



ESCUELA DE POSGRADO

Curso:

Control por Computadora

Tema:

Diseño de sistemas de seguimiento y observadores

Presentado por:

CONTRERAS MARTINEZ, DIMEL ARTURO

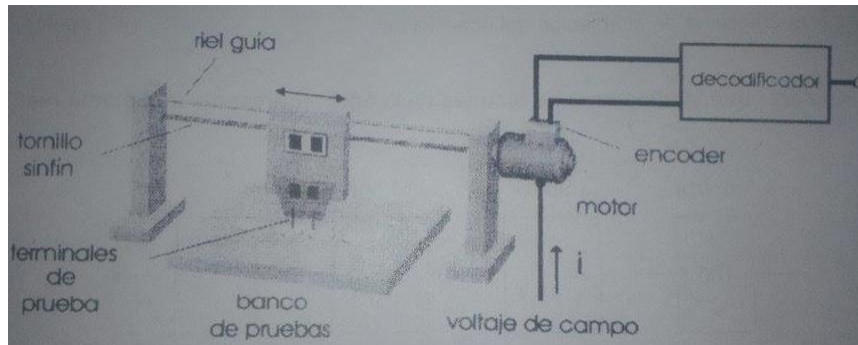
Docente:

Dr. Juan Javier Sotomayor Moriano

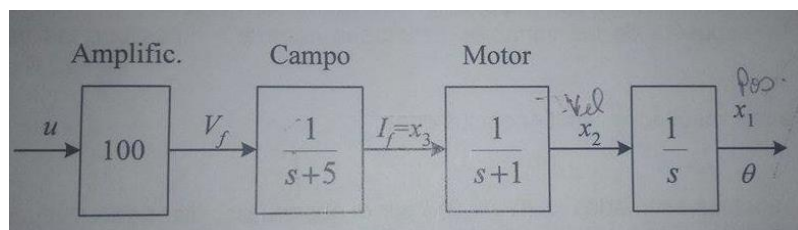
2016

DISEÑO DE SISTEMAS DE SEGUIMIENTO - DISEÑO DE OBSERVADOR

1.- la figura 1 muestra el proyecto de un sistema automatizado de control de calidad de dispositivos electrónicos. Según el diseño, un motor DC con un mecanismo de tornillo sinfín tendrá que mover linealmente un equipo. Este equipo medirá a través de sus terminales la continuidad de los dispositivos electrónicos que se encuentran sobre el banco de pruebas.



El diagrama de bloques del modelo de la planta dada viene dado por



$x_1(t)$ = posición angular

$x_2(t)$ = velocidad del motor

$x_3(t)$ = corriente de campo

a) Diseñar un sistema por computadora basado en realimentación de estados, a fin de que la posición angular alcance señales de referencia deseadas. El tiempo de establecimiento deseado $T_{es} \leq 2.0$ seg., sobreimpulso porcentual máximo $m_p \leq 20\%$ ($\xi \approx 0.7$) y error estacionario = 0.

a.1. Obtener los parámetros del controlador.

Paso1: Modelamiento

$$x_1(s) = \frac{1}{s} x_2(s)$$

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$x_2(s) = \frac{1}{s+1} x_3(s)$$

$$\dot{x}_2(t) = -x_2(t) + x_3(t)$$

$$x_3(s) = \frac{100}{s+5}u(s)$$

$$\dot{x}_3(t) = -5x_3(t) + 100u(t)$$

Modelo en Espacio de Estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Entonces:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Discretización

A partir del tiempo de establecimiento, calculamos el tiempo de muestreo:

$$T_s = \frac{T_{es}}{20} = \frac{2}{20}$$

$$T_s = 0.1 \text{ seg.}$$

Modelo discreto:

$$X[k+1] = \Phi X[k] + \Gamma u[k]$$

Cálculo de Φ y Γ :

$$\Phi(t) = L^{-1}\{(sI - A)^{-1}\}$$

$$\Phi_{(T)} = \Phi(T_s)$$

$$\Gamma_{(T)} = \int_0^T \Phi(T_s - \tau) B d\tau$$

LABORATORIO 5

Se obtiene el sistema en espacio de estados discreto:

$$\begin{bmatrix} x_1[k+1] \\ x_2[k+1] \\ x_3[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0952 & 0.0041 \\ 0 & 0.9048 & 0.0746 \\ 0 & 0 & 0.6065 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \\ x_3[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0144 \\ 0.4117 \\ 7.8694 \end{bmatrix} u[k]$$

