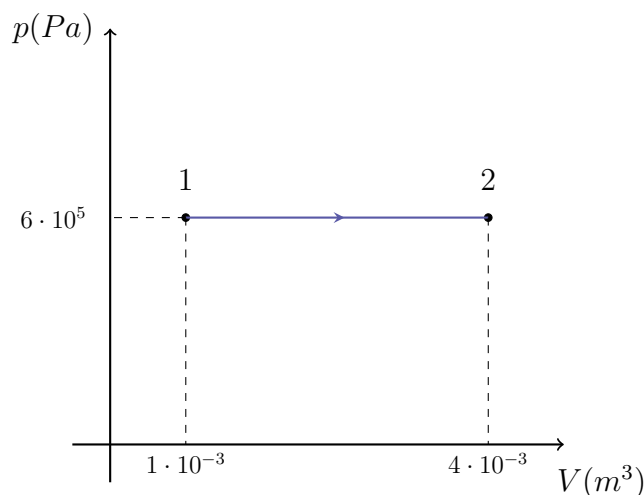


Pàg. 35, exercici 21

El treball val

$$W_{1 \rightarrow 2} = p(V_2 - V_1) = 6 \cdot 10^5 \cdot (4 - 1) \cdot 10^{-3} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Podem representar el procés com



* * *

Pàg. 35, exercici 22

El primer procés consisteix en una transformació isocora (a volum constant), on no es produeix treball. De tota manera necessitem calcular la temperatura T_2 ja que en l'expansió isotèrmica que seguirà, *si* que es produirà treball i aquest depèn d'aquesta temperatura. Podem escriure l'equació d'estat pels punts 1 i 2 i tenim

$$\begin{cases} p_1 V_1 = nRT_1 \\ p_2 V_1 = nRT_2 \end{cases}$$

d'on dividint les equacions

$$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_1} = \frac{nRT_1}{nRT_2}$$

llavors

$$T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = (20 + 273) \cdot \frac{4}{2} = 586 \text{ K}$$

on hem posat la pressió en *bar* perquè apareixen dividint i per tant, no cal passar-les al Sistema Internacional.

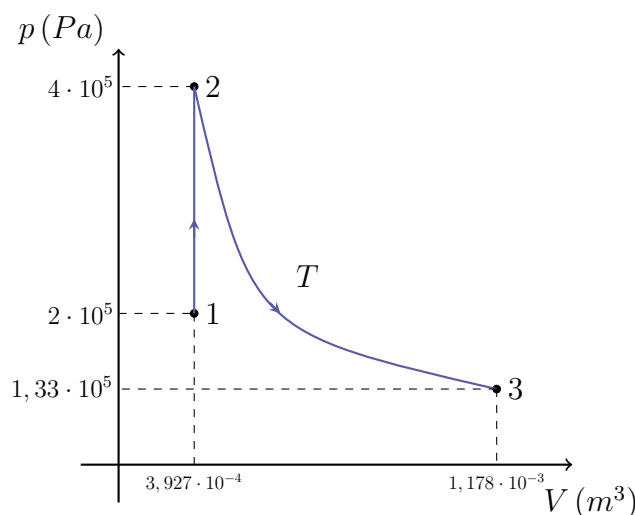
Ara calculem el nombre de mols de gas que tenim al recipient

$$p_1 V_1 = nRT_1 \rightarrow n = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3,927 \cdot 10^{-4}}{8,31 \cdot 293} = 0,03226 \text{ mol}$$

On s'ha calculat el volum V_1 com

$$V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{100 \cdot 10^{-3}}{2} \right)^2 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 3,927 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

El diagrama corresponent al procés seguit pel gas és



On s'ha calculat el volum V_3 com

$$V_3 = \pi r^2 h' = \pi \cdot \left(\frac{100 \cdot 10^{-3}}{2} \right)^2 \cdot 150 \cdot 10^{-3} = 1,178 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Ara, el treball que es fa en l'expansió isotèrmica

$$W_{1 \rightarrow 2} = nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = 0,03226 \cdot 8,31 \cdot 586 \cdot \ln \frac{1,178 \cdot 10^{-3}}{3,927 \cdot 10^{-4}} = 172,57 \text{ J}$$

* * *

Pàg. 35, exercici 23

A partir del primer principi

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W = 1000 - 500 + 172,57 = 672,57 \text{ J}$$

Pàg. 35, exercici 24

a) Calculem el volum inicial a partir de l'equació d'estat

$$p_1 V_1 = nRT_1 \rightarrow V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} = \frac{1 \cdot 8,31 \cdot (273 + 5)}{1 \cdot 10^6} = 2,3 \cdot 10^{-3} m^3$$

De l'equació que governa les transformacions adiabàtiques

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

d'on

$$V_2 = \sqrt[\gamma]{V_1^\gamma \frac{p_1}{p_2}} = V_1 \cdot \sqrt[\gamma]{\frac{p_1}{p_2}} = 2,3 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt[1,5]{\frac{1}{0,3}} = 5,13 \cdot 10^{-3} m^3$$

b) Fent servir l'equació d'estat novament (ara per l'estat 2)

$$p_2 V_2 = nRT_2 \rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 5,13 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 8,31} = 185,2 K$$

c) El treball en l'expansió es calcula com

$$W_{1 \rightarrow 2} = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1} = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 2,3 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^5 \cdot 5,13 \cdot 10^{-3}}{1,5 - 1} = 1522 J$$

* * *

Pàg. 37, exercici 6

Per calcular el treball involucrat en el procés isotèrmic volem usar

$$W_{1 \rightarrow 2} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

però no tenim el número de mols ni la temperatura, llavors, a podem fer servir l'equació d'estat

$$pV = nrT$$

per escriure

$$W_{1 \rightarrow 2} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 1 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \ln \frac{1}{10} = -2302,6 J$$

Ara, segons el primer principi

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W$$

i com el procés és isotèrmic $\Delta U = 0$ llavors

$$0 = \Delta Q - \Delta W \rightarrow \Delta Q = \Delta W = -2302,6 \text{ J}$$

* * *

Pàg. 37, exercici 7

a) A partir del primer principi

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W = -10 \cdot 10^3 - (-25 \cdot 10^3) = 15 \cdot 10^3 \text{ J}$$

b) L'energia útil que escalfarà l'alcohol és ΔU calculat abans, llavors

$$\Delta U = mC_e \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{\Delta U}{mC_e} = \frac{15 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 2400} = 12,5^\circ \text{ C}$$

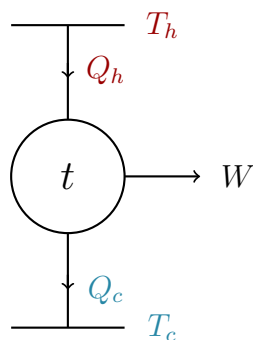
per tant, la temperatura final serà

$$T_f = 18^\circ + 12,5^\circ = 30,5^\circ \text{ C}$$

* * *

Pàg. 47, exercici 4

L'esquema de la màquina tèrmica es pot representar per



Calculem el rendiment com a màquina tèrmica *general*

$$\eta_t = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{150}{300} = 0,5$$

on s'ha fet servir que

$$Q_h = W + Q_c \rightarrow Q_c = Q_h - W = 300 - 150 = 150 \text{ J}$$

Calculem ara el rendiment que tindria un màquina tèrmica ideal treballant entre les mateixes temperatures

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{20 + 273}{100 + 273} = 0,214$$

Aquest és el rendiment màxim, per tant no és possible que existeixi aquesta màquina.

* * *

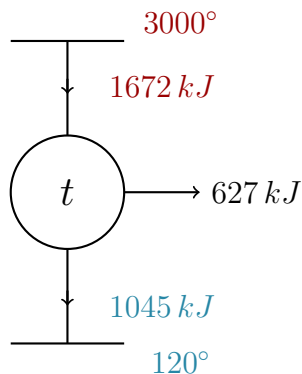
Pàg. 47, exercici 7

En les màquines tèrmiques ideals l'increment d'entropia degut al flux de calor amb la font calenta s'equilibra numèricament amb el flux de calor amb la font freda. En les reals aquest equilibri no es dona i sempre és més gran l'intercanvi d'entropia amb la font freda. En altres paraules, les màquines tèrmiques no reversibles pateixen pèrdues que les fan menys eficients, i això és equivalent a que contribueixin a que l'entropia de l'univers augmenti.

* * *

Pàg. 47, exercici 9

Podem representar la situació amb



on s'ha fet servir que

$$Q_h = W + Q_c \rightarrow W = Q_h - Q_c = 1672 - 1045 = 627 \text{ kJ}$$

El rendiment com a màquina tèrmica no ideal es calcula com

$$\eta_t = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{1045}{1672} = 0,375$$

noteu l'ús de kJ ja que les quantitats s'estan dividint i el canvi a J és lineal, per tant no cal posar-les en el Sistema Internacional abans de fer el quocient.

El rendiment com a màquina tèrmica ideal (o reversible) es calcula segons

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{120 + 273}{3000 + 273} = 0,88$$

ara, *sí* que hem de passar a *Kelvin* les dades de temperatura, a pesar que també apareixen dividint. La raó és que el canvi de $^{\circ}\text{C}$ a *Kelvin* és *afi* (se li ha de sumar un nombre) i no lineal (s'hauria de multiplicar per un nombre).

Calculem llavors el treball que obtindríem si el rendiment fos l'ideal

$$\eta = \frac{W}{Q_h} \rightarrow W = \eta Q_h = 0,88 \cdot 1672 = 1471,36 \text{ kJ}$$

El treball perdut per irreversibilitats val

$$W_p = 1471,36 - 672 = 799,36 \text{ kJ}$$

La variació d'entropia en cada cicle a la màquina tèrmica és zero ja que l'entropia és una funció d'estat i com a tal només depèn de l'estat inicial i final. La situació és una mica semblant a quan en una expansió isotèrmica argumentàvem que l'energia interna no variava. La raó era que l'energia interna, al ser una funció d'estat només depèn de l'estat inicial i el final, i com aquests es trobaven a la mateixa temperatura, i l'energia interna només depenia de la temperatura, teníem $\Delta U = 0$.

Per calcular la variació d'entropia a l'univers mirem la contribució que en fan els reservoris. El reservori a temperatura $T_h = 3000^{\circ}$ perd en cada cicle $Q_h = 1672 \text{ kJ}$ de calor, per tant l'entropia involucrada en aquesta part val

$$\Delta S_h^r = \frac{Q_h}{T_h} = \frac{-1672 \cdot 10^3}{3000 + 273} = -510,85 \text{ J/K}$$

per una altra banda, la màquina tèrmica injecta $Q_c = 1045 \text{ kJ}$ de calor al reservori que es troba a temperatura $T_c = 120^\circ$ i l'entropia en aquest procés particular val

$$\Delta S_c^r = \frac{Q_c}{T_c} = \frac{1045 \cdot 10^3}{30 + 273} = 3448,84 \text{ J/K}$$

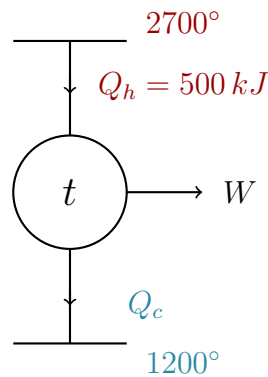
Llavors, la variació total de l'entropia de l'univers prové de la dels reservoris i podem escriure

$$\Delta S_{univ} = 3448,84 - 510,85 = 2938 \text{ J/K}$$

* * *

Pàg. 47, exercici 10

L'esquema de la màquina tèrmica és



a) Com ens diuen que és ideal podem calcular el seu rendiment a partir de les temperatures dels reservoris.

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{1200 + 273}{2700 + 273} = \frac{1500}{2973} \approx 0,5$$

Ara, a partir de la definició de rendiment en una màquina tèrmica en general

$$\eta = \frac{W}{Q_h} \rightarrow W = \eta \cdot Q_h = \frac{1500}{2973} \cdot 500 \approx 0,5 \cdot 500 = 250 \text{ kJ}$$

b) Amb

$$Q_h = W + Q_c \rightarrow Q_c = Q_h - W = 500 - \frac{1500}{2973} \cdot 500 \approx 500 - 250 = 250 \text{ kJ}$$

c) L'entropia de la màquina ΔS_{maq} val zero en cada cicle perquè l'entropia és una funció d'estat i la màquina torna al seu estat inicial.

Del reservori a temperatura T_h surt calor cap a la màquina tèrmica i l'entropia involucrada en el procés val,

$$\Delta S_h^r = \frac{Q_h}{T_h} = \frac{-500}{2700 + 273} = \frac{-500}{2973} \text{ kJ/K}$$

Al reservori a temperatura T_c hi arriba calor procedent de la màquina tèrmica i l'entropia involucrada en el procés val,

$$\begin{aligned} \Delta S_c^r &= \frac{Q_c}{T_c} = \frac{500 - \frac{1500}{2973} \cdot 500}{1200 + 273} \\ &= \frac{500 - \frac{1500}{2973} \cdot 500}{1473} = \frac{\frac{500 \cdot 2973 - 1500 \cdot 500}{2973}}{1473} \\ &= \frac{\frac{1473 \cdot 500}{2973}}{1473} = \frac{500}{2973} \text{ kJ/K} \end{aligned}$$

per tant la variació d'entropia de l'univers és

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{maq} + \Delta S_h^r + \Delta S_c^r = 0 - \frac{500}{2973} + \frac{500}{2973} = 0 \text{ kJ/K}$$

S'han fet els càlculs amb nombres racionals per tal d'evitar errors d'arrodoniment que podrien alterar el resultat final, que ha de ser idènticament zero tal com prediu el segon principi de la termodinàmica.

* * *

Pàg. 63, exercici 34

a) A partir de les dades del problema

$$104,5 \frac{\text{kJ}}{\text{min}} \cdot \frac{10^3 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 17416 \text{ W}$$

és a dir que en un segon s'extreuen 17416,7 J. Ara, amb la definició de COP per un refrigerador

$$COP_f = \frac{Q_c}{W} \rightarrow W = \frac{Q_c}{COP_f} = \frac{17416,7}{2,5} = 696,67 \text{ J}$$

cada segon, per tant la potència consumida de la xarxa, en principi, val 696,67 W. Com ens diuen que hi ha un rendiment (possiblement d'origen

electromecànic, no termodinàmic) involucrat en el procés, la potència consumida serà més gran

$$P = \frac{696,67}{\eta} = \frac{696,67}{0,85} = 819,6 \text{ W}$$

b) La calor evacuada pel refrigerador al seu entorn es pot escriure com

$$Q_h = W + Q_c$$

el treball consumit de la xarxa al llarg d'un dia val

$$W = P \cdot t = 819,6 \cdot 24 \cdot 3600 = 7,08134 \cdot 10^7 \text{ J}$$

i la calor absorbida de l'evaporador

$$Q_c = 17416,7 \cdot 24 \cdot 3600 = 1,5048 \cdot 10^9 \text{ J}$$

de forma que

$$Q_h = 1,5756 \cdot 10^9 \text{ J}$$

* * *

Pàg. 63, exercici 36

A partir de

$$Q = mC_e\Delta T \quad Q = mL_f$$

calculem la calor que hem d'extreure per passar d'aigua a 15° C a gel a -5° C .

Comencem refredant l'aigua de 15° C a 0° C

$$Q_1 = 500 \cdot 4180 \cdot 15 = 3,135 \cdot 10^7 \text{ J}$$

ara, per passar d'aigua a 0° C a gel a 0° C (el canvi de fase)

$$Q_2 = 500 \cdot 334000 = 1,67 \cdot 10^8 \text{ J}$$

ara, per refredar el gel de 0° C a -5° C

$$Q_3 = 500 \cdot 2090 \cdot 5 = 5,225 \cdot 10^6 \text{ J}$$

La calor total que cal extreure doncs, és

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3,135 \cdot 10^7 + 1,67 \cdot 10^8 + 5,225 \cdot 10^6 = 2,036 \cdot 10^8 J$$

i el treball que el refrigerador consumirà de la xarxa serà

$$COP_f = \frac{Q_c}{W} \rightarrow W = \frac{Q_c}{COP_f} = \frac{2,036 \cdot 10^8}{5,6} = 3,635 \cdot 10^7 J$$

Com cal obtenir 500 kg cada hora, la potència del refrigerador ha de ser

$$P = \frac{W}{t} = \frac{3,635 \cdot 10^7}{3600} = 1,01 \cdot 10^4 W$$

Si es podés aprofitar la calor despres a al condensador (evacuada al entorn) d'alguna manera tindriem una quantitat extra d'energia cada hora de

$$Q_h = W + Q_c = 3,635 \cdot 10^7 + 2,036 \cdot 10^8 = 2,4 \cdot 10^8 J$$

* * *

Pàg. 63, exercici 37

Les dades de les temperatures son informatives, no es faran servir per resoldre el problema. La dada que necessitem és la calor que cal subministrar a l'interior de la casa. Llavors

$$COP_{b,c} = \frac{Q_h}{W} \rightarrow W = \frac{Q_h}{COP_{b,r}} = \frac{376200 \cdot 10^3}{8} = 4,7025 \cdot 10^7 J$$

si aquest procés s'ha de fer en 30 min, la potència necessària de la bomba de calor ha de ser

$$P_b = \frac{W}{t} = \frac{4,7025 \cdot 10^7}{30 \cdot 60} = 26125 W$$

L'avantatge energètic de la bomba de calor respecte les estufes elèctriques és que mentre les estufes haurien de proporcionar els $376200 \cdot 10^3 J$ de calor que calen per escalfar la casa, la bomba de calor consumeix 8 vegades menys energia de la xarxa, gràcies al seu COP que en definitiva representa l'aportació que fa la bomba al extreure calor de la font freda.