

Práctica 2: Aceites



Juan Pablo Fernández de la Torre

Arturo Gómez Izquierdo

Índice

1. Introducción	1
2. Restricciones básicas	1
3. Extensión	3
4. Extensión extra	4
5. Pruebas	5

1. Introducción

Esta entrega contiene las soluciones a un problema de una fábrica de aceites que necesita saber el estado de sus almacenes, las compras y refinamiento (ventas) que realiza bajo ciertas restricciones (de capacidad del almacén, límites de refinamiento), con el fin de superar cierto beneficio mínimo. Todo esto durante un periodo de 6 meses donde se refinan 5 tipos de aceites que están divididos en dos grupos según su origen, vegetal o no vegetal. Para solucionarlo se han dado ciertas restricciones básicas que cada solución ha de cumplir, unas restricciones adicionales y se le ofrecía al alumnado implementar unas restricciones extra que considerasen útiles e interesantes para la empresa. Para ello se han creado cinco soluciones con distintos lenguajes de programación, tres de ellas en MiniZinc, incluyendo las restricciones extras y otras dos soluciones en Z3 con Python para las restricciones básicas y las extensiones.

2. Restricciones básicas

Para poder implementarlas se han guardado los datos de entrada en las respectivas variables y se han creado cuatro variables de solución. Estas son tres matrices, las cuales contenían las toneladas de cada aceite por cada uno de los seis meses, una para el estado del almacén al inicio del mes, otra para las compras que se realizaban en dicho mes y la restante para la cantidad de aceites que se refinaban y vendían en dicho mes; y una variable entera llamada beneficio que guarda la cantidad de dinero obtenida al final.

Para implementar todas estas restricciones hemos tenido que establecer ciertos criterios para nuestras variables de solución, como limitar el dominio de estas. Los valores contenidos en las matrices de Almacén y Compras van de 0 a MCAP, los valores de la matriz Ventas están limitados de 0 al mínimo entre MCAP y el máximo de MAXV y MAXN para no permitir ventas que excedan el límite de ventas que se pueden hacer de cada tipo de aceite ni el límite del almacén en caso de que este fuese menos que el máximo permitido para la venta. La matriz Almacén contiene las toneladas de cada tipo de aceites a principio de dicho mes, sin haber tenido posibilidad de hacer compras o ventas. Para ello hemos implementado estas restricciones:

- Las existencias iniciales del primer mes son las iniciales del periodo.

- El resto de meses las existencias iniciales se obtienen con la siguiente fórmula: $Ei + Compras = Ef + Ventas$.

Las restricciones básicas son las siguientes y se han solucionado de la siguiente manera:

- Nunca se refina más del máximo permitido para cada tipo de aceite.
 - Se realiza un sumatorio de cada tipo de aceite (vegetal y no vegetal) cada mes y dicho número debe ser menor al establecido (MAXV y MAXN respectivamente).
- Las existencias iniciales más las compras de un mes no pueden superar el MCAP ya que no cabrían en el almacén.
 - Para cada mes y cada aceite se hace la suma del Almacén y las Compras y se verifica que ese valor sea menor de MCAP.
- En caso de que se usen aceites NO vegetales, la dureza final debe estar entre MinD y MaxD.
 - Se realiza para cada mes un sumatorio de los aceites no vegetales y si este valor es estrictamente mayor que 0, entonces se comprueba que la dureza media se encuentre entre MinD y MaxD.
 - Como al solver no le gustan las divisiones, despejamos la fórmula de la dureza media ponderada para que se convierta en un problema lineal.
- Las existencias finales del último mes no varían más de PV de las existencias iniciales del periodo.
 - Se suman las existencias iniciales del último mes (el Almacén) a las compras menos las ventas de dicho mes y se comprueba que ese valor se encuentre en el rango de PV respecto a las existencias iniciales del periodo.
- El beneficio total se obtiene de las ventas menos las compras menos los costes de almacenamiento de cada mes y cada aceite.
 - Se realiza un sumatorio de todos los meses y todos los aceites para calcular el beneficio total donde las ventas se multiplican por el número de venta, se restan las compras multiplicadas por su coste asociado y se restan las existencias

del almacén que se multiplican por el coste que les supone tener los aceites en el propio almacén.

- El beneficio obtenido supera el mínimo establecido.
 - Se comprueba que dicho beneficio calculado anteriormente supera el beneficio mínimo establecido.

Esta primera parte del problema se encuentra resuelta en los ficheros aceites-v1.mzn y aceites-z3-file-v1.py. Además en la versión de MiniZinc se hace una optimización maximizando el beneficio, mientras que en Z3 se minimiza el número de aceites usados en cada mes. Esto último se resuelve con add_soft para no tener que hacer uso de minimize.

3. Extensión

Esta segunda parte extendía el problema original incluyendo algunas restricciones extra para dificultar la solución encontrada y cumplir con ciertos requisitos de producto final que se vendía. Estas restricciones tratan acerca del número de aceites que se necesitan usar para cada producto, el número de toneladas usadas de cada uno y los requerimientos e incompatibilidades entre ellos. Para implementarlas nos daban un array (K) que contiene un entero por cada mes del periodo, un entero T que representa el mínimo de toneladas de aceite que se tienen que usar en caso de que decidas usarlo y por último, dos arrays de sets, que contiene las incompatibilidades y las afinidades de cada aceite respecto al resto. A continuación se muestra qué restricciones son y cómo se han implementado:

- El producto debe hacerse con un mínimo de K aceites. Este número puede ser distinto cada mes.
 - Se mira para cada mes que la suma de los aceites usados sea superior al K de dicho mes.
- Si un mes usamos un cierto aceite, entonces debemos usar como mínimo T toneladas.
 - Se comprueba para cada mes y cada aceite que si se ha usado el aceite entonces las toneladas usadas son iguales o superiores a T .

- Si usamos el aceite ANV 1 o el aceite ANV 2 en un cierto mes, entonces no podemos usar ni el VEG 2 ni el ANV3 ese mes. Generalizad esta restricción a que haya aceites incompatibles.
 - Se mira para cada mes y cada aceite que cuando usamos un aceite no se use ninguno de aquellos con los que este es incompatible.
- Si usamos el aceite ANV 3 entonces debemos usar VEG 1 ese mes. Generalizad esta restricción a que haya aceites que requieren otros en su fabricación.
 - Se mira para cada mes y cada aceite que cuando usamos un aceite también se usen todos aquellos con los que tiene afinidad.

La extensión se encuentra solucionada en los ficheros aceites-v2.mzn y aceites-z3-file-v2.py. Además, en la versión en Z3 algunas de estas condiciones se han implementado para que no sean fuertes haciendo uso del add_soft. Como no todas las condiciones son igual de importantes, hemos asignado pesos diferentes para que la solución sea óptima según nuestro criterio:

- El mínimo número de aceites K a usar es más importante que minimizar el número de aceites usados, y por tanto tendrá más peso.
- La cantidad mínima de aceite a usar T no interfiere con el resto de condiciones, por lo que hemos considerado que no hace falta que sea una restricción blanda.
- Tanto los aceites residuales como los incompatibles deben prevalecer frente a otras consideraciones, esto hace que tengan las dos el mismo peso superior a las otras dos condiciones blandas.

4. Extensión extra

Para realizar la extensión extra, estuvimos pensando en que le podría interesar a una empresa real que se dedicase a refinar aceites para la creación de un producto. Por ello, llegamos a la conclusión de la necesidad de garantizar la homogeneidad y calidad constante del producto. Ya sea por decisión interna de la empresa o por exigencia de la normativa, resulta fundamental que las proporciones de cada componente se mantengan dentro de unos márgenes muy ajustados. Por ello, hemos añadido las siguientes restricciones:

- Dada una fórmula con las proporciones de cada aceite refinado para hacer el producto, garantizar que ninguna se desvíe más de un cierto porcentaje.

Esto podría ser interpretado si la empresa tiene cierto margen para realizar el producto sin forzar a que las proporciones sean exactas pero garanticen cierta calidad.

- Minimizar la diferencia de la cantidad refinada real con la ideal, dándole más peso a la diferencia más grande para que se reparta por igual.

Al final, la empresa querrá que su producto tenga la mejor calidad posible y las mejores propiedades.

Hemos optado por implementar esta extensión en MiniZinc en el fichero aceites-v3.mzn por su simplicidad a la hora de modelar estas restricciones.

5. Pruebas

Para probar el correcto funcionamiento de cada una de nuestras soluciones se llevó a cabo ciertas pruebas enfocadas en la parte de la extensión. Para ello debíamos asegurarnos de que las restricciones básicas estaban igual de bien implementadas para la v1 de MiniZinc y de Z3, así que decidimos comprobar que maximizando el beneficio nos encontraba el máximo beneficio posible en ambas soluciones.

Cabe destacar que para todas las pruebas realizadas en MiniZinc, hemos utilizado el Solver de programación lineal HiGHS 1.9.0, que como ya comentamos en la práctica 1, es el mejor para este tipo de problemas. Además, lo hemos podido comprobar en las pruebas realizadas durante la codificación.

- MiniZinc:

Compras:

0	0	0	0	0	609
0	0	0	0	0	491
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	700
0	0	0	0	650	0

Almacén:

500	341	256	134	134	0
500	459	344	266	66	0
500	500	500	500	494	450
500	250	250	0	0	0
500	500	250	250	6	450

Ventas:

159	85	122	0	134	159
41	115	78	200	66	41
0	0	0	6	44	0
250	0	250	0	0	250
0	250	0	244	206	0

Durezas:

6.00	6.00	5.78	5.45	6.00	6.00
------	------	------	------	------	------

Existencias finales:

450
450
450
450
450

Beneficio obtenido: 132340 €

- Z3:

sat						
Compras						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	0	0	0	0	0	609
VEG2	0	0	0	0	0	491
ANV1	0	0	0	0	0	0
ANV2	0	450	0	0	0	700
ANV3	0	0	0	0	200	0
Almacén						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	500	500	341	200	0	0
VEG2	500	300	259	200	200	0
ANV1	500	500	500	500	450	450
ANV2	500	250	450	200	0	0
ANV3	500	500	500	500	500	450
Ventas						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	0	159	141	200	0	159
VEG2	200	41	59	0	200	41
ANV1	0	0	0	50	0	0
ANV2	250	250	250	200	0	250
ANV3	0	0	0	0	250	0
Dureza promedio						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
	5.04	6.00	5.89	6.00	5.49	6.00
Existencias finales						
VEG1	450					
VEG2	450					
ANV1	450					
ANV2	450					
ANV3	450					
Beneficio total: 132340 €						

Al ver que coinciden, vemos que las restricciones están igual codificadas tanto en MiniZinc como en Z3, y podemos pasar a probar la minimización en Z3:

sat

Compras

	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	0	0	0	0	0	309
VEG2	0	0	0	76	2	272
ANV1	0	0	0	199	0	0
ANV2	0	249	0	0	1	699
ANV3	0	0	2	0	198	0

Almacén

	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	500	500	500	341	141	141
VEG2	500	300	100	100	176	178
ANV1	500	500	500	500	450	450
ANV2	500	500	499	249	249	0
ANV3	500	250	250	252	252	450

Ventas

	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	0	0	159	200	0	0
VEG2	200	200	0	0	0	0
ANV1	0	0	0	249	0	0
ANV2	0	250	250	0	250	249
ANV3	250	0	0	0	0	0

Dureza promedio

	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
	5.49	5.04	5.99	5.03	4.20	4.20

Existencias finales

VEG1	450
VEG2	450
ANV1	450
ANV2	450
ANV3	450

Beneficio total: 100000 €

Esta última versión del problema le cuesta un poco más al Solver, tardando alrededor de 10 minutos en encontrar la solución óptima, pero sigue asegurando que existe una solución.

Tras comprobar que ambas soluciones básicas son correctas extendemos las pruebas a las restricciones adicionales, probándolas una a una con el fin de verificar que se cumple por separado, puesto que apreciar que todas funcionan conjuntamente es más complicado. Para estas pruebas se modifica el archivo data-v2.dzn en el caso de MiniZinc y input.v2.txt en el caso de Z3. Del código quitamos las respectivas optimizaciones para realizarlas rápidamente.

$$K = [5,0,0,0,0,0]$$

- MiniZinc:

Beneficio obtenido: 117500 €					
<hr/>					
Compras:					
0	0	0	0	0	609
0	0	0	0	0	491
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	700
0	0	0	0	650	0
Almacén:					
500	457	258	258	99	0
500	343	342	142	101	0
500	499	450	450	450	450
500	499	298	298	48	0
500	252	252	2	2	450
Ventas:					
43	199	0	159	99	159
157	1	200	41	101	41
1	49	0	0	0	0
1	201	0	250	48	250
248	0	250	0	202	0
Durezas:					
5.74	6.00	5.49	6.00	6.00	6.00
Existencias finales:					
450					
450					
450					
450					
450					
Beneficio obtenido: 132340 €					

- Z3:

sat						
Compras						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	0	0	0	0	0	397
VEG2	0	0	0	0	0	388
ANV1	0	0	0	0	0	0
ANV2	0	198	1	0	0	700
ANV3	0	0	199	0	0	0
Almacén						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	500	340	340	141	141	53
VEG2	500	462	262	262	62	62
ANV1	500	450	450	450	450	450
ANV2	500	301	249	250	0	0
ANV3	500	499	499	698	698	450
Ventas						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	160	0	199	0	88	0
VEG2	38	200	0	200	0	0
ANV1	50	0	0	0	0	0
ANV2	199	250	0	250	0	250
ANV3	1	0	0	0	248	0
Dureza promedio						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
	5.76	5.04	8.80	5.04	6.00	4.20
Existencias finales						
VEG1	450					
VEG2	450					
ANV1	450					
ANV2	450					
ANV3	450					
Beneficio total: 100000 €						

Como podemos ver, en ambas soluciones se ha forzado en el primer mes a usar 5 aceites, además la solución de Z3 lo ha hecho bien a pesar de minimizar el número de aceites usados por los pesos otorgados.

T = 50

- MiniZinc:

Compras:

0	0	0	0	0	600
0	0	0	0	0	500
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	700
0	0	0	0	650	0

Almacén:

500	350	200	85	0	0
500	450	400	315	200	0
500	450	450	450	450	450
500	351	101	0	0	0
500	449	449	300	50	450

Ventas:

150	150	115	85	0	150
50	50	85	115	200	50
50	0	0	0	0	0
149	250	101	0	0	250
51	0	149	250	250	0

Durezas:

5.79	5.94	6.00	6.00	5.49	5.94
------	------	------	------	------	------

Existencias finales:

450
450
450
450
450

Beneficio obtenido: 132250 €

- Z3:

sat						
Compras						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	1	0	0	0	0	460
VEG2	2	0	0	112	0	446
ANV1	0	0	0	0	0	0
ANV2	0	150	0	0	0	700
ANV3	0	0	0	0	0	0
Almacén						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	500	351	351	351	351	151
VEG2	500	452	252	92	4	4
ANV1	500	450	450	450	450	450
ANV2	500	350	250	0	0	0
ANV3	500	450	450	450	450	450
Ventas						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	150	0	0	0	200	160
VEG2	50	200	160	200	0	0
ANV1	50	0	0	0	0	0
ANV2	150	250	250	0	0	250
ANV3	50	0	0	0	0	0
Dureza promedio						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
	5.79	5.04	4.94	6.10	8.80	6.00
Existencias finales						
VEG1	451					
VEG2	450					
ANV1	450					
ANV2	450					
ANV3	450					
Beneficio total: 100035 €						

Fuerza con éxito las 50 Toneladas mínimas a refinar por cada aceite.

□

Incompatibles = [{2,3},{},{}],{5},{}]

- MiniZinc:

Compras:					
0	0	0	0	0	430
1	0	0	0	0	549
0	0	0	0	0	0
0	450	0	0	0	700
0	0	0	0	200	0
Almacén:					
500	500	500	340	180	20
500	301	101	101	101	101
500	500	450	450	450	450
500	500	750	500	250	0
500	250	250	250	250	450
Ventas:					
0	0	160	160	160	0
200	200	0	0	0	200
0	50	0	0	0	0
0	200	250	250	250	250
250	0	0	0	0	0
Durezas:					
5.49	4.80	6.00	6.00	6.00	5.04
Existencias finales:					
450					
450					
450					
450					
450					
Beneficio obtenido: 123305 €					

- Z3:

sat						
Compras						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	0	0	0	0	20	450
VEG2	0	0	0	0	0	350
ANV1	0	198	0	2	0	0
ANV2	0	0	0	0	0	700
ANV3	0	0	0	0	200	0
Almacén						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	500	500	340	180	180	0
VEG2	500	300	300	300	100	100
ANV1	500	500	698	698	450	450
ANV2	500	500	250	0	0	0
ANV3	500	250	250	250	250	450
Ventas						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	0	160	160	0	200	0
VEG2	200	0	0	200	0	0
ANV1	0	0	0	250	0	0
ANV2	0	250	250	0	0	250
ANV3	250	0	0	0	0	0
Dureza promedio						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
	5.49	6.00	6.00	3.82	8.80	4.20
Existencias finales						
VEG1	450					
VEG2	450					
ANV1	450					
ANV2	450					
ANV3	450					
Beneficio total: 100000 €						

Para forzar que se vean las incompatibilidades en Z3, añadimos K = 5 todos los meses. Como las incompatibilidades tienen más peso, se fuerza a que priorice dicha restricción. Gracias a esto, podemos ver que se cumple en ambas soluciones las incompatibilidades del aceite 1 con el 2 y el 3, y el 4 con el 5.

Requeridos = [{2,3},{},{}],{5},{}

- MiniZinc:

Compras:

0	0	0	0	0	609
0	0	0	0	0	491
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	698
0	0	0	0	652	0

Almacén:

500	305	146	59	0	0
500	495	454	341	200	0
500	455	454	452	451	451
500	296	48	47	0	0
500	499	498	251	49	451

Ventas:

195	159	87	59	0	159
5	41	113	141	200	41
45	1	2	1	0	1
204	248	1	47	0	248
1	1	247	202	250	1

Durezas:

6.00 6.00 6.00 5.75 5.49 6.00

Existencias finales:

450
450
450
450
450

Beneficio obtenido: 132280 €

- Z3:

sat						
Compras						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	0	0	0	0	0	149
VEG2	0	0	0	1	0	545
ANV1	0	3	0	197	0	0
ANV2	1	0	0	0	0	693
ANV3	0	0	384	0	67	3
Almacén						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	500	500	301	301	301	301
VEG2	500	302	301	102	103	103
ANV1	500	500	253	253	450	450
ANV2	500	501	501	253	5	5
ANV3	500	250	250	633	631	448
Ventas						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
VEG1	0	199	0	0	0	0
VEG2	198	1	199	0	0	198
ANV1	0	250	0	0	0	0
ANV2	0	0	248	248	0	248
ANV3	250	0	1	2	250	1
Dureza promedio						
	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
	5.49	5.02	5.05	4.21	5.00	5.04
Existencias finales						
VEG1	450					
VEG2	450					
ANV1	450					
ANV2	450					
ANV3	450					
Beneficio total: 100000 €						

Ahora vemos el resultado inverso, si se usa el aceite 1, se usa también el 2 y 3, y si se usa el 4, entonces también el 5. Esto no implica que si se usan los aceites 2, 3 o 5, se tengan que usar el 1 o el 4.

Adicionalmente, hacemos las pruebas con nuestra propia extensión para comprobar que funciona justo como queremos.

formula = [0, 15, 35, 25, 25]

MV = 15

Compras:					
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	268
0	0	0	511	0	0
0	0	0	0	0	432
0	0	0	0	406	0
Almacén:					
500	497	494	491	488	488
500	448	394	340	290	237
500	406	310	217	635	543
500	418	347	258	186	107
500	427	344	276	191	518
Ventas:					
3	3	3	3	0	3
52	54	54	50	53	55
94	96	93	93	92	93
82	71	89	72	79	89
73	83	68	85	79	68
Durezas:					
4.08	4.11	4.09	4.11	4.07	4.10
Existencias finales:					
485					
450					
450					
450					
450					
Beneficio obtenido: 50240 €					

En esta primera captura vemos el efecto de la restricción del margen de variación en juego mientras que se maximiza el beneficio.

Compras:					
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	145
0	412	0	0	0	0
0	275	0	0	0	0
0	0	0	0	275	0
Almacén:					
500	500	500	500	500	500
500	458	434	392	350	308
500	402	758	660	562	464
500	430	665	595	525	455
500	430	390	320	250	455
Ventas:					
0	0	0	0	0	0
42	24	42	42	42	3
98	56	98	98	98	7
70	40	70	70	70	5
70	40	70	70	70	5
Durezas:					
3.92	3.92	3.92	3.92	3.92	3.92
Existencias finales:					
500					
450					
457					
450					
450					
Beneficio obtenido: 10040 €					

En esta segunda captura vemos como se minimiza la diferencia de las proporciones de aceites usados frente a la fórmula, haciendo que el producto sea lo más preciso posible.