la potència teòrica o consumida.

Exemple 2.
Una estufa elèctrica amb un rendiment del 98% que consumeix $1000\,W$ proporciona

$$1000 \cdot 0,98 = 980\,W$$

de potència.

3. Energia cinètica, potencial i mecànica.

Per un objecte de massa m que es mou a velocitat v definim la seva energia cinètica E_c com

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Per un objecte de massa m que es troba a una alçada h respecte un punt determinat definim la seva energia potencia gravitatòria E_{pg} com

$$E_{pg} = mgh$$

Definim l'energia mecànica E_M d'un cos com

$$E_M = E_c + E_{pg} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

La importància d'aquesta definició és que si es pot considerar que no hi actuen forces no conservatives (en la pràctica el fregament), llavors l'energia mecànica d'un cos és una quantitat conservada, el que fa possible resoldre molts tipus de problemes. En realitat, si hi ha fegament, sempre podrem incorporar el seu efecte en un balanç d'energia.

L'energia es mesura en *joule* J igual que el treball, podem pensar que són dues cares d'una mateixa moneda.

4. Energia potencial elàstica.

Un cas especial d'energia potencial és l'associat a molles. Així, l'energia potencial elàstica E_{pel} d'una molla es calcula com

$$E_{pel} = \frac{1}{2}kx^2$$

5. Xocs en una dimensió.

Al tema anterior vam veure que en col·lisions i si no hi havia forces externes la quantitat de moviment era una quantitat conservada. Ara, podem afegir la possible conservació de l'energia cinètica i tenim la següent casuïstica:

Si l'energia cinètica no es conserva direm que el xoc és *inelàstic*. En aquestes condicions els cossos patiran deformacions que poden ser permanents. Si els dos cossos queden units després del xoc, direm que aquest és *totalment inelàstic*. Si l'energia cinètica es conserva, direm que el xoc és *elàstic*.

Existeix una quantitat molt important que s'anomena *coeficient de restitució*, que controla el *grau d'elasticitat* del xoc. Veiem com obtenir-la.

Suposem que tenim dues masses m_1, m_2 que patiran un xoc elàstic. Aleshores, de la conservació del moment lineal i l'energia cinètica, podem escriure:

$$\begin{cases} m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1^{'} + m_2v_2^{'} \\ \\ \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^{'2} + \frac{1}{2}m_2v_2^{'2} \end{cases}$$

aleshores, treient denominadors i reordenant a cada equació:

$$\begin{cases} m_1v_1 - m_1v_1^{'} = m_2v_2^{'} - m_2v_2 \\ \\ m_1v_1^2 - m_1v_1^{'2} = m_2v_2^{'2} - m_2v_2^2 \end{cases}$$

treient factor comú:

$$\begin{cases} m_1(v_1 - v_1^{'}) = m_2(v_2^{'} - v_2) \\ \\ m_1(v_1^2 - v_1^{'2}) = m_2(v_2^{'2} - v_2^2) \end{cases}$$

fent servir que suma per diferència és diferencia de quadrats:

$$\begin{cases} m_1(v_1 - v_1^{'}) = m_2(v_2^{'} - v_2) \\ \\ m_1(v_1 + v_1^{'})(v_1 - v_1^{'}) = m_2(v_2^{'} + v_2)(v_2^{'} - v_2) \end{cases}$$

Fent servir la primera equació en la segona:

$$m_1(v_1 + v_1^{'})\frac{m_2}{m_1}(v_2^{'} - v_2) = m_2(v_2^{'} + v_2)(v_2^{'} - v_2)$$

on, suposant que les masses són diferents de zero i $v_2^{'} \neq v_2$, tenim:

$$(v_1 + v_1^{'}) = (v_2^{'} + v_2)$$

o també:

$$v_1 - v_2 = v_2^{'} - v_1^{'}$$

Inspirats per aquest resultat, podem definir el *coeficient de restitució*, e com:

$$e = \frac{v_2^{'} - v_1^{'}}{v_1 - v_2}$$

Fixem-nos en que per un xoc elàsic serà $e = 1$, per un inelàstic $0 < e < 1$, i per un totalment inelàstic $e = 0$.