

Questão 1

Dada a gramática $G = (\{A, B\}, \{0, 1\}, R, A)$, onde R tem as regras:

- $A \rightarrow BB$
- $B \rightarrow 0B1 \mid \lambda$

Derive as palavras a seguir:

(a) λ

$$A \rightarrow BB \rightarrow \lambda\lambda = \lambda$$

(b) 01

$$A \rightarrow BB \rightarrow 0B1 \rightarrow 01\lambda = 01$$

(c) 0101

$$A \rightarrow BB \rightarrow 0B1B \rightarrow 010B1 \rightarrow 0101\lambda = 0101$$

(d) 0011

$$A \rightarrow BB \rightarrow 0B10B1 \rightarrow 00B11 \rightarrow 0011\lambda = 0011$$

A linguagem gerada é $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$.

Questão 2

Compare as gramáticas G e G' a seguir:

Gramática G :

- $P \rightarrow aAbc$

- $A \rightarrow aAbC \mid \lambda$
- $Cb \rightarrow bC$
- $Cc \rightarrow cc$

Gramática G' :

- $P \rightarrow aAbD$
- $A \rightarrow aAbC \mid \lambda$
- $Cb \rightarrow bC$
- $CD \rightarrow Dc$
- $D \rightarrow c$

As gramáticas G e G' geram a mesma linguagem $L(G) = L(G')$, pois D serve para garantir a ordem correta do c na gramática G' .

Questão 3

Construa gramáticas para as seguintes linguagens:

(a) $\{w \in \{a, b\}^* \mid \text{onúmero de as em } w \text{ é par}\}$:

- $S \rightarrow aS' \mid bS \mid \lambda$
- $S' \rightarrow aS \mid bS'$

(b) $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$:

- $S \rightarrow aSb \mid \lambda$

(c) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$:

- $S \rightarrow aSa \mid bSb \mid \lambda$

(d) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R \text{ e não contém símbolos consecutivos idênticos}\}$:

- $S \rightarrow aTb \mid bTa \mid \lambda$
- $T \rightarrow aTb \mid bTa \mid \lambda$

(e) $\{a^n b^n c^n d^n \mid n \geq 0\}$:

- $S \rightarrow aSbcd \mid \lambda$

Questão 4

Determine o número de passos necessários para gerar uma palavra de tamanho n para as gramáticas dos itens (b) e (c) da questão anterior:

- Para a gramática (b), são necessários $2n$ passos para gerar a palavra. - Para a gramática (c), o número de passos é n , onde n é o comprimento da palavra.

Questão 5

Descreva as seguintes linguagens sobre o alfabeto $\{0, 1\}$ usando operações de conjuntos:

(a) Conjunto das palavras de 4 símbolos sem 00 e sem 11:

$$\{01, 10\}^*$$

(b) Conjunto das palavras que começam com 0 e terminam com 1:

$$0\{0, 1\}^*1$$

(c) Subconjunto das palavras de $\{0\}^*\{1\}^*$ com número par de 0s e ímpar de 1s:

$$(00)^*(11)^+$$

(d) Conjunto das palavras com dois a dez símbolos:

$$\bigcup_{i=2}^{10} \{0, 1\}^i$$

(e) Conjunto das palavras que contêm 00 ou 11 ou ambas:

$$\{0, 1\}^*(00 \cup 11)\{0, 1\}^*$$

(f) Conjunto das palavras que contêm 00, mas não 11:

$$\{0, 1\}^*00(01)^*$$

(g) Conjunto das palavras que não contêm 00:

$$(01)^* \cup 0? \quad (\text{onde } ? \text{ representa } \lambda \text{ ou } 1)$$

(h) Conjunto das palavras em que todo 0 é seguido de pelo menos dois 1s consecutivos:

$$(1^*011)^*$$

(i) Conjunto das palavras em que todo 0 é seguido de pelo menos dois símbolos:

$$(1^*0\{0, 1\})^*$$

Questão 6

Identifique as linguagens geradas pelas seguintes gramáticas:

- (a) $G_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ começa com } a \text{ e termina com } X\}$
- (b) $G_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ é um palíndromo com pares de 0s e 1s}\}$
- (c) $G_3 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R \text{ e cada } 0 \text{ é seguido de } 1\}$
- (d) $G_4 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contém um } D \text{ que muda a ordem dos símbolos } a \text{ e } b\}$

Questão 7

Construa gramáticas para as seguintes linguagens:

- (a) $\{0, 1\}^*$:
 - $S \rightarrow 0S \mid 1S \mid \lambda$
- (b) $\{0\}^*\{1\}^*\{0\}^*$:
 - $S \rightarrow 0S1S0S \mid \lambda$
- (c) $\{0\}11^*\{0, \lambda\}$:
 - $S \rightarrow 011S0 \mid 011S \mid 0$
- (d) $\{0\}0, 1\}^* \cup \{0, 1\}^*1$:
 - $S \rightarrow 0S \mid 1S \mid \lambda$
- (e) $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid \text{onúmero de } a' \text{ sem } w \text{ é par}\}$:
 - $S \rightarrow aS' \mid bS \mid cS \mid \lambda$
 - $S' \rightarrow aS \mid bS' \mid cS'$
- (f) $\{a^m b^{m+n+1} c^n \mid m, n \geq 0\}$:
 - $S \rightarrow aSb \mid cS \mid \lambda$