PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE POSGRADO

Curso:

CONTROL ÓPTIMO

Tema:

Observador de orden reducido para la planta tornillo sinfín y para la planta de posicionamiento hidráulico

Presentado por:

CONTRERAS MARTINEZ, DIMEL ARTURO

Docente:

DR. ANTONIO MORÁN

2016

1. Diseñar el observador de orden reducido para la planta motor con tornillo sinfín para una salida que es una combinación lineal de las variables de estado.

Modelo de la planta motor + tornillo sinfín

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ di/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix} u + Wf \begin{bmatrix} 0 \\ w_{21} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Aplicando la transformación T:

A partir del sistema:

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX$$

Realizando una transformación lineal T:

$$Z = TX$$

Resulta:

$$\dot{Z} = \bar{A}Z + \bar{B}u$$

$$y = \bar{C}Z$$

La nueva variable de estado:

$$Z = \begin{bmatrix} y \\ z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

Siendo:

$$\bar{A} = TAT^{-1}$$

$$\bar{B} = TB$$

$$\bar{C} = CT^{-1}$$

Para la salida:

$$y = [1 - 2 \quad 3]X$$

$$C = [1 - 2 \quad 3]$$

Entonces T es:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ - & - & - \\ - & - & - \end{bmatrix}$$

Solo interesa conocer la primera fila de T que es C, las otras filas son aleatorias y diferentes de 0.

<u>Observador de orden reducido:</u>

El vector de estados:

Se mide x , se estima $\dot{x}$ y i :

$$\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i \end{bmatrix} \rightarrow T \rightarrow \begin{bmatrix} y \\ z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ z_h \end{bmatrix}$$

La señal medida puede contener ruido:

$$y = x + ruido$$

$$z_h = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

La expresión para el sistema de orden reducido es:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{z_h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} u$$

$$\bar{A}_{11} = \bar{A}(1,1) = 0$$

$$\bar{A}_{12} = \bar{A}(1,2:3) = [1 \quad 0]$$

$$\bar{A}_{21} = \bar{A}(2:3,1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_{22} = \bar{A}(2:3,2:3) = \begin{bmatrix} \bar{a}_{22} & \bar{a}_{23} \\ \bar{a}_{32} & \bar{a}_{33} \end{bmatrix}$$

$$\bar{B}_1 = \bar{B}(1,1)$$

$$\bar{B}_2 = \bar{B}(2:3,1)$$

El observador de orden reducido es:

- Utilizando la derivada del estado conocido($\dot{y}$):

$$\dot{\hat{z}}_h = (\bar{A}_{22} - L\bar{A}_{12})\hat{z}_h + (\bar{A}_{21} - L\bar{A}_{11})y + (\bar{B}_2 - L\bar{B}_1)u + L\dot{y}$$

- Utilizando el cambio de variable:

$$\hat{z}_h = \widehat{w} + Ly$$

$$\dot{\widehat{w}} = (\bar{A}_{22} - L\bar{A}_{12})\widehat{w} + (\bar{A}_{21} - L\bar{A}_{11} + \bar{A}_{22}L - L\bar{A}_{12}L)y + (\bar{B}_2 - L\bar{B}_1)u$$

>> Script en Matlab

- **La planta**

```
R = 1.1;
L = 0.0001;
Kt = 0.0573;
Kb = 0.05665;
I = 4.326e-5;
p = 0.003;
m = 1.00;
c = 40;  %Fricción viscosa aparece dentro del modelo
r = 0.015;
alfa = 45*pi/180;

d = m + 2*pi*I*tan(alfa)/(p*r);

a22 = -c/d;
a23 = Kt*tan(alfa)/(r*d);

a32 = -2*pi*Kb/(p*L);
a33 = -R/L;
b31 = 1/L;
w21 = -1/d;

Ap = [ 0   1   0
       0  a22 a23
       0  a32 a33 ];  %Matriz A

Bp = [ 0
       0
       b31 ];      %Matriz B

Wfp = [ 0
        w21
        0 ];

Cp = [ 1  1.2  0.8 ];
```

- **El observador de orden reducido utilizando la derivada del estado conocido.**

```
H   = [ 1    -1    1
        0    1    1 ];      % H es arbitrario

T = [ Cp
      H ];
Tm1 = inv(T);
A = T*Ap*inv(T);
B = T*Bp;
C = Cp*inv(T);

A11 = A(1,1);       A12 = A(1,2:3);
A21 = A(2:3,1);    A22 = A(2:3,2:3);
B1 = B(1,1);
B2 = B(2:3,1);
Cr = A12;

q2 = input('Peso q2  (xp)  : ');
q3 = input('Peso q3  (i)   : ');
Q = diag([ q2 q3 ]);
S = are(A22',Cr'*Cr,Q);
L = S*Cr';
ti = 0;     tf = 1;     dt = 0.001;
t = ti:dt:tf;     t = t';
nt = length(t);

[Ak,Bk] = c2d(Ap,Bp,dt);  %Se discretiza
[Ak,Wk] = c2d(Ap,Wf,dt);
[Ahk,Bhk] = c2d(A22-L*Cr,B2,dt);
[Ahk,Ayhk] = c2d(A22-L*Cr,A21,dt);
[Ahk,Lhk] = c2d(A22-L*Cr,L,dt);
```

- Condiciones:

```
fre = 1;
u = 10*sin(2*pi*fre*t);
ruido = 0.02*randn(nt,1);
x   = [ 0.15
      -0.12
       0.30 ];

zh = [ 0
       0 ];
k = 1;
umax = 24;
Fseca = 0.0*1;    %Se empieza con cero y se cambia para
considerar Ff
yold = 0;
```

- Simulación:

```
for tt = ti:dt:tf

  y(k,1) = Cp*x + ruido(k,1); % Se añade ruido
  zzh = [ y(k,1)
          zh ];
  xh = Tm1*zzh;

  x1p(k,1) = (y(k,1) - yold)/dt - A11*y(k,1) - B1*u(k,1);
  x1(k,1)  = x(1,1);    x2(k,1)  = x(2,1);    x3(k,1)  = x(3,1);
  x1h(k,1)  = xh(1,1);    x2h(k,1)  = xh(2,1);    x3h(k,1)  = xh(3,1);

  if( u(k,1) > umax )
      u(k,1) = umax;
  elseif ( u(k,1) < -umax )
      u(k,1) = -umax;
  end
  if(x(2,1) >= 0)
     Ff = Fseca;
  elseif(x(2,1) < 0)
     Ff = -Fseca;
  end
  x = Ak*x + Bk*u(k,1) + Wk*Ff;    %Planta
  zh = Ahk*zh + Bhk*u(k,1) + Ayhk*y(k,1) + Lhk*x1p(k,1);   %Observador
  yold = y(k,1);
  k = k + 1;
end

figure(1);   plot(t,x1,'-r',t,x1h,'-b'); title('Posición');
figure(2);   plot(t,x2,'-r',t,x2h,'-b'); title('Velocidad');
figure(3);   plot(t,x3,'-r',t,x3h,'-b'); title('Corriente');
figure(4);   plot(t,u);                  title('Voltaje');
```

Pruebas:

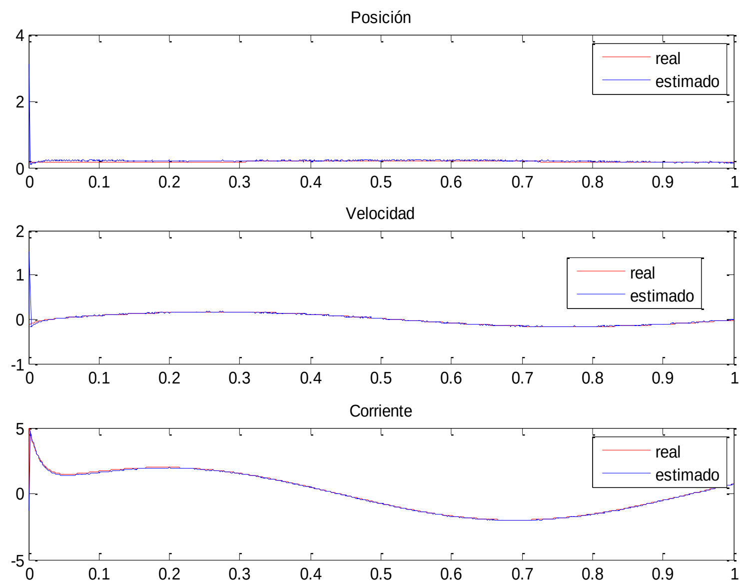
Condiciones:

Fricción seca = 0.0*1

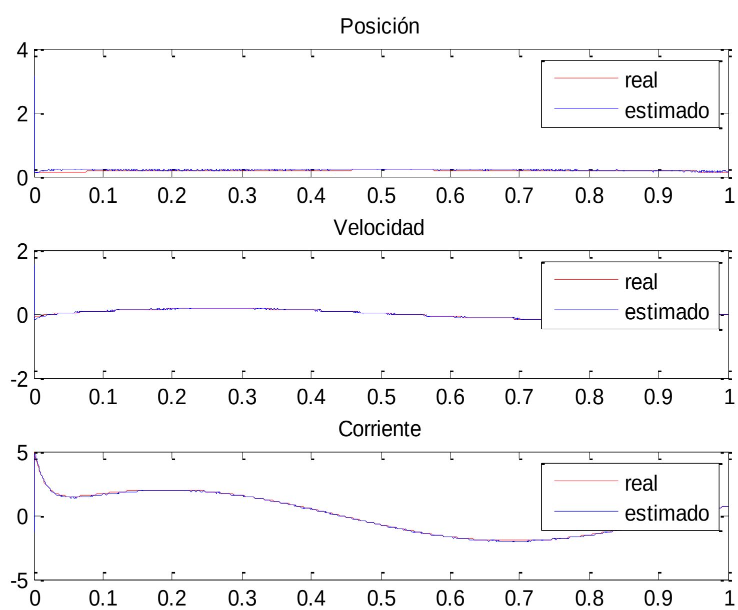
Ruido = 0.01*randn(nt,1)

Entrada : u = 10sin(2*pi*1*t)

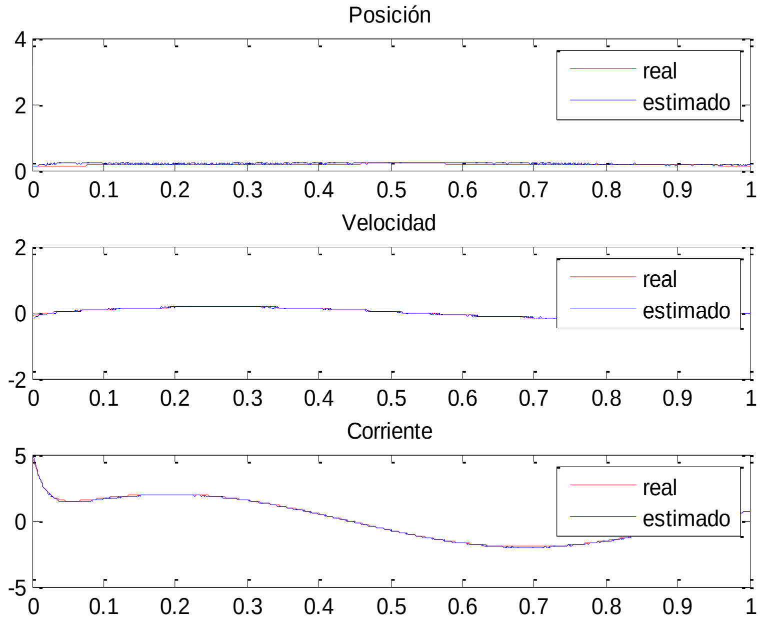
- Peso q2o (xp) = 1 , q3o (i) = 1



- Peso q2o (xp) = 10 , q3o (i) = 10



- Peso q2o (xp) = 100 , q3o (i) = 100



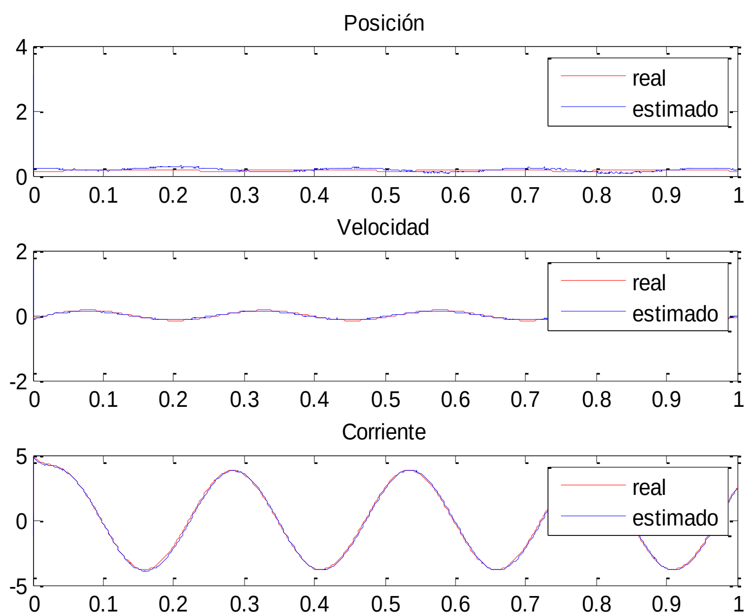
Condiciones:

Fricción seca = 0.0*1

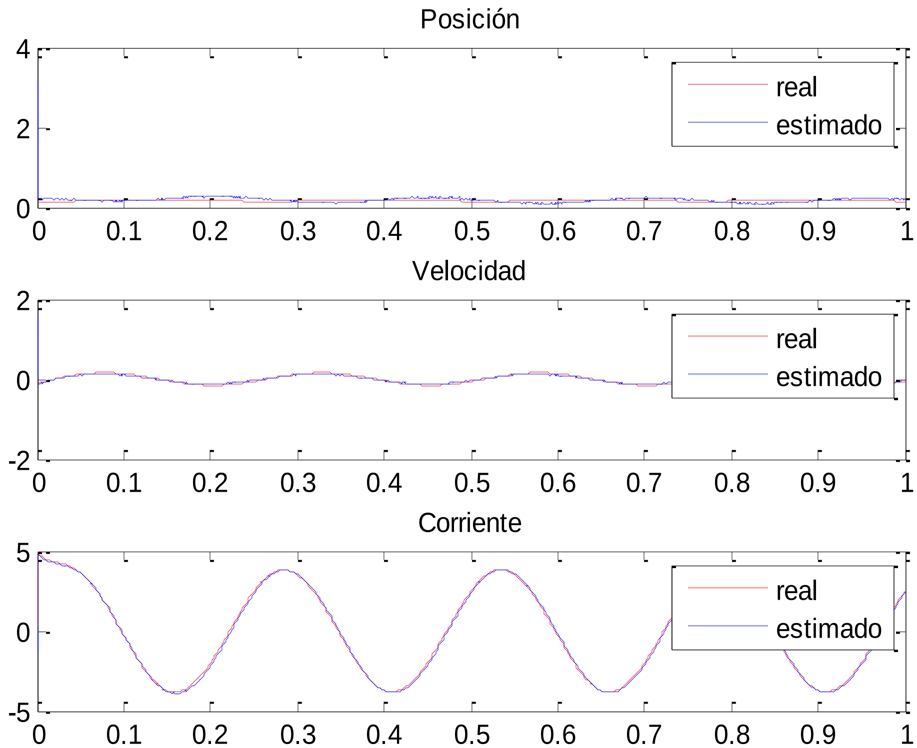
Ruido = 0.01*randn(nt,1)

Entrada : u = 10sin(2*pi*4*t)

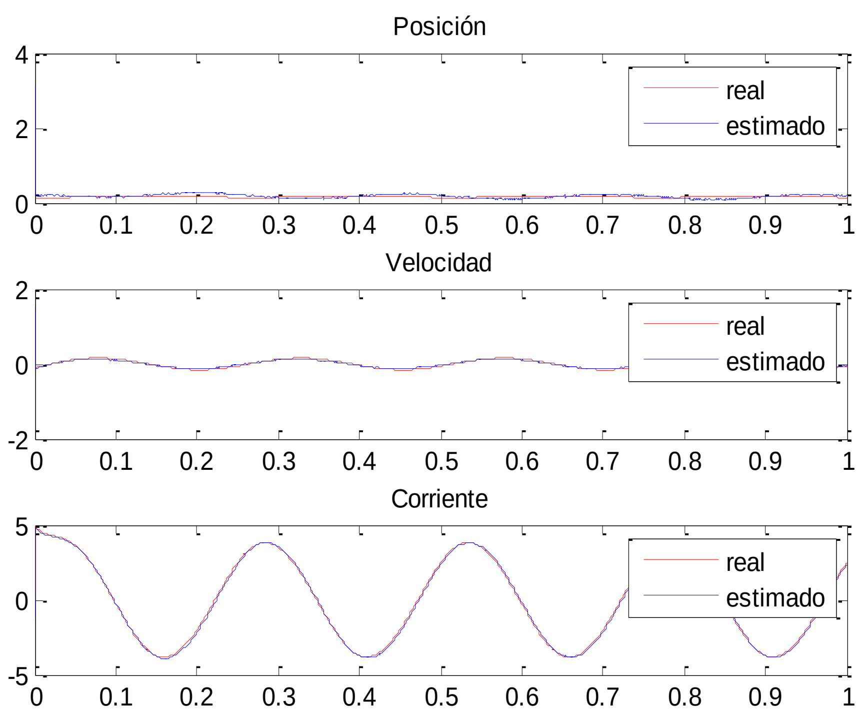
- Peso q2o (xp) = 1 , q3o (i) = 1



- Peso q2o (xp) = 10 , q3o (i) = 10



- Peso q2o (xp) = 100 , q3o (i) = 100



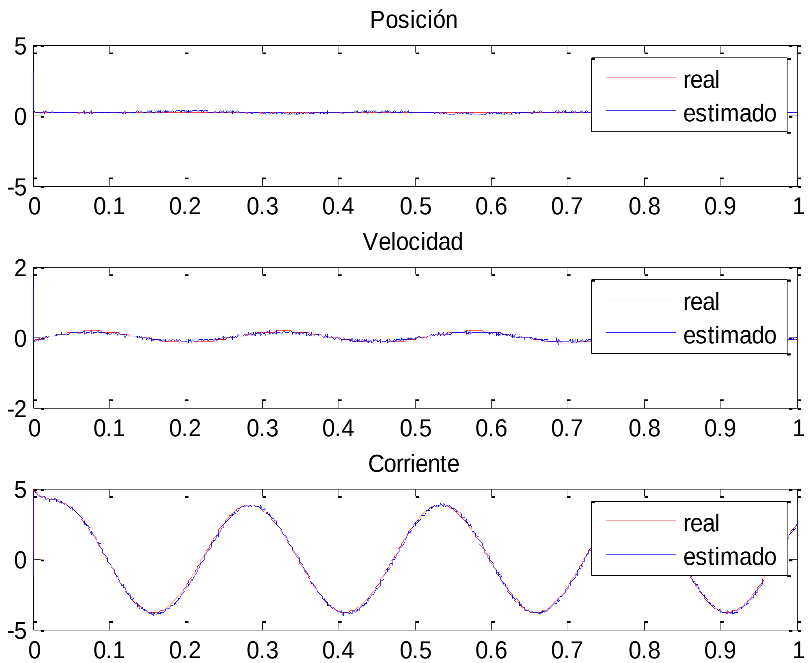
Condiciones:

Fricción seca = 0.0*1

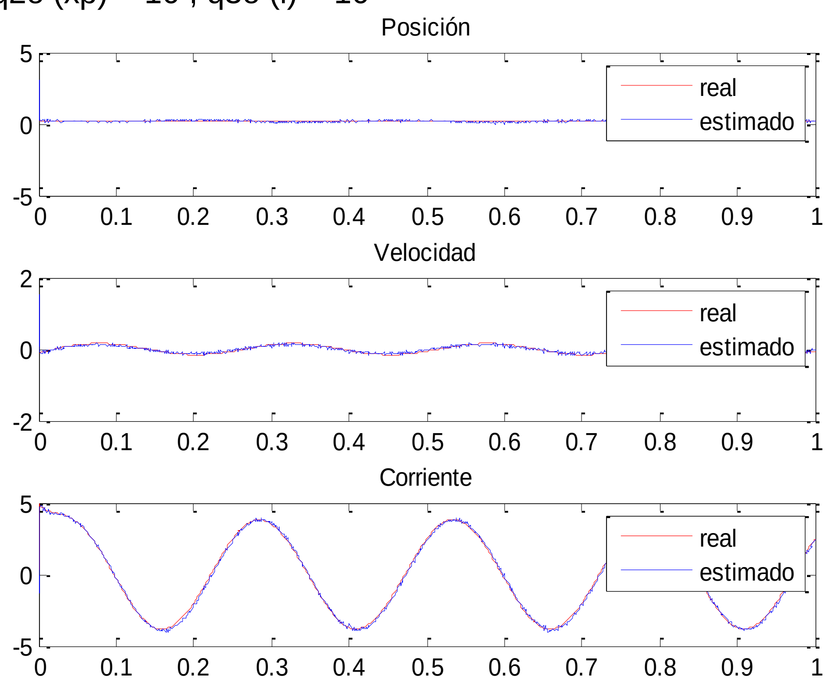
Ruido = 0.04*randn(nt,1)

Entrada : u = 10sin(2*pi*4*t)

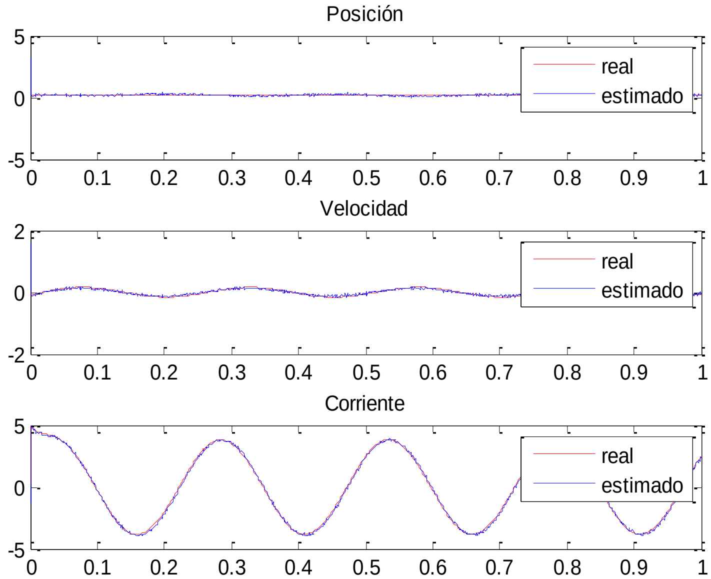
- Peso q2o (xp) = 1 , q3o (i) = 1



- Peso q2o (xp) = 10 , q3o (i) = 10



- Peso q2o (xp) = 100 , q3o (i) = 100



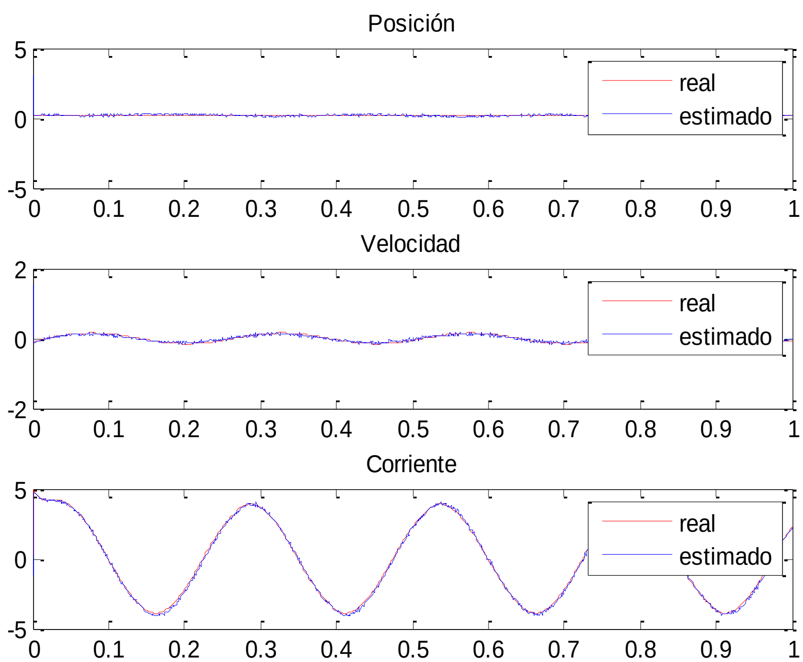
Condiciones:

Fricción seca = 2.0*1

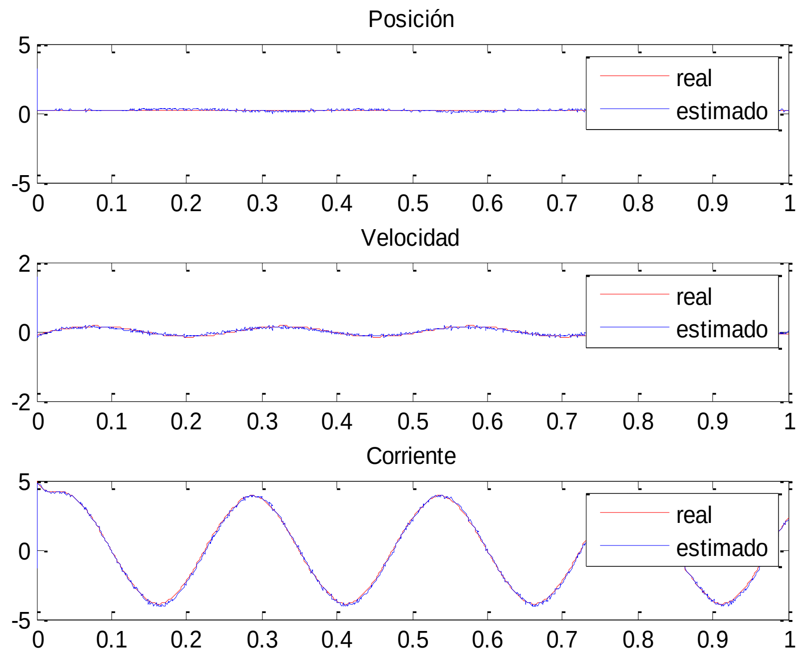
Ruido = 0.04*randn(nt,1)

Entrada : x = 10sin(2*pi*2*t)

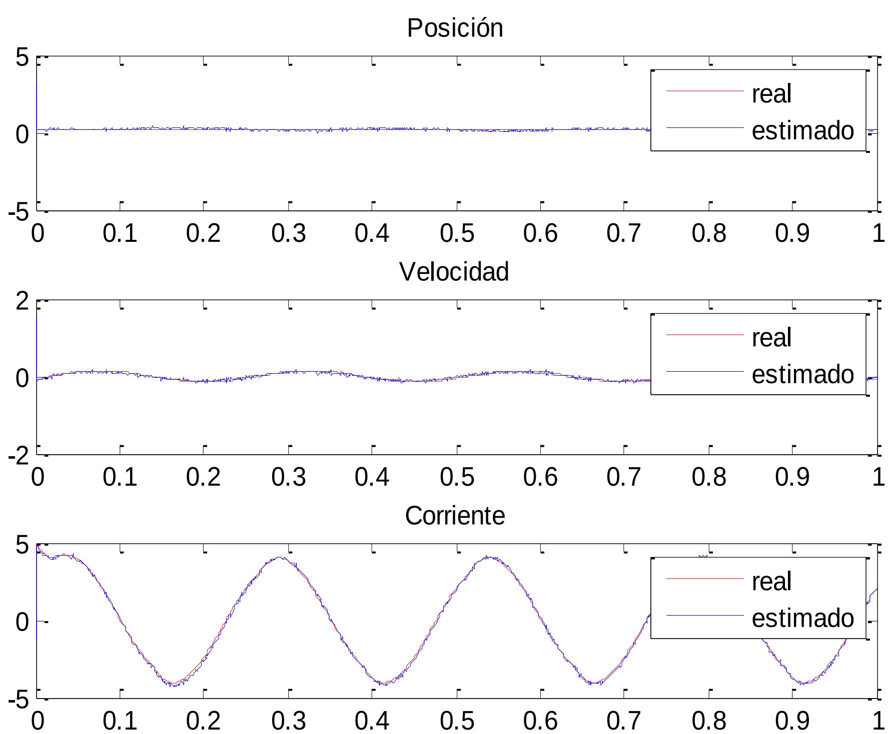
- Peso q2o (xp) = 1 , q3o (i) = 1



- Peso q2o (xp) = 10 , q3o (i) = 10



- Peso q2o (xp) = 100 , q3o (i) = 100



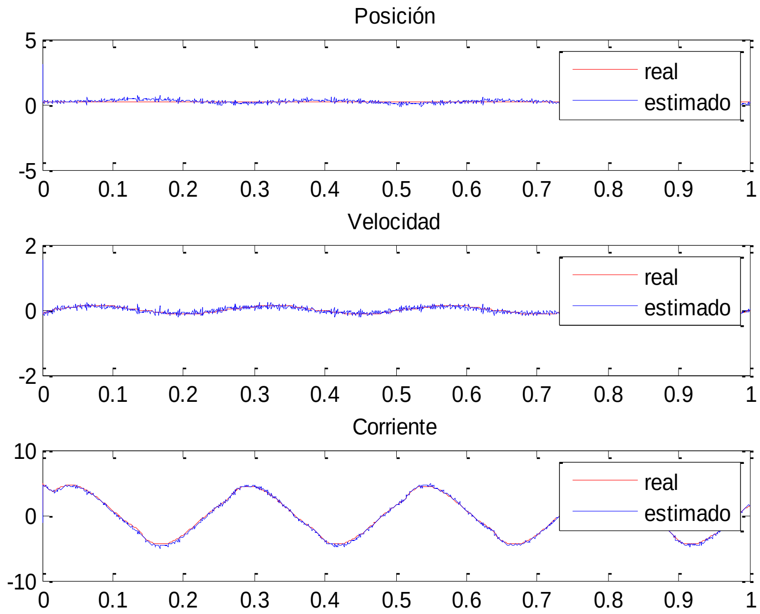
Condiciones:

Fricción seca = 5.0*1

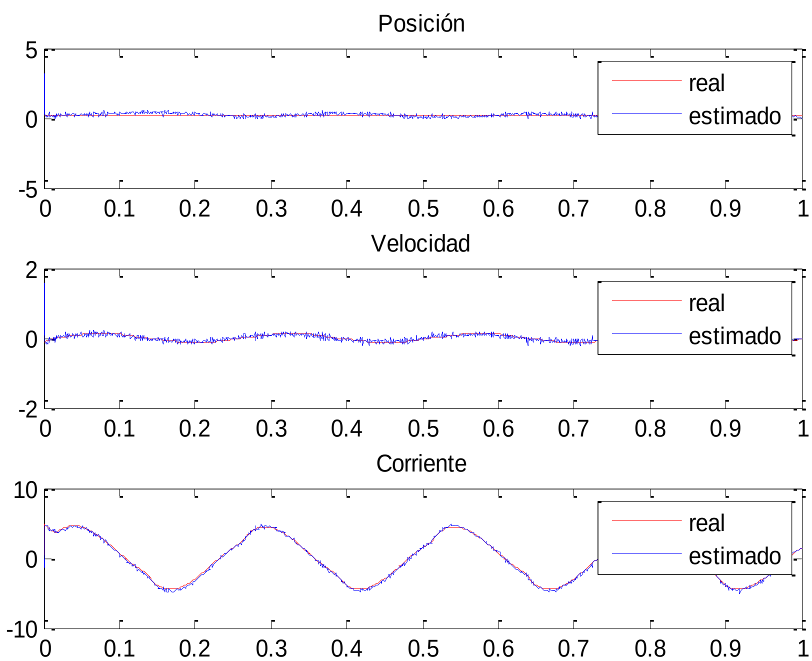
Ruido = 0.08*randn(nt,1)

Entrada : x = 10sin(2*pi*2*t)

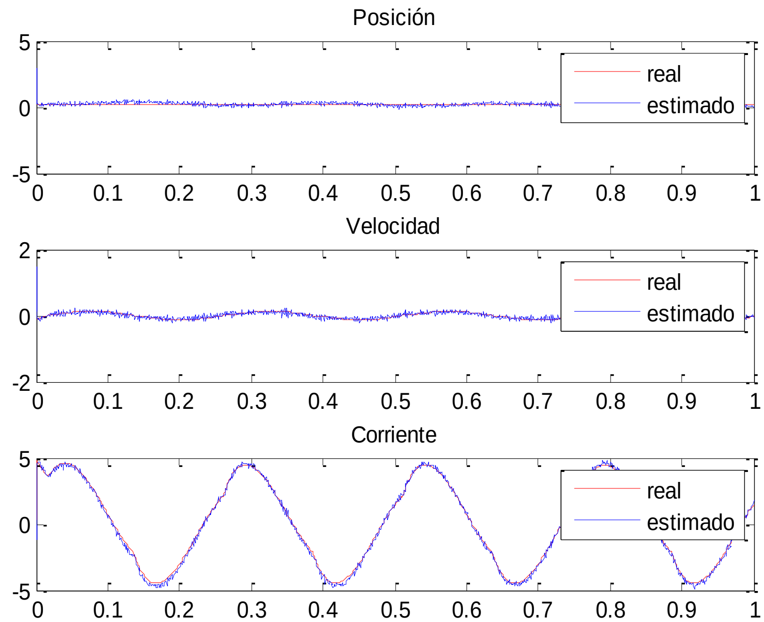
- Peso q2o (xp) = 1 , q3o (i) = 1



- Peso q2o (xp) = 10 , q3o (i) = 10



- Peso q2o (xp) = 100 , q3o (i) = 100



Luego de las pruebas se observó que al variar los pesos no varía considerablemente la respuesta, ésto porque el valor de Lhk no varía.

Además se aprecia que la respuesta es buena a pesar del ruido del sensor en los casos analizados.

- **El observador de orden reducido utilizando el cambio de variable a "w"**

```
H  = [ 1   -1   1
       0   1   1 ];     % H es arbitrario

T = [ Cp
      H ];
Tm1 = inv(T);
A = T*Ap*inv(T);
B = T*Bp;
C = Cp*inv(T);

A11 = A(1,1);      A12 = A(1,2:3);
A21 = A(2:3,1);    A22 = A(2:3,2:3);
B1  = B(1,1);
B2  = B(2:3,1);
Cr  = A12;

q2 = input('Peso q2 (xp)  : ');
q3 = input('Peso q3 (i)   : ');
Q = diag([ q2 q3 ]);
S = are(A22',Cr'*Cr,Q);
L = S*Cr';
ti = 0;    tf = 2;    dt = 0.001;
t = ti:dt:tf;    t = t';
nt = length(t);

Aw = A22 - L*A12;
Bw = B2 - L*B1;
Lw = A21 - L*A11 + A22*L - L*A12*L;


[Apk,Bpk] = c2d(Ap,Bp,dt);  %Se discretiza
[Apk,Wpk] = c2d(Ap,Wfp,dt);
[Ahk,Bhk] = c2d(Aw,Bw,dt);
[Ahk,Lhk] = c2d(Aw,Lw,dt);
```

- Condiciones:

```
fre = 2;
u = 10*sin(2*pi*fre*t);
ruido = 1*0.02*randn(nt,1);

x  = [ 0.25
       -0.12
       0.3 ];

wh = [ 0
       0 ];

k = 1;
umax = 24;
Fseca = 0.0*2;   %Se empieza con cero y se cambia
```

- Simulación:

```
for tt = ti:dt:tf

  y(k,1) = Cp*x + ruido(k,1);
  zh = wh + L*y(k,1);
  zzh = [ y(k,1)
          zh ];
  xh = Tm1*zzh;

  z2h(k,1) = zh(1,1);
  z3h(k,1) = zh(2,1);
  x1(k,1)  = x(1,1);       x2(k,1)  = x(2,1);     x3(k,1)  = x(3,1);
  x1h(k,1)  = xh(1,1);     x2h(k,1)  = xh(2,1);     x3h(k,1)  = xh(3,1);

  if( u(k,1) > umax )
      u(k,1) = umax;
  elseif ( u(k,1) < -umax )
      u(k,1) = -umax;
  end
  if(x(2,1) >= 0)
     Ff = Fseca;
  elseif(x(2,1) < 0)
     Ff = -Fseca;
  end
  x = Apk*x + Bpk*u(k,1) + Wpk*Ff;     %Planta
  wh = Ahk*wh + Bhk*u(k,1) + Lhk*y(k,1);   %Observador
  k = k + 1;
end

figure(1);   plot(t,x1,'-r',t,x1h,'-b'); title('Posición');
figure(2);   plot(t,x2,'-r',t,x2h,'-b'); title('Velocidad');
figure(3);   plot(t,x3,'-r',t,x3h,'-b'); title('Corriente');
figure(4);   plot(t,u);                  title('Voltaje');
```

Pruebas:

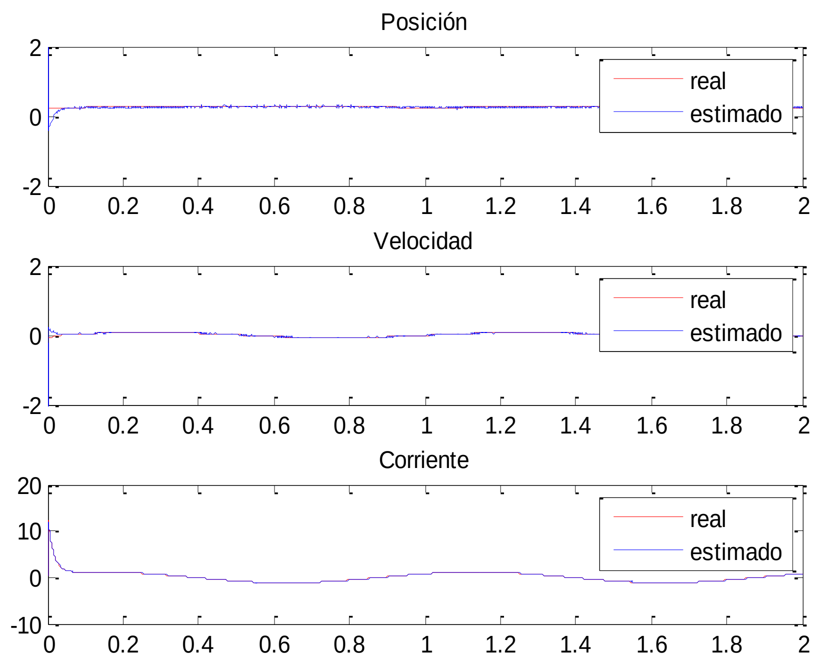
Condiciones:

Fricción seca = 0.0*1

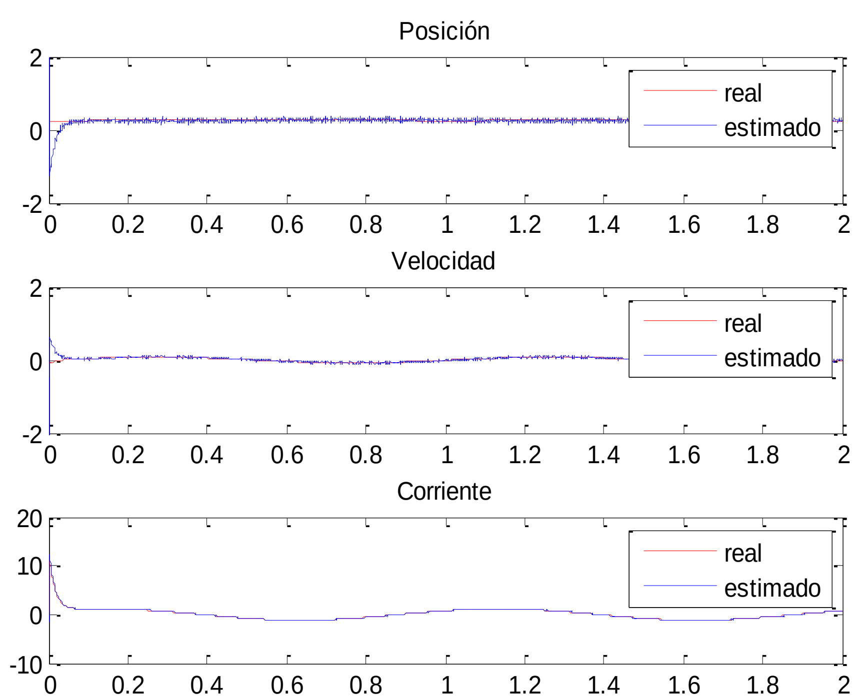
Ruido = 0.01*randn(nt,1)

Entrada : u = 10sin(2*pi*2*t)

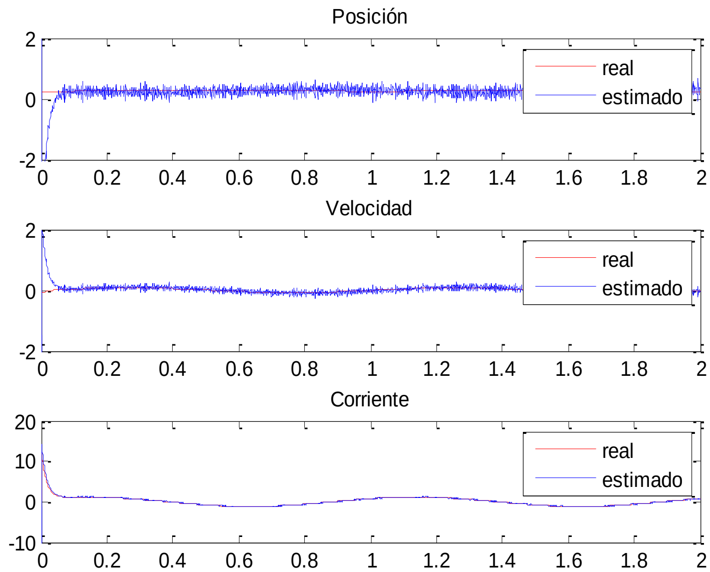
- Peso q2o (xp) = 1 , q3o (i) = 1



- Peso q2o (xp) = 10 , q3o (i) = 10



- Peso q2o (xp) = 100 , q3o (i) = 100



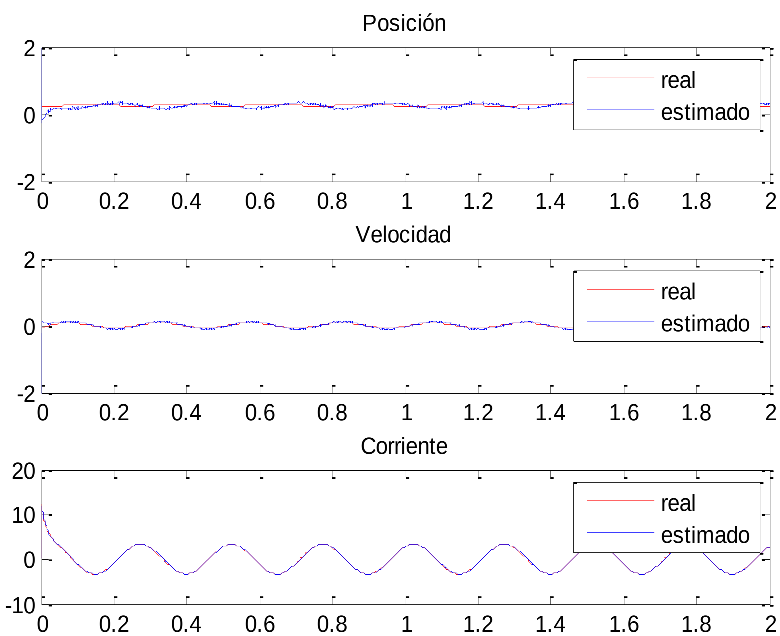
Condiciones:

Fricción seca = 0.0*1

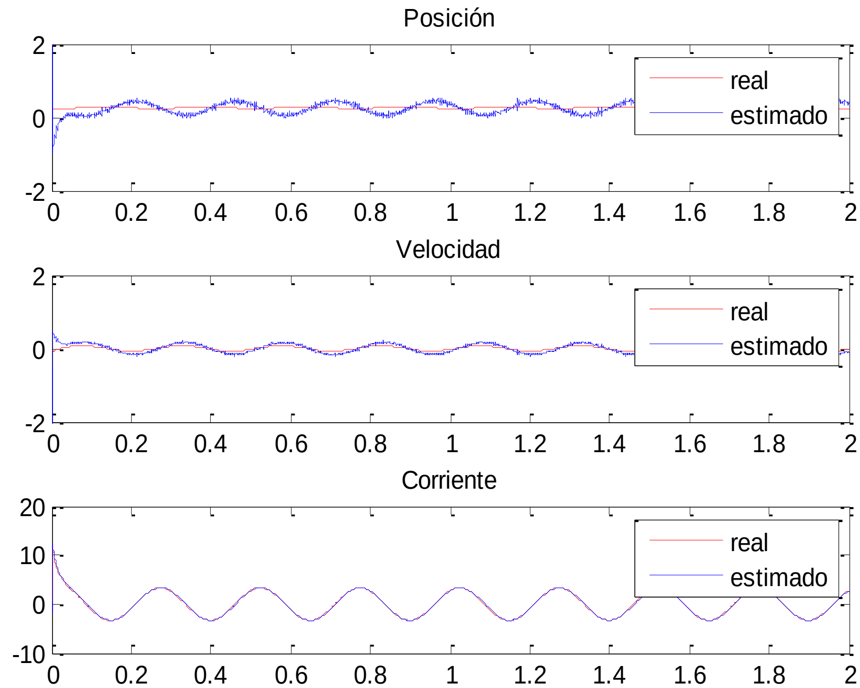
Ruido = 0.01*randn(nt,1)

Entrada : u = 10sin(2*pi*4*t)

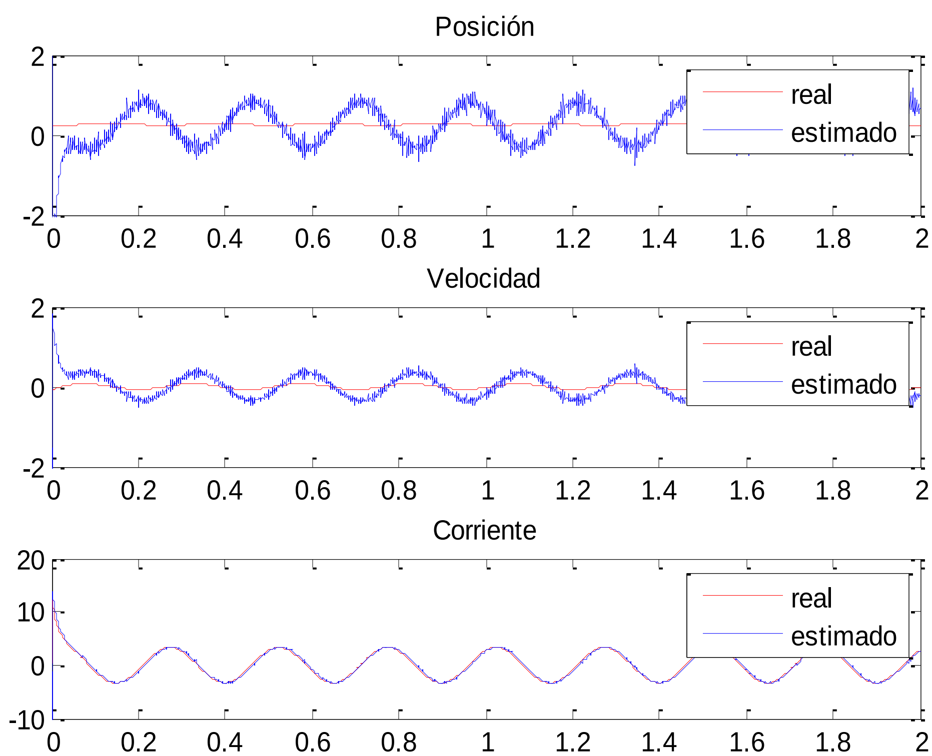
- Peso q2o (xp) = 1 , q3o (i) = 1



- Peso q2o (xp) = 10 , q3o (i) = 10



- Peso q2o (xp) = 100 , q3o (i) = 100



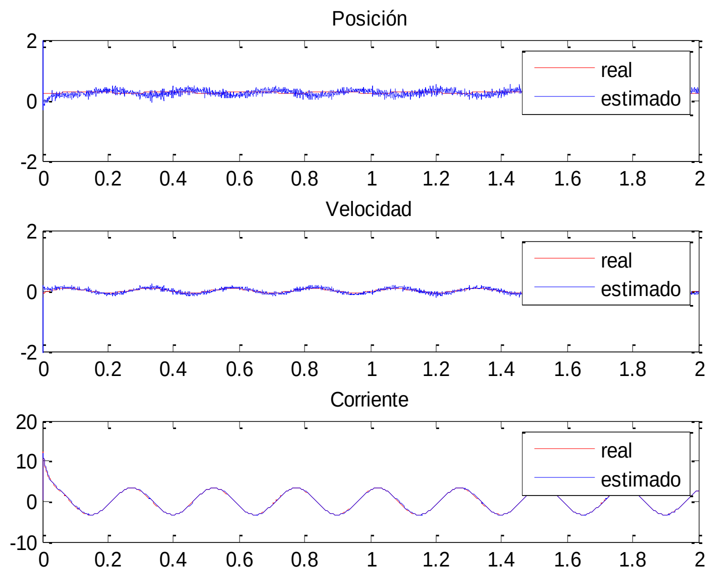
Condiciones:

Fricción seca = 0.0*1

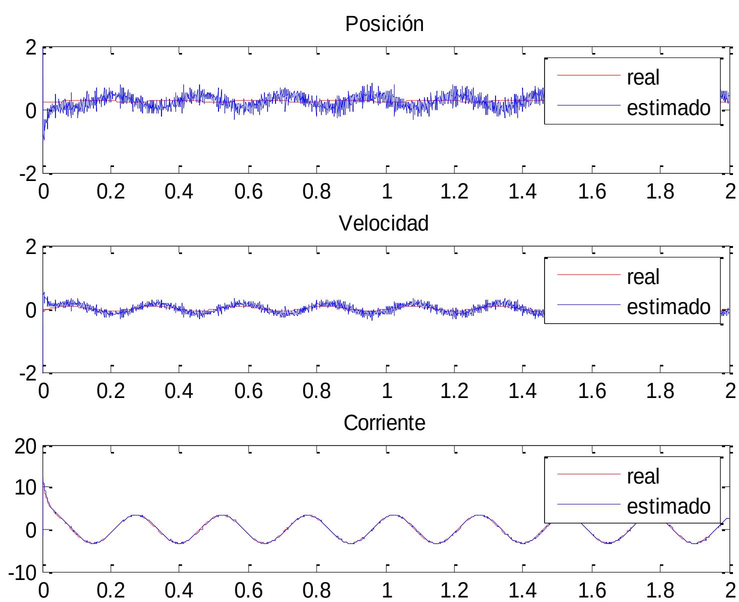
Ruido = 0.04*randn(nt,1)

Entrada : u = 10sin(2*pi*4*t)

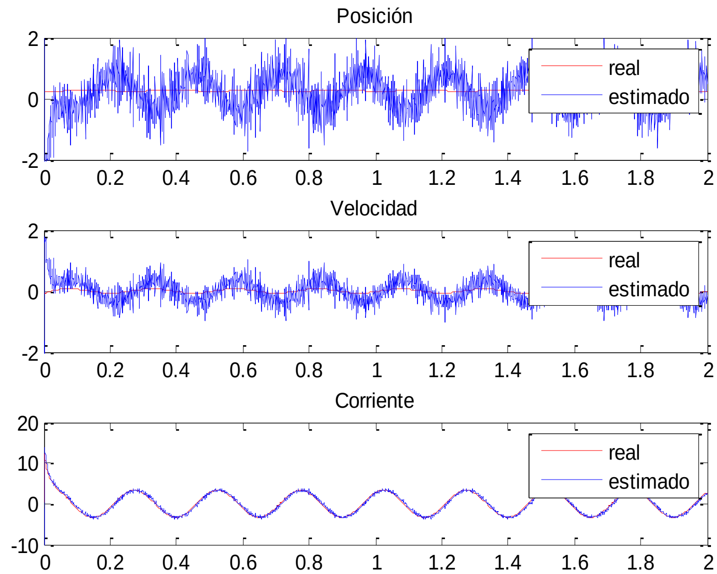
- Peso q2o (xp) = 1 , q3o (i) = 1



- Peso q2o (xp) = 10 , q3o (i) = 10



- Peso q2o (xp) = 100 , q3o (i) = 100



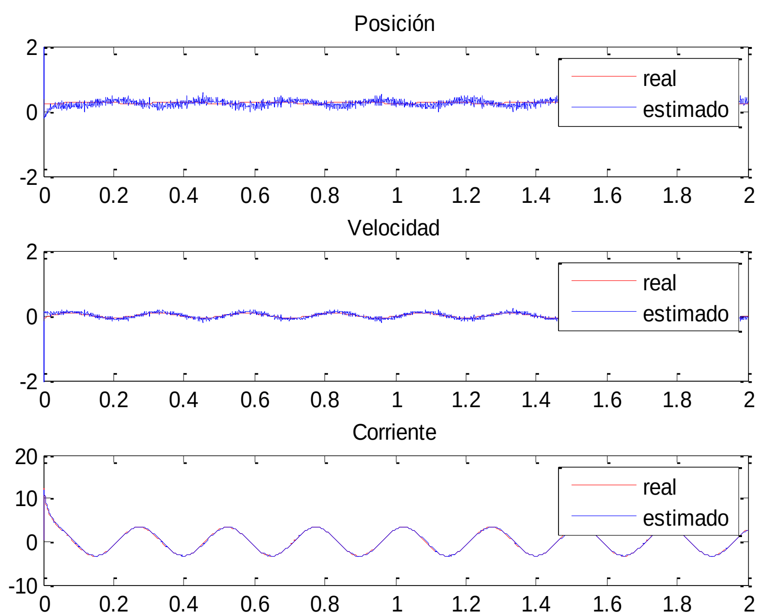
Condiciones:

Fricción seca = 0.0*1

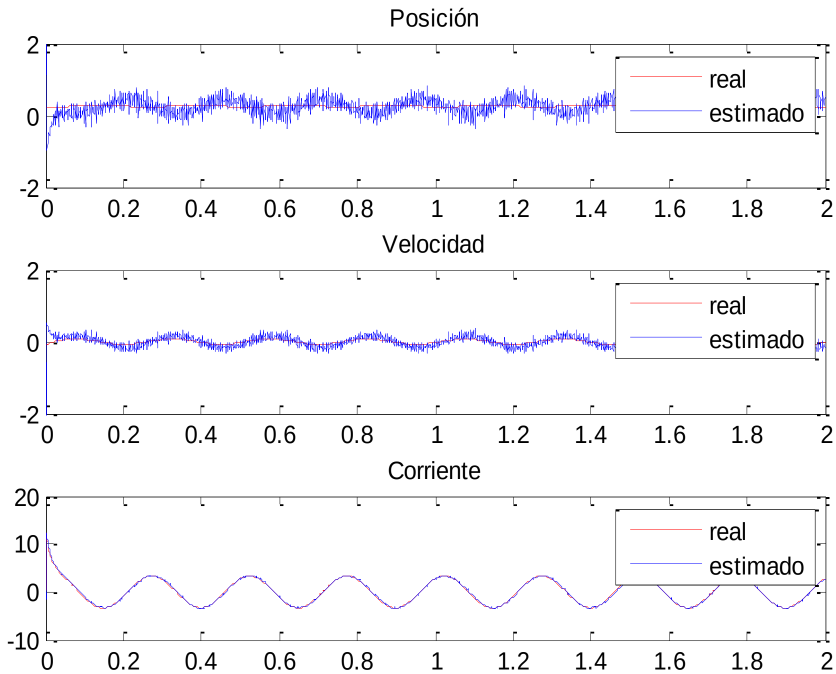
Ruido = 0.04*randn(nt,1)

Entrada : u = 10sin(2*pi*4*t)

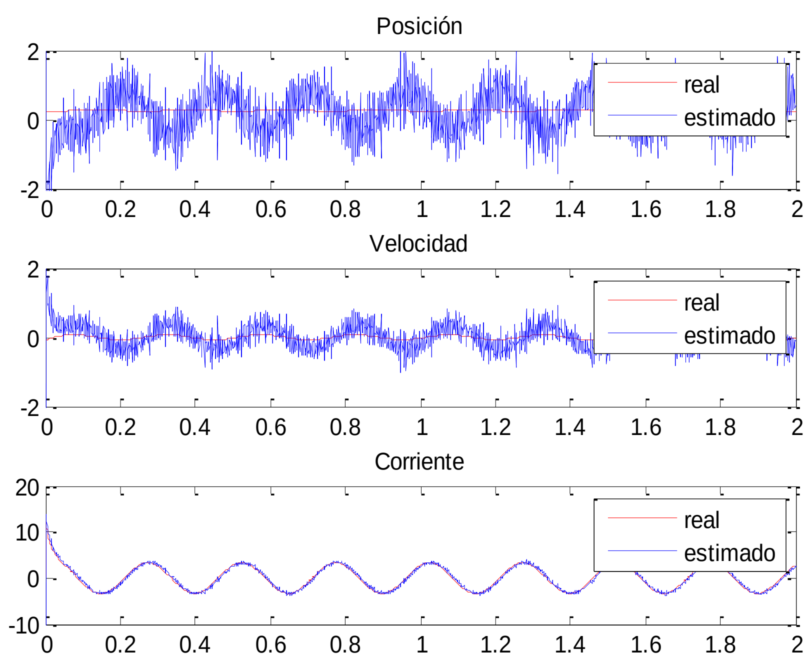
- Peso q2o (xp) = 1 , q3o (i) = 1



- Peso q2o (xp) = 10 , q3o (i) = 10



- Peso q2o (xp) = 100 , q3o (i) = 100



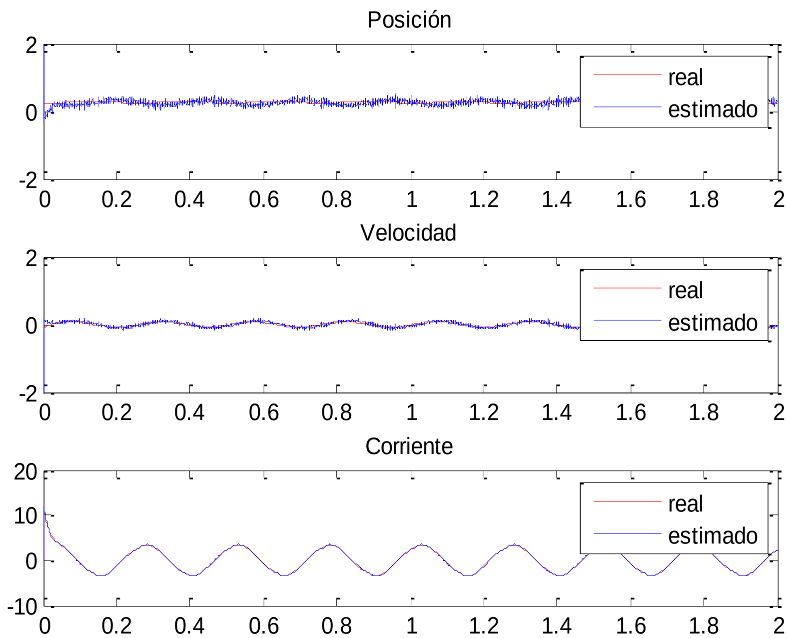
Condiciones:

Fricción seca = 2.0*1

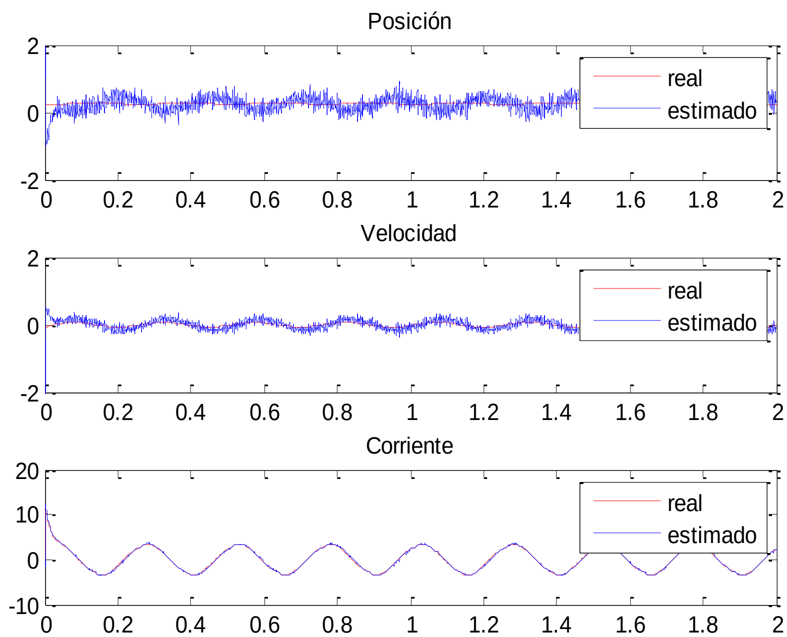
Ruido = 0.04*randn(nt,1)

Entrada : u = 10sin(2*pi*4*t)

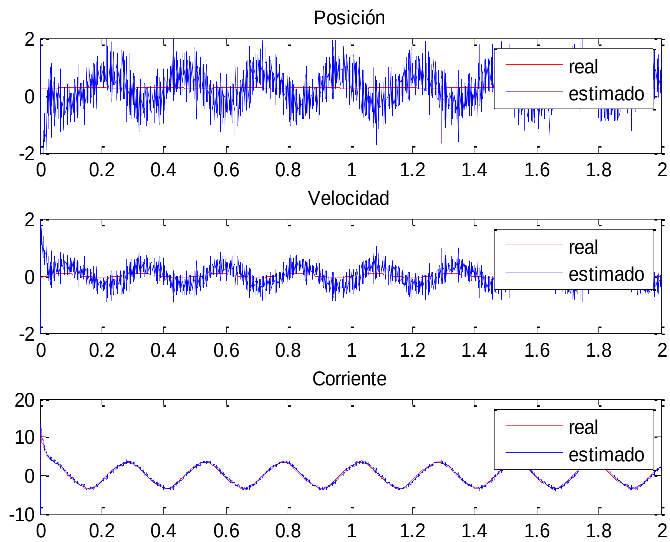
- Peso q2o (xp) = 1 , q3o (i) = 1



- Peso q2o (xp) = 10 , q3o (i) = 10



- Peso q2o (xp) = 100 , q3o (i) = 100



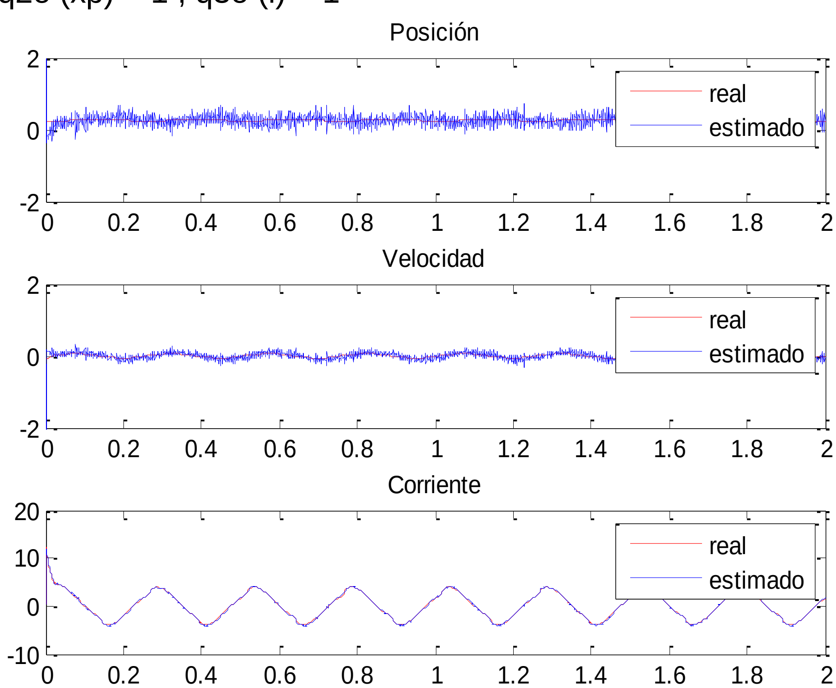
Condiciones:

Fricción seca = 5.0*1

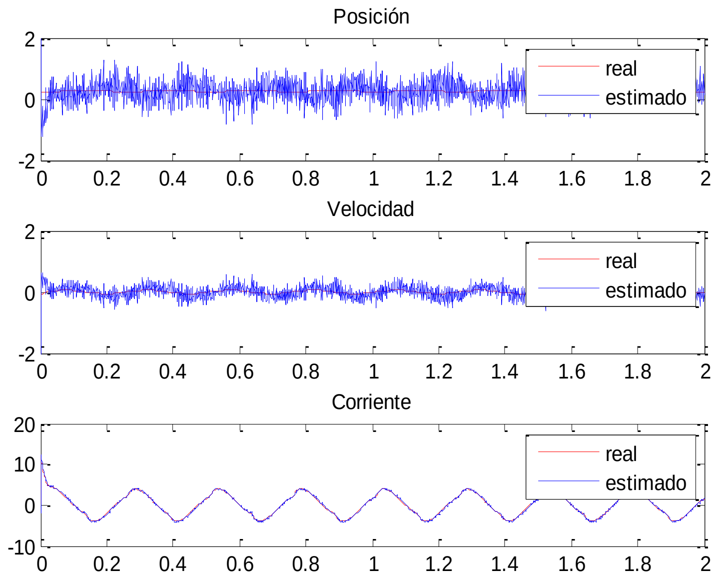
Ruido = 0.08*randn(nt,1)

Entrada : u = 10sin(2*pi*4*t)

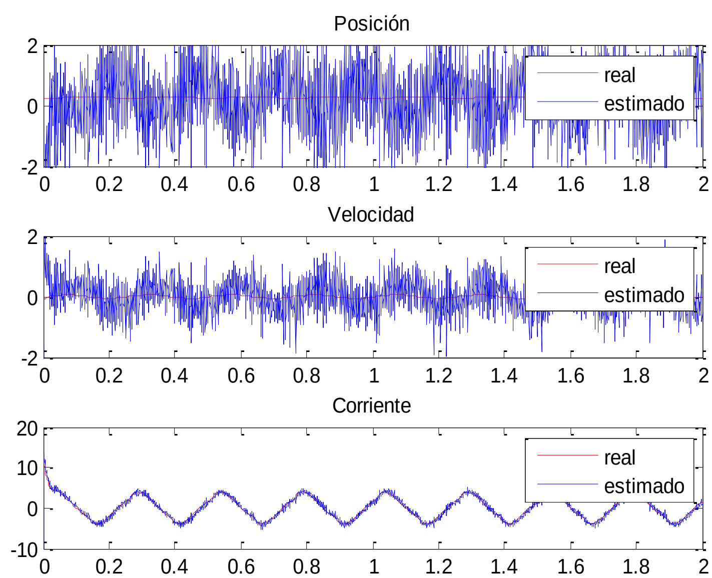
- Peso q2o (xp) = 1 , q3o (i) = 1



- Peso q2o (xp) = 10 , q3o (i) = 10



- Peso q2o (xp) = 100 , q3o (i) = 100

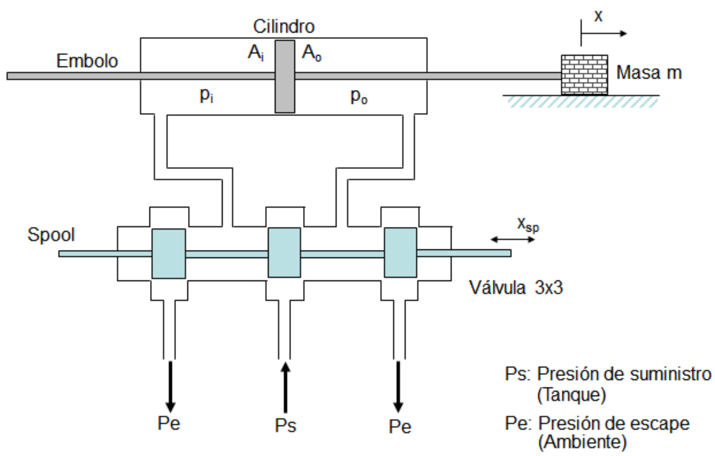


Luego de las pruebas se observó que las estimaciones son más ruidosas cuando se aumentan los pesos, además la repuesta se observa más ruidosa que en el caso de sólo usar la derivada del estado medido.

Para el caso de trabajar con la salida $\mathbf{y = 1.2x + 1.2\dot{x} + 0.8i}$, el sistema transformado con "T". La respuesta del observador de orden reducido utilizando la derivada del estado medido entrega mejores resultados que utilizando el cambio de variable a "w".

2. Diseñar el observador de orden reducido para la planta del posicionamiento hidráulico.

Se considera la planta linealizado de orden 3:



La ecuación con el factor de balanceo z es:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \frac{d(PPi - PPo)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -c/m & A/zm \\ 0 & -\frac{2A\beta z}{V} & -\frac{bo}{V}\beta z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ PPi - PPo \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{(a_i + a_o)\beta z}{V} \end{bmatrix} Xsp + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/m \\ 0 \end{bmatrix} Fs$$

Se diseña el observador de orden reducido para los casos:

a. Se mide x , se estiman:

$$\begin{bmatrix} \hat{\dot{x}} \\ \widehat{Pi - Po} \end{bmatrix}$$

La señal medida puede contener ruido:

$$y = x + ruido$$

$$x = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

La expresión para el sistema de orden reducido es:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{x_h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ x_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u$$

$$A_{11} = A(1,1)$$

$$A_{12} = A(1,2{:}\,3)$$

$$A_{21} = A(2{:}\,3,1)$$

$$A_{22} = A(2{:}\,3,2{:}\,3)$$

$$B_1 = B(1,1)$$

$$B_2 = B(2{:}\,3,1)$$

Cálculo de L:

$$S = are(A'_{22}, A'_{12}RA_{12}, Q)$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}$$

$$L = SA'_{12}R^{-1}$$

- Utilizando la derivada del estado conocido($\dot{y}$):

$$\dot{\hat{z}}_h = (A_{22} - LA_{12})\hat{z}_h + (A_{21} - LA_{11})y + (B_2 - LB_1)u + L\dot{y}$$

- Utilizando el cambio de variable:

$$\hat{z}_h = \widehat{w} + Ly$$

$$\dot{\widehat{w}} = (A_{22} - LA_{12})\widehat{w} + (A_{21} - LA_{11} + A_{22}L - LA_{12}L)y + (B_2 - LB_1)u$$

>> Script en Matlab

- **La planta**

```
Area = 1.18E-3;      % D = 0.04    d = 0.01
Ai = Area;
Ao = Area;
maxelon = 0.20;      % Elongacion maxima
Vol = Area*maxelon;
beta = 1.25E9;
rho = 900;
cd = 16E-2;
w = 0.02;
c = 450;
m = 10;
Fseca =  0.005*400;    % Variar el coeficente de 0 a 2.75
Pe = 1E5;              % Presion de escape
Ps = 10E5;             % Presion del tanque

xspmax = 0.02;
xmax = maxelon*0.80;    % 80% de elongacion maxima

Pio = Ps/2;       % Probar valores
Poo = 2*Pe;
Pio = (Ps+Pe)/2;
Poo = (Ps+Pe)/2;
xspo = xspmax/2;

ai = cd*w*sqrt(2/rho*(Ps-Pio));
bi = -cd*w*xspo/sqrt(2*rho*(Ps-Pio));
ao = cd*w*sqrt(2/rho*(Poo-Pe));
bo = cd*w*xspo/sqrt(2*rho*(Poo-Pe));

a22 = -c/m;
a23 =  Area/m;
a32 = -Area*2*beta/Vol;
a33 = -bo*beta/Vol;
b3  =  (ai+ao)*beta/Vol;
w2 = -1/m;

As = [0   1    0
      0  a32  a33
      0  a22  a23];
Bs = [  0
        0
        b3 ];
C = [ 1  0  0
      0  1  0];
%%
z = 1E-8;    % Analizar efecto
A = [  0   0      1
       0   a33 a32*z
       0   a23/z a22];
B = [  0
       b3*z
       0 ];
```

- **<u>El observador de orden reducido utilizando la derivada de “y”</u>**

```
z = 1E-8;    % Analizar efecto
A = [  0   1      0
       0   a22    a23/z
       0   a32*z  a33 ];
B = [  0
       0
       b3*z ];

A11 = A(1,1);      A12 = A(1,2:3);
A21 = A(2:3,1);    A22 = A(2:3,2:3);
B1 = B(1,1);
B2 = B(2:3,1);
Cr = A12;

%% Ingresamos pesos para el observador
q2 = input('Peso q2 (xp) : ');
q3 = input('Peso q3 (Pi-Po)  : ');
Q = diag([ q2 q3 ]);
S = are(A22',Cr'*Cr,Q);
L = S*Cr';
ti = 0;    tf = 1;    dt = 0.001;
t = ti:dt:tf;    t = t';
nt = length(t);

[Ak,Bk] = c2d(A,B,dt);  %Se discretiza
%[Ak,Wk] = c2d(A,Wf,dt);
[Ahk,Bhk] = c2d(A22-L*Cr,B2,dt);
[Ahk,Ayhk] = c2d(A22-L*Cr,A21,dt);
[Ahk,Lhk] = c2d(A22-L*Cr,L,dt);
```

- Condiciones:

```
x  = 0.0;
xp = 0;
Pi = 1*Pe;
Po = 1*Pe;
xh(1,1) = 0;
xh(2,1) = 0;

fre = 2;
u = 0.01*sin(2*pi*fre*t);
ruido = 0.01*randn(nt,1);

x1p = [0];
k = 1;
yold = 0;
```

- Simulación:

```
for tt = ti:dt:tf
  y(k,1) = C*[x; xp; z*(Pi-Po)] + [1*0.01*randn(1,1)];

  pos(k,1)    = x;
  vel(k,1)    = xp;
  Preio(k,1)   = Pi-Po;
  x1p(k,1) = (y(k,1) - yold)/dt - A11*y(k,1) - B1*u(k,1);
  xxo2(k,1) = xh(1,1);
  xxo3(k,1) = xh(2,1)/z ;%+(Pio-Poo);
  xsp = u(k,1); %

  if(xsp > xspmax)
     xsp = xspmax;
  elseif(xsp < -xspmax)
     xsp = -xspmax;
     end

  if(abs(x) >= xmax)
     xsp = 0;
  end
  u(k,1) = xsp;
  Vi = Vol + Ai*x;
  Vo = Vol - Ao*x;
  Volo(k,1) = Vo;
  if(xp >= 0)
     Ff = Fseca;
  elseif( xp < 0 )
     Ff = -Fseca;
  elseif( xp == 0 )
    Ff = Ai*Pi - Ao*Po;
  end
  x2p = Ai/m*Pi - Ao/m*Po - c/m*xp -Ff/m;
  if(xsp > 0)
     qi = cd*w*xsp*sqrt(2*(Ps-Pi)/rho);
     qo = cd*w*xsp*sqrt(2*(Po-Pe)/rho);
  elseif(xsp < 0)
     qi = cd*w*xsp*sqrt(2*(Pi-Pe)/rho);
     qo = cd*w*xsp*sqrt(2*(Ps-Po)/rho);
  elseif(xsp == 0)
     qi = 0;
     qo = 0;
  end

  Pip = -Ai*beta/Vi*xp + beta/Vi*qi;
  Pop =  Ao*beta/Vo*xp - beta/Vo*qo;
  x  = x + xp*dt;
  xp = xp + x2p*dt;
  Pi = Pi + Pip*dt;
  Po = Po + Pop*dt;
  if(Pi > Ps)
     Pi = Ps;
  elseif(Pi < Pe)
     Pi = Pe;
  end
  if(Po > Ps)
     Po = Ps;
  elseif(Po < Pe)
     Po = Pe;
  end

  xh = Ahk*xh + Bhk*u(k,1) + Ayhk*y(k,1) + Lhk*x1p(k,1);   %Observador
  yold = y(k,1);

  k = k + 1;
end
```

Pruebas:

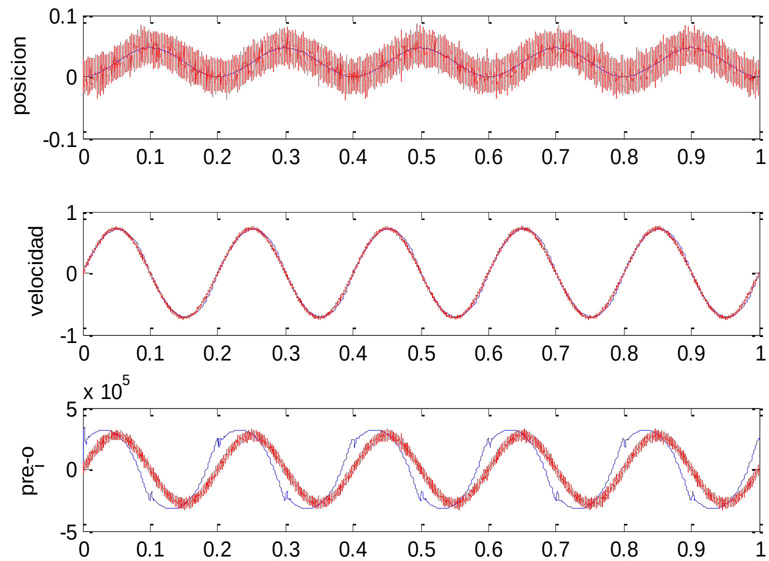
Condiciones:

Fricción seca =0.005*400

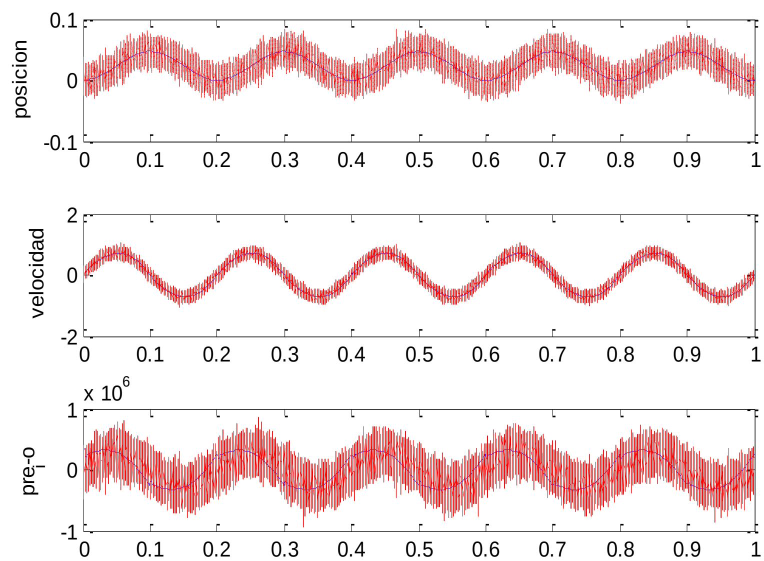
Ruido = 0.01*randn(1,1)

Entrada : u = 0.01sin(2*pi*5*t)

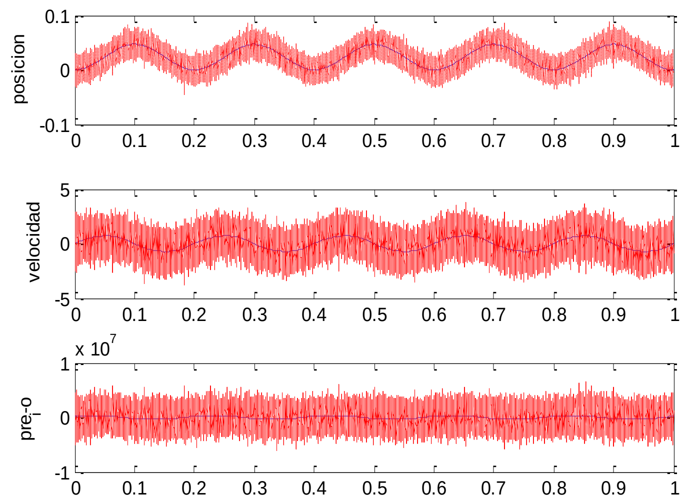
- Peso q2o ($\dot{x}$) = 1 , q3o ($PPi - PPo$) = 1



- Peso q2o ($\dot{x}$) = 10 , q3o ($PPi - PPo$) = 10



- Peso q2o $(\dot{x})$ = 100 , q3o $(PPi - PPo)$ = 100



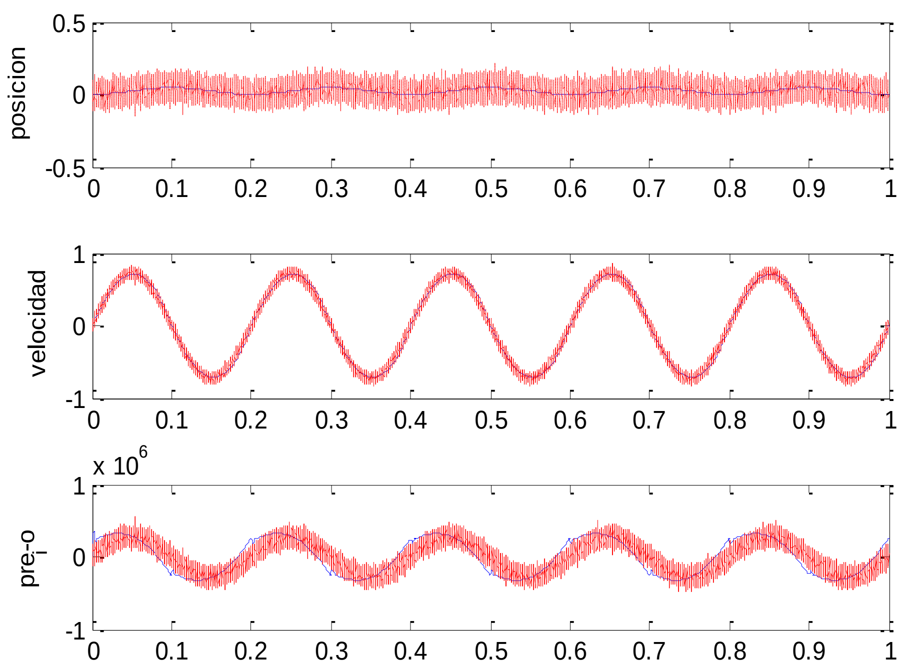
Condiciones:

Fricción seca =0.005*400

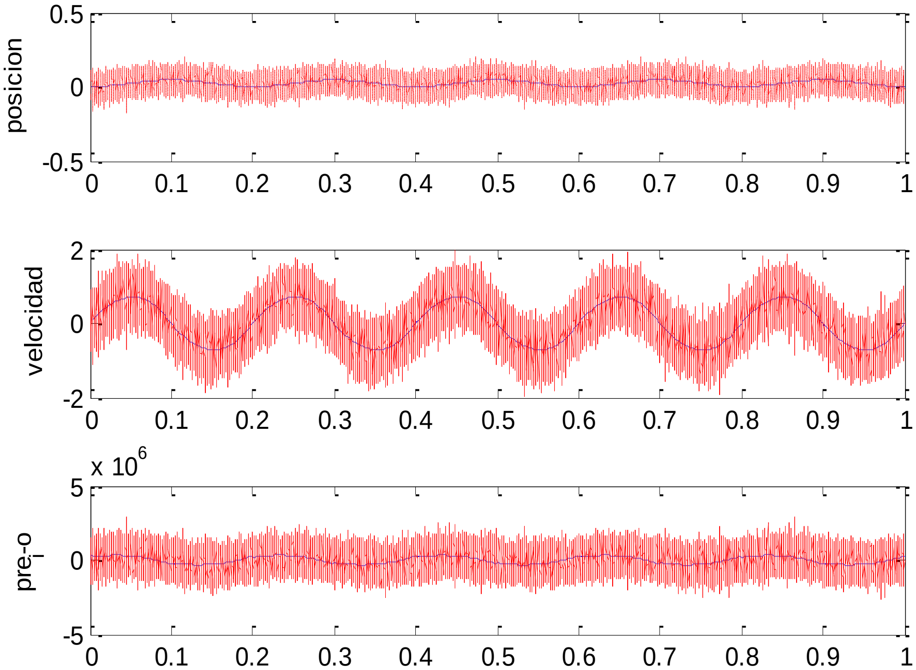
Ruido = 0.04*randn(1,1)

Entrada : u = 0.01sin(2*pi*5*t)

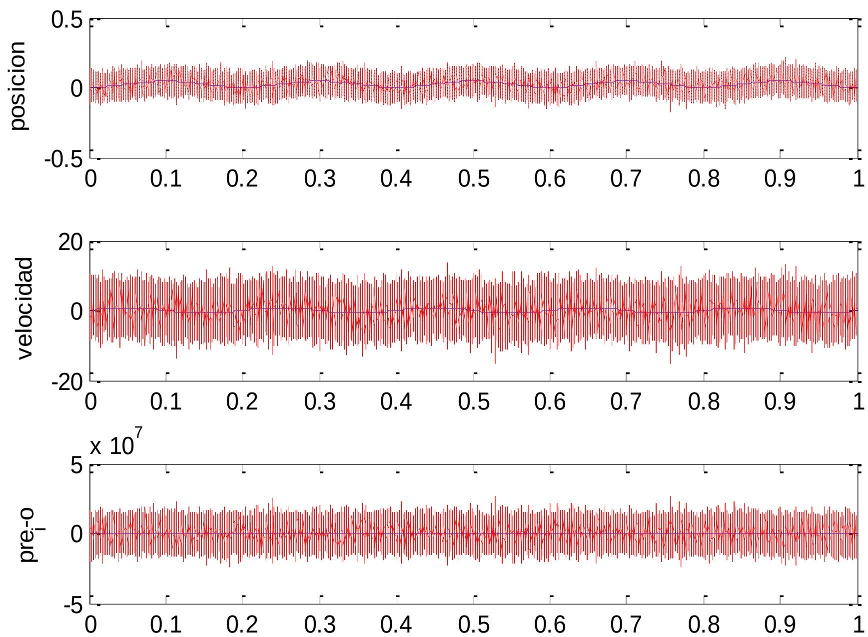
- Peso q2o $(\dot{x})$ = 1 , q3o $(PPi - PPo)$ = 1



- Peso q2o ($\dot{x}$) = 10 , q3o ($PPi - PPo$) = 10



- Peso q2o ($\dot{x}$) = 100 , q3o ($PPi - PPo$) = 100



- **El observador de orden reducido utilizando el cambio de variable “w”.**

```
z = 1E-8;    % Analizar efecto
A = [  0   1      0
       0   a22    a23/z
       0   a32*z  a33 ];
B = [  0
       0
       b3*z ];

A11 = A(1,1);      A12 = A(1,2:3);
A21 = A(2:3,1);    A22 = A(2:3,2:3);
B1 = B(1,1);
B2 = B(2:3,1);
Cr = A12;
q2 = input('Peso q2 (xp) : ');
q3 = input('Peso q3 (Pi-Po)  : ');
Q = diag([ q2 q3 ]);
S = are(A22',Cr'*Cr,Q);
L = S*Cr';
ti = 0;    tf = 1;    dt = 0.001;
t = ti:dt:tf;    t = t';
nt = length(t);

Aw = A22 - L*A12;
Bw = B2 - L*B1;
Lw = A21 - L*A11 + A22*L - L*A12*L;


[Ak,Bk] = c2d(A,B,dt);  %Se discretiza
[Ahk,Bhk] = c2d(Aw,Bw,dt);
[Ahk,Lhk] = c2d(Aw,Lw,dt);
```

- Condiciones:

```
x  = 0.0;
xp = 0;
Pi = 1*Pe;
Po = 1*Pe;
xh(1,1) = 0;
xh(2,1) = 0;
xh(3,1) = z*(Pi - Po)-(Pio-Poo);

fre = 2;
u = 0.01*sin(2*pi*fre*t);
ruido = 0.02*randn(nt,1);

wh = [ 0
       0 ];
k = 1;
```

- Simulación:

```
for tt = ti:dt:tf
  y(k,1) = C*[x; xp; z*(Pi-Po)] + [1*0.01*randn(1,1)];
  pos(k,1)    = x;
  vel(k,1)    = xp;
  Preio(k,1)   = Pi-Po;

  xh = wh + L*y(k,1);
  xxo2(k,1) = xh(1,1);
  xxo3(k,1) = xh(2,1)/z ;%+(Pio-Poo);

  xsp = u(k,1); %  -K*[ error; xh(2,1); xh(3,1)];
  if(xsp > xspmax)
     xsp = xspmax;
  elseif(xsp < -xspmax)
     xsp = -xspmax;
     end

  if(abs(x) >= xmax)
     xsp = 0;
  end
  u(k,1) = xsp;
  Vi = Vol + Ai*x;
  Vo = Vol - Ao*x;
  Volo(k,1) = Vo;
  if(xp >= 0)
     Ff = Fseca;
  elseif( xp < 0 )
     Ff = -Fseca;
  elseif( xp == 0 )
    Ff = Ai*Pi - Ao*Po;
  end
  x2p = Ai/m*Pi - Ao/m*Po - c/m*xp -Ff/m;
  if(xsp > 0)
     qi = cd*w*xsp*sqrt(2*(Ps-Pi)/rho);
     qo = cd*w*xsp*sqrt(2*(Po-Pe)/rho);
  elseif(xsp < 0)
     qi = cd*w*xsp*sqrt(2*(Pi-Pe)/rho);
     qo = cd*w*xsp*sqrt(2*(Ps-Po)/rho);
  elseif(xsp == 0)
     qi = 0;
     qo = 0;
  end

  Pip = -Ai*beta/Vi*xp + beta/Vi*qi;
  Pop =  Ao*beta/Vo*xp - beta/Vo*qo;
  x  = x + xp*dt;
  xp = xp + x2p*dt;
  Pi = Pi + Pip*dt;
  Po = Po + Pop*dt;
  if(Pi > Ps)
     Pi = Ps;
  elseif(Pi < Pe)
     Pi = Pe;
  end
  if(Po > Ps)
     Po = Ps;
  elseif(Po < Pe)
     Po = Pe;
  end
  wh = Ahk*wh + Bhk*u(k,1) + Lhk*y(k,1);   %Observador

  k = k + 1;
end
```

- **Ploteo:**

```
figure(1);
subplot(3,1,1);    plot(t,pos,'b',t,y,'--r');
ylabel('posicion');
subplot(3,1,2);  plot(t,vel,'b',t,xxo2,'r'); ylabel('velocidad');
subplot(3,1,3);  plot(t,Preio,'b',t,xxo3,'r'); ylabel('pre_i-o');
figure(2);
subplot(2,1,1);  plot(t,u); ylabel('u');
```

Pruebas:

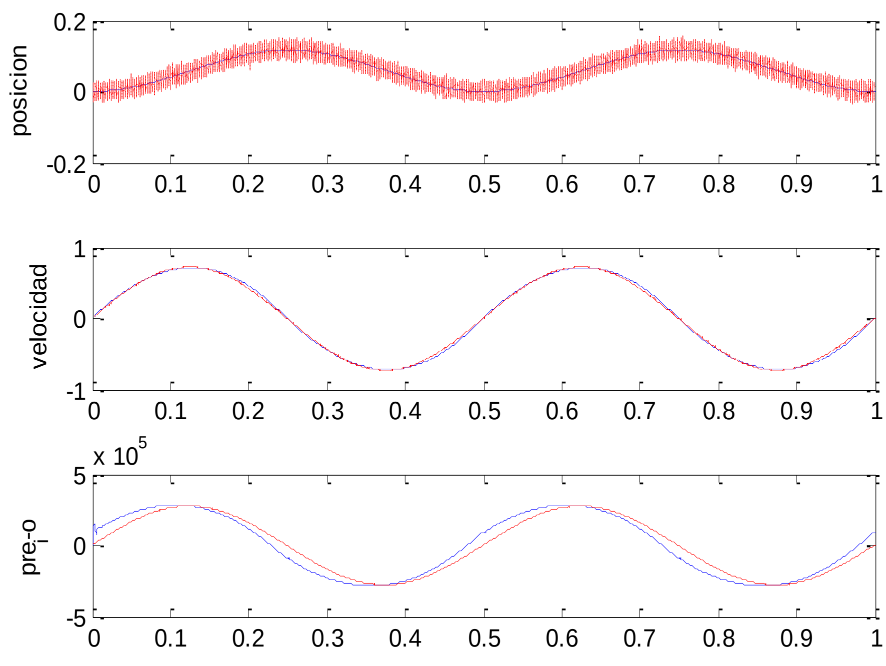
Condiciones:

Fricción seca =0.005*400

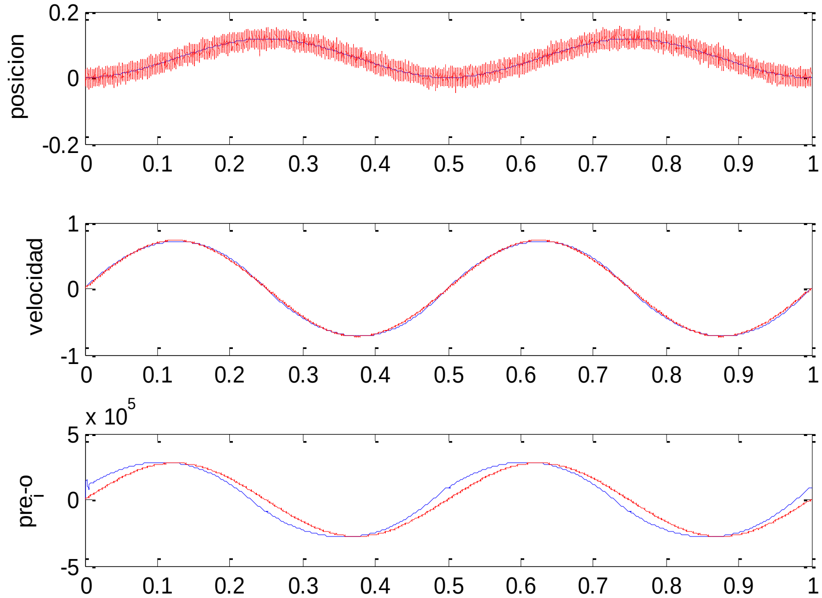
Ruido = 0.01*randn(1,1)

Entrada : u = 0.01sin(2*pi*2*t)

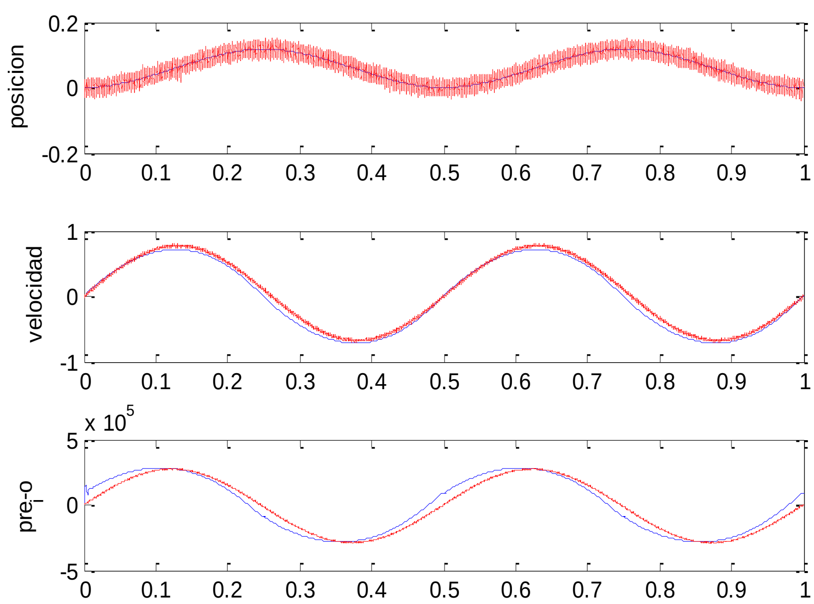
- Peso q2o ($\dot{x}$) = 1 , q3o ($PPi - PPo$) = 1



- Peso q2o ($\dot{x}$) = 10 , q3o ($PPi - PPo$) = 10



- Peso q2o ($\dot{x}$) = 100 , q3o ($PPi - PPo$) = 100



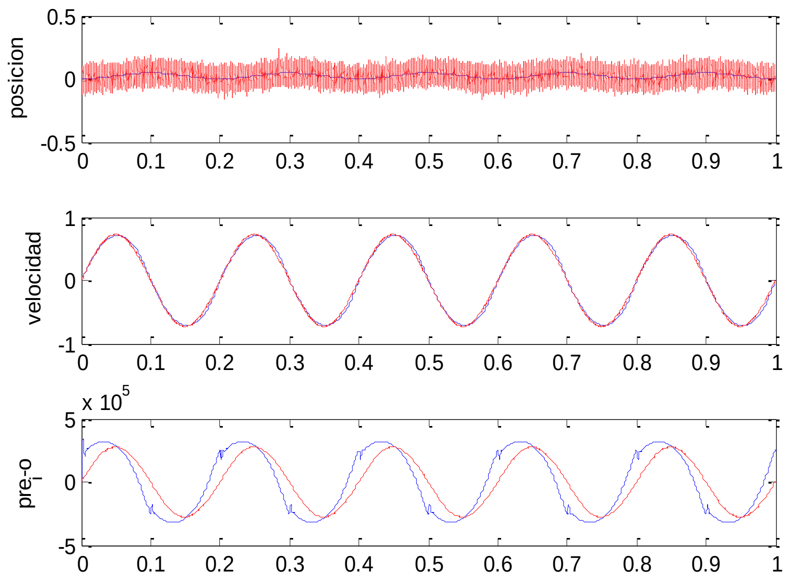
Condiciones:

Fricción seca =0.005*400

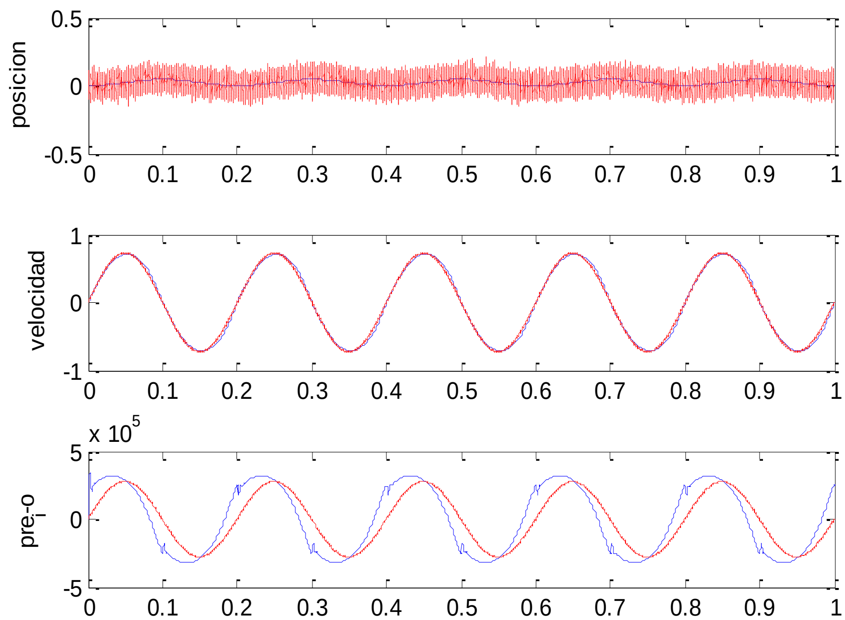
Ruido = 0.04*randn(1,1)

Entrada : u = 0.01sin(2*pi*5*t)

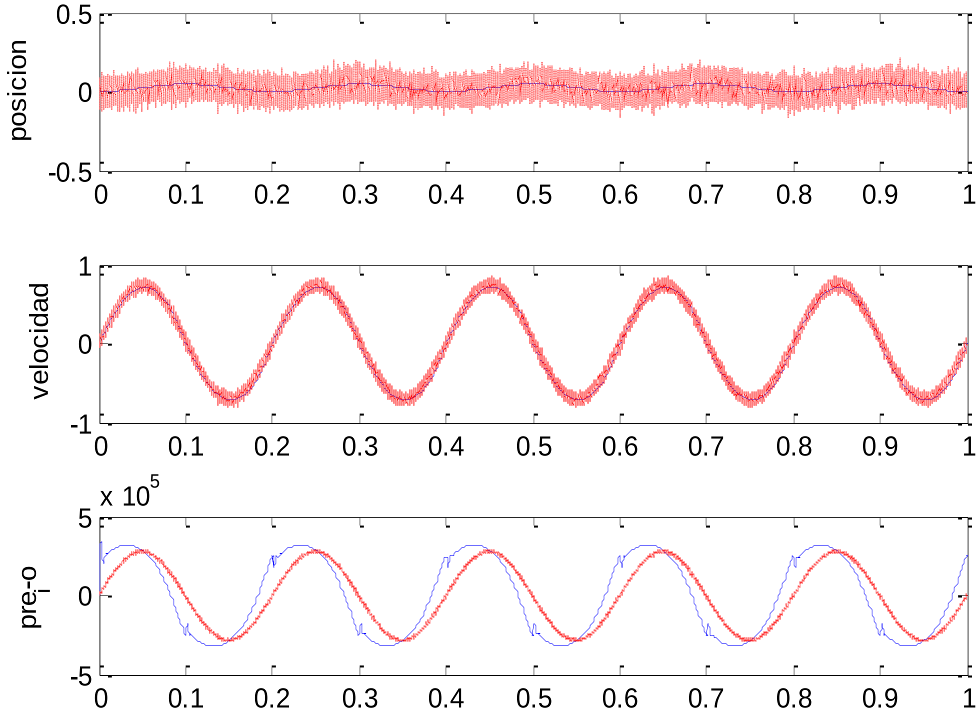
- Peso q2o ($\dot{x}$) = 1 , q3o ($PPi - PPo$) = 1



- Peso q2o ($\dot{x}$) = 10 , q3o ($PPi - PPo$) = 10



- Peso q2o ($\dot{x}$) = 100 , q3o ($PPi - PPo$) = 100



b. Se miden “x” y “Pi-Po” , se estima:

$$[\hat{\dot{x}}]$$

Se ordena de la siguiente manera la ecuación del sistema:
Se intercambia la posición de los estados , en el vector de estados.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dfrac{d(PPi-PPo)}{dt} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\dfrac{bo}{V}\beta z & A/zm \\ 0 & -\dfrac{2A\beta z}{V} & -c/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ PPi-PPo \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{(a_i+a_o)\beta z}{V} \\ 0 \end{bmatrix} Xsp + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/m \end{bmatrix} Fs$$

$$A_{11} = A(1{:}2{,}1{:}2)$$

$$A_{12} = A(1{:}2{,}3)$$

$$A_{21} = A(3{,}1{:}2)$$

$$A_{22} = A(3{,}3)$$

$$B_1 = B(1{:}2{,}1)$$

$$B_2 = B(3{,}1)$$

Cálculo de L:

$$S = are(A'_{22}, A'_{12}RA_{12}, Q)$$

$$Q = [q_1]$$

$$L = SA'_{12}R^{-1}$$

- Utilizando la derivada del estado conocido($\dot{y}$):

$$\dot{\hat{x}}_h = (A_{22} - LA_{12})\hat{x}_h + (A_{21} - LA_{11})y + (B_2 - LB_1)u + L\dot{y}$$

- Utilizando el cambio de variable:

$$\hat{x}_h = \hat{w} + Ly$$

$$\dot{\hat{w}} = (A_{22} - LA_{12})\hat{w} + (A_{21} - LA_{11} + A_{22}L - LA_{12}L)y + (B_2 - LB_1)u$$

>> Script en Matlab

- **La planta**

```
Area = 1.18E-3;      % D = 0.04    d = 0.01
Ai = Area;
Ao = Area;
maxelon = 0.20;      % Elongacion maxima
Vol = Area*maxelon;
beta = 1.25E9;
rho = 900;
cd = 16E-2;
w = 0.02;
c = 450;
m = 10;
Fseca =  0.005*400;   % Variar el coeficente de 0 a 2.75
Pe = 1E5;             % Presion de escape
Ps = 10E5;            % Presion del tanque

xspmax = 0.02;
xmax = maxelon*0.80;    % 80% de elongacion maxima

Pio = Ps/2;        % Probar valores
Poo = 2*Pe;
Pio = (Ps+Pe)/2;
Poo = (Ps+Pe)/2;
xspo = xspmax/2;

ai = cd*w*sqrt(2/rho*(Ps-Pio));
bi = -cd*w*xspo/sqrt(2*rho*(Ps-Pio));
ao = cd*w*sqrt(2/rho*(Poo-Pe));
bo = cd*w*xspo/sqrt(2*rho*(Poo-Pe));

a22 = -c/m;
a23 =  Area/m;
a32 = -Area*2*beta/Vol;
a33 = -bo*beta/Vol;
b3  =  (ai+ao)*beta/Vol;
w2 = -1/m;

As = [0   1    0
      0  a33  a32
      0  a23  a22];
Bs = [  0
        b3
        0 ];
C = [ 1  0  0
      0  1  0];
```

- **El observador de orden reducido utilizando la derivada de "y"**

```
z = 1E-8;    % Analizar efecto
A = [   0    0       1
        0    a33  a32*z
        0    a23/z  a22];
B = [   0
        b3*z
        0 ];

A11 = A(1:2,1:2);      A12 = A(1:2,3);
A21 = A(3,1:2);        A22 = A(3,3);
B1 = B(1:2,1);
B2 = B(3,1);
Cr = A12;

%% Ingresamos pesos para el observador

q3 = input('Peso q3 (xp)   : ');
Q = diag([q3 ]);
S = are(A22',Cr'*Cr,Q);
L = S*Cr';
ti = 0;     tf = 1;     dt = 0.001;
t = ti:dt:tf;     t = t';
nt = length(t);

[Ak,Bk] = c2d(A,B,dt);  %Se discretiza
%[Ak,Wk] = c2d(A,Wf,dt);
[Ahk,Bhk] = c2d(A22-L*Cr,B2,dt);
[Ahk,Ayhk] = c2d(A22-L*Cr,A21,dt);
[Ahk,Lhk] = c2d(A22-L*Cr,L,dt);
```

- Condiciones:

```
x  = 0.0;
xp = 0;
Pi = 1*Pe;
Po = 1*Pe;
xh(1,1) = 0;
xh(2,1) = 0;
xh(3,1) = z*(Pi - Po)-(Pio-Poo);

fre = 2;
u = 0.01*sin(2*pi*fre*t);
ruido = 0.02*randn(nt,1);

wh = [ 0
       0 ];
k = 1;
```

- Simulación:

```
for tt = ti:dt:tf
  y = C*[ x; z*(Pi-Po); xp] + [1*0.01*randn(1,1); 0*0.005*randn(1,1)];
  y1(k,1) = y(1,1);
  y2(k,1) = y(2,1)/z;

  pos(k,1)    = x;
  vel(k,1)    = xp;
  Preio(k,1)   = Pi-Po;

  x1p = (y- yold)/dt - A11*y - B1*u(k,1);
  xxo2(k,1) = xh(1,1);
  xsp = u(k,1); %  -K*[ error; xh(2,1); xh(3,1)];

  if(xsp > xspmax)
     xsp = xspmax;
  elseif(xsp < -xspmax)
     xsp = -xspmax;
     end

  if(abs(x) >= xmax)
     xsp = 0;
  end
  u(k,1) = xsp;
  Vi = Vol + Ai*x;
  Vo = Vol - Ao*x;
  Volo(k,1) = Vo;
  if(xp >= 0)
     Ff = Fseca;
  elseif( xp < 0 )
     Ff = -Fseca;
  elseif( xp == 0 )
    Ff = Ai*Pi - Ao*Po;
  end
  x2p = Ai/m*Pi - Ao/m*Po - c/m*xp -Ff/m;
  if(xsp > 0)
     qi = cd*w*xsp*sqrt(2*(Ps-Pi)/rho);
     qo = cd*w*xsp*sqrt(2*(Po-Pe)/rho);
  elseif(xsp < 0)
     qi = cd*w*xsp*sqrt(2*(Pi-Pe)/rho);
     qo = cd*w*xsp*sqrt(2*(Ps-Po)/rho);
  elseif(xsp == 0)
     qi = 0;
     qo = 0;
  end
  Pip = -Ai*beta/Vi*xp + beta/Vi*qi;
  Pop =  Ao*beta/Vo*xp - beta/Vo*qo;
  x  = x + xp*dt;
  xp = xp + x2p*dt;
  Pi = Pi + Pip*dt;
  Po = Po + Pop*dt;
  if(Pi > Ps)
     Pi = Ps;
  elseif(Pi < Pe)
     Pi = Pe;
  end
  if(Po > Ps)
     Po = Ps;
  elseif(Po < Pe)
     Po = Pe;
  end

  xh = Ahk*xh + Bhk*u(k,1) + Ayhk*y + Lhk*x1p;   %Observador
  yold = y;
  k = k + 1;
end
```

- **Ploteo:**

```
figure(1);
subplot(3,1,1);    plot(t,pos,'b',t,y,'--r');
ylabel('posicion');
subplot(3,1,2);  plot(t,vel,'b',t,xxo2,'r'); ylabel('velocidad');
subplot(3,1,3);  plot(t,Preio,'b',t,xxo3,'r'); ylabel('pre_i-o');
figure(2);
subplot(2,1,1);  plot(t,u); ylabel('u');
```

Pruebas:

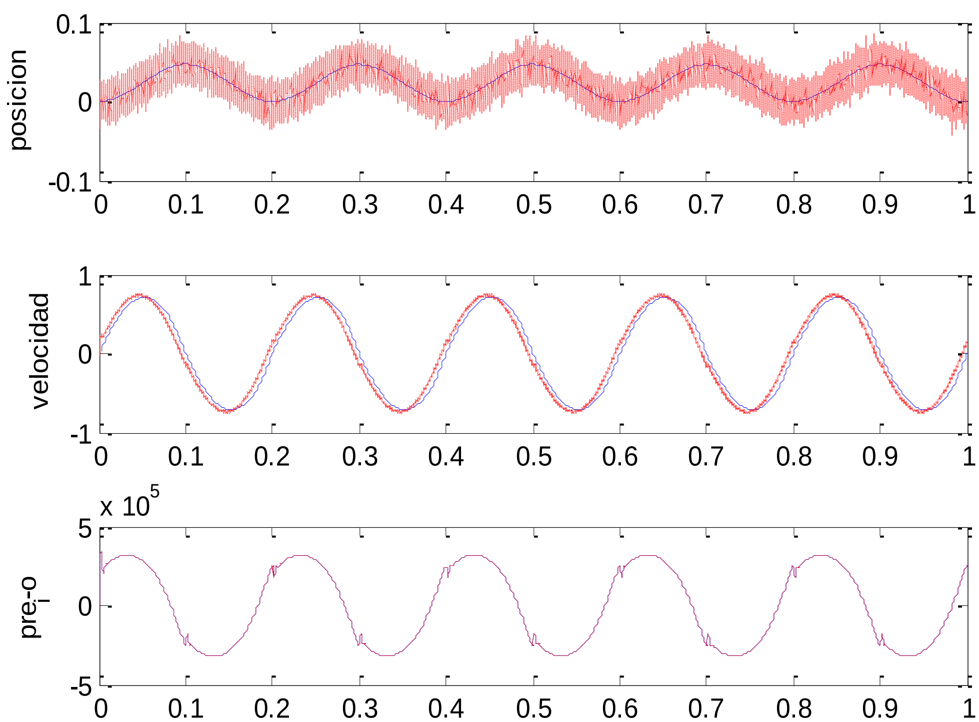
Condiciones:

Fricción seca =0.005*400

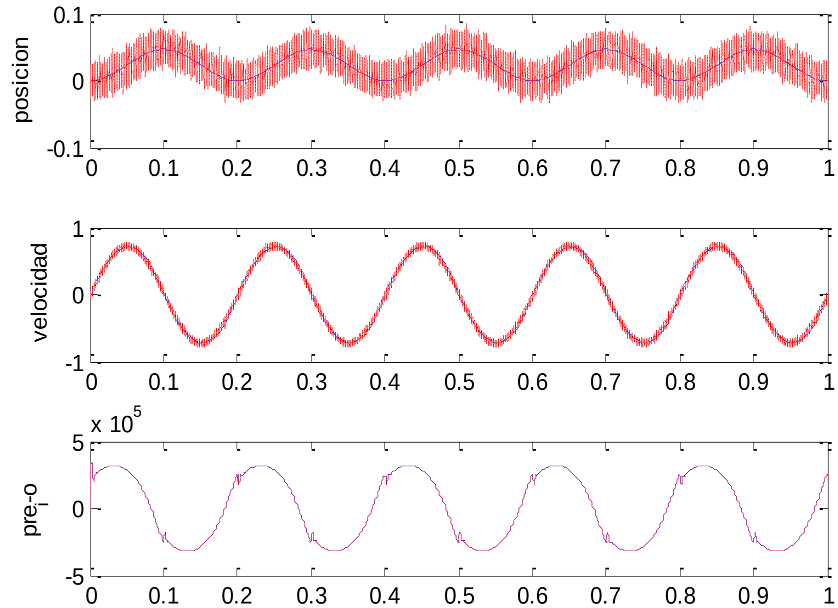
Ruido_posicion = 0.01*randn(1,1) , ruido_presion = 0.005*randn(1,1)

Entrada : u = 0.01sin(2*pi*5*t)

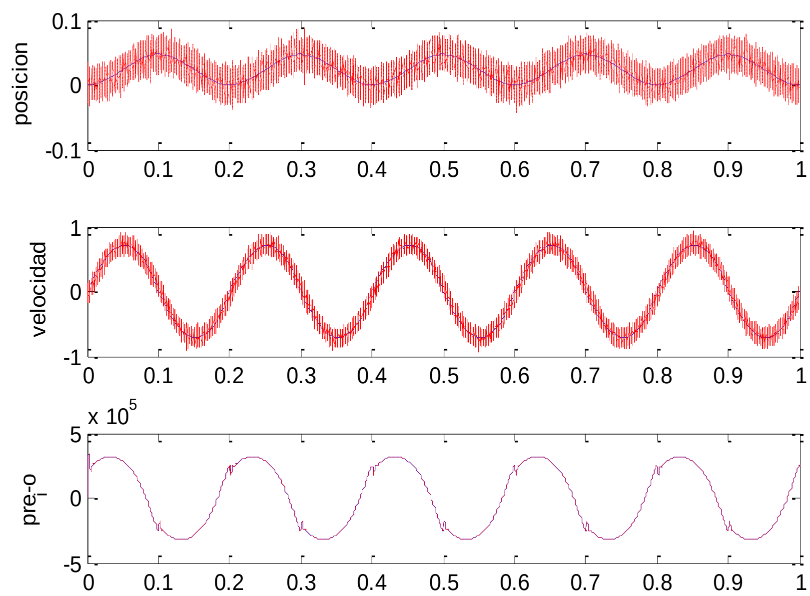
- Peso q3o ($\dot{x}$) = 1



- Peso q3o ($\dot{x}$) = 10



- Peso q3o ($\dot{x}$) = 100



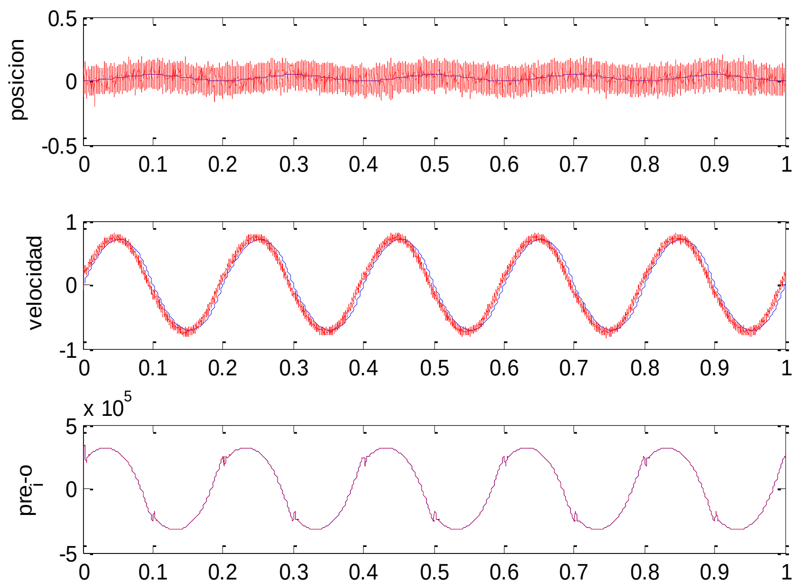
Condiciones:

Fricción seca =0.005*400

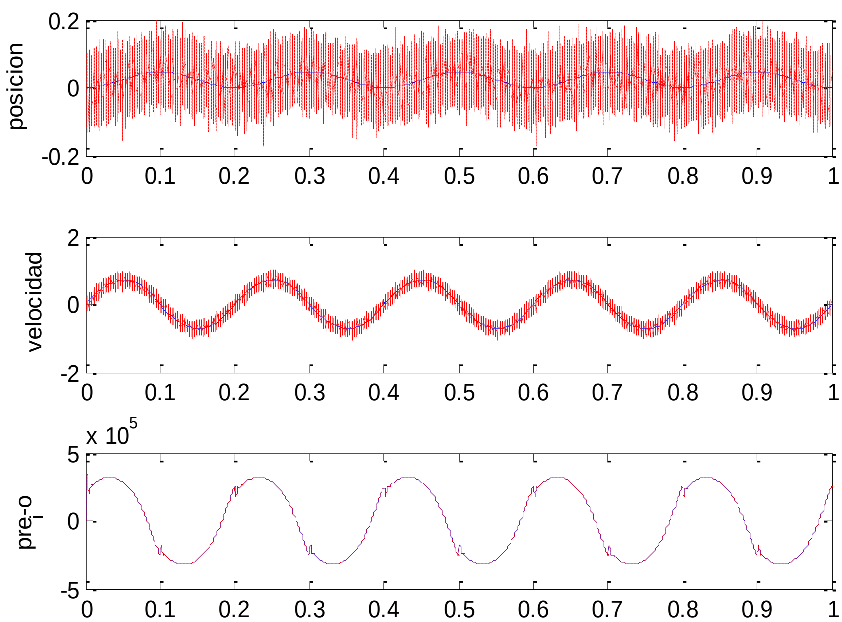
Ruido_posicion = 0.04*randn(1,1) , ruido_presion = 0.005*randn(1,1)

Entrada : u = 0.01sin(2*pi*5*t)

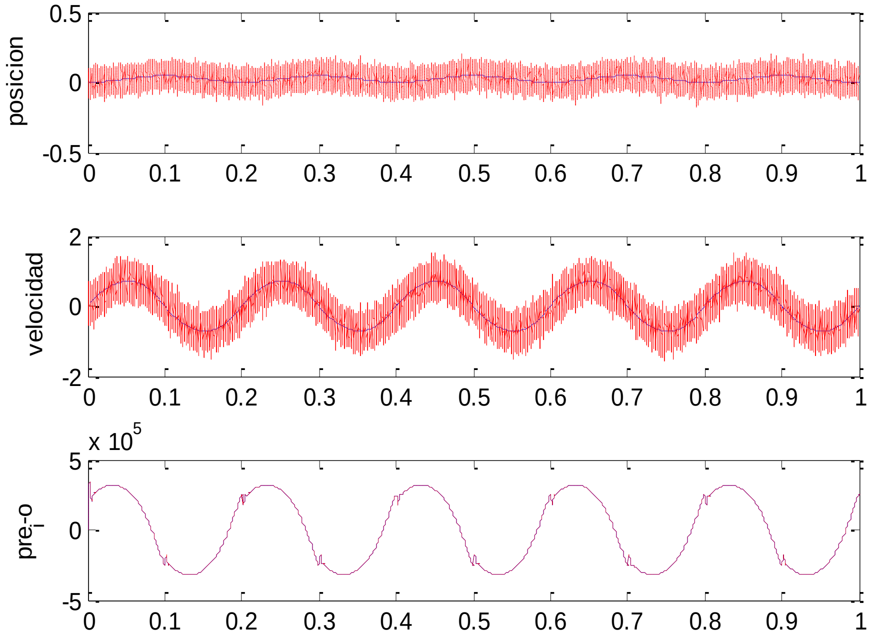
- Peso q3o ($\dot{x}$) = 1



- Peso q3o ($\dot{x}$) = 10



- Peso q3o ($\dot{x}$) = 100



- **El observador de orden reducido utilizando el cambio de variable a "w"**

```
z = 1E-8;    % Analizar efecto
A = [   0    0       1
        0    a33  a32*z
        0    a23/z  a22];
B = [   0
        b3*z
        0 ];

A11 = A(1:2,1:2);      A12 = A(1:2,3);
A21 = A(3,1:2);        A22 = A(3,3);
B1 = B(1:2,1);
B2 = B(3,1);
Cr = A12;
%% Ingresamos pesos para el observador

q3 = input('Peso q3 (xp)   : ');
Q = diag([q3 ]);
S = are(A22',Cr'*Cr,Q);
L = S*Cr';
ti = 0;     tf = 1;     dt = 0.001;
t = ti:dt:tf;     t = t';
nt = length(t);

Aw = A22 - L*A12;
Bw = B2 - L*B1;
Lw = A21 - L*A11 + A22*L - L*A12*L;

[Ak,Bk] = c2d(A,B,dt);  %Se discretizaG
[Ahk,Bhk] = c2d(Aw,Bw,dt);
[Ahk,Lhk] = c2d(Aw,Lw,dt);
```

- Condiciones:

```
x  = 0.0;
xp = 0;
Pi = 1*Pe;
Po = 1*Pe;
xh(1,1)  = 0;
xh(2,1)  = 0;
xh(3,1)  = z*(Pi - Po)-(Pio-Poo);

fre = 5;
u = 0.01*sin(2*pi*fre*t);
ruido = 0.02*randn(nt,1);

wh = [ 0];
k = 1;
```

- Simulación:

```
for tt = ti:dt:tf
  y = C*[ x; z*(Pi-Po); xp] + [1*0.01*randn(1,1); 0*0.005*randn(1,1)];
  y1(k,1) = y(1,1);
  y2(k,1) = y(2,1)/z;
  pos(k,1)    = x;
  vel(k,1)    = xp;
  Preio(k,1)    = Pi-Po;

  xh = wh + L*y;
  xxo3(k,1) = xh(1,1);

  xsp = u(k,1);
  if(xsp > xspmax)
     xsp = xspmax;
  elseif(xsp < -xspmax)
     xsp = -xspmax;
     end

  if(abs(x) >= xmax)
     xsp = 0;
  end
  u(k,1) = xsp;
  Vi = Vol + Ai*x;
  Vo = Vol - Ao*x;
  Volo(k,1) = Vo;
  if(xp >= 0)
     Ff = Fseca;
  elseif( xp < 0 )
     Ff = -Fseca;
  elseif( xp == 0 )
    Ff = Ai*Pi - Ao*Po;
  end
  x2p = Ai/m*Pi - Ao/m*Po - c/m*xp -Ff/m;
  if(xsp > 0)
     qi = cd*w*xsp*sqrt(2*(Ps-Pi)/rho);
     qo = cd*w*xsp*sqrt(2*(Po-Pe)/rho);
  elseif(xsp < 0)
     qi = cd*w*xsp*sqrt(2*(Pi-Pe)/rho);
     qo = cd*w*xsp*sqrt(2*(Ps-Po)/rho);
  elseif(xsp == 0)
     qi = 0;
     qo = 0;
  end

  Pip = -Ai*beta/Vi*xp + beta/Vi*qi;
  Pop =  Ao*beta/Vo*xp - beta/Vo*qo;
  x  = x + xp*dt;
  xp = xp + x2p*dt;
  Pi = Pi + Pip*dt;
  Po = Po + Pop*dt;
  if(Pi > Ps)
     Pi = Ps;
  elseif(Pi < Pe)
     Pi = Pe;
  end
  if(Po > Ps)
     Po = Ps;
  elseif(Po < Pe)
     Po = Pe;
  end

  wh = Ahk*wh + Bhk*u(k,1) + Lhk*y;   %Observador

  k = k + 1;
end
```

Pruebas:

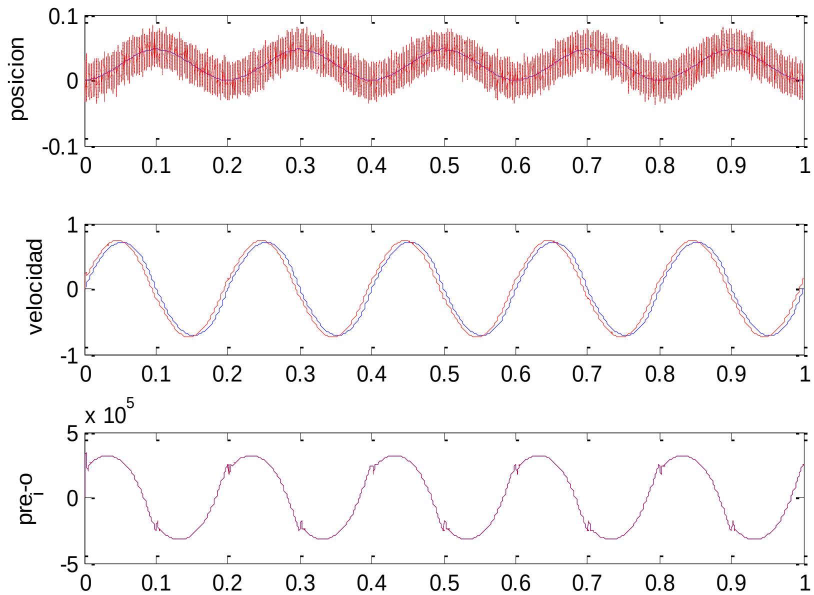
Condiciones:

Fricción seca =0.005*400

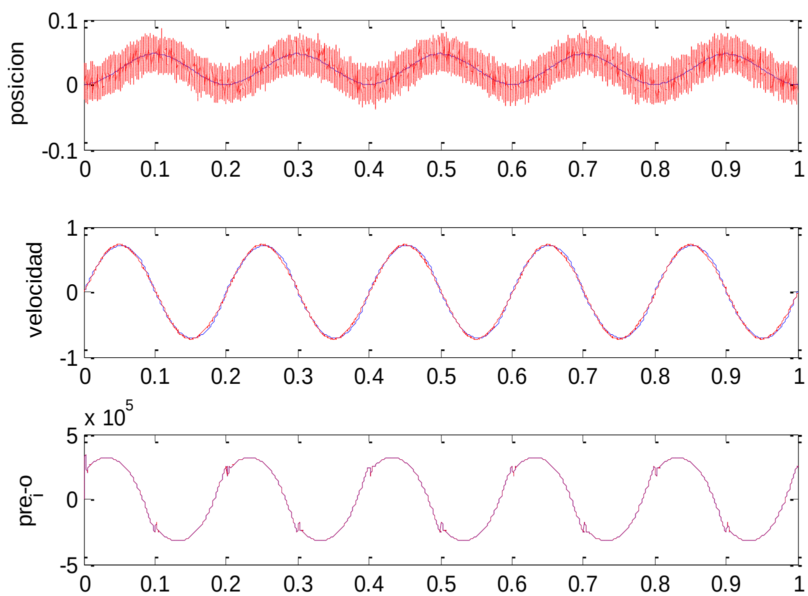
Ruido_posicion = 0.01*randn(1,1) , ruido_presion = 0.005*randn(1,1)

Entrada : u = 0.01sin(2*pi*5*t)

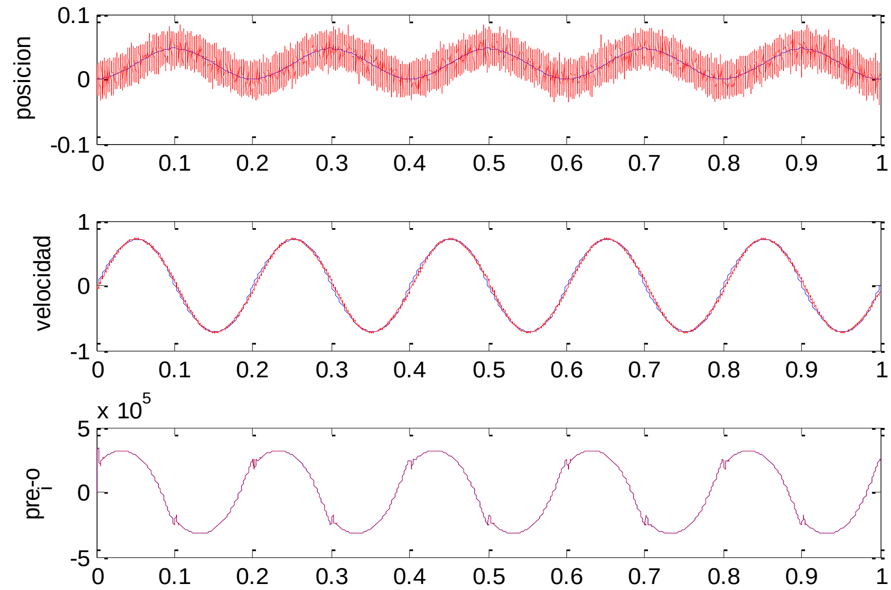
- Peso q3o ($\dot{x}$) = 1



- Peso q3o ($\dot{x}$) = 10



- Peso q3o ($\dot{x}$) = 100



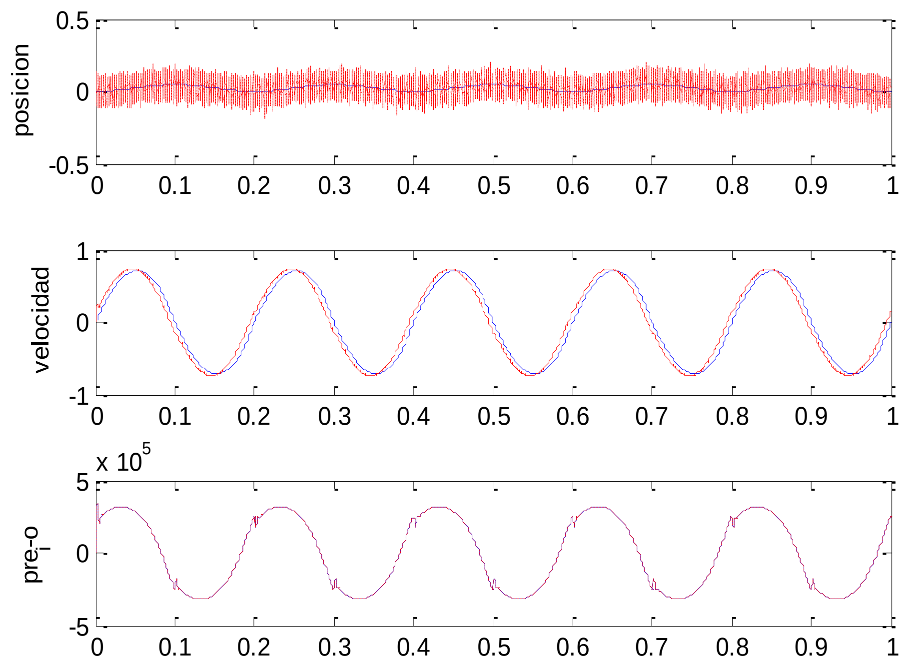
Condiciones:

Fricción seca =0.005*400

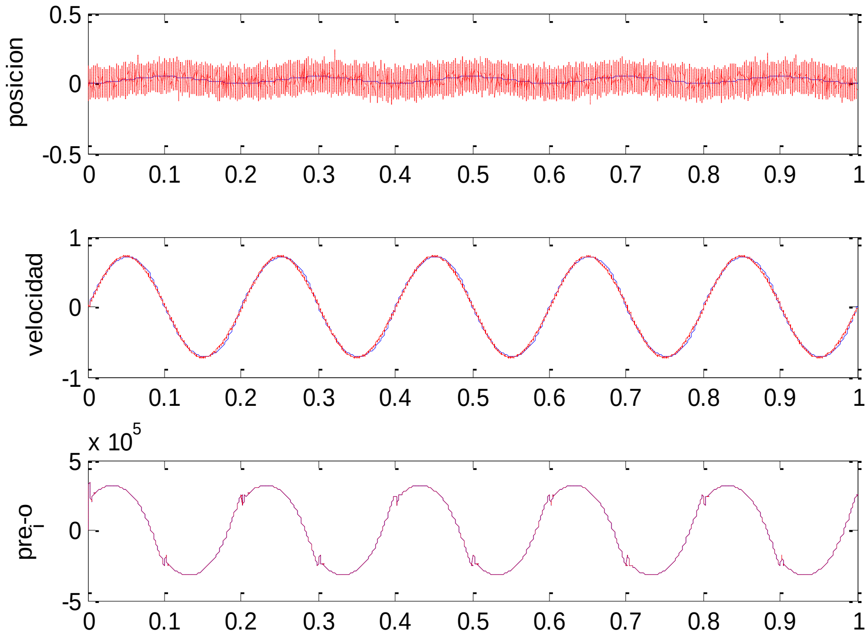
Ruido_posicion = 0.04*randn(1,1) , ruido_presion = 0.005*randn(1,1)

Entrada : u = 0.01sin(2*pi*5*t)

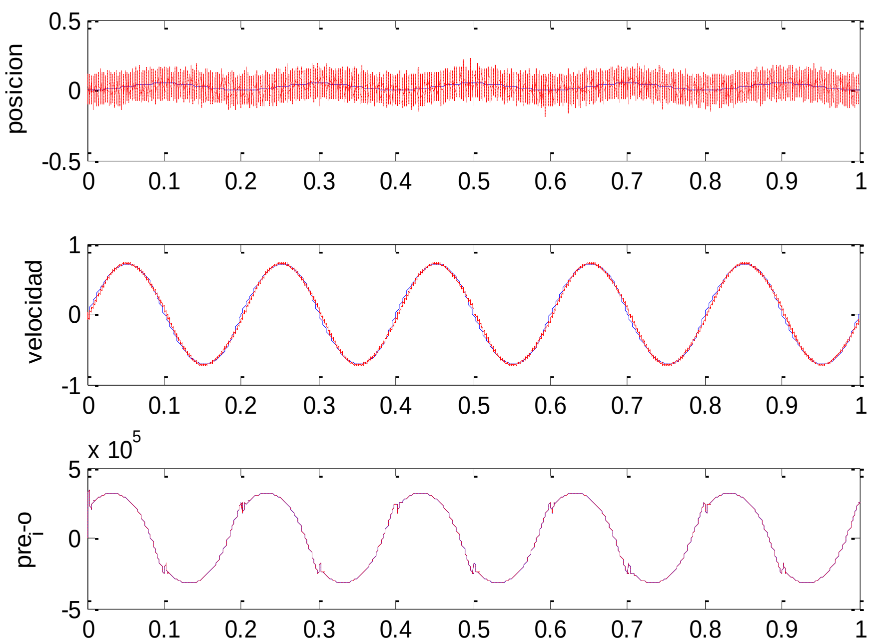
- Peso q3o ($\dot{x}$) = 1



- Peso q3o ($\dot{x}$) = 10



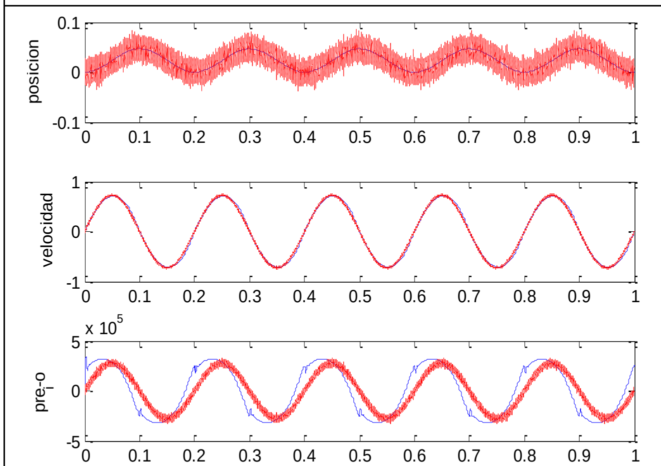
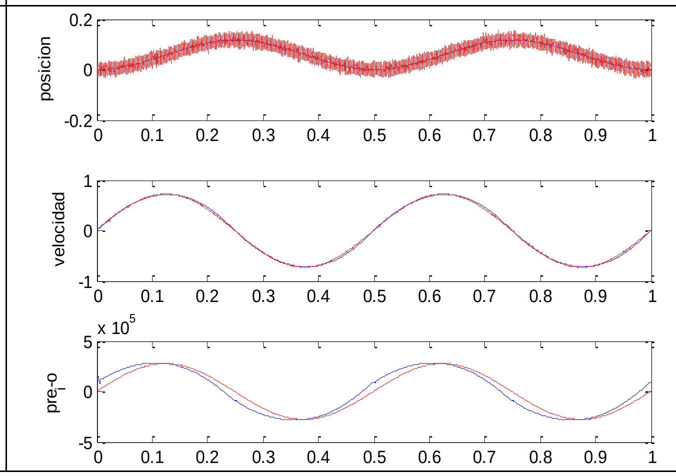
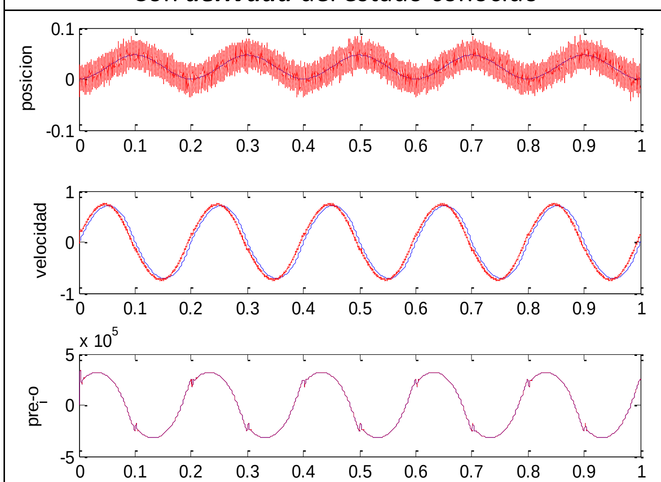
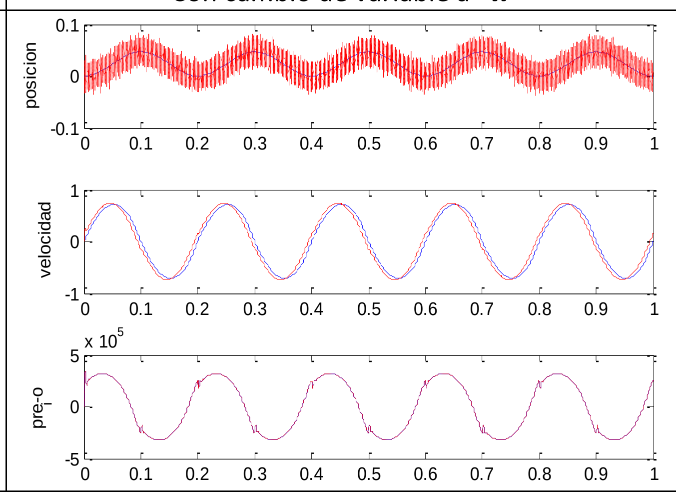
- Peso q3o ($\dot{x}$) = 100



Resumen para estudio del sistema de posicionamiento hidráulico:

Condiciones:
Fricción seca =0.005*400
Ruido_posicion = 0.01*randn(1,1) , ruido_presion = 0.005*randn(1,1)

Entrada : u = 0.01sin(2*pi*5*t)

<table>
<tr><td colspan="2">Con 1 sensor , sensor posición (x)
Peso q2o ($\dot{x}$) = 1 , q3o ($PPi - PPo$) = 1</td></tr>
<tr><td>Con derivada del estado conocido</td><td>Con cambio de variable a “w”</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Con 2 sensores , sensor posición (x) y de diferencia de presiones(Pi-Po)
Peso q2o ($\dot{x}$) = 1</td></tr>
<tr><td>Con derivada del estado conocido</td><td>Con cambio de variable a “w”</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Se observa que para éstas condiciones propuestas, la respuesta del observador reducido utilizando el cambio de variable a “w” resulta mejor que el obtenido con utilizando la derivada del estado conocido. Por otro lado cuando se utiliza 1 sensores la respuesta presenta desfase en la estimación de la diferencia de presiones (Pi-Po). Al utilizar 2 sensores se mejora la respuesta y reduce el ruido en el estado estimado $(\dot{x})$.

Conclusiones

1. En la planta de motor + tornillo sinfín, al ser la señal medida una combinación lineal de los estados, se utilizó una transformación T para poder calcular las nuevas matrices de para la ecuación de estados. Por otro lado el observador de orden reducido diseñado utilizando la derivada de la señal medida obtuvo mejores resultados al aumentar el ruido respecto al observador de orden reducido diseñado utilizando el cambio de variable a “w”.

2. Los resultados del observador de orden reducido utilizando el cambio de variable a “w” entrega mejores resultados de estimación de estados en la planta de posicionamiento hidráulico respecto a los resultados del observador de orden reducido utilizando la derivada de los estados conocidos (derivada de x1 o y).

3. En la planta de posicionamiento hidráulico se logró observar adecuadamente los estados, utilizando 1(de posición) y 2 sensores (de posición y diferencia de presión).

4. En la planta de posicionamiento hidráulico, resulta mejores estimaciones utilizando el cambio de variable a “w” que utilizando la derivada del estado conocido.

5. Al utilizar 2 sensores(posición (x) y de diferencia de presiones(Pi-Po)) , se obtuvo mejores estimaciones y reducción del ruido en el estado estimado.