



ESCUELA DE POSGRADO

Curso:

CONTROL ÓPTIMO

Tema:

Observadores: LQO y Filtro de Kalman

Presentado por:

CONTRERAS MARTINEZ, DIMEL ARTURO

Docente:

DR. ANTONIO MORÁN

2016

1. Para la planta “Motor con tornillo sinfín”, se diseñará 2 tipos de observadores Optimal y Filtro de Kalman. Luego se compararán las 2 respuestas obtenidas.

Modelo de la planta Motor + tornillo sinfín:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ di/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix} u$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Considerando la siguiente función de costo:

$$J = \int_0^{\infty} q_1 x^2 + q_2 \dot{x}^2 + q_3 i^2 + u^2 dt$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}$$

>>Script en Matlab

- Parámetros del Sistema:

```
R = 1.1;
L = 0.001;
Kt = 0.0573;
Kb = 0.05665;
I = 4.326e-5;
p = 0.004;
m = 1.00;
c = 40;
r = 0.015;
alfa = 45*pi/180;
voltmax = 60;
d = m + 2*pi*I*tan(alfa)/(p*r);
a22 = -c/d;
a23 = Kt*tan(alfa)/(r*d);
a32 = -2*pi*Kb/(p*L);
a33 = -R/L;
b31 = 1/L;
w21 = -1/d;
A = [ 0 1 0
      0 a22 a23
      0 a32 a33 ];
B = [ 0
      0
      b31 ];
Wf = [ 0
      w21
      0 ];

r = 1*0.5;           % Posición deseada
voltmax = 1*24;      % Voltaje máximo
Fseca = 1.5*15;      % Fricción
```

El Controlador

La solución de Riccati:

$$P = \text{are}(A, BR^{-1}B^T, Q)$$

La ganancia del controlador K:

$$K = R^{-1}B^TP$$

La acción de control u: Para una referencia "r"

$$u = -KX + K(1,1) * r$$

Para la implementación se discretizan las matrices.

>>Script en Matlab

Se consideran pesos fijos, porque el interés está en los observadores.

```

q1 = 1e5;
q2 = 0;
q3 = 0;

Q = diag([ q1 q2 q3 ]);
R = 1;
P = are(A, B*inv(R)*B', Q);
K = inv(R)*B'*P;
k1 = K(1,1);      k2 = K(1,2);      k3 = K(1,3);

[ Ak Bk ] = c2d(A, B, dt);
[ Ak Wfk ] = c2d(A, Wf, dt);
[ Ak Wk] = c2d(A, W, dt);

```

Modelo de los ruidos

En la planta:

```

wmean = 0.1
wstd = 0.1
w = randn(nt,1)
w = (w-mean(w))*wstd/std(w) + wmean

```

En el sensor:

```
nmean = 0
nstd = 0.1
n = randn(nt,1)
n = (n-mean(n))*nstd/std(n) + nmean
R = sum((n-nmean).*(n-nmean))/(nt-1)
```

Observadores

Verificamos la observabilidad del sistema:

$$\text{OBS} = [C \quad CA \quad CA^2]$$

$\det(OBS)$ debe ser diferente de 0

$$Q_o = \begin{bmatrix} q1o & 0 & 0 \\ 0 & q2o & 0 \\ 0 & 0 & q3o \end{bmatrix}$$

$$R_o = I_{3x3}$$

Xo -> Estimación de los estados:

Controlador y observador:

$$u = x_{sp} = -KX_o$$

El observador Optimal:

$$So = are(A, Ro^{-1}, Qo)$$

Ganancia del observador:

$$L = Ro^{-1} So \ C^T (CC^T)^{-1}$$

Discretizando las matrices para el observador

Con tiempo de muestreo dt.

$$[Aok, Bok] = c2d(A - LC, B, dt)$$

$$[Aok, Lok] = c2d(A - LC, L, dt)$$

Como se conoce la fricción seca, se puede agregar al observador.

$$[Aok, Wfok] = c2d(A - LC, Wf, dt)$$

Se considera que la salida del sistema es x, osea solo se puede medir (hay sensor) la posición, sin embargo ésta salida también posee ruido:

$$y = x + ruido$$

El observador que se obtiene:

$$Xo = Aok * Xo + Bok * xsp + Lok * y + Wfok * Fs$$

Condición inicial:

$$Xo = [0; 0; 0]$$

>>Script en Matlab

```

q1o = input('Peso q1o : ');
q2o = input('Peso q2o : ');
q3o = input('Peso q3o : ');
Qo = diag([ q1o q2o q3o ]);
Ro = eye(3);
So = are(A, inv(Ro), Qo);
L = inv(Ro)*So*C'*inv(C*C');
[Aok Bok] = c2d(A-L*C, B, dt);
[Aok Lok] = c2d(A-L*C, L, dt);
[Aok Wfok] = c2d(A-L*C, Wf, dt);
xo = [ 0; 0; 0 ];

```

Simulación del observador Optimal:

```

k = 1;
x = [ 0.1; -0.1; 0.5 ];% Vector de estado inicial
r = 1*0.5; %referencia

for tt = ti:dt:tf
    y = C*x + 0.1*randn(1,1);

    xxo1(k,1) = xo(1,1); xxo2(k,1) = xo(2,1); xxo3(k,1) = xo(3,1);
    xx1(k,1) = x(1,1); xx2(k,1) = x(2,1); xx3(k,1) = x(3,1);

    u = -K*xo + k1*r;

    if( u > voltmax)
        u = voltmax;
    elseif(u < -voltmax)
        u = -voltmax;
    end
    if(x(2,1) >= 0)
        Fs = Fseca;
    elseif(x(2,1) < 0)
        Fs = -Fseca;
    end
    x = Ak*x + Bk*u + Wfk*Fs + Wk*w(k,1);
    xo = Aok*xo + Bok*u + Lok*y + Wfok*Fs;
    k = k+1;
end

```

Ploteo gráficas: Es la misma en ambos casos de observadores.

```

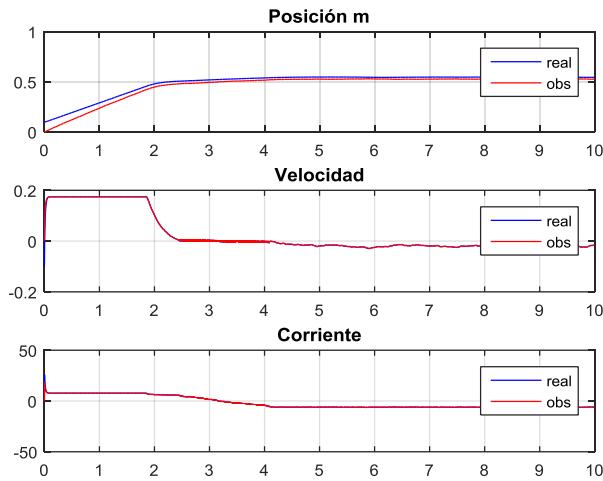
figure(1);
subplot(3,1,1);
plot(t,xx1,'r',t,xxo1,'-b');grid;title('Posición m');
subplot(3,1,2);
plot(t,xx2,'r',t,xxo2,'-b');grid;title('Velocidad');
subplot(3,1,3);
plot(t,xx3,'r',t,xxo3,'-b');grid;title('Corriente');

```

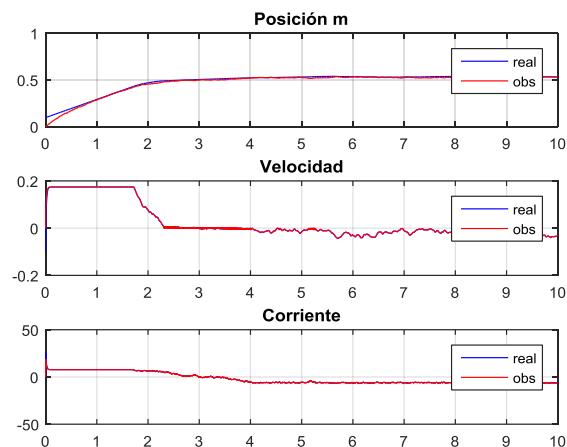
Pruebas:**Condiciones:****Ruido_planta-> media = 0.1 , varianza = 0.1****Ruido_sensor -> media = 0 , varianza = 0.1****Fricción seca = 1.5*15****Referencia : x = 0.5**

Variando pesos del observador

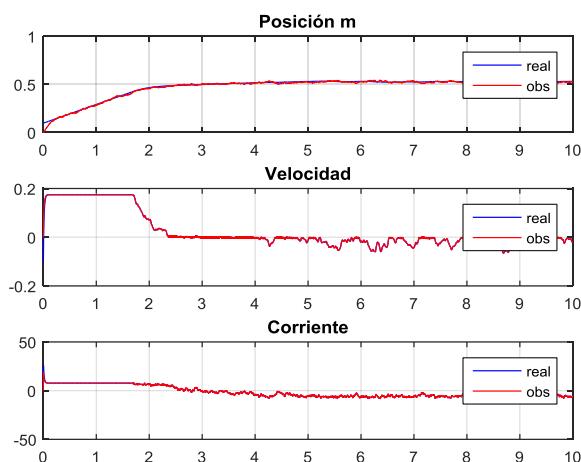
- Peso $q_{10} = 1$, $q_{20} = 0$, $q_{30} = 0$



- Peso $q_{10} = 10$, $q_{20} = 0$, $q_{30} = 0$



- Peso $q_{10} = 100$, $q_{20} = 0$, $q_{30} = 0$



Condiciones:

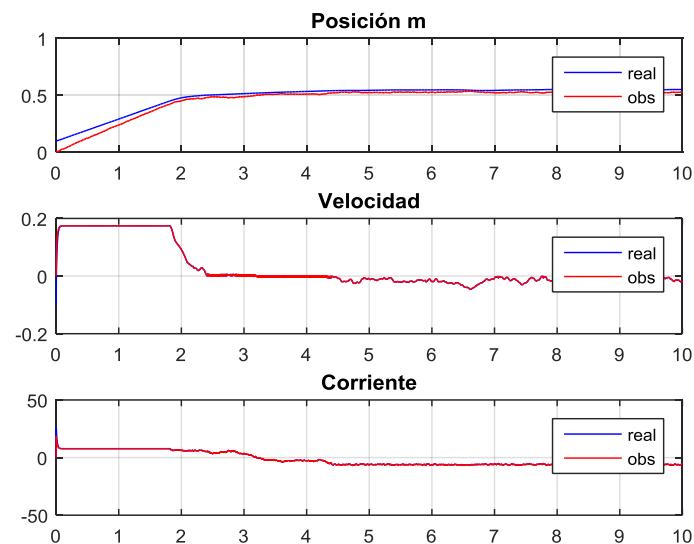
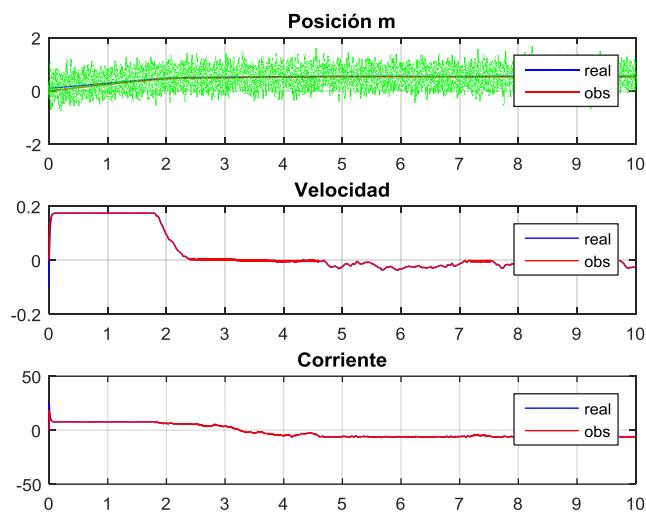
Ruido_planta-> media = 0.1 , varianza = 0.1

Ruido_sensor -> media = 0 , varianza = 0.3

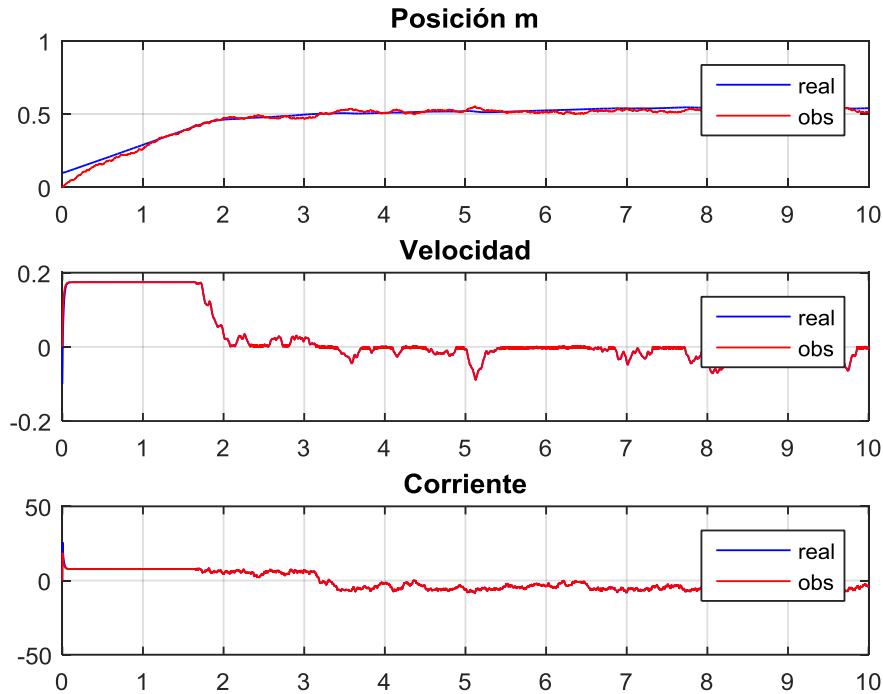
Fricción seca = 1.5×10^{-15}

Referencia : $x = 0.5$

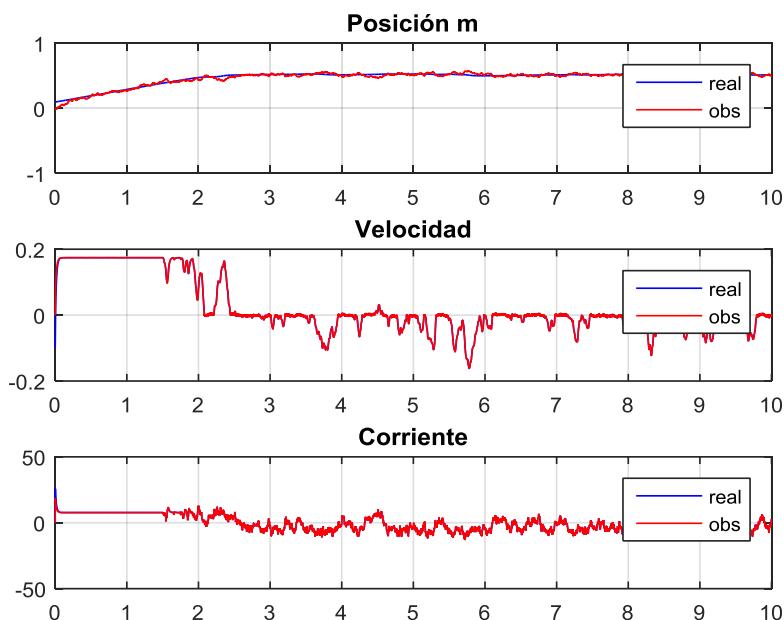
- Peso $q_{10} = 1$, $q_{20} = 1$, $q_{30} = 1$



- Peso $q_{10} = 10$, $q_{20} = 1$, $q_{30} = 1$



- Peso $q_{10} = 100$, $q_{20} = 1$, $q_{30} = 1$



Condiciones:

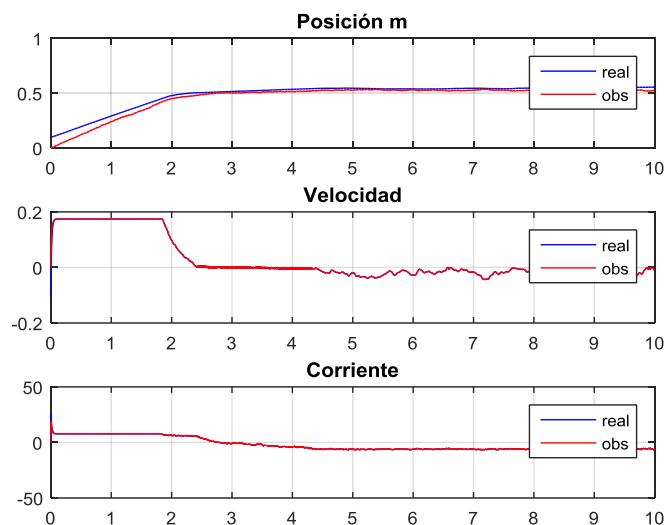
Ruido_planta-> media = 0.1 , varianza = 0.3

