ESCUELA DE POSGRADO

Curso:

CONTROL ÓPTIMO

Tema:

Control óptimo en tiempo discreto

Presentado por:

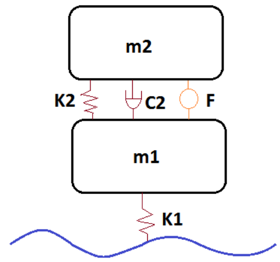
CONTRERAS MARTINEZ, DIMEL ARTURO

Docente:

DR. ANTONIO MORÁN

2016

1. Resolver el problema de control óptimo de un sistema de amortiguación, para tiempo finito.



$$\dot{X} = AX + Bu + Ww$$

$$X = \begin{bmatrix} \dot{x_2} \\ x_2 \\ \dot{x_1} \\ x_1 \end{bmatrix}$$

Para t->inf: P=cte. w=Escalón, magnitud 0.1

Solución:

Parámetros en Matlab:

```
%% Parámetros
m2 = 10;
m1 = 1;
k2 = 2*pi*1*m2;
k1 = 2*pi*8*m1;
c2 = 5;
w = 0.1;
a11 = -c2/m2;  a12 = -k2/m2;
a13 =  c2/m2;  a14 =  k2/m2;
a31 = c2/m1;   a32 = k2/m1;
a33 = -c2/m1;  a34 = -(k1+k2)/m1;
b1 = 1/m2;     b3 = -1/m1;
w3 = k1/m1;

A = [ a11  a12  a13  a14
       1    0    0    0
      a31  a32  a33  a34
       0    0    1    0 ];
B = [ b1
       0
      b3
       0 ];
W = [ 0
      0
     w3
      0 ];
```

Ecuaciones a utilizar:

Ecuación matricial diferencial de Riccati:

$$\dot{\mathrm{P}} = -A^T\mathrm{P} - \mathrm{PA} + \mathrm{PB}R^{-1}\,B^T\mathrm{P} - \mathrm{Q}$$

$$\mathrm{P_N} = \mathrm{Q}$$

Solución basada en Euler:

$$\dot{P} = \frac{P_k - P_{k-1}}{\Delta t}$$

$$\Delta t \rightarrow 0$$

Pesos a modificar:

Se considera Q matriz diagonal:

$$Q = \begin{bmatrix} q1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q4 \end{bmatrix}$$

*q2 y q4 se variará para afectar a x2 y x1.

Además a R se le considera igual a 1.

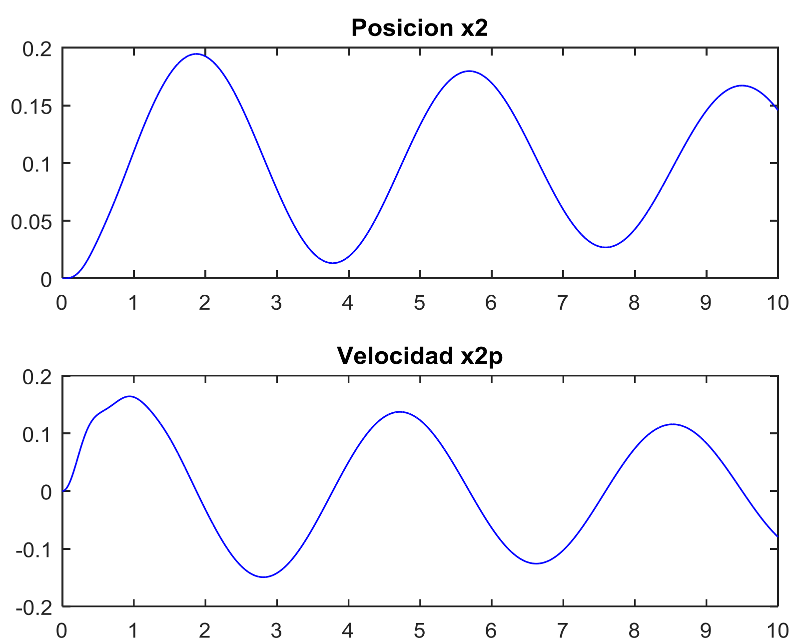
En Matlab:

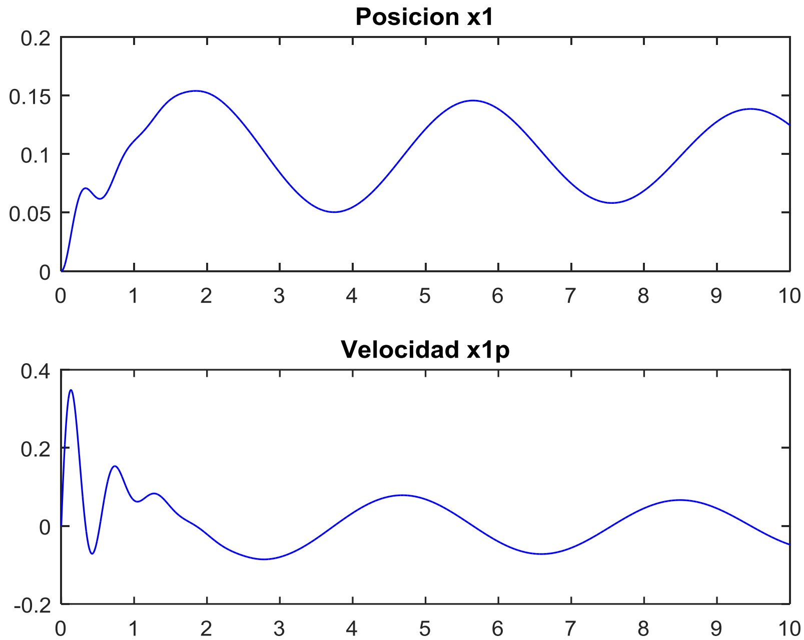
```
q1 = input('Peso x2v : ');
q2 = input('Peso x2  : ');
q3 = input('Peso x1v : ');
q4 = input('Peso x1  : ');
Q = diag([ q1  q2  q3  q4 ]);
R = [ 1 ];
```

Respuesta del sistema sin controlador:

Para tf = 10; En Matlab:

```
% Tiempo de simulación
ti = 0;     tf = 10;    dt = 0.001;
t = ti:dt:tf;     t = t';
%Discretizacion
[Ak,Bk] = c2d(A,B,dt);
[Ak,Wk] = c2d(A,W,dt);

xini = [ 0;   0;   0;   0 ];
x =  xini;
k = 1;
for tt = ti:dt:tf
   x2vp(k,1) = x(1,1);      x2p(k,1) = x(2,1);
   x1vp(k,1) = x(3,1);      x1p(k,1) = x(4,1);
   up(k,1) = 0;
   x = Ak*x + Bk*up(k,1) + Wk*w;
   k = k + 1;
end
figure(1);
subplot(2,1,1);
plot(t,x2p,'b');     title('Posicion x2');
subplot(2,1,2);
plot(t,x2vp,'b');  title('Velocidad x2p');
figure(2);
subplot(2,1,1);
plot(t,x1p,'b');     title('Posicion x1');
subplot(2,1,2);
plot(t,x1vp,'b');  title('Velocidad x1p');
```





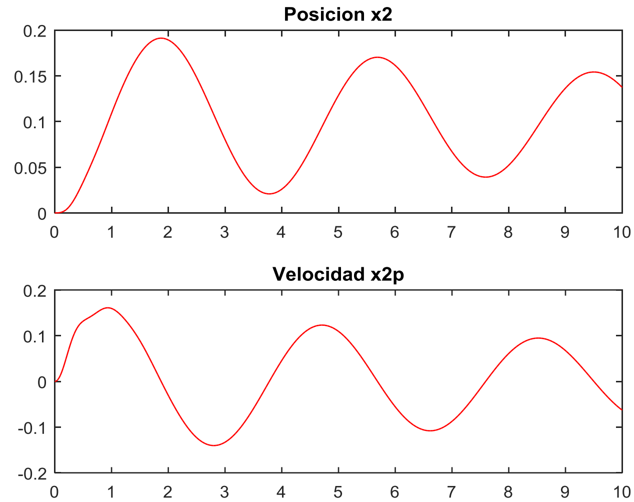
Respuesta del sistema con controlador con P=cte. , t->inf:

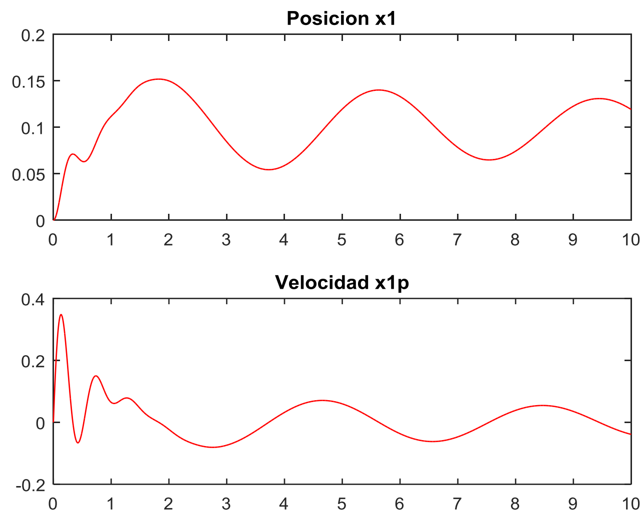
El valor de P se puede tomar el resultado al que converge P, o también la solución de Riccati.