Paso 2: Cálculo de Controlabilidad:

$$S = [\Gamma \quad \Phi\Gamma \quad \Phi^2\Gamma]$$

Como es un sistema SISO verificamos controlabilidad mediante la determinante de la matriz S:

$$|S| = -0.4182$$

Como es diferente de “0” el sistema es controlable:

Paso 3: Diseño del controlador por ubicación de polos:

A partir del tiempo de establecimiento y sobreimpulso máximo requerido determinamos los polos:

Error estacionario = 0 , ya que el sistema posee integrador:

$$m_p \leq 20\%$$

$$T_{es} \leq 2seg$$

Utilizando las formulas del sistema prototipo de segundo orden:

$$m_p = 100 e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

$$T_{es} = \frac{4}{\xi\omega_n}$$

Se obtienen:

$$\xi \approx 0.7$$

$$\omega_n = 2.8571$$

Las raíces deseadas serán:

$$\lambda'_1 = -\xi\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

$$\lambda'_2 = -\xi\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

$$\lambda'_1 = -2 + 2.0404j$$

$$\lambda'_2 = -2 - 2.0404j$$

La tercera raíz deseada (raíz insignificante, 5 veces alejada) :

$$\lambda'_3 = 5x(-2)$$

$$\lambda'_3 = -10$$

Raíces deseadas en el Plano Z:

$$z_1 = 0.8017 + 0.1659i$$

$$z_2 = 0.8017 - 0.1659i$$

$$z_3 = 0.3679 + 0.0000i$$

Polinomio característico deseado:

$$\Delta_d = (Z - z_1)(Z - z_2)(Z - z_3)$$

Cálculo del controlador utilizando el método de Ackerman:

$$G = [0 \ 0 \ 1][\Gamma \ \Phi\Gamma \ \Phi^2\Gamma]^{-1}\Delta_d(\Phi)$$

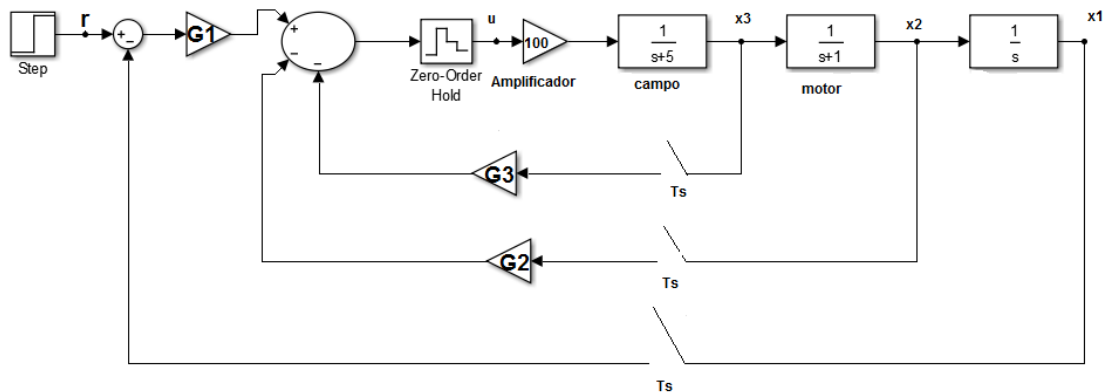
Reemplazando obtenemos las siguientes ganancias:

$$G = [\ 0.5641 \ 0.2608 \ 0.0539]$$

El controlador resulta:

$$u = -G X[k]$$

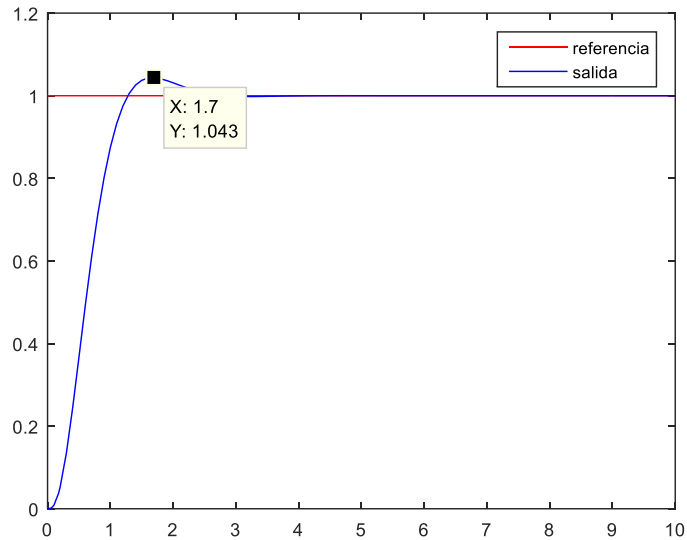
a.2. Trazar el diagrama de bloques solución del sistema de control.



La retroalimentación es muestreada con “Ts” y luego multiplicada por sus respectivas ganancias.

a.3. Graficar la respuesta del sistema cumpliendo las especificaciones deseadas.

Sobreimpulso:



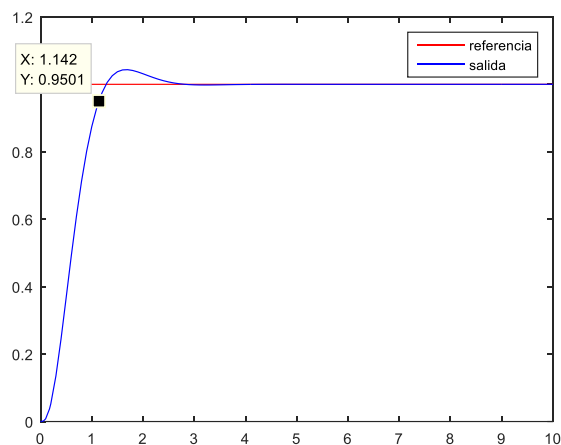
El sobreimpulso es de:

$$m_p = \frac{1.043 - 1}{1} \times 100 = 4.3 \%$$

Es menor que el máximo permitido de 20%

Tiempo de establecimiento:

Si se considera un error de 5% en el valor de estacionario, entonces:



El tiempo de establecimiento se alcanza en la subida:

$$t_{es} = 1.142 \text{ seg}$$

Es menor a 2 segundos como lo solicitado por las especificaciones.

Resumen del diseño y respuesta obtenida:

Raíces en S	$-2 + 2.0404j$	$-2 - 2.0404j$	-10
Raíces en Z	$0.8017 + 0.1659j$	$0.8017 - 0.1659j$	0.3679
Ganancias	$G1 = 0.5641$ $G2 = 0.2608$ $G3 = 0.0539$		
Sobreimpulso	4.3 %		
Tiempo de establecimientos	1.142 segundos (para error 5%)		

a.4. Conclusiones:

- b) Diseñar un observador que permitirá estimar apropiadamente las variables de estado de la planta dada.

b.1. Obtener los parámetros del observador.

El modelo de estado del observador viene dado por:

$$\tilde{x}[k+1] = \Phi \tilde{x}[k] + \Gamma u[k] + G_e(y[k] - \tilde{y}[k])$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1[k+1] \\ \tilde{x}_2[k+1] \\ \tilde{x}_3[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0952 & 0.0041 \\ 0 & 0.9048 & 0.0746 \\ 0 & 0 & 0.6065 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1[k] \\ \tilde{x}_2[k] \\ \tilde{x}_3[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0144 \\ 0.4117 \\ 7.8694 \end{bmatrix} u[k] + \begin{bmatrix} G_{e1} \\ G_{e2} \\ G_{e3} \end{bmatrix} (y[k] - \tilde{y}[k])$$

$$\tilde{y}[k] = C \begin{bmatrix} \tilde{x}_1[k] \\ \tilde{x}_2[k] \\ \tilde{x}_3[k] \end{bmatrix}$$

Observabilidad:

Analizamos observabilidad del sistema

$$V = \begin{bmatrix} C \\ C\Phi \\ C\Phi^2 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0.0952 & 0.0041 \\ 1 & 0.1813 & 0.0137 \end{bmatrix}$$

Como es un sistema SISO podemos analizar la observabilidad verificando si el determinante de V es diferente de cero.

$$\det(V) = 5.5848 \times 10^{-4}$$

El determinante de V es diferente de cero por lo tanto el sistema es observable.

Cálculo del observador:

Raíces del observador:

Para hallar las ganancias debemos hallar las raíces deseadas del observador que tendrán su parte real 5 veces mayor que la parte real de las raíces deseadas del controlador hallado en la primera parte.

$$s_{e1} = -10 + 2.0404j$$

$$s_{e2} = -10 - 2.0404j$$

$$s_{e3} = -50$$

LABORATORIO 5

En el plano Z

$$\begin{aligned}\mu_1 &= 0.3602 + 0.0745j \\ \mu_2 &= 0.3602 - 0.0745j \\ \mu_3 &= 0.0067\end{aligned}$$

Ecuación característica deseada

$$\Delta_{ed}(z) = (z - \mu_1)(z - \mu_2)(z - \mu_3)$$

$$\Delta_{ed}(\Phi) = \Phi^3 + \alpha_2 \Phi^2 + \alpha_1 \Phi + \alpha_0 I$$

Hallaremos las ganancias G_e empleando la fórmula de Ackerman

$$G_e = \Delta_{ed}(\Phi) \begin{bmatrix} C \\ C\Phi \\ C\Phi^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Utilizando la fórmula resulta:

$$G_e = \begin{bmatrix} 1.7841 \\ 7.8669 \\ 6.7669 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1[k+1] \\ \tilde{x}_2[k+1] \\ \tilde{x}_3[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0952 & 0.0041 \\ 0 & 0.9048 & 0.0746 \\ 0 & 0 & 0.6065 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1[k] \\ \tilde{x}_2[k] \\ \tilde{x}_3[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0144 \\ 0.4117 \\ 7.8694 \end{bmatrix} u[k] + \begin{bmatrix} 1.7841 \\ 7.8669 \\ 6.7669 \end{bmatrix} (y[k] - \hat{y}[k])$$

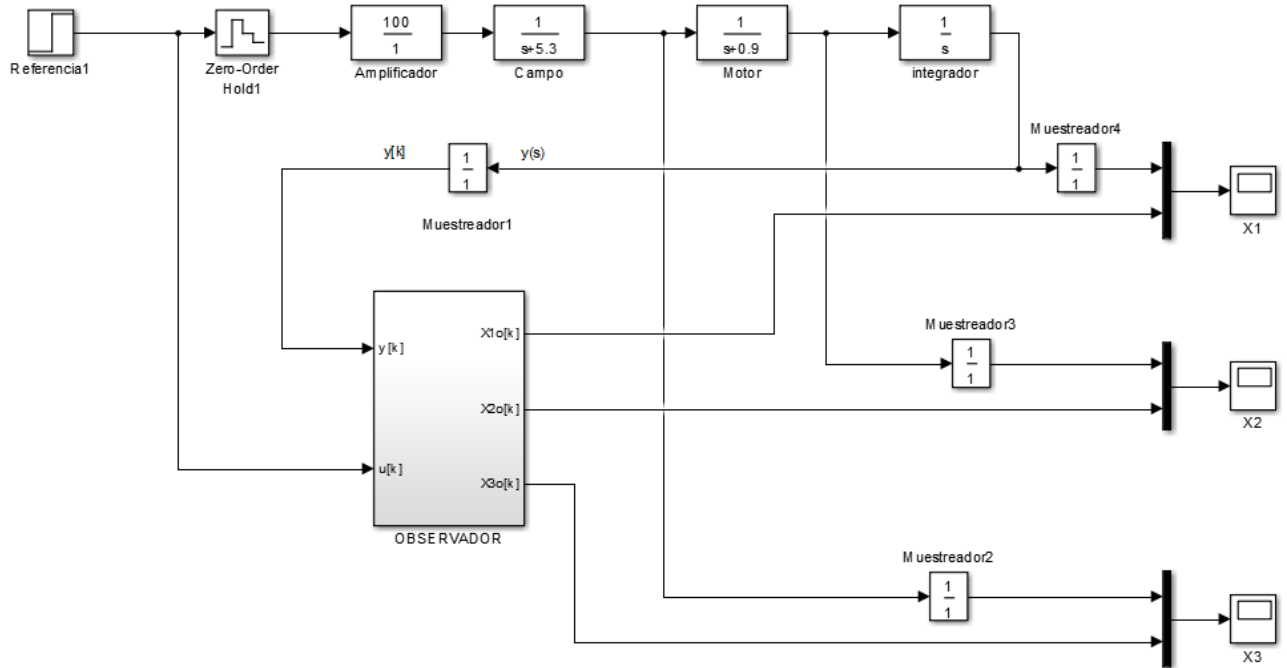
Nota: Los cálculos se hacen en Matlab.

Resumen:

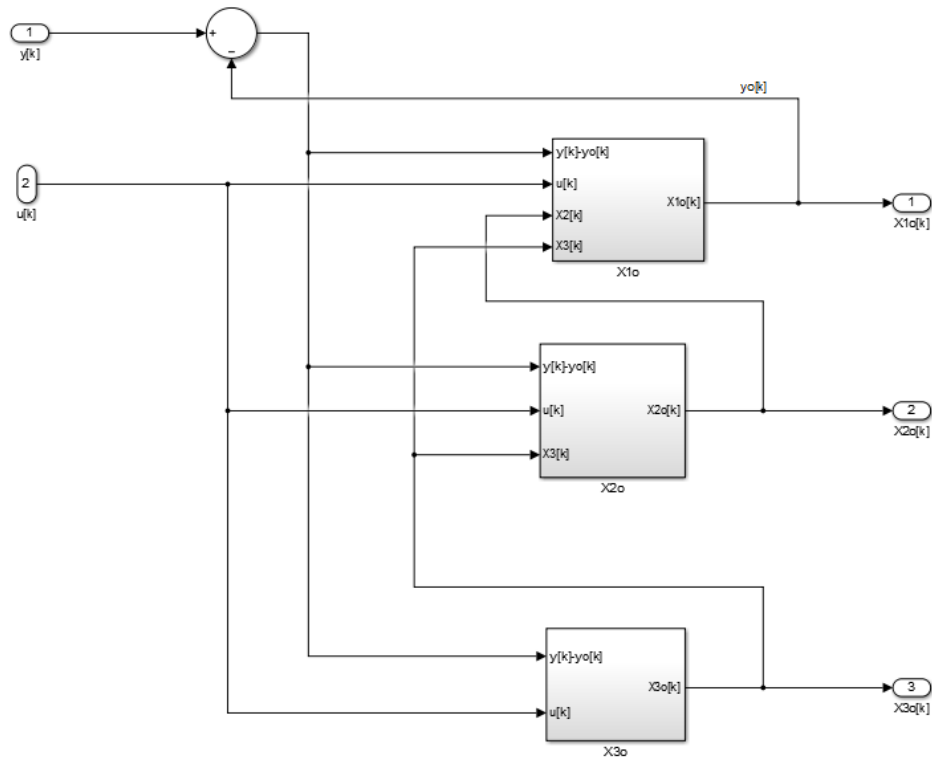
Raíces en S observador	$-10 + 2.0404j$	$-10 - 2.0404j$	-50
Raíces en Z observador	$0.3602 + 0.0745j$	$0.3602 - 0.0745j$	0.0067
Ganancias	$G_{e1} = 1.7841$ $G_{e2} = 7.8669$ $G_{e3} = 6.7669$		

b.2. Trazar el diagrama de simulación del observador.

A partir de la ecuación del observador obtenemos el diagrama de simulación:

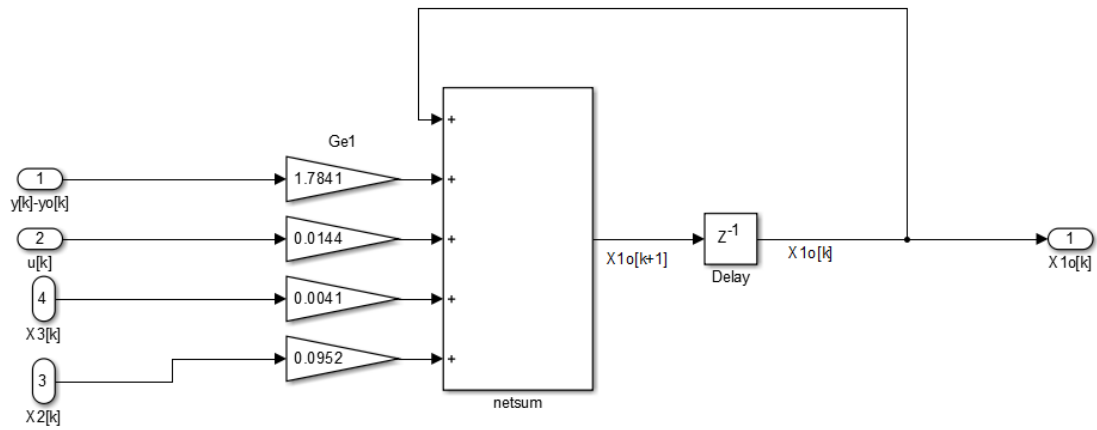


Dentro del bloque del observador:

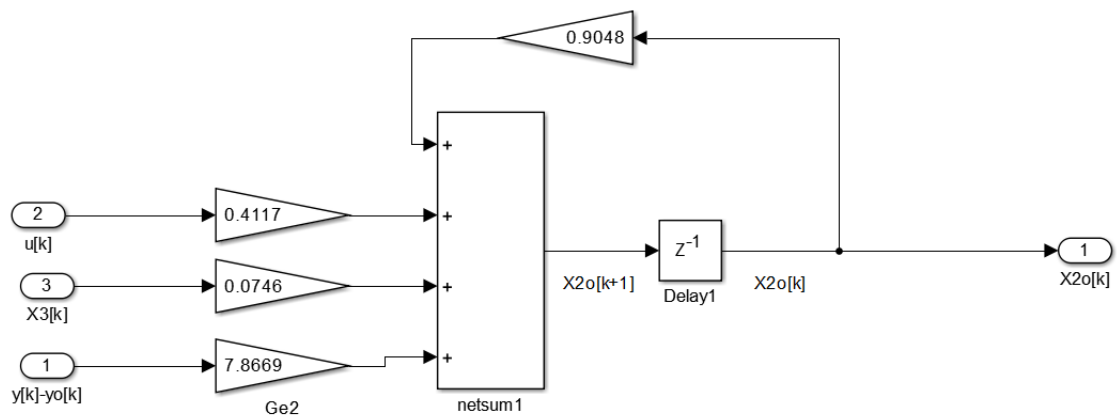


LABORATORIO 5

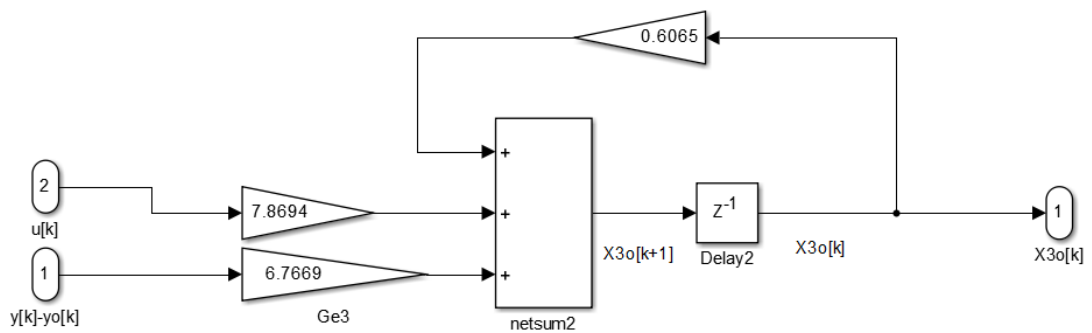
- Bloque para la variable x1:



- Bloque para la variable x2:



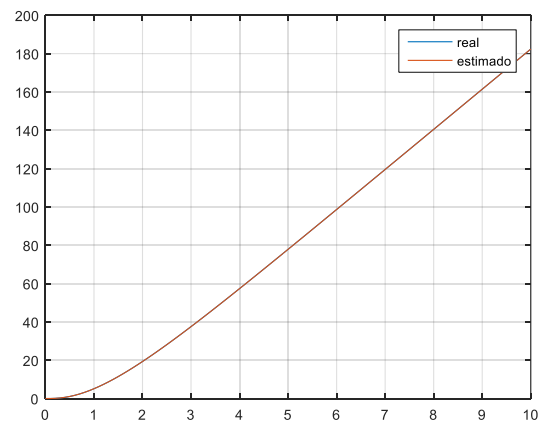
- Bloque para la variable x3:



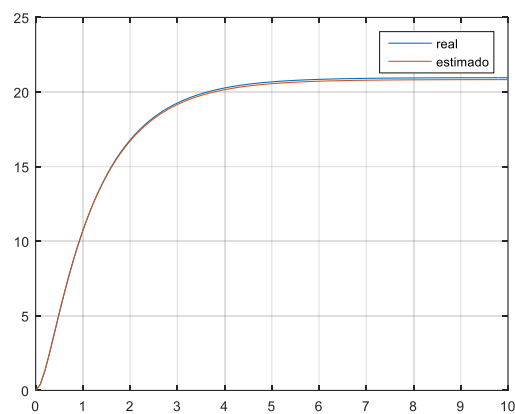
Graficar la respuesta de las variables estimadas comparándolas con las variables reales.

Aplicando un escalón se obtiene:

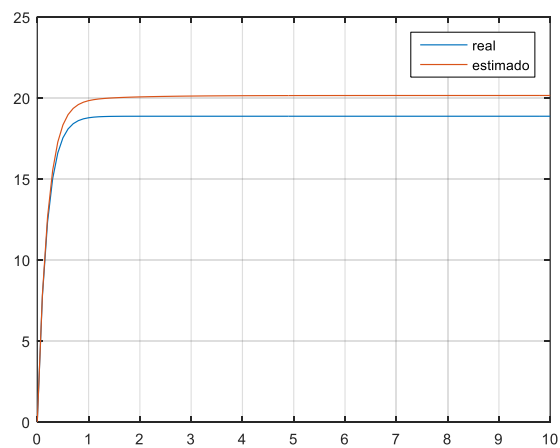
- X1 :



- X2 :



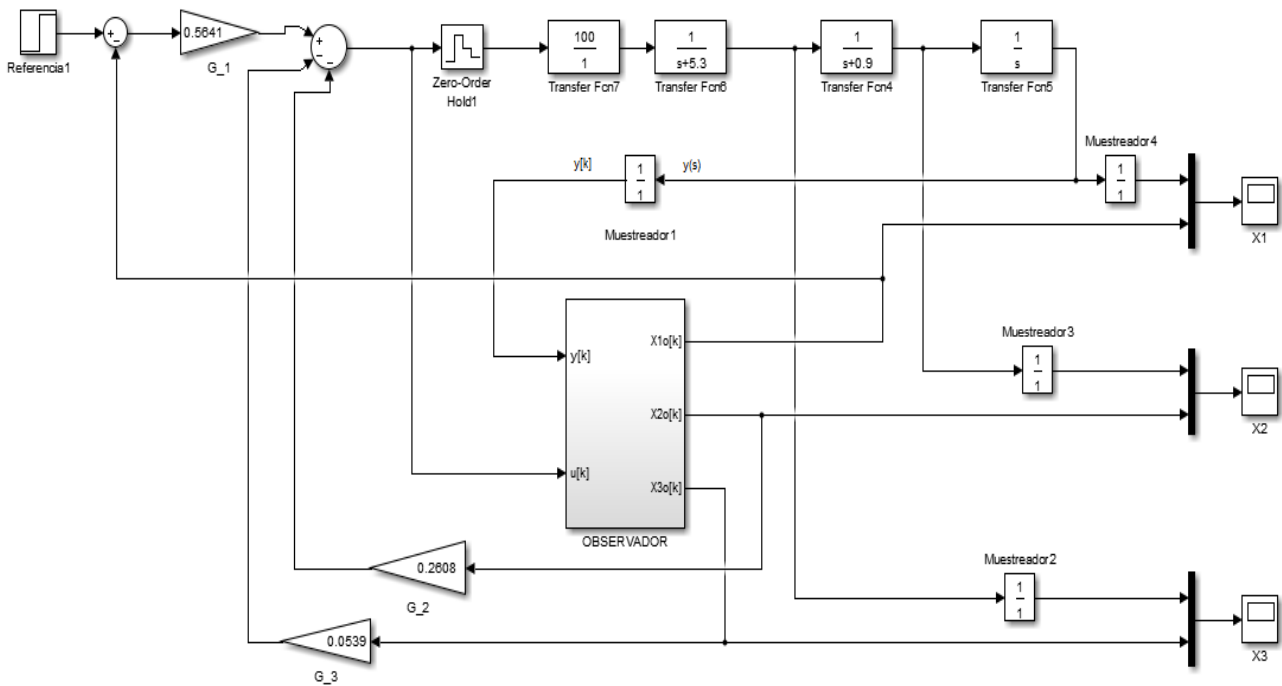
- X3 :



Conclusiones:

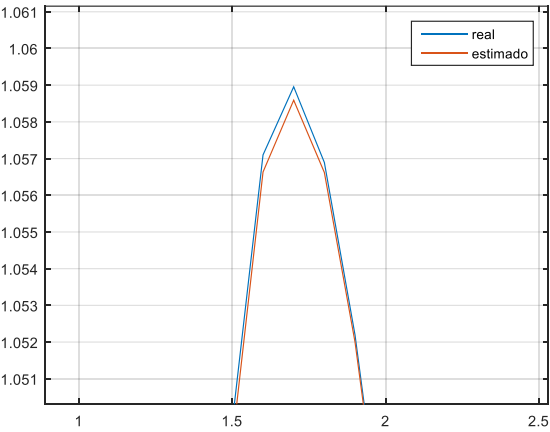
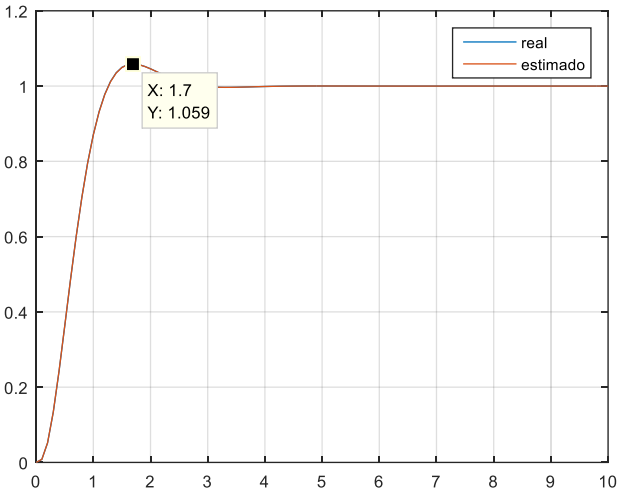
- c) Emplear variables estimadas ($x_2(t)$ y $x_3(t)$) por el observador diseñador (en vez de las variables reales) en la retroalimentación de estados, a fin de elaborar la variable de control.

Graficar la respuesta del sistema y verificar si en estas condiciones se cumplen las especificaciones deseadas.

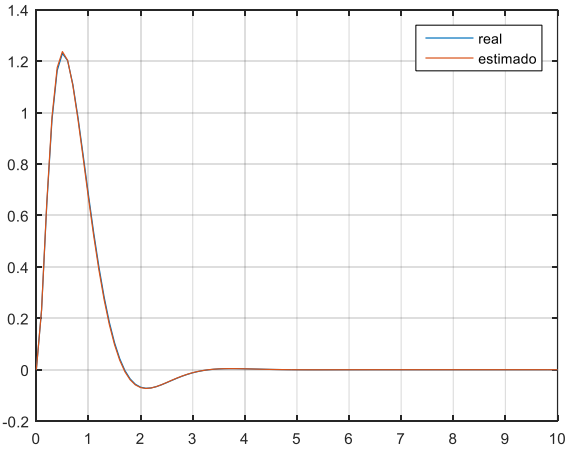


Gráfica de los resultados:

- X1 :

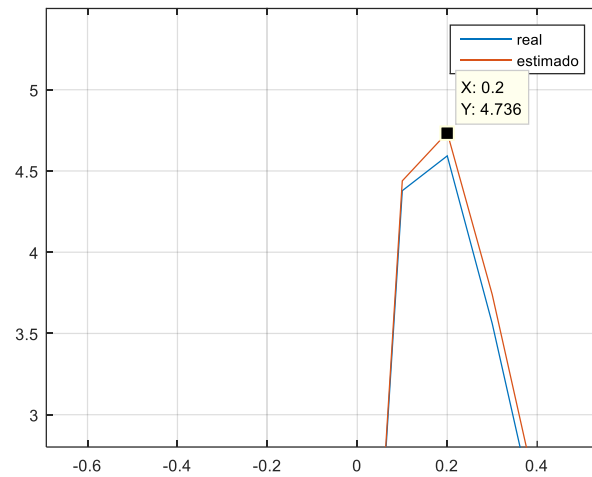
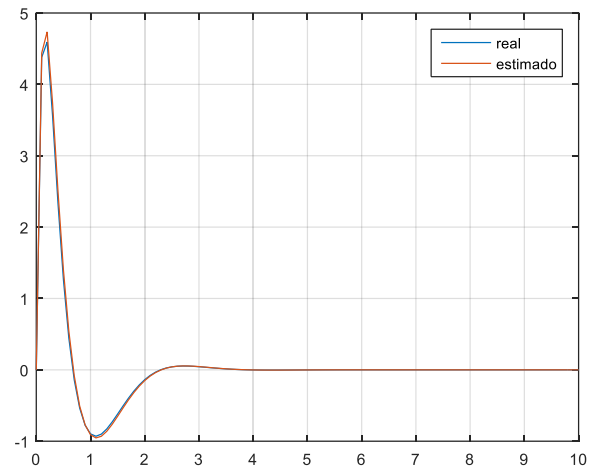


- X2 :



LABORATORIO 5

- X3 :



Conclusiones: