Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Карымшаков Артур Алишерович

Содержание

Список таблиц

Список иллюстраций

1 Цель работы

Ознакомление с моделью линейного гармонического осциллятора.

2 Задание

1. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы.
2. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы.
3. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы.

3 Выполнение лабораторной работы

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + w_0^2 x = f(t)$$

x — переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.) t — время w — частота γ — затухание
Интервал: $t \in [0; 67]$ (шаг 0.05).
Начальные условия: $x_0 = 0.6, y_0 = -0.6$

1. Уравнение гармонического осциллятора без затухания и без действия внешней силы:

$$\ddot{x} + 8.7x = f(t)$$

Ниже представлен код программы для первого случая: (рис 1. @fig:001)

```
w2 = 8.7
tmax = 67
step = 0.05
y0= [0.6,-0.6]

def W(y, t):
    y1, y2 = y
    return [y2, -w2*y1 ]

t = np.arange( 0, tmax, step)
w1 = odeint(W, y0, t)
y11 = w1[:,0]
y21 = w1[:,1]

fig = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y11, linewidth=2)
plt.ylabel("x")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig.savefig('01.png', dpi = 600)

fig2 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(y11, y21, linewidth=2)
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("x")
plt.grid(True)
plt.show()
fig2.savefig('02.png', dpi = 600)
```

Рис. 3.1: Код программы для первого случая

Также ниже представлены графики для первого случая. (рис 2. @fig:001)

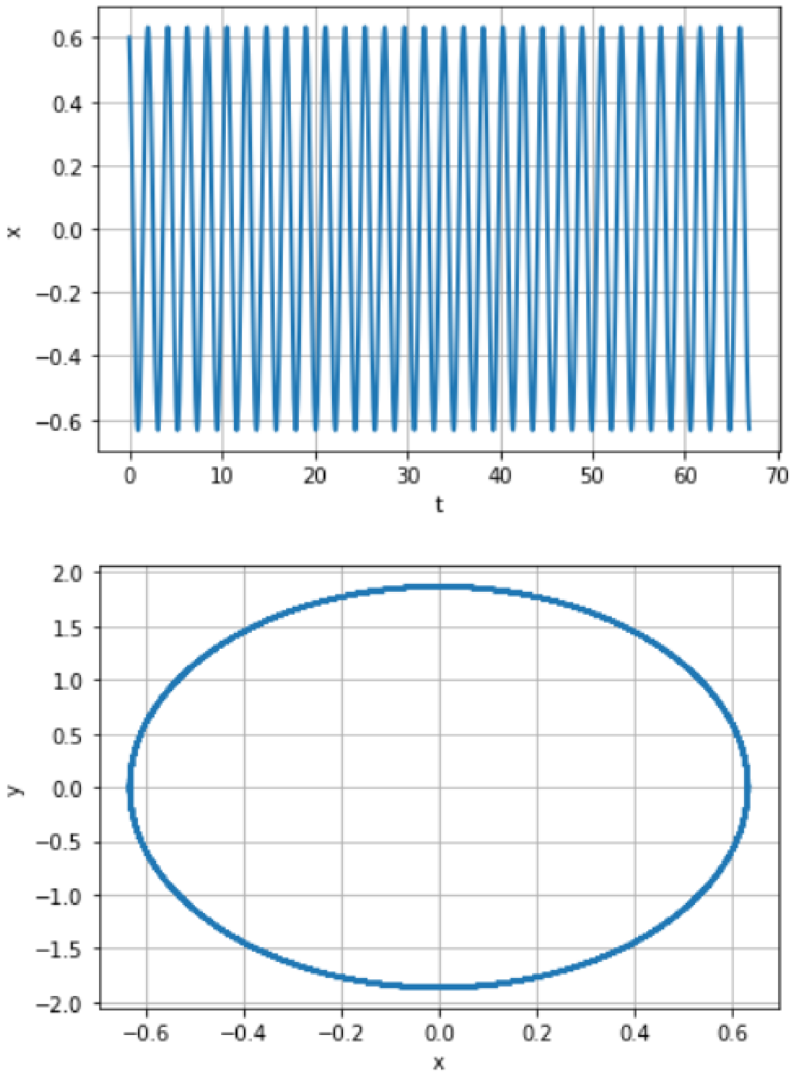

Рис. 3.2: Графики для первого случая

2. Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и без действия внешней силы:

$$\ddot{x} + 8.7\dot{x} + 8.7x = 0$$

Ниже представлен код программы для второго случая: (рис 3. @fig:001)

```
w2 = 8.7
g = 8.7

def W(y, t):
    y1, y2 = y
    return [y2, -w2*y1 - g*y2 ]

t = np.arange( 0, tmax, step)
w1 = odeint(W, y0, t)
y11 = w1[:,0]
y21 = w1[:,1]

fig = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y11, linewidth=2)
plt.ylabel("x")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig.savefig('03.png', dpi = 600)

fig2 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(y11, y21, linewidth=2)
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("x")
plt.grid(True)
plt.show()
fig2.savefig('04.png', dpi = 600)
```

Рис. 3.3: Код программы для второго случая

Также ниже представлены графики для второго случая. (рис 4. @fig:001)

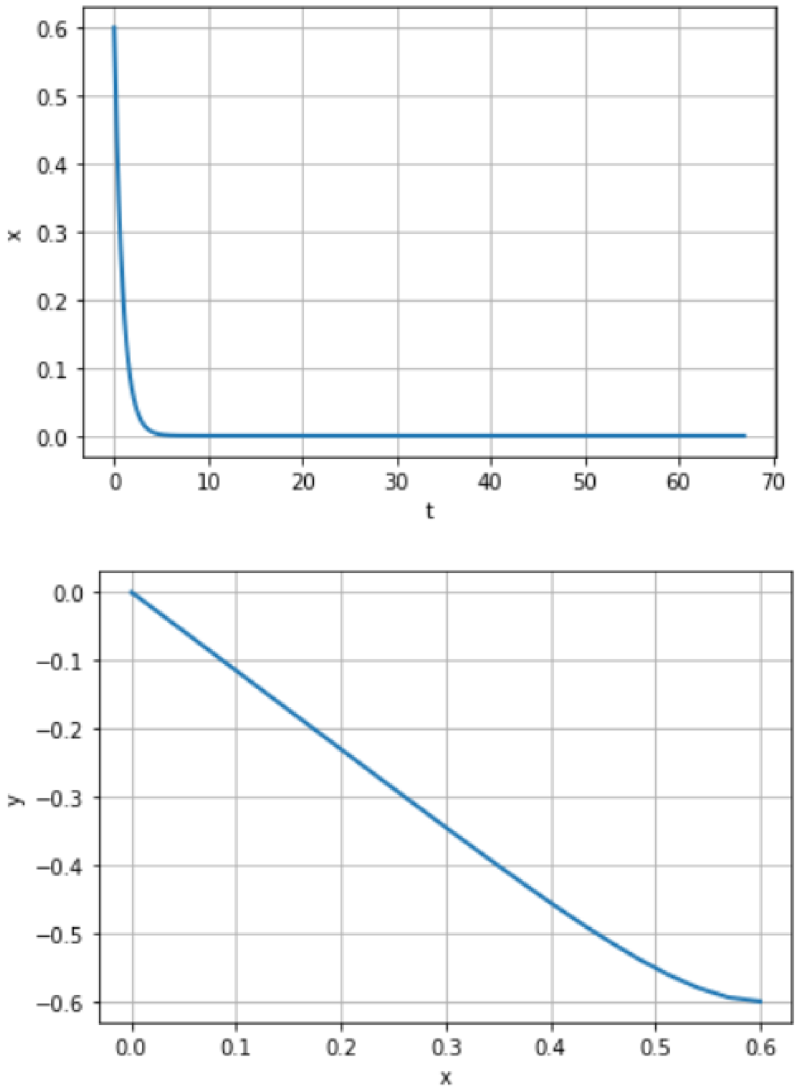

Рис. 3.4: Графики для второго случая

3. Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:

$$\ddot{x} + 8.7\dot{x} + 8.7x = 8.7sin(2t)$$

Ниже представлен код программы для третьего случая: (рис 5. @fig:001)

```
w2 = 8.7
g = 8.7

def f(t):
    f = math.sin(2*t)
    return f

def W(y, t):
    y1, y2 = y
    return [y2, -w2*y1 - g*y2 + 8.7*f(t) ]

t = np.arange( 0, tmax, step)
w1 = odeint(W, y0, t)
y11 = w1[:,0]
y21 = w1[:,1]

fig = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y11, linewidth=2)
plt.ylabel("x")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig.savefig('05.png', dpi = 600)

fig2 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(y11, y21, linewidth=2)
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("x")
plt.grid(True)
plt.show()
fig2.savefig('06.png', dpi = 600)
```

Рис. 3.5: Код программы для третьего случая

Также ниже представлены графики для третьего случая. (рис 6. @fig:001)

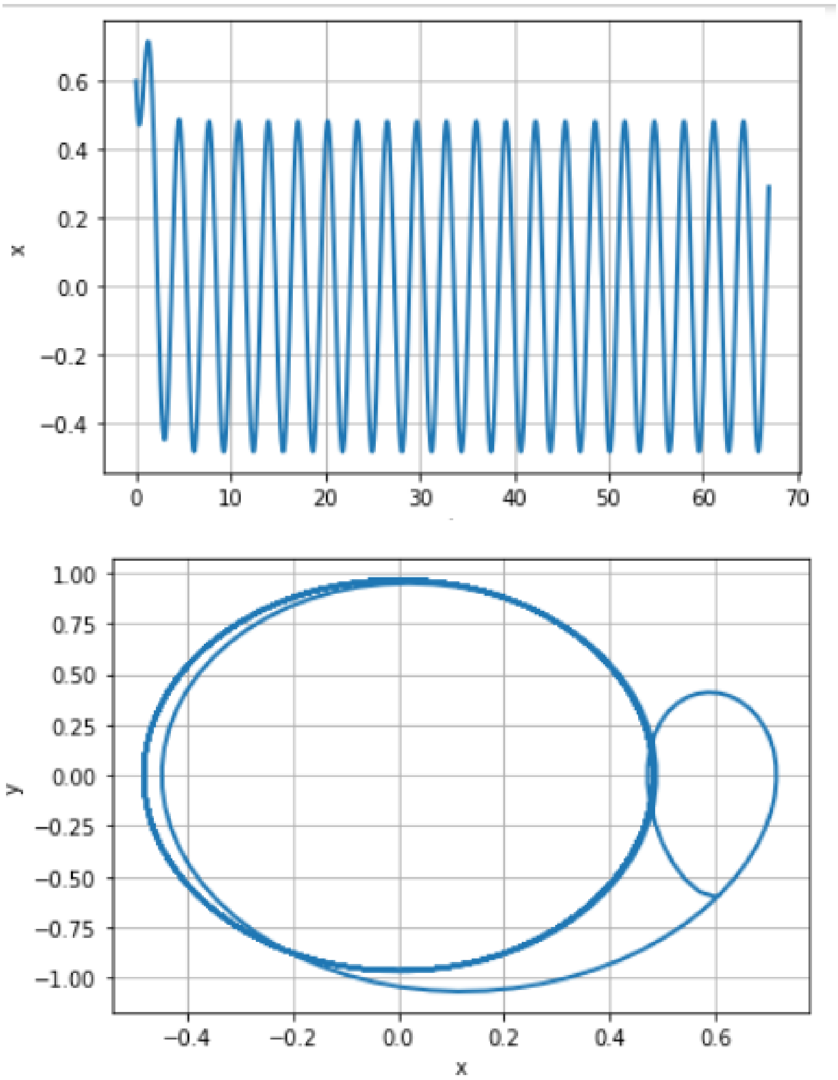

Рис. 3.6: Графики для второго случая

4 Ответы на вопросы:

1. Запишите простейшую модель гармонических колебаний

   Простейшая модель гармонических колебаний имеет следующий вид:

$$x = x_m cos(\omega t + \phi_0)$$

2. Дайте определение осциллятора

Осциллятор - система, совершающая колебания, показатели которой периодически повторяются во времени.

3. Запишите модель математического маятника

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + \frac{\gamma}{L} sin\alpha = 0$$

4. Запишите алгоритм перехода от дифференциального уравнения второго порядка к двум дифференциальным уравнениям первого порядка

Пусть у нас есть дифференциальное уравнение 2-го порядка:

$$\ddot{x} + w_0^2 x = f(t)$$

Для перехода к системе уравнений первого порядка сделаем замену (это метод Ранге-Кутты):

$$y = \dot{x}$$

Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} y = \dot{x} \\ \dot{y} = -w_0^2 x \end{cases}$$

5. Что такое фазовый портрет и фазовая траектория?

Фазовый портрет — это то, как величины, описывающие состояние системы, зависят друг от друга.

Фазовая траектория — кривая в фазовом пространстве, составленная из точек, представляющих состояние динамической системы в последовательные моменты времени в течение всего времени эволюции.

5 Выводы

Ознакомился с моделью линейного гармонического осциллятора, решив уравнения гармонического осциллятора и построив его фазовые портреты.