# Solución - Tarea 4: Campo Magnético e Inducción Electromagnética

Electro_asistente AI-UBB

Electromagnetismo 2022-1

## Problema 1: Campo Magnético de Conductores y Fuerza sobre Carga

### Enunciado

Tres conductores rectos y muy extensos conducen corrientes $I_1 = 2{,}6$ [A], $I_2 = 5{,}1$ [A] e $I_3 = 3{,}2$ [A], en las direcciones que indica la figura. En un instante de tiempo, una carga puntual $q = 5{,}8$ [mC] se mueve con una rapidez $v = 50{,}0$ [m/s] en la dirección indicada. Considerando que $a = 5{,}4$ [cm], $b = 2{,}8$ [cm] y $c = 7{,}3$ [cm], determine:

(a) El campo magnético total $\vec{B}$ en la posición de la carga puntual $q$.

(b) La fuerza magnética neta $\vec{F}_m$ ejercida sobre la carga puntual $q$.

(c) La fuerza magnética $\vec{F}_m$ ejercida sobre una sección de 2 [m] de longitud del conductor $I_2$, ejercida por la corriente $I_1$.

$$
\begin{aligned}
I_1 &= 2{,}6 \text{ A} \quad (\text{hacia arriba}, \ +\hat{y}) \\
I_2 &= 5{,}1 \text{ A} \quad (\text{hacia abajo}, \ -\hat{y}) \\
I_3 &= 3{,}2 \text{ A} \quad (\text{hacia la derecha}, \ +\hat{x}) \\
q &= 5{,}8 \text{ mC} = 5{,}8 \times 10^{-3} \text{ C} \\
v & \qquad\qquad right \\
a &= 5{,}4 \text{ cm} = 0{,}054 \text{ m} \\
b &= 2{,}8 \text{ cm} = 0{,}028 \text{ m} \\
c &= 7{,}3 \text{ cm} = 0{,}073 \text{ m} \\
\mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}
\end{aligned}
$$

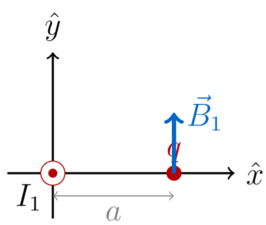
## (a) Campo Magnético Total en la Posición de $q$

El campo magnético de un conductor recto infinito a una distancia $r$ es:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\phi}$$

donde $\hat{\phi}$ se determina por la regla de la mano derecha.

**Posición de la carga $q$:** $(x_q, y_q) = (a+b, 0) = (0{,}082, 0)$ m (tomando el origen en $I_1$)




**Campo debido a $I_1$:**

Distancia de $I_1$ a $q$: $r_1 = a = 0{,}054$ m

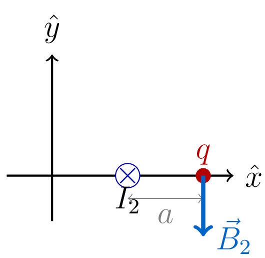
Por regla de la mano derecha, $I_1$ (hacia $+\hat{y}$) genera campo en $+\hat{k}$ (sale de la página) en la posición de $q$:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\hat{k}$$

$$\vec{B}_1 = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(2{,}6)}{2\pi(0{,}054)}\hat{k}$$

$$\vec{B}_1 = \frac{2 \times 10^{-7} \times 2{,}6}{0{,}054}\hat{k}$$

$$\vec{B}_1 = 9{,}63 \times 10^{-6}\hat{k} \text{ [T]}$$




**Campo debido a $I_2$:**

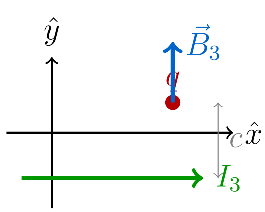
Distancia de $I_2$ a $q$: $r_2 = a = 0{,}054$ m (nota: la distancia horizontal desde $I_2$ hasta $q$ es $a$)

Por regla de la mano derecha, $I_2$ (hacia $-\hat{y}$) genera campo en $-\hat{k}$ en la posición de $q$:

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(a+b)}(-\hat{k})$$

$$\vec{B}_2 = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(5{,}1)}{2\pi(0{,}082)}(-\hat{k})$$

$$\vec{B}_2 = -12{,}44 \times 10^{-6}\hat{k} \text{ [T]}$$




**Campo debido a $I_3$:**

Distancia de $I_3$ a $q$: $r_3 = c = 0{,}073$ m

Por regla de la mano derecha, $I_3$ (hacia $+\hat{x}$) genera campo en $+\hat{k}$ en la posición de $q$ (que está arriba del conductor):

$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi c}\hat{k}$$

$$\vec{B}_3 = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(3{,}2)}{2\pi(0{,}073)}\hat{k}$$

$$\vec{B}_3 = 8{,}77 \times 10^{-6}\hat{k} \text{ [T]}$$

**Campo Magnético Total:**

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$
$$\vec{B} = (9{,}63 - 12{,}44 + 8{,}77) \times 10^{-6}\hat{k}$$

$$\vec{B} = 5{,}96 \times 10^{-6}\hat{k} \ [\mathbf{T}]$$
El campo magnético total sale de la página.

## (b) Fuerza Magnética sobre la Carga $q$

La fuerza magnética sobre una carga en movimiento es:

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

**Vector velocidad:**
La velocidad forma un ángulo de $60^\circ coneleje$+x$enelsegundocuadrante$ :
**Cálculo de la fuerza:**

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$
$$\vec{F}_m = (5{,}8 \times 10^{-3})[(-25\hat{\imath} + 43{,}3\hat{\jmath}) \times (5{,}96 \times 10^{-6}\hat{k})]$$

Usando las reglas del producto cruz:

$$\hat{\imath} \times \hat{k} = -\hat{\jmath}$$
$$\hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}$$

$$\vec{F}_m = (5{,}8 \times 10^{-3})(5{,}96 \times 10^{-6})[(-25)(-\hat{\jmath}) + (43{,}3)(\hat{\imath})]$$
$$\vec{F}_m = (3{,}46 \times 10^{-8})[43{,}3\hat{\imath} + 25\hat{\jmath}]$$

$$\vec{F}_m = (1{,}50 \times 10^{-6}\hat{\imath} + 8{,}64 \times 10^{-7}\hat{\jmath}) \ [\mathbf{N}]$$
ó equivalentemente: $\vec{F}_m \approx (1{,}50\hat{\imath} + 0{,}86\hat{\jmath}) \times 10^{-6} \ [\mathbf{N}]$

## (c) Fuerza entre Conductores $I_1$ e $I_2$

La fuerza sobre un conductor que porta corriente en un campo magnético es:

$$\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$$

**Campo de $I_1$ en la posición de $I_2$:**
La distancia entre $I_1$ e $I_2$ es $b = 0{,}028$ m.

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b}(-\hat{k}) \quad \text{(entra a la página en la posición de } I_2\text{)}$$

**Fuerza sobre una sección de longitud $\ell = 2$ m de $I_2$:**

El vector $\vec{\ell}_2$ apunta en la dirección de la corriente $I_2$, es decir, $-\hat{j}$:

$$\vec{F} = I_2 \vec{\ell}_2 \times \vec{B}_1$$

$$\vec{F} = I_2 \cdot \ell \cdot (-\hat{j}) \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b}(-\hat{k})$$

$$\vec{F} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ell}{2\pi b}(\hat{j} \times \hat{k})$$

$$\vec{F} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ell}{2\pi b}\hat{\imath}$$

$$\vec{F} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(2{,}6)(5{,}1)(2)}{2\pi(0{,}028)}\hat{\imath}$$

$$\vec{F} = \frac{(2 \times 10^{-7})(2{,}6)(5{,}1)(2)}{0{,}028}\hat{\imath}$$

$$\vec{F} = \frac{5{,}304 \times 10^{-6}}{0{,}028}\hat{\imath}$$

$$\vec{F} = 1{,}89 \times 10^{-4}\hat{\imath} \text{ [N]}$$

$\vec{F} = 1{,}89 \times 10^{-4}\hat{\imath}$ **[N]**

La fuerza es **repulsiva** (en dirección $+\hat{x}$, alejando los conductores), lo cual es consistente con corrientes antiparalelas.

# Problema 2: Inducción Electromagnética en Sistema Espira-Solenoide

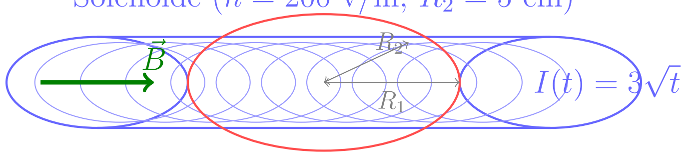
## Enunciado

Una espira de 20 vueltas, radio $R_1 = 7{,}0$ [cm] y resistencia $R = 45$ [$\Omega$] se ubica en el centro de un solenoide muy largo, que tiene $n = 200$ [vueltas/metro], radio $R_2 = 5{,}0$ [cm] y es concéntrica a este último. Si por el solenoide circula una corriente variable $I(t) = 3\sqrt{t}$ [A], determine:

(a) El flujo magnético a través de la espira.

(b) La fem inducida $\varepsilon$ en la espira.

(c) La magnitud y dirección de la corriente inducida en la espira.




## Datos Numéricos

$$
\begin{aligned}
N &= 20 \text{ vueltas (espira)} \\
R_1 &= 7{,}0 \text{ cm} = 0{,}07 \text{ m (radio de la espira)} \\
R &= 45\ \Omega \text{ (resistencia de la espira)} \\
n &= 200 \text{ vueltas/m (densidad del solenoide)} \\
R_2 &= 5{,}0 \text{ cm} = 0{,}05 \text{ m (radio del solenoide)} \\
I(t) &= 3\sqrt{t} \text{ [A]} \\
\mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7}\ \text{T} \cdot \text{m/A}
\end{aligned}
$$

**Nota importante:** Como $R_1 > R_2$, la espira es más grande que el solenoide. El campo magnético del solenoide solo existe **dentro** del solenoide (radio $R_2$), por lo que el flujo a través de la espira se calcula usando el área del solenoide, no de la espira.

## (a) Flujo Magnético a Través de la Espira

**Campo magnético dentro del solenoide:**

$$B = \mu_0 n I(t) = \mu_0 n \cdot 3\sqrt{t}$$

**Flujo a través de una vuelta de la espira:**
Como el campo solo existe dentro del solenoide (radio $R_2$):

$$\phi_1 = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot A_{solenoide}$$
$$\phi_1 = \mu_0 n \cdot 3\sqrt{t} \cdot \pi R_2^2$$

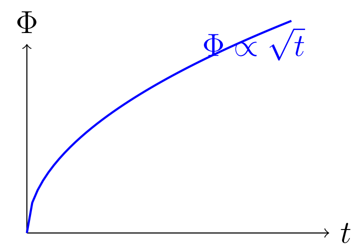
**Flujo total a través de las $N$ vueltas:**

$$\Phi(t) = N \cdot \phi_1 = N \cdot \mu_0 n \cdot 3\sqrt{t} \cdot \pi R_2^2$$

Sustituyendo valores:

$$\Phi(t) = 20 \cdot (4\pi \times 10^{-7}) \cdot 200 \cdot 3\sqrt{t} \cdot \pi(0{,}05)^2$$
$$\Phi(t) = 20 \cdot (4\pi \times 10^{-7}) \cdot 200 \cdot 3 \cdot \pi \cdot (0{,}0025) \cdot \sqrt{t}$$
$$\Phi(t) = 20 \cdot 4 \cdot 200 \cdot 3 \cdot 0{,}0025 \cdot \pi^2 \times 10^{-7} \cdot \sqrt{t}$$
$$\Phi(t) = 120 \cdot \pi^2 \times 10^{-7} \cdot \sqrt{t}$$
$$\Phi(t) = 1{,}184 \times 10^{-4}\sqrt{t} \text{ [Wb]}$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\Phi(t) = 1{,}184 \times 10^{-4}\sqrt{t} \textbf{ [Wb]} \\ \text{El flujo aumenta con } \sqrt{t}.\end{array}}$$




## (b) FEM Inducida en la Espira

Por la Ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}\left[1{,}184 \times 10^{-4}\sqrt{t}\right]$$
$$\varepsilon = -1{,}184 \times 10^{-4} \cdot \frac{d}{dt}(t^{1/2})$$
$$\varepsilon = -1{,}184 \times 10^{-4} \cdot \frac{1}{2}t^{-1/2}$$
$$\varepsilon = -\frac{5{,}92 \times 10^{-5}}{\sqrt{t}} \text{ [V]}$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\varepsilon(t) = -\dfrac{5{,}92 \times 10^{-5}}{\sqrt{t}} \textbf{ [V]} \\ \text{La fem inducida disminuye en magnitud con el tiempo.}\end{array}}$$

## (c) Corriente Inducida en la Espira

Por la Ley de Ohm:

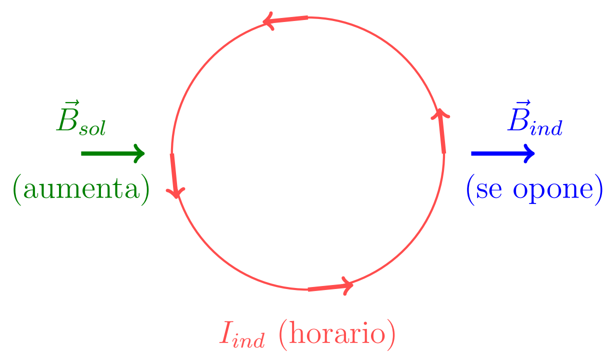
$$I_{ind} = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{5{,}92 \times 10^{-5}}{45\sqrt{t}}$$

$$\boxed{I_{ind}(t) = \frac{1{,}32 \times 10^{-6}}{\sqrt{t}} \ [\mathbf{A}]}$$

**Dirección de la corriente inducida:**

Por la **Ley de Lenz**: La corriente inducida se opone al cambio de flujo.

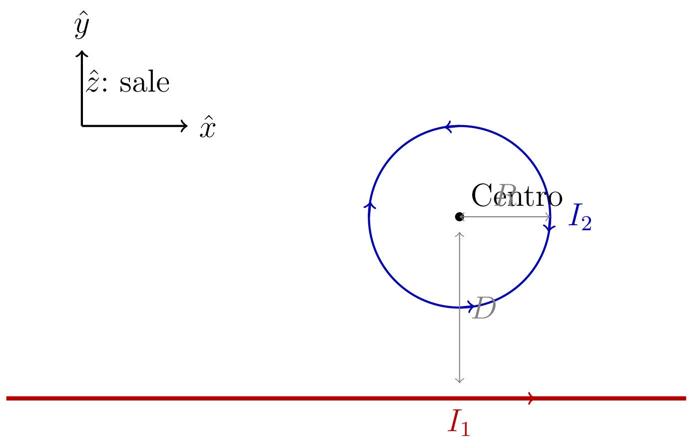
- El flujo a través de la espira está **aumentando** (ya que $I(t) = 3\sqrt{t}$ aumenta con el tiempo).
- Por lo tanto, la corriente inducida debe crear un campo magnético que se **oponga** al campo del solenoide.
- Si el campo del solenoide apunta hacia la derecha ($+\hat{x}$), la corriente inducida debe crear un campo hacia la izquierda ($-\hat{x}$).
- Por la regla de la mano derecha, la corriente inducida circula en **sentido horario** vista desde la derecha (sentido opuesto a la corriente del solenoide).



# Problema 3: Campo Magnético Neto Cero (Problema 7, Guía 9)

## Enunciado

Un alambre recto muy largo conduce una corriente $I_1$ hacia la derecha. Una espira circular de radio $R = 0{,}10$ m conduce una corriente $I_2 = 1{,}0$ A en sentido antihorario. El centro de la espira está a una distancia $D = 0{,}20$ m del alambre recto. Determine el valor de $I_1$ para que el campo magnético neto en el centro de la espira sea cero.




## Datos

$R = 0{,}10$ m (radio de la espira)
$D = 0{,}20$ m (distancia del alambre al centro de la espira)
$I_2 = 1{,}0$ A (corriente en la espira, antihorario)
$I_1 =\ ?$ (corriente en el alambre recto)

## Solución

**Campo magnético de la espira circular en su centro:**
Para una espira circular de radio $R$ con corriente $I$, el campo en el centro es:

$$B_{espira} = \frac{\mu_0 I_2}{2R}$$

Por la regla de la mano derecha, con corriente antihoraria (vista desde arriba), el campo apunta hacia $-\hat{y}$ (hacia abajo, entrando a la página en la vista lateral):

$$
\begin{aligned}
\vec{B}_2 &= \frac{\mu_0 I_2}{2R}(-\hat{y}) \\
B_2 &= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(1{,}0)}{2(0{,}10)} \\
B_2 &= \frac{4\pi \times 10^{-7}}{0{,}20} \\
B_2 &= 2\pi \times 10^{-6} \text{ T} = 6{,}28 \times 10^{-6} \text{ T}
\end{aligned}
$$

**Campo magnético del alambre recto en el centro de la espira:**

$$B_{alambre} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi D}$$

Por la regla de la mano derecha, con corriente hacia $+\hat{x}$ y el punto de interés arriba del alambre, el campo apunta hacia $+\hat{y}$ (hacia arriba, saliendo de la página):

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi D}(+\hat{y})$$

**Condición para campo neto cero:**

$$
\begin{aligned}
\vec{B}_1 + \vec{B}_2 &= \vec{0} \\
\frac{\mu_0 I_1}{2\pi D} &= \frac{\mu_0 I_2}{2R}
\end{aligned}
$$

Despejando $I_1$:

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \frac{\pi D}{R} \cdot I_2 \\
I_1 &= \frac{\pi(0{,}20)}{0{,}10} \cdot 1{,}0 \\
I_1 &= 2\pi \cdot 1{,}0 \\
I_1 &= 2\pi \text{ A}
\end{aligned}
$$

$$\boxed{\begin{array}{c} I_1 = 2\pi \approx 6{,}28 \; [\mathbf{A}] \\ \text{La corriente debe fluir hacia la derecha } (+\hat{x}) \text{ para que su} \\ \text{campo se oponga al de la espira.} \end{array}}$$

## Verificación

$$
\begin{aligned}
B_1 &= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi D} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(6{,}28)}{2\pi(0{,}20)} = \frac{4 \times 6{,}28 \times 10^{-7}}{0{,}40} = 6{,}28 \times 10^{-6} \text{ T} \\
B_2 &= 6{,}28 \times 10^{-6} \text{ T}
\end{aligned}
$$

Como $B_1 = B_2$ y apuntan en direcciones opuestas, el campo neto es efectivamente cero. ✓

---

*Solución generada por Electromagnetismo Asistente AI-UBB*