# Sztuczna inteligencja
# Ćwiczenia 2
# Zajęcia 5

Każde zadanie warte jest 1 punkt. Zadanie z gwiazdką nie wlicza się do maksimum.

**Zadanie 1.** 1 Zaproponuj optymistyczną heurystykę dla zadania z końcówkami szachowymi z P1 (chodzi o heurystykę używaną w algorytmie $A^*$). Jak zmieniłoby się to zadanie (i heurystyka), gdyby czarne też miały wieżę i gdyby celem był jakikolwiek mat (tzn. mat białych lub czarnych)? W każdym wariancie postaraj się, by heurystyka zwracała możliwie duże wartości (i tym samym była użyteczna).

**Zadanie 2.** 1, $\star$ Zaproponuj jakąś istotnie inną końcówkę szachową (mile widziane skoczki i gońce), w której możliwy jest mat kooperacyjny. Bądź przygotowany, by wszystko wyjaśnić osobom nie znającym szachów. Podobnie jak w poprzednim zadaniu podaj dla tej końcówki optymistyczną (i użyteczną) funkcję heurystyki.

**Zadanie 3.** Pokaż, że spójna heurystyka jest zawsze optymistyczna. Podaj przykład heurystyki, która jest optymistyczna, a nie jest spójna. Uwaga: nie wymagamy, by przykład był realistyczny – może to być dowolny graf i dowolnie okreslona heurystyka.

**Zadanie 4.** Mówiliśmy (bez dowodu) na wykładzie, że heurystyka bazująca na odległości euklidesowej lub manhatańskiej jest spójna. Udowodnij nieco ogólniejsze twierdzenie, mówiące, że jeżeli na przestrzeni stanów zdefiniowana jest odległość (czyli jest to przestrzeń metryczna[1]) to każda heurystyka, która zwraca wartość odległości od najbliższego stanu końcowego jest spójna.

**Zadanie 5.** Jeżeli przestrzeń stanów jest drzewem (czyli do każdego stanu da się dojść na dokładnie 1 sposób), wówczas warunkiem wystarczającym do optymalności algorytmu $A^*$ jest, że heurystyka $h$ jest dopuszczalna (optymistyczna). Udowodnij to.

**Zadanie 6.** Powiedzmy, że rozwiązujemy za pomocą $A^*$ zadanie o podróżowaniu samochodem (warianty z paliwem, lub paczkami). Przyjmijmy, że liczba węzłów na mapie jest rzędu 100. Jaki preprocessing wydaje się być użyteczny dla liczenia funkcji $h$ w każdym z tych wariantów? Dodatkowo zaproponuj optymistyczną heurystykę (o możliwie dużych wartościach) dla zadania z poprzedniej listy o podróżowaniu z paliwem.

**Zadanie 7.** Na wykładzie (W3, okolice slajdu 26) była podana informacja o najlepszych heurystykach dla 15-ki. Przypomnij te heurystyki i zaproponuj przeniesienie ich idei do zadania o Sokobanie.

**Zadanie 8.** Heurystyka $h_3$ dla 15-ki (zobacz W3, okolice slajdu 23) jest kosztem dla pewnej relaksacji tego zadania (ruch możliwy jest na wolne pole, niekoniecznie sąsiednie). Jak liczyć wartość tej heurystyki?

**Zadanie 9.** W zadaniu rozważymy ogólną metodę binaryzacji, dla więzów, które są zdefiniowane za pomocą wyrażeń arytmetycznych i symboli relacyjnych (przykładowo $2A + 4B > 7C + D^2 + EF + G^3$). Pokaż, jak zamieniać takie więzy na więzy o arności 2 lub 3 (być może dodając nowe zmienne, pamiętaj o tym, że nowe zmienne muszą mieć dziedziny). A następnie pokaż, jak eliminować więzy o arności 3 (zamieniając je na binarne).

**Zadanie 10.** Przypomnij, co to jest spójność łukowa i algorytm AC-3. Osiąganie spójności łukowej może być kosztowne, zwłaszcza, gdy dziedziny zmiennych są duże (dlaczego?). Można tę spójność przybliżać, zajmując się jedynie krańcami dziedzin (czyli wartością najmniejszą i największą). Powiedzmy, że więzy mają postać: $\sum_{i=0}^{N} c_i x_i \circ y$, gdzie $c_i$ są stałymi, $x_i, y$ to zmienne FD, a $\circ \in \{<, \leq, =\}$. Opisz algorytm wnioskowania (propagacji), który analizując kolejne więzy stara się w możliwie największym stopniu ograniczać ich dziedziny (ale zmieniając jedynie dolne i górne ograniczenia tych dziedzin). Oszacuj jego złożoność (czasową i pamięciową).

---

[1] Odległość $m$ jest nieujemną funkcją, spełniającą 3 warunki: $m(x, x) = 0, m(x, y) = m(y, x), m(x, y) + m(y, z) \geq m(x, z)$, dla każdego $x, y, z$. Dodatkowo różne punkty mają niezerową odległość.