Ruido_sensor -> media = 0 , varianza = 0.3

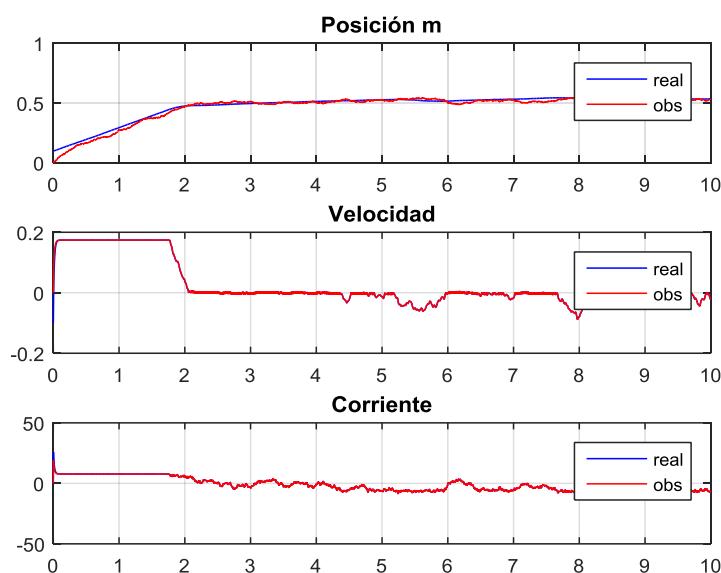
Fricción seca = 1.5×10^{-5}

Referencia : $x = 0.5$

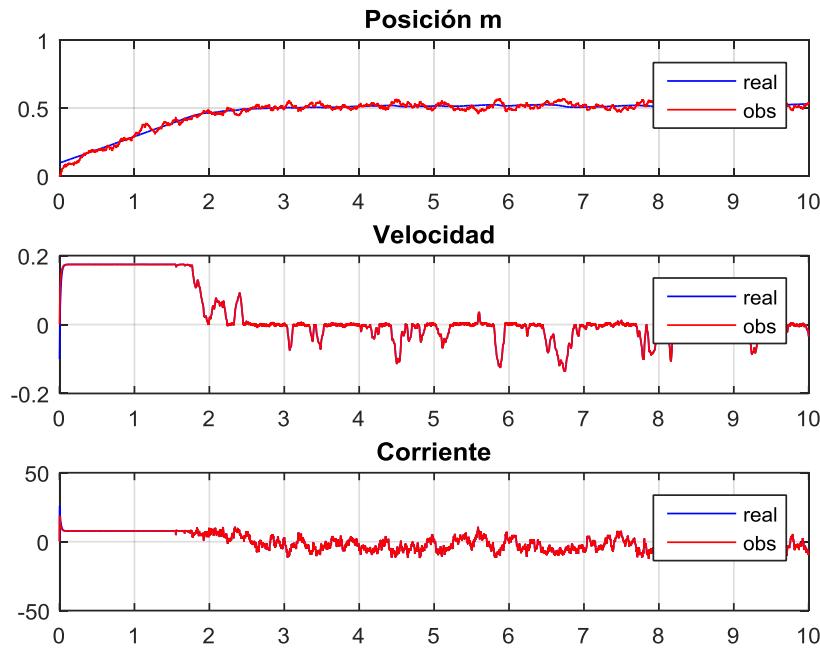
- Peso $q_{10} = 1$, $q_{20} = 1$, $q_{30} = 1$



- Peso $q_{10} = 10$, $q_{20} = 1$, $q_{30} = 1$



- Peso $q_{10} = 100$, $q_{20} = 1$, $q_{30} = 1$



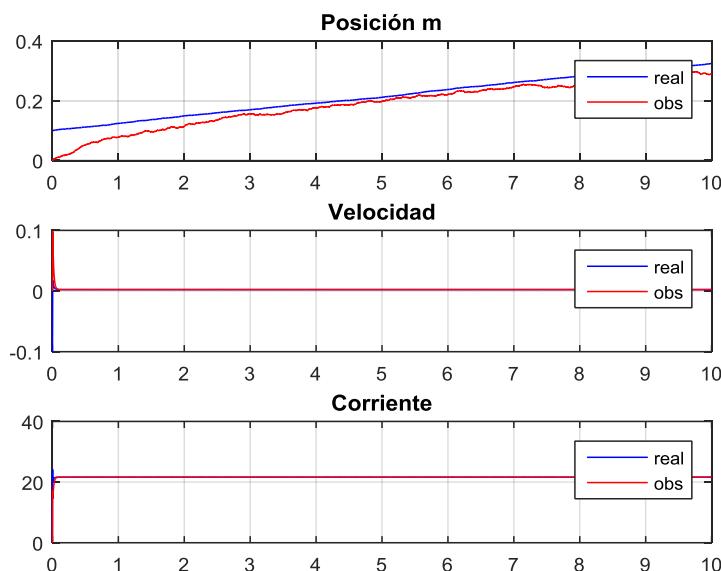
Condiciones:

Ruido_planta-> media = 0.1 , varianza = 0.3

Ruido_sensor -> media = 0 , varianza = 0.3

Fricción seca = 5.5×10^5

- Peso $q_{10} = 1$, $q_{20} = 1$, $q_{30} = 1$



Observador Filtro de Kalman

$$So = are(A', C^T R o^{-1} C, W Q o W')$$

Ganancia del observador:

$$L = S_o \ C^T R o^{-1}$$

Discretizando las matrices para el observador

Con tiempo de muestreo dt.

$$[Aok, Bok] = c2d(A - LC, B, dt)$$

$$[Aok, Lok] = c2d(A - LC, L, dt)$$

$$[Aok, Wok] = c2d(A - LC, W, dt)$$

Como se conoce la fricción seca, se puede agregar al observador.

$$[Aok, Wfok] = c2d(A - LC, Wf, dt)$$

Se considera que la salida del sistema es x, osea solo se puede medir (hay sensor) la posición, sin embargo ésta salida también posee ruido:

$$y = x + ruido_{sensor}$$

El observador que se obtiene:

$$Xo = Aok * Xo + Bok * xsp + Lok * y + Wok * w_{mean} + Wfok * Fs$$

$$Xo = [0; 0; 0]$$

>>Script en Matlab

```
%% Observador
So = are(A', C'*inv(R)*C, W*Q*W') ;
L = So*C'*inv(R) ;

[Aok Bok] = c2d(A-L*C, B, dt) ;
[Aok Lok] = c2d(A-L*C, L, dt) ;
[Aok Wok] = c2d(A-L*C, W, dt) ;
[Aok Wfok] = c2d(A-L*C, Wf, dt) ;

xo = [ 0; 0; 0 ] ;
```

Simulación del observador Optimal:

```
for tt = ti:dt:tf
    y = C*x + n(k,1);
    yy(k,1) = y;

    xxo1(k,1) = xo(1,1);    xxo2(k,1) = xo(2,1);    xxo3(k,1) = xo(3,1);
    xx1(k,1) = x(1,1);    xx2(k,1) = x(2,1);    xx3(k,1) = x(3,1);

    u = -K*xo + k1*r;

    if( u > voltmax)
        u = voltmax;
    elseif(u < -voltmax)
        u = -voltmax;
    end
    if(x(2,1) >= 0)
        Fs = Fseca;
    elseif(x(2,1) < 0)
        Fs = -Fseca;
    end

    x = Ak*x + Bk*u + Wk*w(k,1) + Wfk*Fs;
    xo = Aok*xo + Bok*u + Lok*y + Wok*wmean + Wfok*Fs;
    k = k+1;
end
```

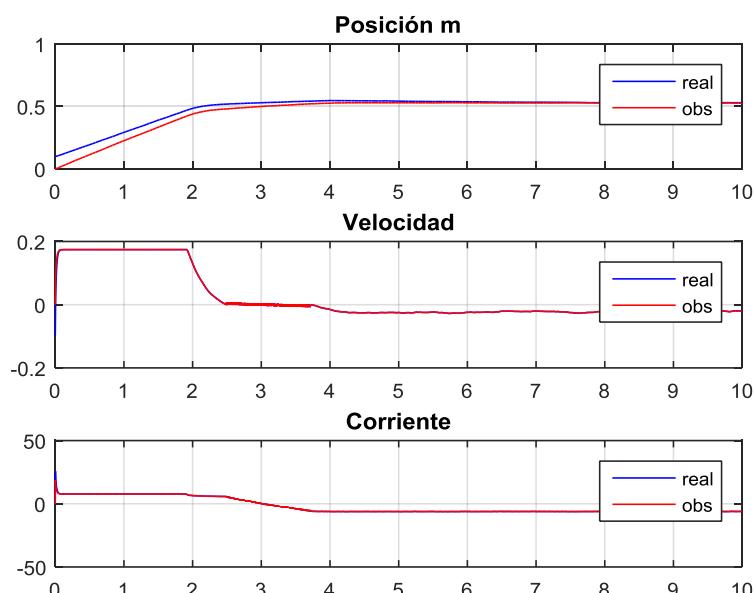
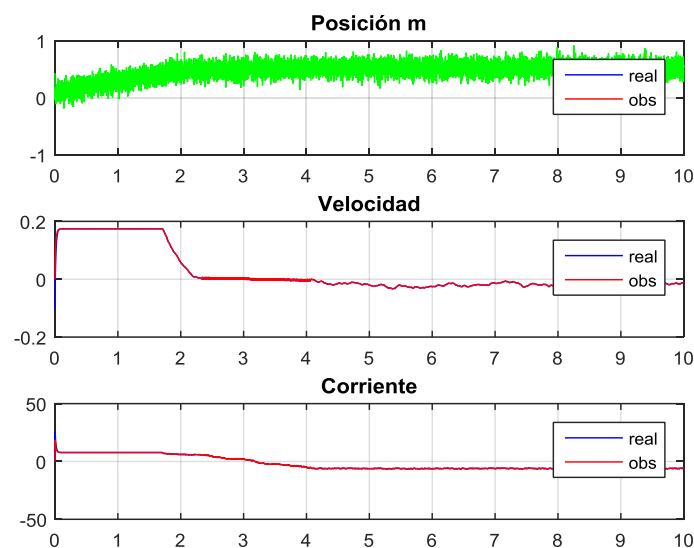
Pruebas:**Condiciones:**

Ruido_planta-> media = 0.1 , varianza = 0.1

Ruido_sensor -> media = 0 , varianza = 0.1

Fricción seca = 1.5×10^{-5}

Referencia : $x = 0.5$

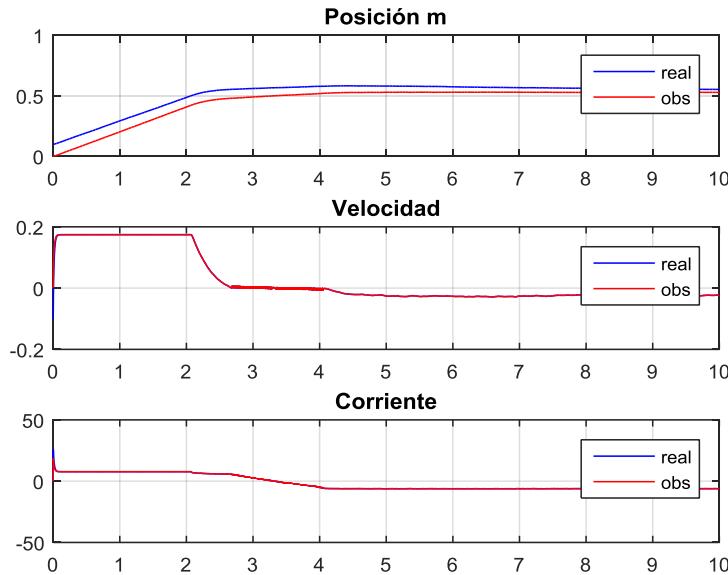


Condiciones:

Ruido_planta-> media = 0.1 , varianza = 0.1

Ruido_sensor -> media = 0 , varianza = 0.3

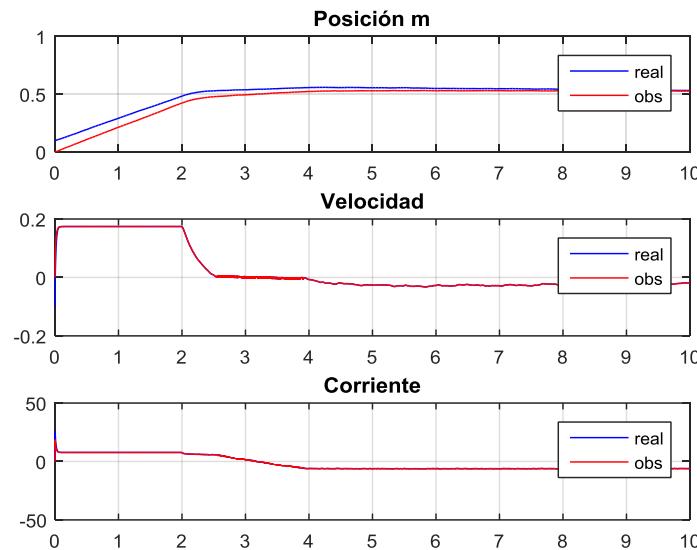
Fricción seca = 1.5×10^{-15}

**Condiciones:**

Ruido_planta-> media = 0.1 , varianza = 0.3

Ruido_sensor -> media = 0 , varianza = 0.3

Fricción seca = 1.5×10^{-15}

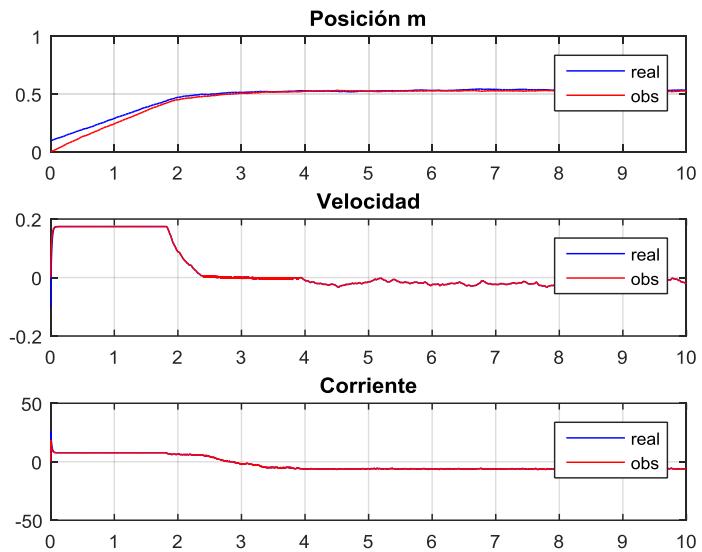


Condiciones:

Ruido_planta-> media = 0.1 , varianza = 1

Ruido_sensor -> media = 0 , varianza = 0.3

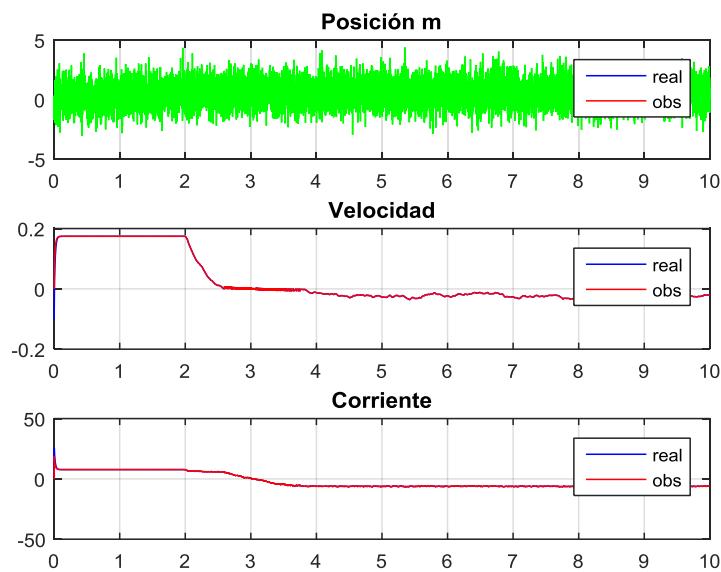
Fricción seca = 1.5×10^{-15}

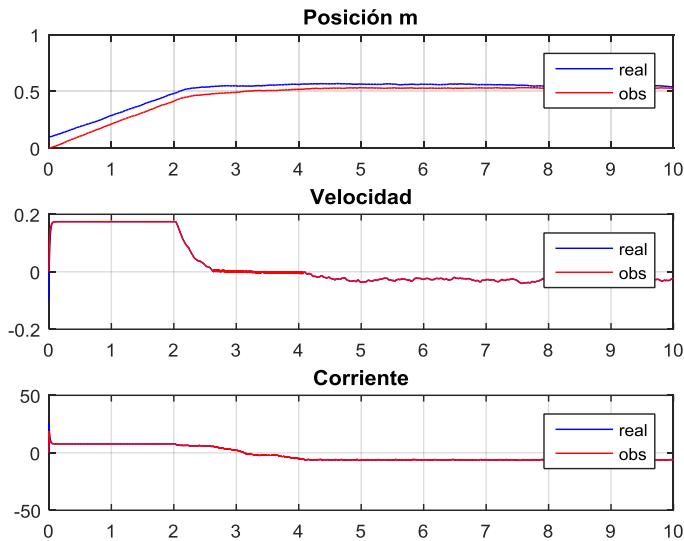
**Condiciones:**

Ruido_planta-> media = 0.1 , varianza = 1

Ruido_sensor -> media = 0 , varianza = 1

Fricción seca = 1.5×10^{-15}

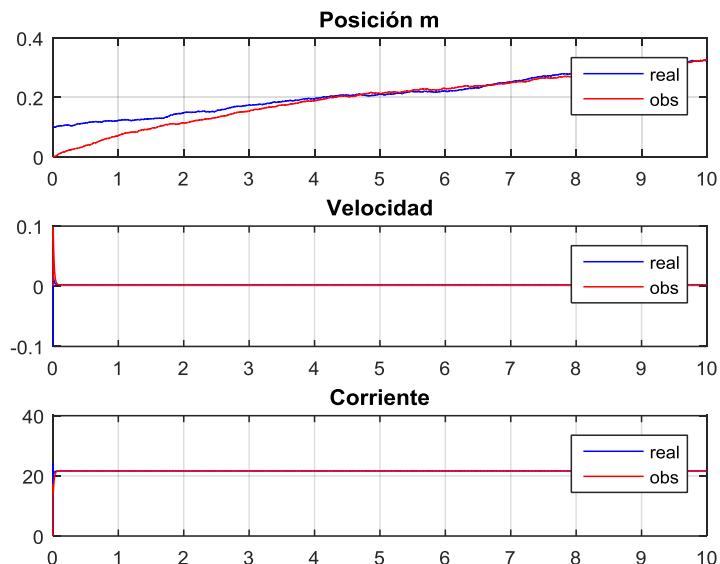


**Condiciones:**

Ruido_planta-> media = 0.1 , varianza = 0.3

Ruido_sensor -> media = 0 , varianza = 0.3

Fricción seca = 5.5×15



CONCLUSIONES: