PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE POSGRADO

Curso:

CONTROL ÓPTIMO

Tema:

Kharitonov

Presentado por:

CONTRERAS MARTINEZ, DIMEL ARTURO

Docente:

DR. ANTONIO MORÁN

2016

Kharitonov

Sea la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \cdots + b_2s^2 + b_1s + b_0}{a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

Variación de coeficientes del denominador:

$$l_n \leq a_n \leq u_n$$

$$l_{n-1} \leq a_{n-1} \leq u_{n-1}$$

$$\vdots$$

$$l_1 \leq a_1 \leq u_1$$

$$l_0 \leq a_0 \leq u_0$$

Polinomios 4 de Kharitonov para evaluar estabilidad :

$$k_1(s) = l_0 + l_1s^1 + u_2s^2 + u_3s^3 + l_4s^4 + l_5s^5 + \cdots$$
$$k_2(s) = u_0 + u_1s^1 + l_2s^2 + l_3s^3 + u_4s^4 + u_5s^5 + \cdots$$
$$k_3(s) = l_0 + u_1s^1 + u_2s^2 + l_3s^3 + l_4s^4 + u_5s^5 + \cdots$$
$$k_4(s) = u_0 + l_1s^1 + l_2s^2 + u_3s^3 + u_4s^4 + l_5s^5 + \cdots$$

Variaciones de los parámetros del motor:

$$0.001 \leq K_t \leq 0.0573$$

$$0.001 \leq K_b \leq 0.0566$$

$$2 \leq c \leq 40 \;\&\; 40 \leq c \leq 60$$

$$0.6\,x1.1 \leq R \leq 1.1$$

$$0.8L_n \leq L \leq 1.2L_n$$

Debido a que el efecto de cada parámetro sobre los coeficientes de la ecuación característica no es lineal en todos los casos, se realiza pruebas con los valores mínimo, máximo y valores intermedios.

Para conseguir valores intermedios se realiza lo siguiente:

$$K_{tt} = Kt_{min} + \alpha_1 Kt_{max}$$

$$cc = c_{min+}\alpha_2 c_{max}$$

$$K_{bb} = Kb_{min} + \alpha_3 Kb_{max}$$

$$LL = L_{min} + \alpha_4 L_{max}$$

$$RR = R_{min} + \alpha_5 R_{max}$$

Se considera:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 0.2$$

Código en Matlab

- Planta : Motor + tornillo sinfín

```
R = 1.1;
L = 0.0001;
Kt = 0.0573;
Kb = 0.05665;
I = 4.326e-5;
p = 0.003;
m = 1.00;
c = 40;
r = 0.015;
alfa = 45*pi/180;
d = m + 2*pi*I*tan(alfa)/(p*r);
a22 = -c/d;
a23 = Kt*tan(alfa)/(r*d);
a32 = -2*pi*Kb/(p*L);
a33 = -R/L;
b31 = 1/L;
w21 = -1/d;
A = [ 0   1   0
      0  a22 a23
      0  a32 a33 ];
B = [ 0
      0
      b31 ];
Wf = [ 0
       w21
       0 ];
```

- Controlador:

```
q1 = input('Peso q1 : ');
q2 = input('Peso q2 : ');
q3 = input('Peso q3 : ');
Q = diag([ q1 q2 q3 ]);
RR = [ 1 ];
P = are(A,B*inv(RR)*B',Q);
K = inv(RR)*B'*P;
```

A. Pruebas variando K_t y c

- Variación de parámetros

```
Ktmin = 0.00001;      Ktmax = 0.0573;
cmin = 2;       cmax = 40;
alfa1 = 0.1;
alfa2 = 0.2;
Ktt = [ Ktmin
        Ktmin + alfa1*(Ktmax-Ktmin)
        Ktmax ];
cc = [ cmin
       cmin + alfa2*(cmax-cmin)
       cmax ];
```

- Bucle lazo cerrado afectado por la variación del parámetros:

```
k = 1;
for ii = 1:3
Kt = Ktt(ii,1);
for jj = 1:3
c = cc(jj,1);
R = 1.1;
L = 0.0001;
Kb = 0.05665;
I = 4.326e-5;
p = 0.003;
m = 1.00;
r = 0.015;
alfa = 45*pi/180;
d = m + 2*pi*I*tan(alfa)/(p*r);
a22 = -c/d;
a23 = Kt*tan(alfa)/(r*d);
a32 = -2*pi*Kb/(p*L);
a33 = -R/L;
b31 = 1/L;
w21 = -1/d;
A = [ 0   1   0
      0  a22 a23
      0  a32 a33 ];
B = [ 0
      0
      b31 ];
Wf = [ 0
       0 ];
polinomio(k,:) = poly(eig(A-B*K));
k = k + 1;
end
end
```

- Polinomios de Kharitonov y análisis de estabilidad

```
% Armando polinomios de Kharitonov
maxa = max(polinomio);
mina = min(polinomio);
poli1 = [ maxa(1,1) maxa(1,2) mina(1,3) mina(1,4) ];
poli2 = [ mina(1,1) mina(1,2) maxa(1,3) maxa(1,4) ];
poli3 = [ mina(1,1) maxa(1,2) maxa(1,3) mina(1,4) ];
poli4 = [ maxa(1,1) mina(1,2) mina(1,3) maxa(1,4) ];
disp('Raíces de los cuatro polinomios de Kharitonov');
disp('----------------------------------------------');
format short e;
roots(poli1)
roots(poli2)
roots(poli3)
roots(poli4)
```

- Controlador utilizando los pesos:

$$q_1 = 1$$
$$q_2 = 1$$
$$q_3 = 1$$

Se generan 9 combinaciones de polinomios, de los cuales se obtiene los valores máximos y mínimos de los coeficientes.

Luego se forman los 4 polinomios de Kharitonov y se calculan sus respectivas raíces para evaluar estabilidad

Polinomios	**Raíces**
$P_1(s) = 1 + 1.4870 \text{ x } 10^4\text{s} + 4.3317 \text{ x } 10^3\text{s}^2 + 9.4694 \text{ x } 10^{-1}\text{s}^3$	-1.4870e+004 -2.9109e-001 -2.1877e-004
$P_2(s) = 1 + 1.4865 \text{ x } 10^4\text{s} + 7.0869\text{x } 10^5\text{s}^2 + 5.4260 \text{ x } 10^3\text{s}^3$	-1.4817e+004 -4.7821e+001 -7.6575e-003
$P_3(s) = 1 + 1.4870\text{x } 10^4\text{s} + 7.0869\text{x } 10^5\text{s}^2 + 9.4694\text{x } 10^{-1}\text{s}^3$	-1.4823e+004 -4.7811e+001 -1.3362e-006
$P_4(s) = 1 + 1.4865\text{x } 10^4\text{s} + 4.3317\text{x } 10^3\text{s}^2 + 5.4260\text{x } 10^3\text{s}^3$	-1.4865e+004 -1.4569e-001 +5.8634e-001i -1.4569e-001 -5.8634e-001i

Se aprecia que el sistema es estable con el controlador diseñado y para las todas las variaciones de parámetros K_t y c entre los rangos propuestos.

B. Pruebas variando K_b , K_t y c

- Variación de parámetros

```
Ktmin = 0.001;      Ktmax = 0.0573;     % Reducción en la generación
de torque
cmin = 2;       cmax = 40;
Kbmin = 0.001;      Kbmax = 0.0566;
Lmin = 0.8*L;  Lmax = 1.2*L;

alfa1 = 0.1;
alfa2 = 0.2;
alfa3 = 0.2;
Ktt = [ Ktmin
        Ktmin + alfa1*(Ktmax-Ktmin)
        Ktmax ];

cc = [ cmin
       cmin + alfa2*(cmax-cmin)
       cmax ];

Kbb = [ Kbmin
        Kbmin + alfa3*(Kbmax-Kbmin)
        Kbmax ];
```

- Bucle lazo cerrado afectado por la variación del parámetros:

```
k = 1;

for kk = 1:3
Kb = Kbb(kk,1);
    for ii = 1:3
        Kt = Ktt(ii,1);
        for jj = 1:3
            c = cc(jj,1);
            R = 1.1;
            L = 0.0001;
            I = 4.326e-5;
            p = 0.003;
            m = 1.00;
            r = 0.015;
            alfa = 45*pi/180;
            d = m + 2*pi*I*tan(alfa)/(p*r);
            a22 = -c/d;
            a23 = Kt*tan(alfa)/(r*d);
            a32 = -2*pi*Kb/(p*L);
            a33 = -R/L;
            b31 = 1/L;
            w21 = -1/d;
            A = [ 0   1   0
                  0  a22 a23
                  0  a32 a33 ];
            B = [ 0
                  0
                  b31 ];
            Wf = [ 0
                   0 ];
            polinomio(k,:) = poly(eig(A-B*K));
            k = k + 1;
        end
    end
end
```

- Controlador utilizando los pesos:

$$q_1 = 1$$
$$q_2 = 1$$
$$q_3 = 1$$

Se generan 27 combinaciones de polinomios, de los cuales se obtiene los valores máximos y mínimos de los coeficientes. Luego se forman los 4 polinomios de Kharitonov y se calculan sus respectivas raíces para evaluar estabilidad:

Polinomios	**Raíces**
$P_1(s) = 1 + 1.4870 \text{ x } 10^4\text{s} - 3.9550\text{x } 10^3\text{s}^2 + 9.4694 \text{ x } 10^1\text{s}^3$	-1.4871e+004 2.3935e-001 2.6604e-002
$P_2(s) = 1 + 1.4865 \text{ x } 10^4\text{s} + 7.0869\text{x } 10^5\text{s}^2 + 5.4260\text{x } 10^3\text{s}^3$	-1.4817e+004 -4.7783e+001 -7.6637e-003
$P_3(s) = 1 + 1.4870\text{x } 10^4\text{s} + 7.0869\text{x } 10^5\text{s}^2 + 9.4694\text{x } 10^1\text{s}^3$	-1.4823e+004 -4.7773e+001 -1.3373e-004
$P_4(s) = 1 + 1.4865\text{x } 10^4\text{s} - 3.9550\text{x } 10^3\text{s}^2 + 5.4260\text{x } 10^3\text{s}^3$	-1.4865e+004 1.3304e-001 +5.8933e-001i 1.3304e-001 -5.8933e-001i

Se aprecia que el sistema es ***inestable*** con el controlador diseñado y para las todas las variaciones de parámetros K_b , K_t y $c$entre los rangos propuestos.

- Controlador utilizando los pesos:

$$q_1 = 1$$
$$q_2 = 1$$
$$q_3 = 0$$

Se generan 27 combinaciones de polinomios, de los cuales se obtiene los valores máximos y mínimos de los coeficientes. Luego se forman los 4 polinomios de Kharitonov y se calculan sus respectivas raíces para evaluar estabilidad:

Polinomios	Raíces
$P_1(s) = 1 + 1.1006x\ 10^4 s + \ 3.3251x\ 10^3 s^2 + 9.4694\ x\ 10^1 s^3$	-1.1005e+004 -2.7030e-001 -3.1833e-002
$P_2(s) = 1 + 1.1000\ x\ 10^4 s + \ 7.0581x\ 10^5 s^2 + 5.4260x\ 10^3 s^3$	-1.0936e+004 -6.4534e+001 -7.6885e-003
$P_3(s) = 1 + 1.1006x\ 10^4 s + \ 7.0581x10^5 s^2 + 9.4694x\ 10^1 s^3$	-1.0941e+004 -6.4509e+001 -1.3416e-004
$P_4(s) = 1 + 1.1000x10^4 s + 3.3251x10^3 s^2 + 5.4260x\ 10^3 s^3$	-1.1000e+004 -1.5112e-001 +6.8588e-001i -1.5112e-001 -6.8588e-001i

Se aprecia que el sistema es ***estable*** con el controlador diseñado y para las todas las variaciones de parámetros K_b , K_t y c entre los rangos propuestos.

C. Pruebas variando L , K_b , K_t y c

- Variación de parámetros

```
Ktmin = 0.001;      Ktmax = 0.0573;     % Reducción en la
generación de torque
cmin  = 2;        cmax = 40;
Kbmin = 0.001;      Kbmax = 0.0566;
Lmin  = 0.8*L;   Lmax = 1.2*L;

alfa1 = 0.2;
alfa2 = 0.2;
alfa3 = 0.2;
alfa4 = 0.2;

Ktt = [ Ktmin
        Ktmin + alfa1*(Ktmax-Ktmin)
        Ktmax ];

cc = [ cmin
       cmin + alfa2*(cmax-cmin)
       cmax ];

Kbb = [ Kbmin
        Kbmin + alfa3*(Kbmax-Kbmin)
        Kbmax ];

LL = [ Lmin
       Lmin + alfa4*(Lmax-Lmin)
       Lmax ];
```

- Bucle lazo cerrado afectado por la variación del parámetros:

```
for ll = 1:3
    L = LL(ll,1);
    for kk = 1:3
    Kb = Kbb(kk,1);
        for ii = 1:3
            Kt = Ktt(ii,1);
            for jj = 1:3
                c = cc(jj,1);
                R = 1.1;
                I = 4.326e-5;
                p = 0.003;
                m = 1.00;
                r = 0.015;
                alfa = 45*pi/180;
                d = m + 2*pi*I*tan(alfa)/(p*r);
                a22 = -c/d;
                a23 = Kt*tan(alfa)/(r*d);
                a32 = -2*pi*Kb/(p*L);
                a33 = -R/L;
                b31 = 1/L;
                w21 = -1/d;
                A = [ 0   1   0
                      0  a22 a23
                      0  a32 a33 ];
                B = [ 0
                      0
                      b31 ];
                Wf = [ 0
                       0 ];
                polinomio(k,:) = poly(eig(A-B*K));
                k = k + 1;
            end
        end
    end
end
```

- Controlador utilizando los pesos:

$$q_1 = 1$$
$$q_2 = 1$$
$$q_3 = 0$$

Se generan 81 combinaciones de polinomios, de los cuales se obtiene los valores máximos y mínimos de los coeficientes. Luego se forman los 4 polinomios de Kharitonov y se calculan sus respectivas raíces para evaluar estabilidad:

Polinomios	Raíces
$P_1(s) = 1 + 1.3756x10^4s + \ 2.7709x10^3s^2 + 7.8911\ x\ 10^1s^3$	-1.3755e+004 -1.6711e-001 -3.4329e-002
$P_2(s) = 1 + 9.1670x\ 10^3s + \ 8.8226x10^5s^2 + 6.7824x10^3s^3$	-9.0697e+003 -9.7268e+001 -7.6882e-003
$P_3(s) = 1 + 1.3756x10^4s + \ 8.8226x10^5s^2 + 7.8911x\ 10^1s^3$	-1.3691e+004 -6.4440e+001 -8.9442e-005
$P_4(s) = 1 + 9.1670x10^3s + 2.7709x10^3s^2 + 6.7824x10^3s^3$	-9.1667e+003 -1.5110e-001 +8.4680e-001i -1.5110e-001 -8.4680e-001i

Se aprecia que el sistema es ***estable*** con el controlador diseñado y para las todas las variaciones de parámetros L , K_b , K_t y c entre los rangos propuestos.

D. Pruebas variando R , L , K_b , K_t y c

- Variación de parámetros

```
Ktmin = 0.001;       Ktmax = 0.0573;      % Reducción en la generación
de torque
cmin = 2;        cmax = 40;
Kbmin = 0.001;       Kbmax = 0.0566;
Lmin = 0.8*L;   Lmax = 1.2*L;
Rmin = 0.6*R;   Rmax = R;
alfa1 = 0.2;
alfa2 = 0.2;
alfa3 = 0.2;
alfa4 = 0.2;
alfa5 = 0.2;

Ktt = [ Ktmin
        Ktmin + alfa1*(Ktmax-Ktmin)
        Ktmax ];

cc = [ cmin
       cmin + alfa2*(cmax-cmin)
       cmax ];

Kbb = [ Kbmin
        Kbmin + alfa3*(Kbmax-Kbmin)
        Kbmax ];

LL = [ Lmin
       Lmin + alfa4*(Lmax-Lmin)
       Lmax ];

RR = [ Rmin
       Rmin + alfa5*(Rmax-Rmin)
       Rmax ];
```

- Bucle lazo cerrado afectado por la variación del parámetros:

```
k = 1;
for rr = 1:3
    R = RR(rr,1);
    for ll = 1:3
        L = LL(ll,1);
        for kk = 1:3
        Kb = Kbb(kk,1);
            for ii = 1:3
                Kt = Ktt(ii,1);
                for jj = 1:3
                    c = cc(jj,1);
                    I = 4.326e-5;
                    p = 0.003;
                    m = 1.00;
                    r = 0.015;
                    alfa = 45*pi/180;
                    d = m + 2*pi*I*tan(alfa)/(p*r);
                    a22 = -c/d;
                    a23 = Kt*tan(alfa)/(r*d);
                    a32 = -2*pi*Kb/(p*L);
                    a33 = -R/L;
                    b31 = 1/L;
                    w21 = -1/d;
                    A = [ 0   1   0
                          0  a22 a23
                          0  a32 a33 ];
                    B = [ 0
                          0
                          b31 ];
                    Wf = [ 0
                           0 ];
                    polinomio(k,:) = poly(eig(A-B*K));
                    k = k + 1;
                end
            end
        end
    end
end
```

- Controlador utilizando los pesos:

$$q_1 = 1$$
$$q_2 = 1$$
$$q_3 = 0$$

Se generan 243 combinaciones de polinomios, de los cuales se obtiene los valores máximos y mínimos de los coeficientes. Luego se forman los 4 polinomios de Kharitonov y se calculan sus respectivas raíces para evaluar estabilidad:

Polinomios	Raíces
$P_1(s) = 1 + 1.3756x10^4 s + 1.7293x10^3 s^2 + 7.8911\,x\,10^1 s^3$	-1.3756e+004 -6.2856e-002 +4.2259e-002i -6.2856e-002 -4.2259e-002i
$P_2(s) = 1 + 5.5003x10^3 s + 8.8226x10^5 s^2 + 6.7824x10^3 s^3$	-5.3349e+003 -1.6537e+002 -7.6879e-003
$P_3(s) = 1 + 1.3756x10^4 s + 8.8226x10^5 s^2 + 7.8911x\,10^1 s^3$	-1.3691e+004 -6.4440e+001 -8.9442e-005
$P_4(s) = 1 + 5.5003x10^3 s + 1.7293x10^3 s^2 + 6.7824x10^3 s^3$	-5.5000e+003 -1.5709e-001 +1.0993e+000i -1.5709e-001 -1.0993e+000i

Se aprecia que el sistema es ***estable*** con el controlador diseñado y para las todas las variaciones de parámetros R , L , K_b , K_t y c entre los rangos propuestos.

Nota:

Se hizo una prueba cuando R es muy pequeño y resultó que el sistema siempre es inestable para los pesos propuestos y otras combinaciones más.

Conclusiones

1. Utilizando el criterio de Kharitonov se puede diseñar un controlador de manera que el sistema en lazo sea siempre estable ante cualquier posible variación de parámetros (previamente conocida).

2. Al variar la constante de velocidad del motor Kb, para el controlador inicial propuesto (q1 = 1 , q2 = 1 , q3 = 1) el sistema se volvió inestable, y por ello fue necesario calcular otro controlador (q1 = 1 , q2 = 1 , q3 = 0).

3. Para las variaciones propuestas de $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{K_b}$, $\boldsymbol{K_t}$ **y** $\boldsymbol{c}$ y con el controlador (q1 = 1 , q2 = 1 , q3 = 0) el sistema siempre resulta estable.

4. Cuando la resistencia R del motor se hace muy pequeña el sistema controlado se vuelve inestable para cualquier valor de pesos, posiblemente con una estructura diferente de controlador se pueda estabilizar.