• Por M.P prove que ~~$(P \vee \neg P)$~~ $\vdash (P \vee \neg P)$

$H = (P \vee \neg P)$

(1) $H = E(\neg P)$ e $G = P \vdash (P \vee \neg P)$

(2) $((P \vee P) \to P)$

(3) Aplicando M.P entre (1 e 2), temos:

$$\frac{(P \vee \neg P),\ ((P \vee P) \to P)}{\therefore\ P \vee \neg P}$$

(4) $\neg P \vee (P \vee P)$

Aplicando MP entre 4 e 3, temos:

$$\frac{\neg P \vee (P \vee P),\ P \vee \neg P}{\therefore\ P \vee \neg P}$$ c.q.d

(5) $P \vee \neg P$

Modus Ponens

(1) $A \to B$

(2) $B \to C$

(3) A

$$MP: \frac{P,\ P \to Q}{Q} \approx \frac{A,\ A \to B}{B} \approx \frac{B,\ B \to C}{C}$$

- Aplicar MP em (3) e (1), temos:

(4) B

- Aplicar MP em (4) e (2), temos:

(5) C $\boxed{c.q.d}$

- Utilizando apenas MP, prove por absurdo P.

$$\beta = \{\neg S \to P,\ R \vee \neg P,\ \neg S\} \vdash P$$

(1) $\neg S \to P$

(2) $R \vee \neg P$ — conjunto de hipóteses

(3) $\neg S$

(4) $\neg P$

- Aplicar MP em (3) e (1), temos:

(5) $P \to$ Absurdo! $MP = \dfrac{\neg S,\ \neg S \to P}{P}$

Em (4) afirmamos que $\neg P$ é verdade e em (5) concluímos que P é verdade, o que é uma contradição, gerando um absurdo.

Conclui-se portanto que a suposição inicial $\neg P$ é falsa. $\therefore \beta \vdash P$ $\boxed{c.q.d}$

MP em (5) e (4) $\dfrac{\neg P \to S,\ \neg P}{\neg P}$ $\boxed{S}$

~~$MP = \dfrac{\neg S,\ \neg S \to P}{P}$~~ Para S = absurdo!

contra-positiva (1)

(5) $\neg P \to S$

MP em (3) e (1)

$\neg S,\ \neg S \to P$

$\neg P$

www.cadersil.com.br

CADERSIL

- Obs - Princípio da Indução Finita é tautologia?

$((2^5 > 5^2) \wedge (2^6 > 6^2) \wedge \ldots (2^n > n^2)) \to (2^{n+1} > (n+1)^2)$

Hipótese: o antecedente da implicação é verdadeiro

isto é, para $n >= 5$, $2^n > n^2$

$[2 \cdot 2^n > 2 \cdot n^2]$

- O consequente pode ser reescrito da seguinte forma:

$2^{n+1} > (n+1)^2$

$2^n \cdot 2 > (n+1)^2$

- pelo hipótese, $2^n > n^2$. Então $2^n \cdot 2 > 2n^2$,

logo $2^n \cdot 2 > n^2 + n^2$.

Como $n^2 + n^2 > (n+1)^2$

$n^2 + n^2 > (n^2 + 2n + 1)$, então

pela transitividade, $2^n \cdot 2 > n^2 + 2n + 1$

~~[illegible]~~: $\forall$ número natural 'n' tal que $n >= 5$, demonstre por Indução Finita que $n^2 > 2^n$.

• Base: $(5)^2 > 2^5 \rightarrow 25 > 32$

∴ Como o caso base da P.I FALHOU, não é verdade que $n^2 > 2^n$ para $n >= 5$.

~~[illegible]~~: ... que $2^n > n^2$.

Base: $2^5 > 5^2 \Rightarrow 32 > 25$ ✓ (caso-Base funcionou)

Passo (de indução): Se $A(K) = T$ para $5 <= K \leq n$, então $A(n+1) = T$?

$(A(5) \wedge A(6) \wedge \ldots A(n)) \rightarrow A(n+1)$ é tautologia?

• $H = (P \rightarrow Q) \leftrightarrow (R \land P)$

FND: $L_1:(P \land Q \land R)$, $L_2:(P \land \neg Q \land \neg R)$.

$\rightarrow ((P \land Q \land R) \lor (P \land \neg Q \land \neg R))$

FNC: $L_1:(\neg P \lor \neg Q \lor R)$, $L_2:(\neg P \lor Q \lor \neg R)$, $L_3:(P \lor \neg Q \lor \neg R)$
$L_4:(P \lor Q \lor \neg R)$, $L_5:(P \lor \neg Q \lor R)$ $L_6:(P \lor Q \lor R)$

$\rightarrow ((\neg P \lor \neg Q \lor R) \land (\neg P \lor Q \lor \neg R) \land (P \lor \neg Q \lor \neg R) \land (P \lor Q \lor \neg R) \land (P \lor \neg Q \lor R) \land (P \lor Q \lor R))$.

• $G = (P \leftrightarrow Q) \rightarrow (P \lor Q)$

FND: $L_1:(P \land Q)$, $L_2(P \land \neg Q)$, $L_3:(\neg P \land Q)$

$\rightarrow ((P \land Q) \lor (P \land \neg Q) \lor (\neg P \land Q))$

FNC $L_1:(P \lor Q)$

$\rightarrow ((P \lor Q))$.

• Obter FND e FNC de $\neg(P \land Q) \to R$

FND: Linha 1: $(P \land Q \land R)$
" 2: $(P \land Q \land \neg R)$
" 3: $(P \land \neg Q \land R)$
" 4: $(\neg P \land Q \land R)$
" 5: $(\neg P \land \neg Q \land R)$

$((P \land Q \land R) \lor (P \land Q \land \neg R) \lor (P \land \neg Q \land R) \lor (\neg P \land Q \land R) \lor (\neg P \land \neg Q \land R))$

FNC: Linha 1: $(P \lor \neg Q \lor R)$
" 2: $(\neg P \lor Q \lor R)$
" 3: $(P \lor Q \lor R)$

$((P \lor \neg Q \lor R) \land (\neg P \lor Q \lor R) \land (P \lor Q \lor R))$

• $H = ((P \to Q) \land (\neg Q \leftrightarrow R)) \leftrightarrow (\neg R \land \neg P)$

FND: Linha 1: $(P \land Q \land R)$, L2: $(P \land \neg Q \land R)$, L3: $(\neg P \land Q \land R)$
L4: $(\neg P \land Q \land \neg R)$, L5: $(P \land \neg Q \land \neg R)$

$((P \land Q \land R) \lor (P \land \neg Q \land R) \lor (\neg P \land Q \land R) \lor (\neg P \land Q \land \neg R) \lor (P \land \neg Q \land \neg R))$

FNC: L1: $(\neg P \lor \neg Q \lor R)$, L2: $(P \lor Q \lor \neg R)$, L3: $(P \lor Q \lor R)$

$((\neg P \lor \neg Q \lor R) \land (P \lor Q \lor \neg R) \land (P \lor Q \lor R))$

Lista 3 - Lógica
Aluno: Artur Lobato Carvalho

- $P \leftrightarrow Q = \neg(\neg(\neg P \vee Q) \vee \neg(\neg Q \vee P))$
  $\hookrightarrow$ uma de $E = (P \leftrightarrow Q) \vee (R \rightarrow S)$ → daí uma E'

  $- E_1 = \neg(\neg(\neg P \vee Q) \vee \neg(\neg Q \vee P)) \vee (R \rightarrow S)$
  $- (R \rightarrow S) = (\neg R \vee S)$
  daí obtemos G
  $G = \neg(\neg(\neg P \vee Q) \vee \neg(\neg Q \vee P)) \vee (\neg R \vee S)$
  $\hookrightarrow$ $\underline{G = E}$.

- $H = P \wedge (R \rightarrow S)$
  $\hookrightarrow$ $P \wedge (R \rightarrow S) = P \wedge (\neg R \vee S)$
  $P \wedge (\neg R \vee S) = P \wedge \neg\neg(\neg R \vee S)$
  $P \wedge \neg\neg(\neg R \vee S) = P \wedge \neg(R \wedge \neg S)$
  $P \wedge \neg(R \wedge \neg S) = P \wedge (R \text{ nand } \neg S)$

$P \wedge (R \text{ nand } \neg S)$
||
$P \wedge (R \text{ nand } (S \text{ nand } S)) = \neg\neg(P \wedge (R \text{ nand } (S \text{ nand } S)))$
$\neg\neg(P \wedge (R \text{ nand } (S \text{ nand } S))) = (P \text{ nand } (R \text{ nand } (S \text{ nand } S))) \text{ nand } (P \text{ nand } (R \text{ nand } (S \text{ nand } S)))$.

- $\neg P$ não pode ser expressa e representada de maneira igual por $\vee$ e P.

- $(P \vee Q)$, ~~é~~ é possível de ser ~~escrito~~ expressa utilizando $\rightarrow$, P e Q, pois
  $\hookrightarrow$ $(P \rightarrow Q) \rightarrow Q = (P \vee Q)$ pela tabela de regras de inferências