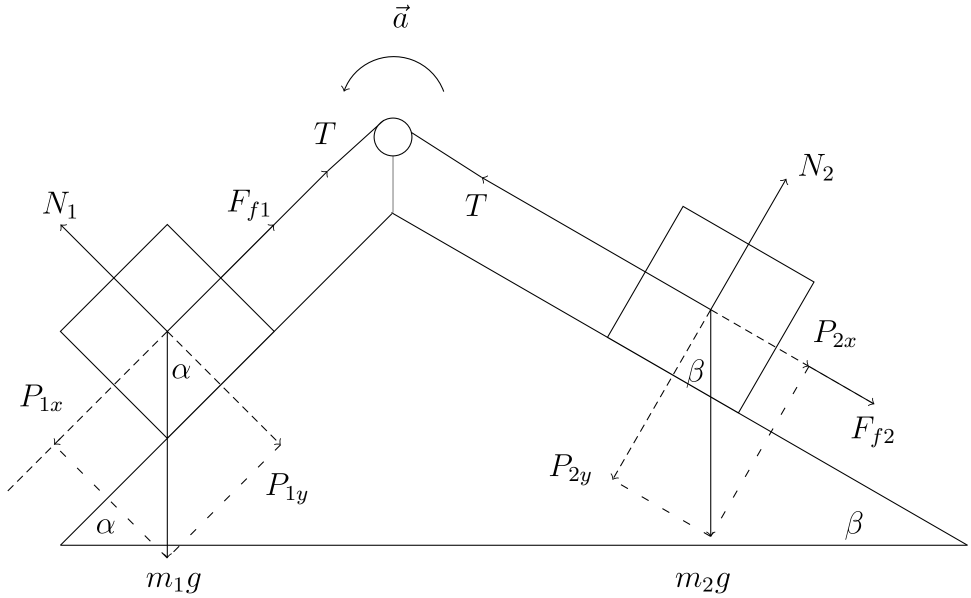
1. Representem les forces suposant que es mourà cap a l'esquerra



Pel cos 1 les equacions son,

$$\begin{cases} N_1 = P_{1y} \\ P_{1x} - T - F_{f1} = m_1 a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N_1 = m_1 g \cos\alpha \\ m_1 g \sin\alpha - T - F_{f1} = m_1 a \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} N_1 = m_1 g \cos\alpha \\ m_1 g \sin\alpha - T - \mu N_1 = m_1 a \end{cases} \rightarrow m_1 g \sin\alpha - T - \mu m_1 g \cos\alpha = m_1 a$$

Pel cos 2 les equacions son,

$$\begin{cases} N_2 = P_{2y} \\ T - P_{2x} - F_{f2} = m_2 a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N_2 = m_2 g \cos\beta \\ T - m_2 g \sin\beta - F_{f2} = m_2 a \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} N_2 = m_2 g \cos\beta \\ T - m_2 g \sin\beta - \mu N_2 = m_2 a \end{cases} \rightarrow T - m_2 g \sin\beta - \mu m_2 g \cos\beta = m_2 a$$

Obtenim llavors el sistema

$$\begin{cases} m_1 g \sin\alpha - T - \mu m_1 g \cos\alpha = m_1 a \\ T - m_2 g \sin\beta - \mu m_2 g \cos\beta = m_2 a \end{cases}$$

que es resol fàcilment per donar

$$m_1 g \sin\alpha - m_2 g \sin\beta - \mu m_2 g \cos\beta - \mu m_1 g \cos\alpha = m_1 a + m_2 a$$

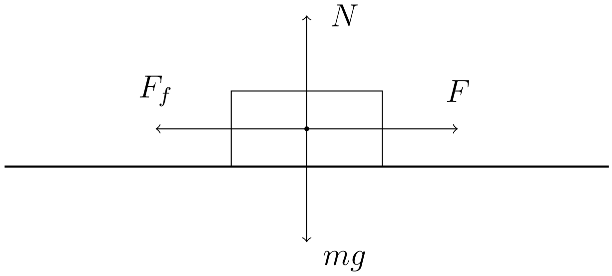
d'on finalment

$$a = g \cdot \frac{m_1 \sin\alpha - m_2 \sin\beta - \mu m_2 \cos\beta - \mu m_1 \cos\alpha}{m_1 + m_2}$$

$$= 9,8 \cdot \frac{120 \sin 30^\circ - 20 \sin 60^\circ - 0,3 \cdot 20 \cos 60^\circ - 0,3 \cdot 120 \cos 30^\circ}{120 + 20}$$

$$= 0,595\, m/s^2$$

2. Representem les forces en cada cas



Les equacions que resolen el problema són

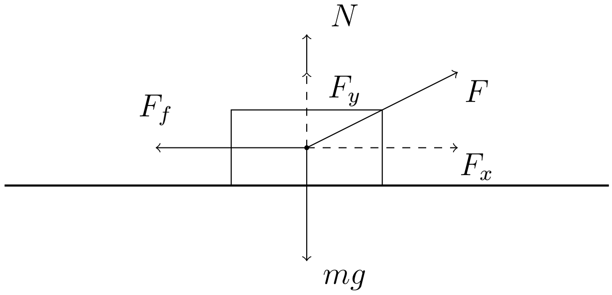
$$\begin{cases} N = mg \\ F - F_f = ma \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N = mg \\ F - \mu N = ma \end{cases} \rightarrow F - \mu mg = ma$$

d'on

$$a = \frac{F - \mu mg}{m} = \frac{700 - 0,4 \cdot 100 \cdot 9,8}{100} = 3,08\, m/s^2$$

* * *

Ara



Podem escriure el següent sistema

$$\begin{cases} N + F_y = mg \\ \\ F_x - F_f = ma \end{cases}$$

Escrivint les components en funció de l'angle α

$$\begin{cases} N + F \sin\alpha = mg \\ \\ F \cos\alpha - \mu N = ma \end{cases}$$

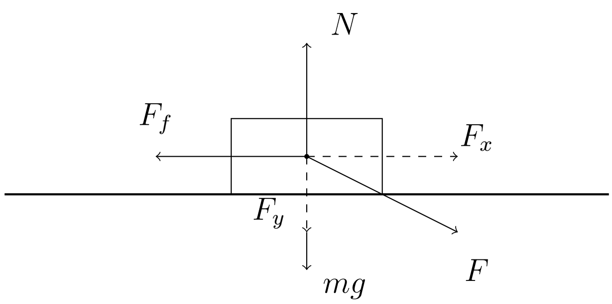
que es pot escriure com

$$F \cos\alpha - \mu(mg - F \sin\alpha) = ma$$

d'on

$$\begin{aligned} a &= \frac{F \cos\alpha - \mu(mg - F \sin\alpha)}{m} \\ &= \frac{700 \cos 30° - 0,4(100 \cdot 9,8 - 700 \sin 30°)}{100} \\ &= 3,54\, m/s^2 \end{aligned}$$

Representem les forces de forma semblant als altres casos



Les equacions són ara,

$$\begin{cases} N = F_y + mg \\ \\ F_x - F_f = ma \end{cases}$$

Escrivint les components en funció de l'angle α

$$\begin{cases} N = F \sin\alpha + mg \\ \\ F \cos\alpha - \mu N = ma \end{cases}$$

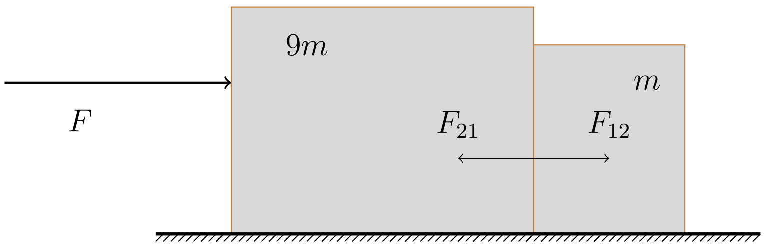
que es pot escriure com

$$F\cos\alpha - \mu(F\sin\alpha + mg) = ma$$

d'on

$$\begin{aligned} a &= \frac{F\cos\alpha - \mu(F\sin\alpha + mg)}{m} \\ &= \frac{700\cos 30° - 0,4(700\sin 30° + 100\cdot 9,8)}{100} \\ &= 0,74\, m/s^2 \end{aligned}$$

3. Representem la situació



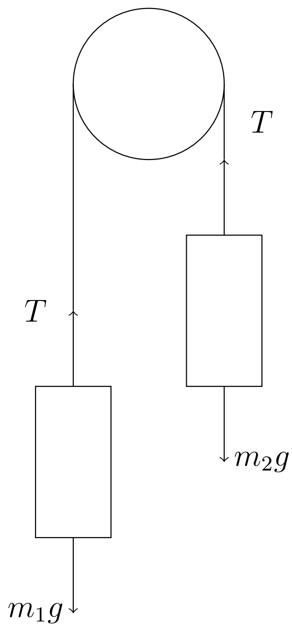
Apliquem la segona llei de Newton al conjunt,

$$F = (9m + m)a \rightarrow a = \frac{F}{10m}$$

ara apliquem la segona llei de Newton al cos de massa m

$$F_{12} = ma = \cancel{m}\cdot\frac{F}{10\cancel{m}} = \frac{F}{10}\, N$$

4. A l'enunciat hi havia una lleugera ambigüitat, ja que es demanava fer l'exercici amb lletres i no s'explicitava puntuació per la solució numèrica. Com això pot haver causat confusió en algú, es valorarà de la mateixa manera la resolució de l'exercici. Comencem representant les forces a la màquina d'Atwood



Suposem que es mou en sentit horari, és a dir m_1 puja i m_2 baixa, llavors les equacions per cada cos són

$$\begin{cases} T - m_1 g = m_1 a \\ m_2 g - T = m_2 a \end{cases}$$

sumant-les obtenim

$$m_2 g - \cancel{T} + \cancel{T} - m_1 g = (m_1 + m_2)a$$

d'on

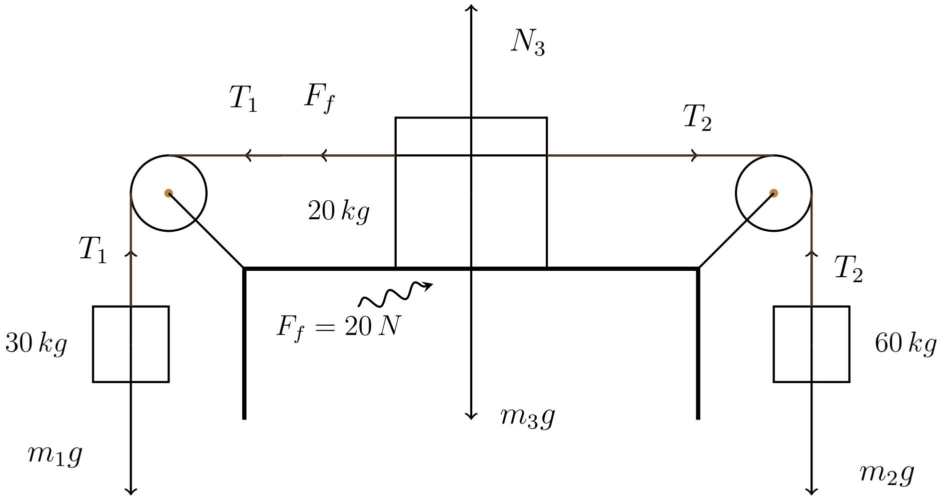
$$a = g\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} = 9,8 \cdot \frac{12 - 8}{12 + 8} = 1,96\, m/s^2$$

i la tensió

$$T - m_1 g = m_1 a \rightarrow T = m_1(g + a) = 8 \cdot (9,8 + 1,96) = 94,08\, N$$

* * *

En quant a l'altre sistema dinàmic



Suposem que el sistema es mou *cap a la dreta*. Les equacions per cada massa són (noteu que no donen el coeficient de fregament, μ sino directament el valor de la força de fregament)

$$T_1 - m_1g = m_1a$$

$$T_2 - T_1 - F_f = m_3a \qquad N_3 = m_3g$$

$$m_2g - T_2 = m_2a$$

que es poden escriure com

$$\begin{cases} T_1 - m_1g = m_1a \\ T_2 - T_1 - F_f = m_3a \\ m_2g - T_2 = m_2a \end{cases}$$

Sumant-les, obtenim

$$m_2g - m_1g - F_fg = (m_1 + m_2 + m_3)a$$

d'on

$$a = \frac{m_2g - m_1g - F_f}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{60 \cdot 9,8 - 30 \cdot 9,8 - 20}{30 + 60 + 20} = 2,5\,m/s^2$$

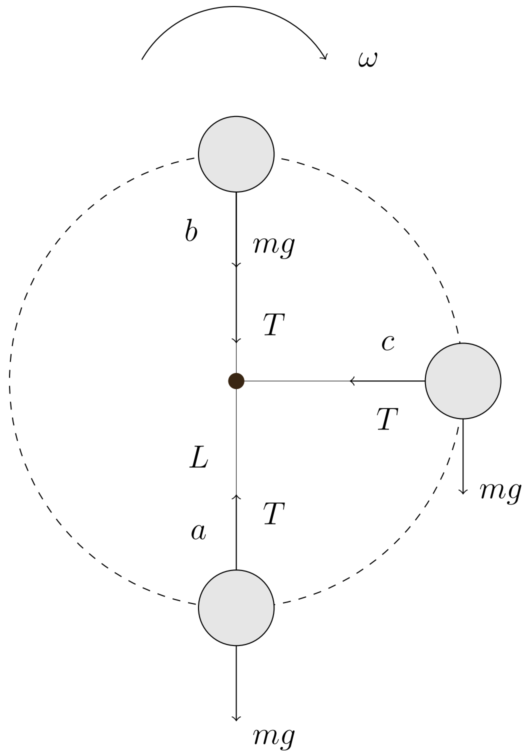
en quant a les tensions

$$T_1 - m_1g = m_1a \rightarrow T_1 = m_1g + m_1a = 30 \cdot 9,8 + 30 \cdot 2,5 = 369\,N$$

i

$$m_2g - T_2 = m_2a \rightarrow T_2 = m_2g - m_2a = 60 \cdot 9,8 - 60 \cdot 2,5 = 438\,N$$

5. Representem les forces en cada cas



Abans de seguir escrivim la velocitat angular en el sistema internacional

$$\frac{90\,rev}{30\,s}\cdot\frac{2\pi\,rad}{1\,rev}=6\pi\,rad/s$$

En el punt a), més baix, la segona llei de Newton s'escriu com

$$T-mg=m\omega^2L$$

$$T=mg+m\omega^2L=m(g+\omega^2L)=3\cdot\big(9,8+(6\pi)^2\cdot 2\big)=2161,2\,N$$

En el punt b), més alt, la segona llei de Newton s'escriu com

$$T+mg=m\omega^2L$$

$$T=m\omega^2L-mg=m(\omega^2L-g)=3\cdot\big((6\pi)^2\cdot 2-9,8\big)=2102,4\,N$$

En el punt c), a mitja altura, el pes està desacoblat de la tensió i la segona llei de Newton s'escriu com

$$T = m\omega^2 L$$

$$T = m\omega^2 L = 3 \cdot (6\pi)^2 \cdot 2 = 2131,8\,N$$

6. (a) Fem un balanç d'energia entre el punt més alt i el terra

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2$$

d'on

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 20} = 19,8\,m/s$$

(b) Fem un altre balanç d'energia entre el punt més alt i l'altura que volem trobar

$$\cancel{m}gh = \cancel{m}gh' + \frac{1}{2}\cancel{m}v'^2 \rightarrow 2gh = 2gh' + v'^2$$

llavors

$$h' = \frac{2gh - v'^2}{2g} = \frac{2 \cdot 9,8 \cdot 20 - 10^2}{2 \cdot 9,8} = 14,9\,m$$

7. (a)

$$W = Fd\cos\theta = 100 \cdot 0 \cos 0° = 0\,J$$

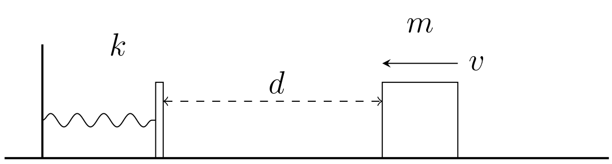
(b)

$$W = Fd\cos\theta = 200 \cdot 10 \cos 0° = 2000\,J$$

(c)

$$W = Fd\cos\theta = 200 \cdot 20 \cos 30° = 3464\,J$$

8. Representem la situació



i fem un balanç d'energia

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 + W_{F_{nc}}$$

que es pot escriure com

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \mu mgd$$

o també

$$mv^2 = kx^2 + 2\mu mgd$$

d'on

$$x = \sqrt{\frac{mv^2 - 2\mu mgd}{k}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 4^2 - 2 \cdot 0,1 \cdot 1 \cdot 9,8 \cdot 3}{3}} = 1,837\, m$$

9. (a) Al ser el xoc totalment inelàstic podem escriure

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v'$$

on v' és la velocitat del conjunt, llavors

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{8 \cdot 10 + 12 \cdot 0}{8 + 12} = 4\, m/s$$

(b) Calculem l'energia inicial del sistema

$$E_i = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10^2 = 400\, J$$

$$E_f = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v'^2 = \frac{1}{2}(8 + 12) \cdot 4^2 = 160\, J$$

de forma que l'energia perduda en el xoc val

$$E_{per} = E_i - E_f = 400 - 160 = 240\, J$$

10. (a) En l'impacte de la bala es conserva la quantitat de moviment del conjunt. La quantitat de moviment es conserva sempre que sigui un xoc o explosió sense forces externes.

(b) En el moviment de pujada del conjunt es conserva l'energia mecànica. La cinètica del conjunt es transforma en potencial gravitatòria de forma que arribarà a una altura determinada altura màxima.

11. Hem de resoldre el sistema

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ v_2 - v_1 = v_1' - v_2' \end{cases}$$

Fent servir les dades de l'enunciat

$$\begin{cases} 0,02 \cdot 0,5 + 0,05 \cdot 0,2 = 0,02 v_1' + 0,05 v_2' \\ 0,2 - 0,5 = v_1' - v_2' \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0,02 v_1' + 0,05 v_2' = 0,02 \\ v_1' - v_2' = -0,3 \end{cases}$$

multiplicant per 100 la primera equació i per 5 la segona

$$\begin{cases} 2v_1' + 5v_2' = 2 \\ 5v_1' - 5v_2' = -1,5 \end{cases}$$

sumant les equacions

$$7v_1' + \cancel{5v_2'} - \cancel{5v_2'} = 0,5$$

d'on

$$v_1' = \frac{0,5}{7} = 0,07143\, m/s$$

Calculem ara v_2'

$$v_1' - v_2' = -0,3 \rightarrow v_2' = v_1' + 0,3 = 0,3714\, m/s$$