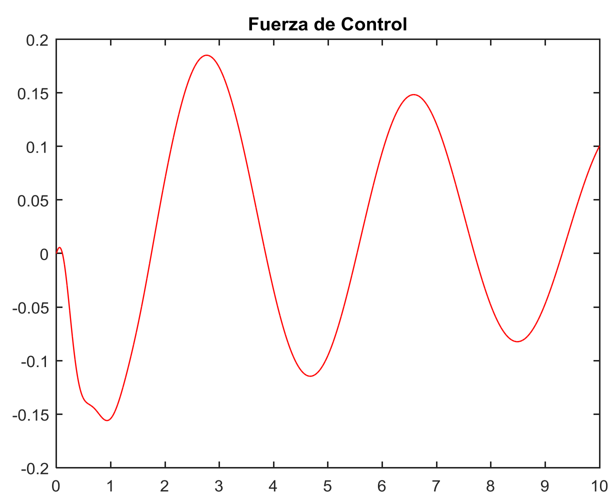
En Matlab:

```
%% Con control P=cte t->inf (Riccati)
[Ak,Bk] = c2d(A,B,dt);
[Ak,Wk] = c2d(A,W,dt);

xini = [ 0;  0;  0;  0 ];
x =  xini;
Pr = are(A,B*inv(R)*B',Q); %Riccati
K = inv(R)*B'*Pr;

k = 1;
for tt = ti:dt:tf
   x2v(k,1) = x(1,1);     x2(k,1) = x(2,1);
   x1v(k,1) = x(3,1);     x1(k,1) = x(4,1);
   u(k,1) = -K*x;
   x = Ak*x + Bk*u(k,1) + Wk*w;
   k = k + 1;
end
```

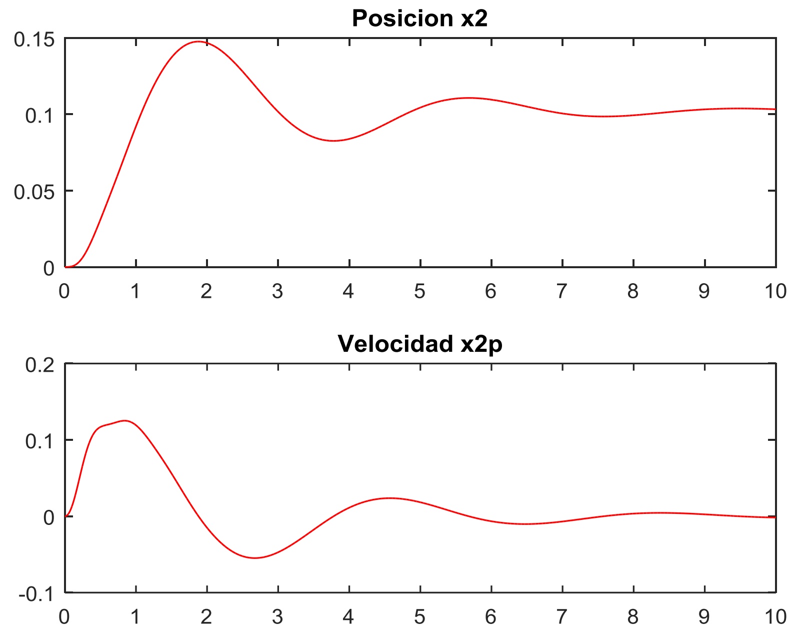
Para tf=10 y los pesos q1 = 1; q3 = 1; q2 = 10 (para x2) y q4 = 10 (para x1), se obtiene:

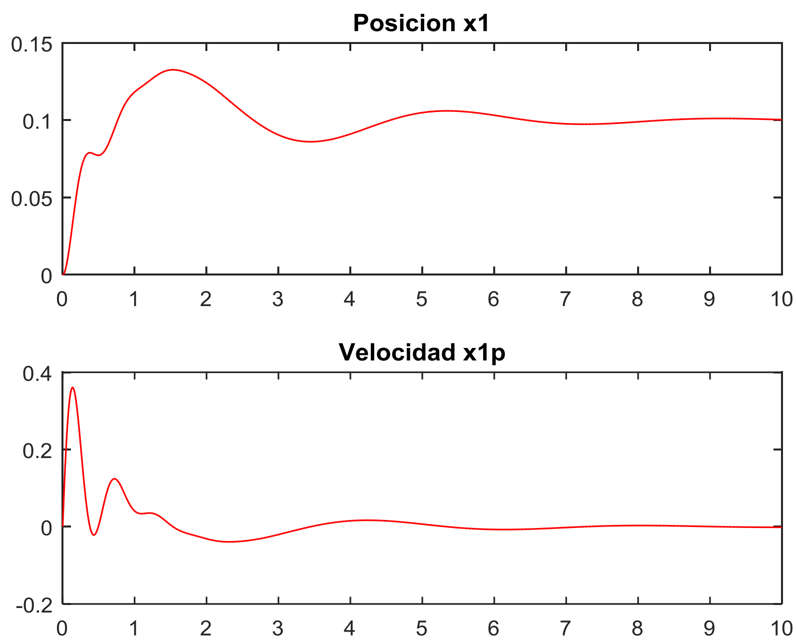

Posicion x2
Velocidad x2p

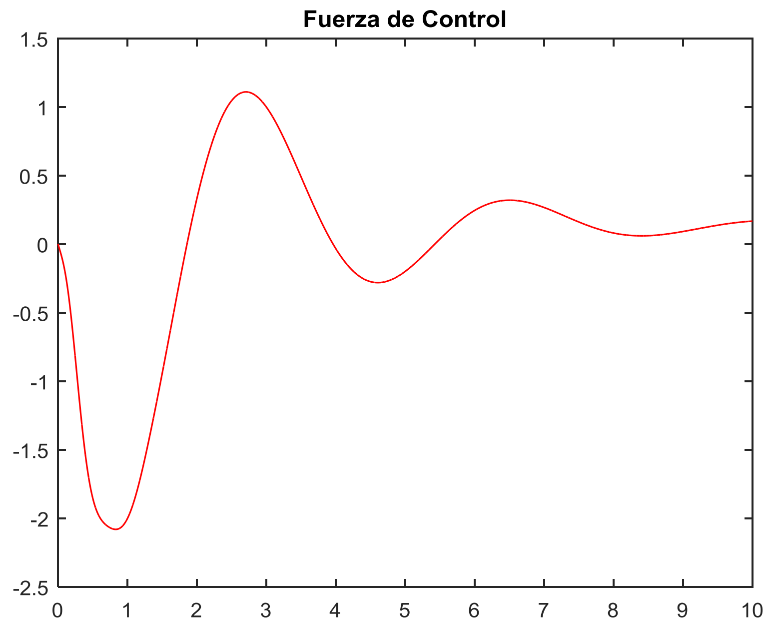

Posicion x1
Velocidad x1p


Fuerza de Control

Para tf=10 y los pesos q1 = 1; q3 = 1; q2 = 1000 (para x2) y q4 = 1000 (para x1), se obtiene:







Respuesta del sistema con controlador con P en tiempo FINITO:

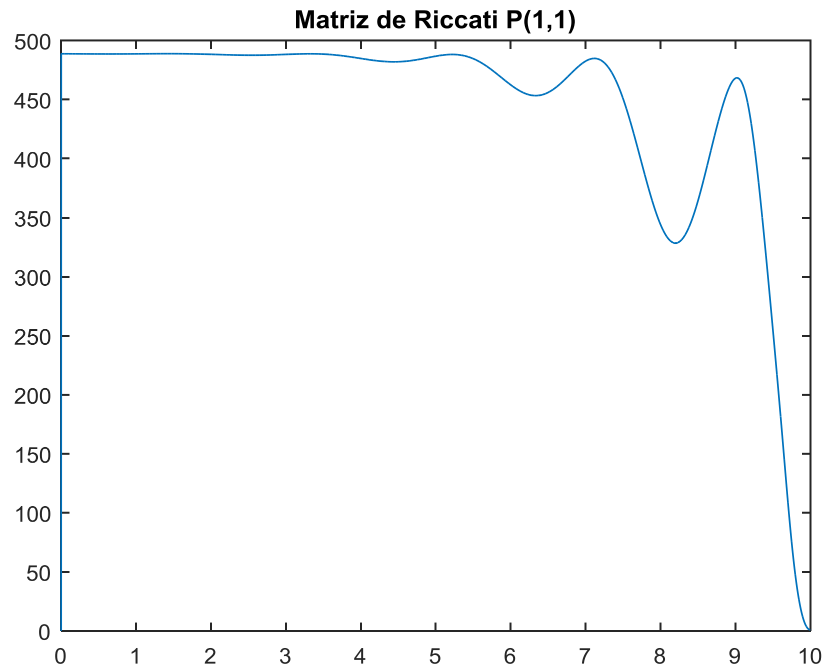
Calculo de P

Utilizamos la ecuación matricial diferencial de Riccati, para calcular el P en el transcurso del tiempo.

En Matlab:

```
ti = 0;    tf = 10;   dt = 0.001;
t = ti:dt:tf;    t = t';

%% Calculo de P
Pn = Q;
nt = length(t);
P(:,:,nt) = Pn;
k = nt;

for tt = tf:-dt:(ti+dt)
    Pk = P(:,:,k);
    Pp = -A'*Pk - Pk*A + Pk*B*inv(R)*B'*Pk - Q; %Derivada de P
    P(:,:,k-1) = Pk - dt*Pp;
    P11(k,1) = P(2,2,k);
    k = k - 1;
end

figure(1);
plot(P11);
title('Matriz de Riccati P(1,1)');
```

Para tf=10 y los pesos q1 = 1; q3 = 1; q2 = 1000 (para x2) y q4 = 1000 (para x1), se obtiene:



Se observa que el valor de la componente P (1,1) va evolucionando desde "1" hasta el valor de convergencia aproximadamente "488", para este caso de pesos.

<u>Control con P calculado:</u>

Ahora se utilizan los valores guardados en la matriz espacial "P", para obtener la señal de control.

$$\boldsymbol{u_k = -R^{-1}B^T P_k X}$$

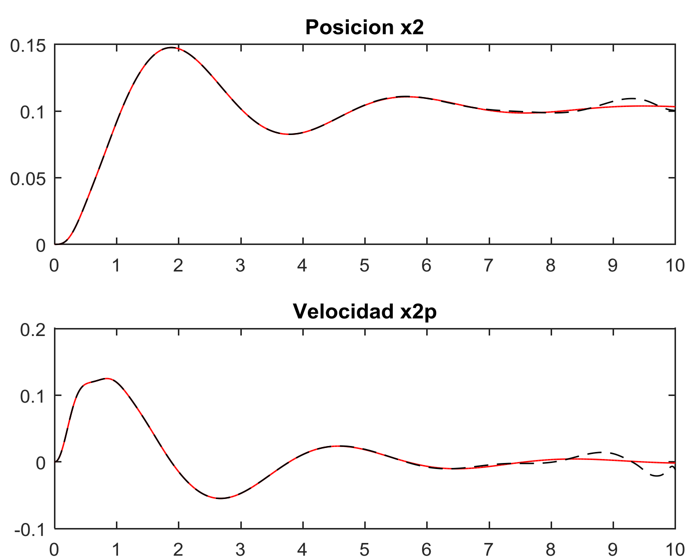
De esta manera se puede conocer el valor real de los estados y señal de control para un tiempo finito.

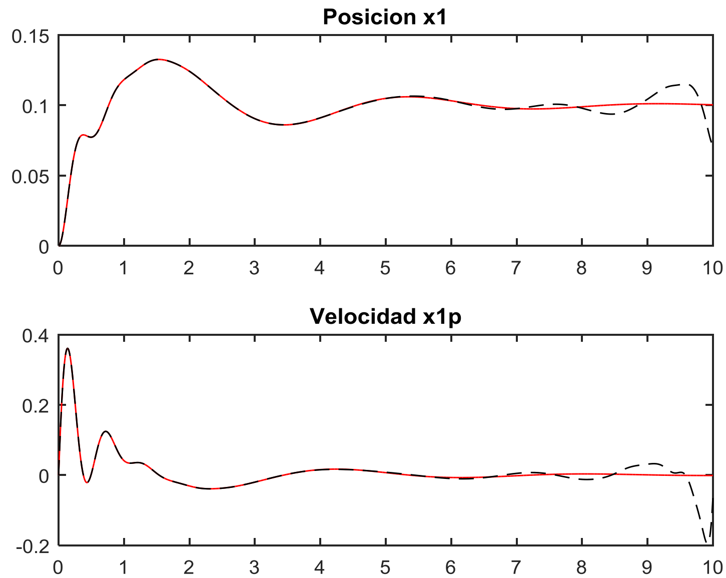
En Matlab:

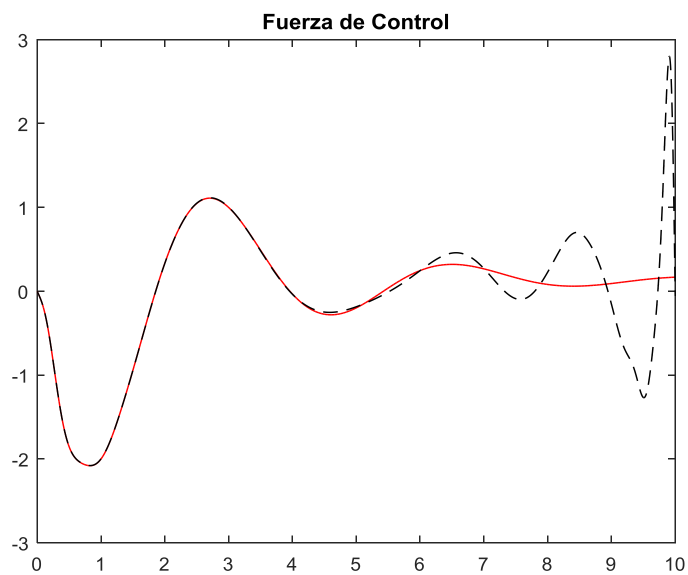
```
%% Con control P en tiempo finito

xini = [ 0;  0;  0;  0 ];
x =  xini;
w = 0.1;      % Escalón
k = 1;

for tt = ti:dt:tf
   x2vf(k,1) = x(1,1);      x2f(k,1) = x(2,1);
   x1vf(k,1) = x(3,1);      x1f(k,1) = x(4,1);
   Pk = P(:,:,k);
   uf(k,1) = -inv(R)*B'*Pk*x;
   x = Ak*x + Bk*uf(k,1) + Wk*w;
   k = k + 1;
end

figure(5);
subplot(2,1,1);
plot(t,x2,'-r',t,x2f,'--k');    title('Posicion x2');
subplot(2,1,2);
plot(t,x2v,'-r',t,x2vf,'--k');  title('Velocidad x2p');
figure(6);
subplot(2,1,1);
plot(t,x1,'-r',t,x1f,'--k');    title('Posicion x1');
subplot(2,1,2);
plot(t,x1v,'-r',t,x1vf,'--k');  title('Velocidad x1p');
figure(7);
plot(t,u,'-r',t,uf,'--k');      title('Fuerza de Control');
```

Para tf=10 y los pesos q1 = 1; q3 = 1; q2 = 1000 (para x2) y q4 = 1000 (para x1), se obtiene:

La respuesta con linea negra es con P guardado y con linea roja es con P cte.

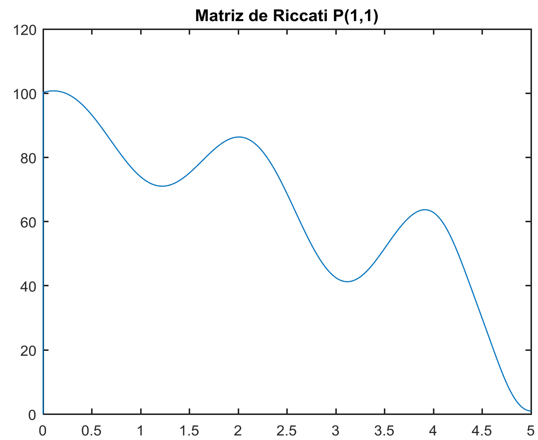


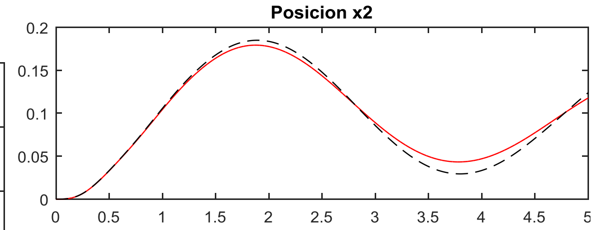


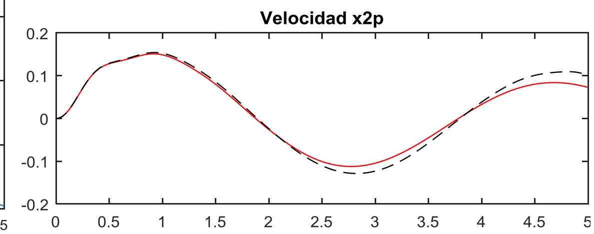


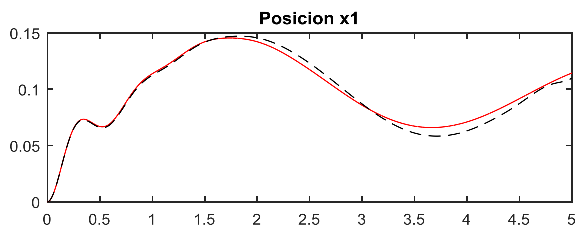
Analizamos para otras condiciones :

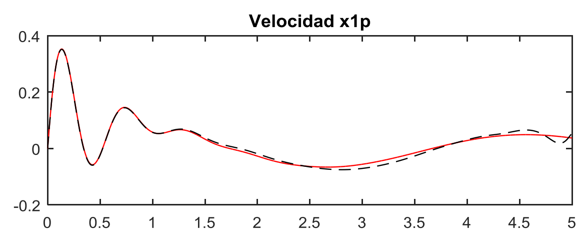
a. Para tf=5 y los pesos q1 = 1; q3 = 1; q2 = 100 (para x2) y q4 = 100 (para x1), se obtiene:

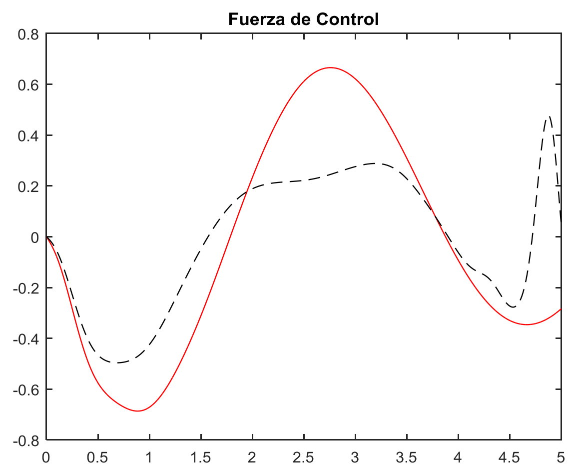

Matriz de Riccati P(1,1)
0 20 40 60 80 100 120
0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5


Posicion x2
0 0.05 0.1 0.15 0.2
0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5

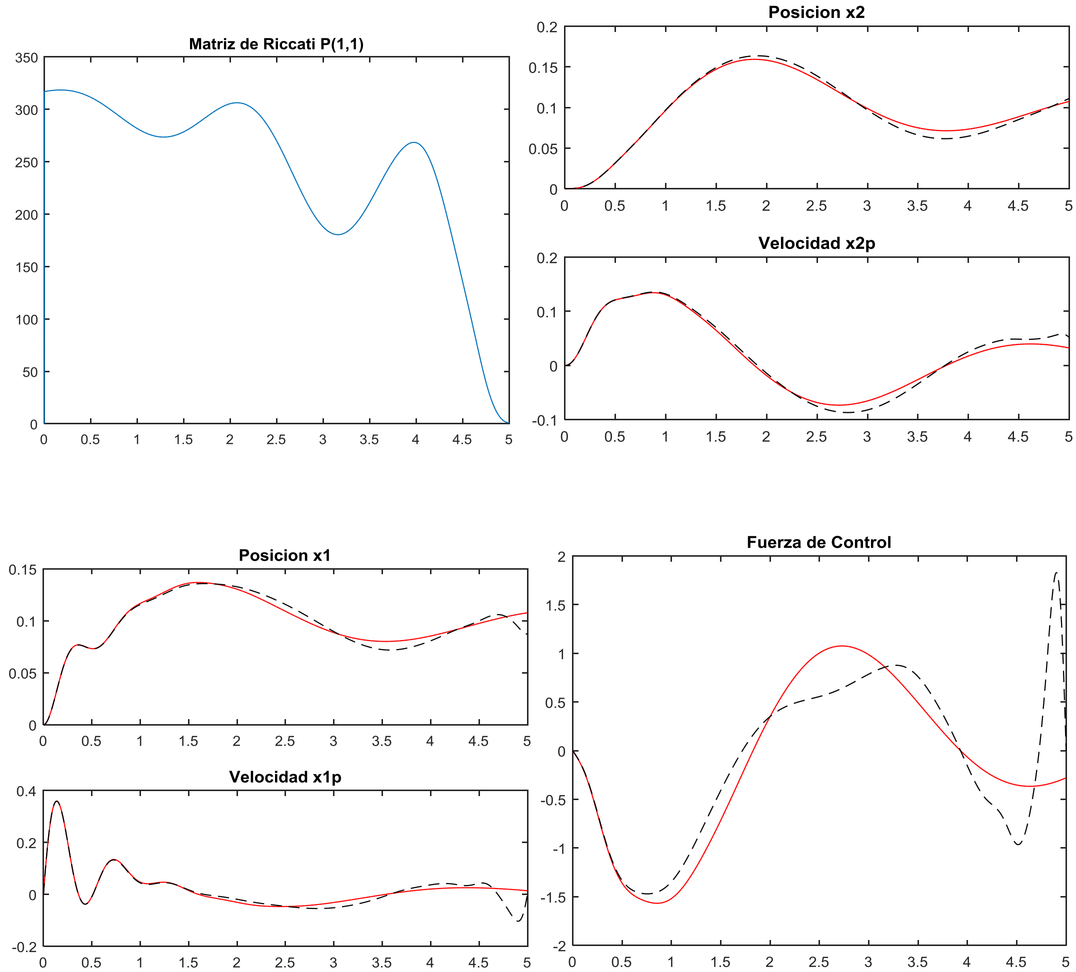

Velocidad x2p
-0.2 -0.1 0 0.1 0.2
0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5


Posicion x1
0 0.05 0.1 0.15
0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5

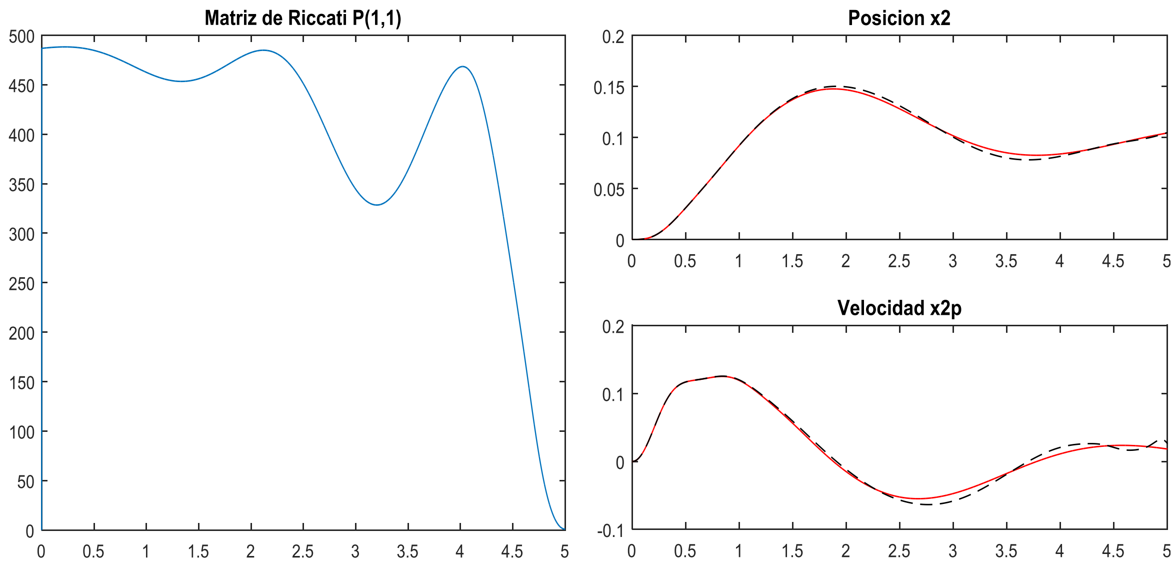

Velocidad x1p
-0.2 0 0.2 0.4
0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5

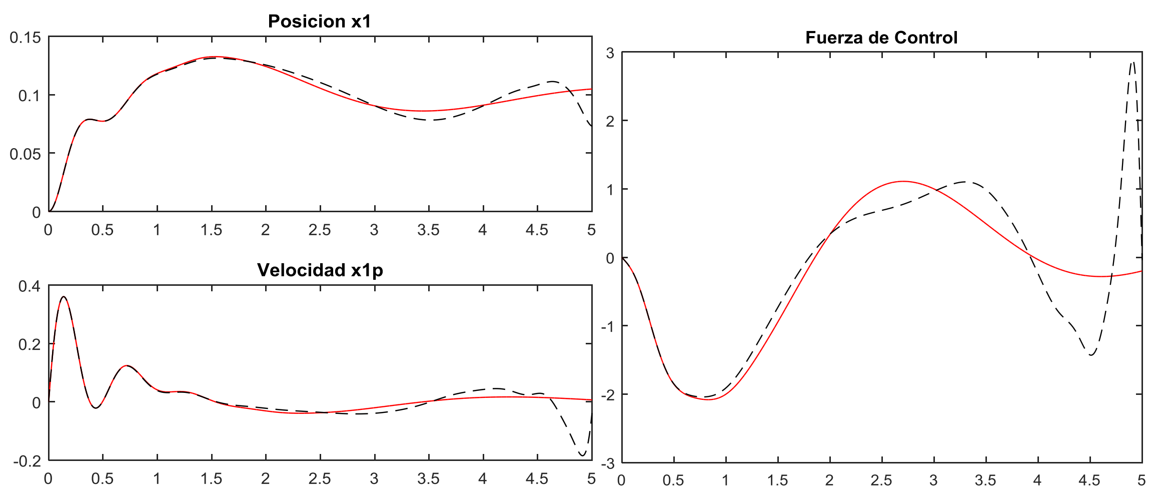

Fuerza de Control
-0.8 -0.6 -0.4 -0.2 0 0.2 0.4 0.6 0.8
0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5

b. Para tf=5 y los pesos q1 = 1; q3 = 1; q2 = 500 (para x2) y q4 = 500 (para x1), se obtiene:

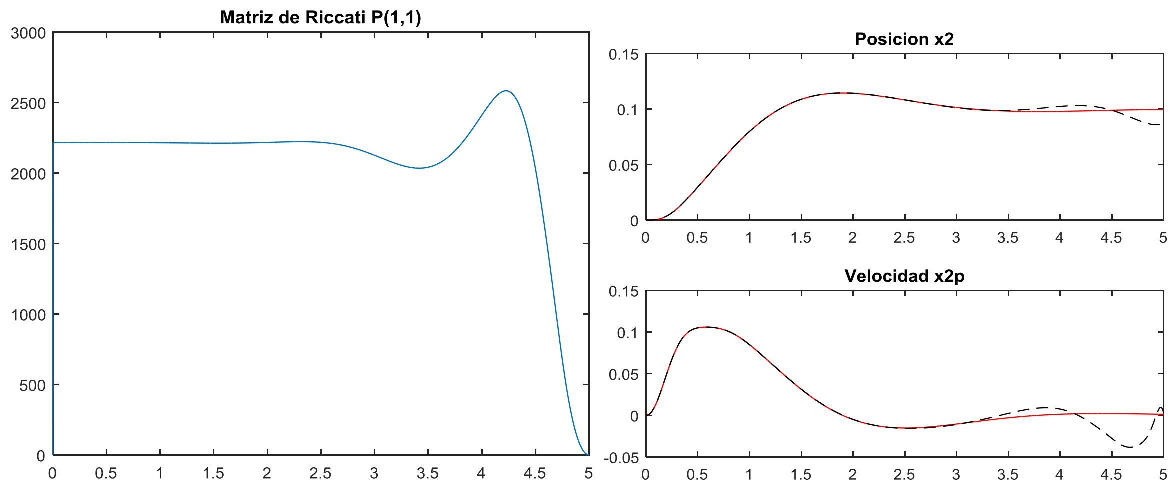


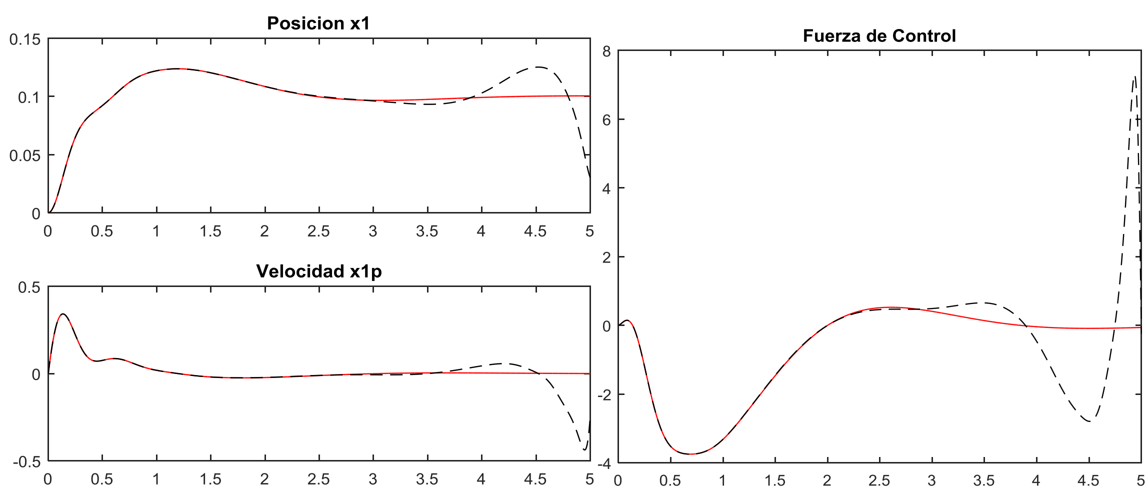
c. Para tf=5 y los pesos q1 = 1; q3 = 1; q2 = 1000 (para x2) y q4 = 1000 (para x1), se obtiene:





d. Para tf=5 y los pesos q1 = 1; q3 = 1; q2 = 10000 (para x2) y q4 = 10000 (para x1), se obtiene:





Conclusiones: