Artur Gęsiarz,

Kwiecień 27, 2024

Laboratorium nr 7

MOwNiT – Kwadratury adaptacyjne

1. Treść zadania
   1. Zadanie pierwsze

Oblicz wartość całki z poprzedniego laboratorium

korzystając z kwadratur adaptacyjnych trapezów oraz kwadratur adaptacyjnych Gaussa-Kronroda.

Dla każdej metody narysuj wykres wartości bezwzględnej błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej. Wyniki dodaj do wykresu uzyskanego w poprzednim laboratorium. Przydatna będzie funkcja scipy.integrate.quad vec. Na liczbę ewaluacji funkcji podcałkowej można wpływać pośrednio, zmieniając wartość dopuszczalnego błędu (tolerancji). Przyjmij wartości tolerancji z zakresu od do . Liczba ewalulacji funkcji pod- całkowej zwracana jest w zmiennej info[’neval’].

* 1. Zadanie drugie

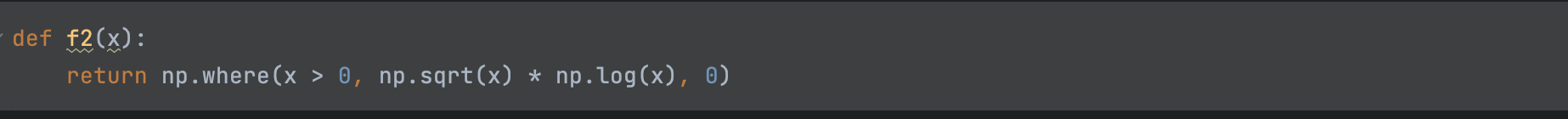
Powtórz obliczenia z poprzedniego oraz dzisiejszego laboratorium dla całki

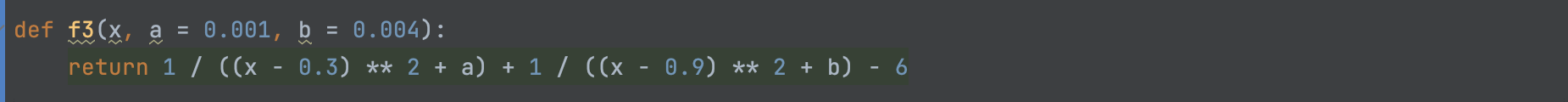
oraz całki

1. Rozwiązanie zadań
   1. Funkcja podcałkowa dla zadania 1



* 1. Funkcja podcalkowa dla zadania 2

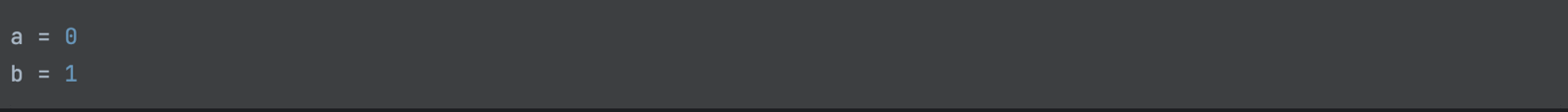




* 1. Zakres tolerancji



* 1. Przedział całkowania



* 1. Prawdziwa wartość całek

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

* 1. Inicializacja tablicy błędu względnego
     1. Funkcja podcałkowa pierwsza

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

* + 1. Funkcja podcałkowa druga

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

* + 1. Funkcja podcałkowa trzecia

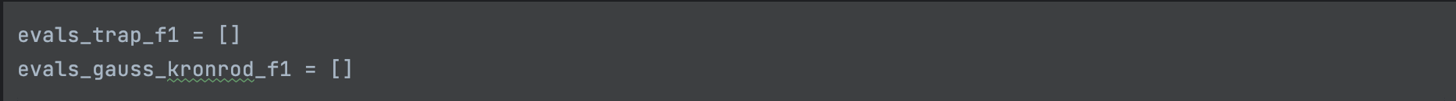
Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

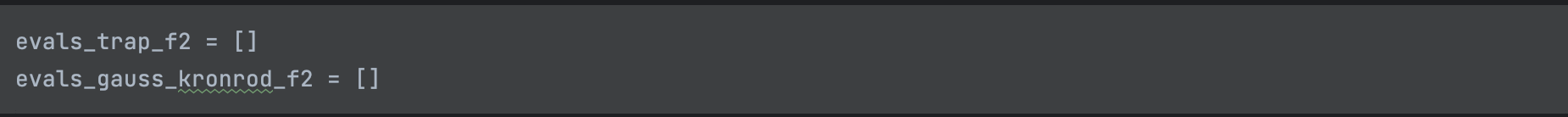
* 1. Iniclizacja tablicy liczby ewaluacji w zależności od metody oraz funkcji
     1. Metody nie adaptacyjne



* + 1. Funkcja podcalkowa pierwsza



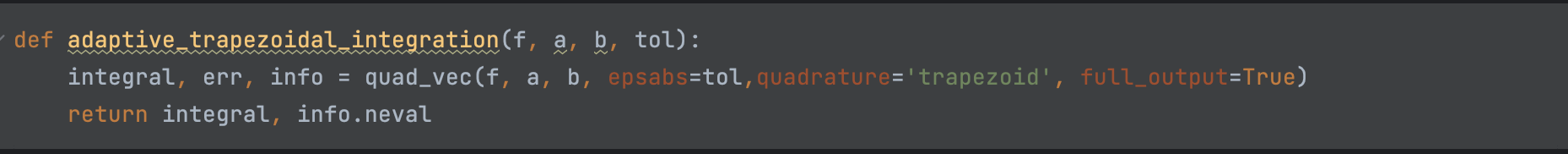
* + 1. Funkcja podcałkowa druga



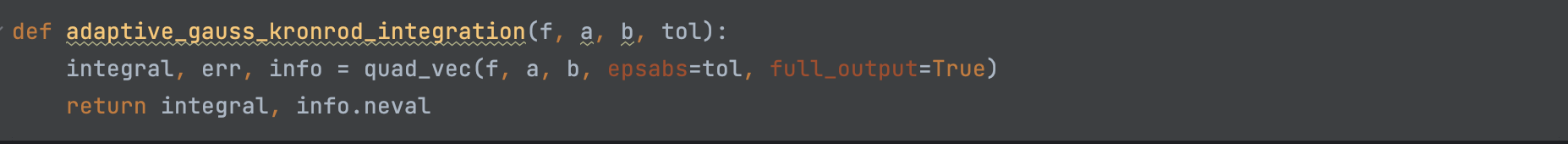
* + 1. Funkcja podcałkowa trzecia



* 1. Funkcja obliczająca całke metodą trapezów z podaną tolerancja



* 1. Funkcja obliczające całke metodą Gaussa-Kronroda z podana tolerancja



* 1. Funkcja obliczajca całkę metodą Gaussa-Legrande’a

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

* 1. Funkcja pomocnicza obliczająca błąd względny oraz liczbę ewaluacji funkcji dla metod adaptacyjnych

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

* 1. Funkcja pomocnicza obliczająca błąd względny oraz liczbę ewaluacji funkcji dla metod nieadaptacyjnych

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

* 1. Obliczenie wartości całki dla wszystkich funkcji stosując kwadratury adaptacyjnyne

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

* 1. Obliczenie wartości wszystkich funkcji stosując kwadratury nieadaptacyjne

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

* 1. Rysowanie wykresu dla funkcji pocałkowej nr. 1

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

* 1. Rysowanie wykresu dla funkcji podcałkowej nr. 2

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

* 1. Rysowanie wykresu dla funkcji podcałkowej nr. 3

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

1. Wykres
   1. Wykres błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej nr. 1

Obraz zawierający linia, tekst, Wykres, diagram

Opis wygenerowany automatycznie

**Wykres 1. Wykres błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej**

* 1. Wykres błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej nr. 2

Obraz zawierający tekst, linia, Wykres, diagram

Opis wygenerowany automatycznie

**Wykres 2. Wykres błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej**

* 1. Wykres błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej nr. 3

Obraz zawierający linia, tekst, Wykres, diagram

Opis wygenerowany automatycznie

**Wykres 3. Wykres błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej**

1. Wnioski

Metody adaptacyjne, zarówno trapezów, jak i Gaussa-Kronroda, osiągnęły wysoką dokładność w obliczaniu wartości całek dla wszystkich trzech funkcji podcałkowych.

Przy bardzo niskich wartościach tolerancji (rzędu ), obie metody uzyskały wyniki bliskie rzeczywistym wartościom całek z bardzo małym błędem względnym.

Jak można się było spodziewać, zmniejszanie tolerancji (tj. wymaganie większej dokładności) prowadziło do wzrostu liczby ewaluacji funkcji podcałkowej.

Metoda Gaussa-Kronroda, będąca bardziej zaawansowaną techniką, wymagała generalnie mniejszej liczby ewaluacji dla osiągnięcia podobnych poziomów dokładności w porównaniu do metody trapezów.

Metoda Gaussa-Kronroda okazała się bardziej efektywna pod względem liczby ewaluacji funkcji, szczególnie przy niższych wartościach tolerancji. Dla większości przypadków, metoda Gaussa-Kronroda osiągała mniejszy błąd względny przy mniejszej liczbie ewaluacji w porównaniu do metody trapezów.

Metoda trapezów jest prostsza i może być bardziej intuicyjna w implementacji, ale przy wymaganiach większej dokładności staje się mniej efektywna.

Dla funkcji bardziej złożonych lub posiadających osobliwości, jak w przypadku trzeciej funkcji podcałkowej, metody adaptacyjne wykazywały swoją przewagę, dostosowując gęstość siatki punktów całkowania w obszarach wymagających większej precyzji.

Funkcja druga, zawierająca logarytm i pierwiastek, była trudniejsza do całkowania, co skutkowało większymi różnicami w liczbie ewaluacji i błędzie względnym pomiędzy metodami.

1. Bibliografia

*Wykład MOwNiT - prowadzony przez dr. Inż. K. Rycerz  
Prezentacje – dr. Inż. M. Kuta*

1. Dodatkowe informacje

Rozwiązanie obu zadań znajduje się odpowiednio w pliku ex1\_ex2.ipynb.