ESCUELA DE POSGRADO

Curso:

CONTROL ÓPTIMO

Tema:

Observador para el controlador del sistema de posicionamiento hidráulico de orden 3

Presentado por:

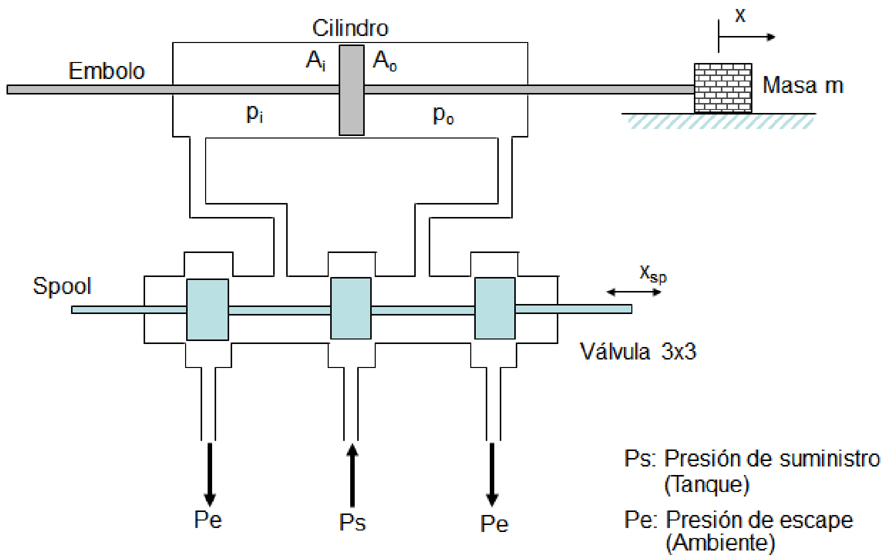
CONTRERAS MARTINEZ, DIMEL ARTURO

Docente:

DR. ANTONIO MORÁN

2016

1. Sistema de Posicionamiento Hidráulico:



Se pide reducir el sistema a orden 3 y calcular el observador para el sistema linealizado para luego ingresar los estados observados al controlador.

Solución:

Linealización

Se considera el vector de estados X:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ Pi - Po \end{bmatrix}$$

Y la derivada de X:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dfrac{d(Pi - Po)}{dt} \end{bmatrix}$$

De la ecuación de movimiento del bloque de masa "m", obtenemos $\ddot{x}$.

$$m\ddot{x} = A(Pi - Po) - c\dot{x} - Fs$$

$$\ddot{x} = \frac{A}{m}(Pi - Po) - \frac{c}{m}\dot{x} - \frac{Fs}{m}$$

Para obtener las ecuaciones de linealización:

Se considera punto de operación :

$$Vi = Vo = V$$

$$Xsp = \frac{Xspmax}{2}$$

A partir de los flujos de entrada y salida se obtiene:

$$a_i x_{sp} + b_i p_i = A_i \dot{x} + \frac{V}{\beta}\frac{dPi}{dt} \dots .(I)$$

$$a_o x_{sp} + b_o p_o = A_o \dot{x} - \frac{V}{\beta}\frac{dPo}{dt} \dots (II)$$

De (I) y (II) se obtiene:

$$(a_i + a_o)x_{sp} + b_i P_i + boPo = (A_i + Ao)\dot{x} + \frac{V}{\beta}\frac{d(Pi - Po)}{dt}$$

Se reemplaza $b_i P_i = -b_o P_i$

$$(a_i + a_o)x_{sp} - bo(Pi - Po) = (A_i + Ao)\dot{x} + \frac{V}{\beta}\frac{d(Pi - Po)}{dt}$$

$$\frac{d(Pi - Po)}{dt} = \frac{(a_i + a_o)}{V}\beta x_{sp} - \frac{bo}{V}\beta(Pi - Po) - \frac{(A_i + Ao)}{V}\beta\dot{x}$$

Se considera :

$$A_i = Ao = Area = A$$

El sistema de 3° Orden resulta:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \frac{d(Pi - Po)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -c/m & A/m \\ 0 & -\frac{2A\beta}{V} & -\frac{bo}{V}\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ Pi - Po \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{(a_i + a_o)\beta}{V} \end{bmatrix} Xsp + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/m \\ 0 \end{bmatrix} Fs$$

<u>Escalamiento z para balanceo de las matrices:</u>

$$X = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ Pi - Po \end{bmatrix}$$

Debido a que los valores de presión son altos:

$$PPi = zPi$$

$$PPo = zPo$$

$$z\frac{d(Pi-Po)}{dt} = z\frac{(a_i+a_o)}{V}\beta x_{sp} - z\frac{bo}{V}\beta(Pi-Po) - z\frac{(A_i+Ao)}{V}\beta\dot{x}$$

$$\frac{d(PPi-PPo)}{dt} = \frac{(a_i+a_o)}{V}\beta\, z\, x_{sp} - \frac{bo}{V}\beta z(Pi-Po) - \frac{2Az}{V}\beta\dot{x}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dfrac{d(PPi-PPo)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -c/m & A/zm \\ 0 & -\dfrac{2A\beta z}{V} & -\dfrac{bo}{V}\beta z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ PPi-PPo \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{(a_i+a_o)\beta z}{V} \end{bmatrix} Xsp + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/m \\ 0 \end{bmatrix} Fs$$

<u>Cálculo del controlador</u>

$$u = -K\begin{bmatrix} x-r \\ \dot{x} \\ PPi-PPo \end{bmatrix}$$

<u>Cálculo del observador</u>

Se considera que se dispone de 2 sensores, uno de la posición y otro de la diferencia de presiones.

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX$$

Entonces:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

OBSERVADOR:

Verificamos la observabilidad del sistema:

$$\mathrm{OBS} = [\mathrm{C} \quad \mathrm{CA} \quad \mathrm{CA}^2]$$

$$\det(OBS)\ debe\ ser\ diferente\ de\ 0$$

$$Qo = \begin{bmatrix} q1o & 0 & 0 \\ 0 & q2o & 0 \\ 0 & 0 & q3o \end{bmatrix}$$

$$Ro = I_{3x3}$$

El observador optimal se calcula:

$$So = are(A', C^T C, Qo)$$

Ganancia del observador:

$$L = So\ C^T$$

Discretizando las matrices para el observador

Con tiempo de muestreo dt.

$$[Aok\ , Bok] = c2d(A - LC, B, dt)$$

$$[Aok\ , Lok] = c2d(A - LC, L, dt)$$

$$y = C \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ PPi - PPo \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ruido_{posición} \\ ruido_{presión} \end{bmatrix}$$

El observador que se obtiene:

$$Xo = Aok * Xo + Bok * xsp + Lok * y$$

Controlador y observador:

$$u = x_{sp} = -K \begin{bmatrix} \hat{x} - r \\ \hat{\dot{x}} \\ \widehat{PPi - PPo} \end{bmatrix}$$

Script en Matlab

- Parametros del Sistema:

```
Area = 1.18E-3;      % D = 0.04    d = 0.01
Ai = Area;
Ao = Area;
maxelon = 0.20;      % Elongacion maxima
Vol = Area*maxelon;
beta = 1.25E9;
rho = 900;
cd = 16E-2;
w = 0.02;
c = 450;
m = 10;
Fseca =  1*400;    % Variar el coeficente de 0 a 2.75
Pe = 1E5;           % Presion de escape
Ps = 10E5;          % Presion del tanque

xspmax = 0.02;
xmax = maxelon*0.80;    % 80% de elongacion maxima
```

- El sistema:

Linealización:

```
%Punto de operación:
Pio = Ps/2;       % Probar valores
Poo = 2*Pe;
Pio = (Ps+Pe)/2;
Poo = (Ps+Pe)/2;
xspo = xspmax/2;

ai = cd*w*sqrt(2/rho*(Ps-Pio));
bi = -cd*w*xspo/sqrt(2*rho*(Ps-Pio));
ao = cd*w*sqrt(2/rho*(Poo-Pe));
bo = cd*w*xspo/sqrt(2*rho*(Poo-Pe));
aa = (ai+ao)/2; %aproximación

a22 = -c/m;
a23 =  Area/m;
a32 = -2*Area*beta/Vol;
a33 = -bo*beta/Vol;
b3  =  2*aa*beta/Vol;
w2 = -1/m;

A = [  0   1       0
       0   a22    a23
       0   a32    a33 ];

B = [  0
       0
       b3];
z = 1E-1;   % Analizar efecto
A = [  0    1      0
       0   a22     a23/z
       0   a32*z   a33*z ];
B = [  0
       0
       b3*z];
C = [1 0 0];%Solo se mide x
```

Controlador: (ya se consideran pesos fijos, nos enfocamos en observadores)

```
qx   = 1e2;
qv   = 0;
qpipo = 0;

Q = diag([qx  qv  qpipo]);
R = [ 1 ];

Pric = are(A,B*inv(R)*B',Q);
K = inv(R)*B'*Pric;
```

Observador:

```
Obs = [ C;   C*A;   C*A*A ];
detObs = det(Obs)

q1o = input('Peso q1o : ');
q2o = input('Peso q2o : ');
q3o = input('Peso q3o : ');

Q = diag([ q1o q2o q3o]);

Sric = are(A',C'*C,Q);
L = Sric*C';

[Aok Bok] = c2d(A-L*C,B,dt);
[Aok Lok] = c2d(A-L*C,L,dt);

xo = [ 0;  0;   0 ];
```

Condiciones iniciales y simulación:

```
ti = 0;
dt = 0.00001;
tf = 1;
t = ti:dt:tf;
t = t';
nt = length(t);

x  = 0.0;
xp = 0;
Pi = 1*Pe;
Po = 1*Pe;
xh(1,1) = 0;
xh(2,1) = 0;
xh(3,1) = z*(Pi - Po)-(Pio-Poo);

ampxast = input('Introducir xast [-0.15 0.15 ] : ');
nt = length(t);
xast = ampxast*ones(nt,1);
k = 1;
```

```
for tt = ti:dt:tf
  y = C*[x; xp; z*(Pi-Po)] + [0.001*randn(1,1); 0*0.0005*randn(1,1)];
  y1(k,1) = y(1,1);

  pos(k,1)    = x;
  vel(k,1)    = xp;
  Preio(k,1)   = Pi-Po;

  xxo1(k,1) = xh(1,1);
  xxo2(k,1) = xh(2,1);
  xxo3(k,1) = xh(3,1)/z +(Pio-Poo);

  error = xh(1,1) - xast(k,1);

  xsp = -K*[ error; xh(2,1); xh(3,1)];
  if(xsp > xspmax)
     xsp = xspmax;
  elseif(xsp < -xspmax)
     xsp = -xspmax;
     end

  if(abs(x) >= xmax)
     xsp = 0;
  end
  u(k,1) = xsp;
  Vi = Vol + Ai*x;
  Vo = Vol - Ao*x;
  Volo(k,1) = Vo;
  if(xp >= 0)
     Ff = Fseca;
  elseif( xp < 0 )
     Ff = -Fseca;
  elseif( xp == 0 )
    Ff = Ai*Pi - Ao*Po;
  end
  x2p = Ai/m*Pi - Ao/m*Po - c/m*xp -Ff/m;
  if(xsp > 0)
     qi = cd*w*xsp*sqrt(2*(Ps-Pi)/rho);
     qo = cd*w*xsp*sqrt(2*(Po-Pe)/rho);
  elseif(xsp < 0)
     qi = cd*w*xsp*sqrt(2*(Pi-Pe)/rho);
     qo = cd*w*xsp*sqrt(2*(Ps-Po)/rho);
  elseif(xsp == 0)
     qi = 0;
     qo = 0;
  end

  Pip = -Ai*beta/Vi*xp + beta/Vi*qi;
  Pop =  Ao*beta/Vo*xp - beta/Vo*qo;
  x  = x + xp*dt;
  xp = xp + x2p*dt;
  Pi = Pi + Pip*dt;
  Po = Po + Pop*dt;
  if(Pi > Ps)
     Pi = Ps;
  elseif(Pi < Pe)
     Pi = Pe;
  end
  if(Po > Ps)
     Po = Ps;
  elseif(Po < Pe)
     Po = Pe;
  end
  xh = Aok*xh + Bok*u(k,1) + Lok*y;
  k = k + 1;
end
```

Ploteos:

```
figure(1);
subplot(3,1,1);    plot(t,pos,'b',t,xxo1,'r');
ylabel('posicion');
subplot(3,1,2);  plot(t,vel,'b',t,xxo2,'r'); ylabel('velocidad');
subplot(3,1,3);  plot(t,Preio,'b',t,xxo3,'r'); ylabel('preio');

figure(2);
subplot(2,1,1);  plot(t,u); ylabel('u');
```

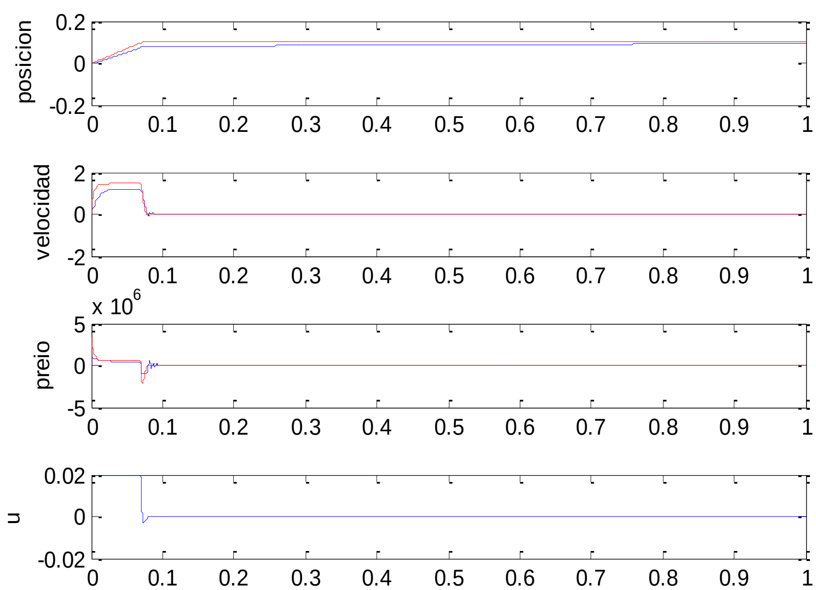
<u>Pruebas:</u> Línea roja: Observador , Línea azul : planta

Condiciones: **Ruido_x = 0.001*randn(1,1); Ruido_zPipo = 0 y Fricción seca = 0*400**

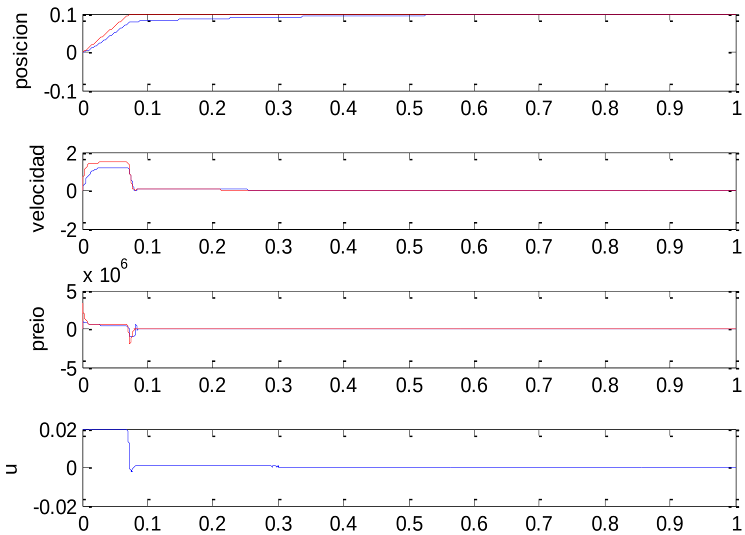
Referencia : x = 0.1

Variando pesos del observador

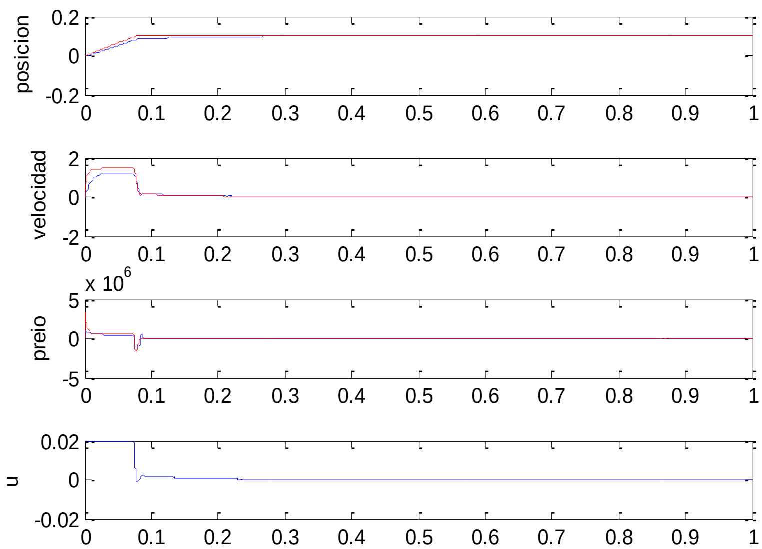
- Peso q1o = 1 , q2o = 1 , q3o = 1



- Peso q1o = 10 , q2o = 10 , q3o = 10



- Peso q1o = 100 , q2o = 100 , q3o = 100



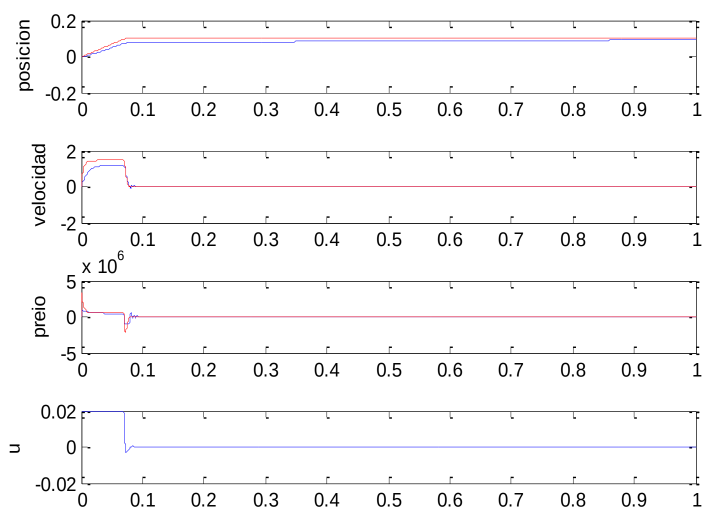
Condiciones: **Ruido_x = 0.001*randn(1,1); Ruido_zPipo = 0 y Fricción seca = 0.1*400**

➔ Se está añadiendo Fricción seca considerable

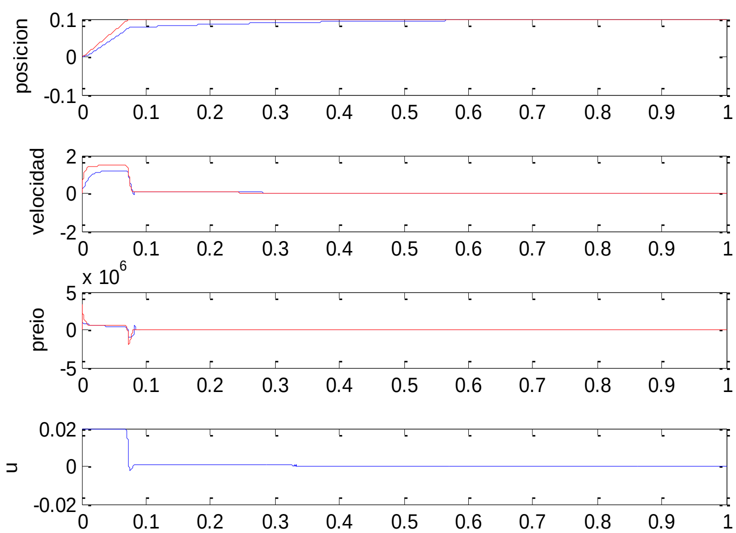
Referencia : x = 0.1

Variando pesos del observador

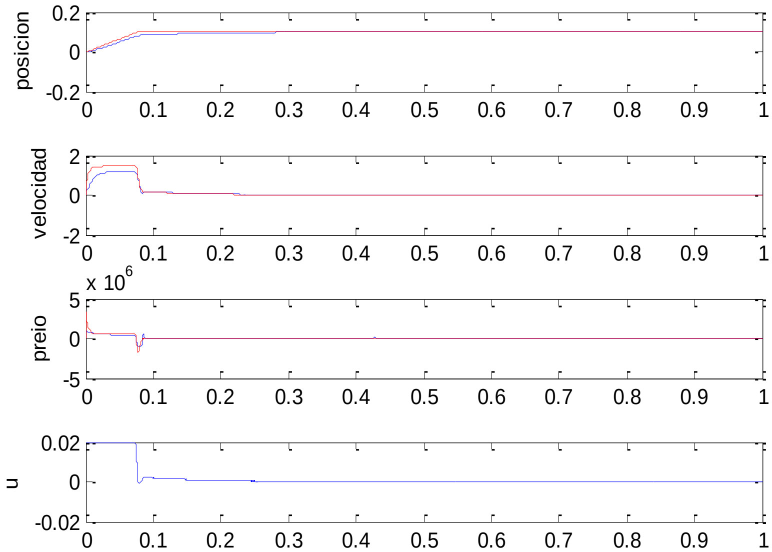
- Peso q1o = 1 , q2o = 1 , q3o = 1



- Peso q1o = 10 , q2o = 10 , q3o = 10



- Peso q1o = 100 , q2o = 100 , q3o = 100



Se puede observar que el sistema observa bien los estados, y además la tiene una buena respuesta del controlador que utiliza los estados del observador.

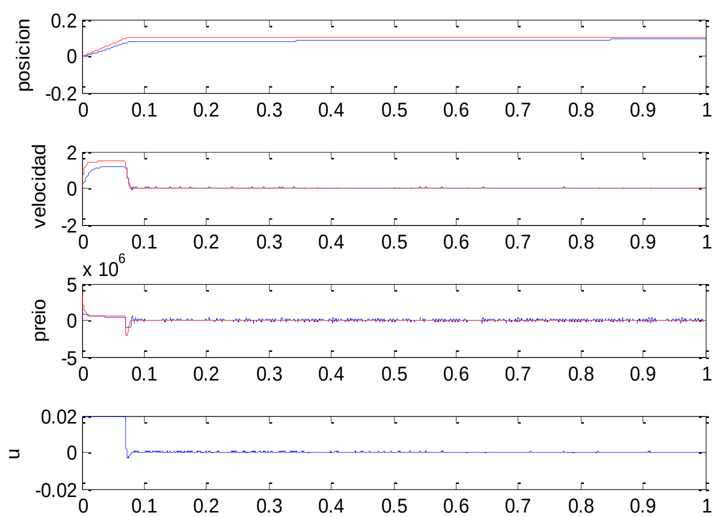
Condiciones: **Ruido_x = 0.1*randn(1,1); Ruido_zPipo = 0 y Fricción seca = 0.1*400**

➔ Se aumentó el ruido en el sensor de posición y persiste la fricción seca.

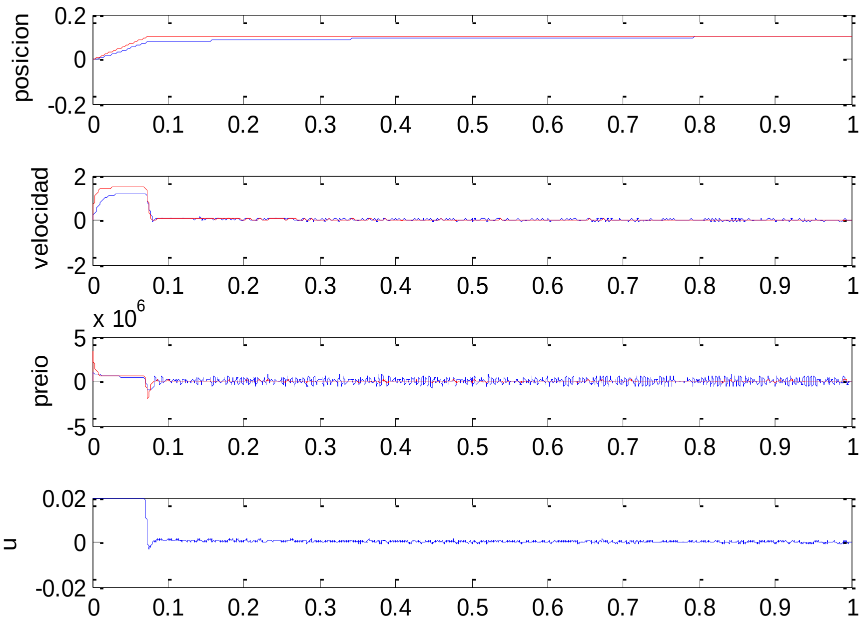
Referencia : x = 0.1

Variando pesos del observador

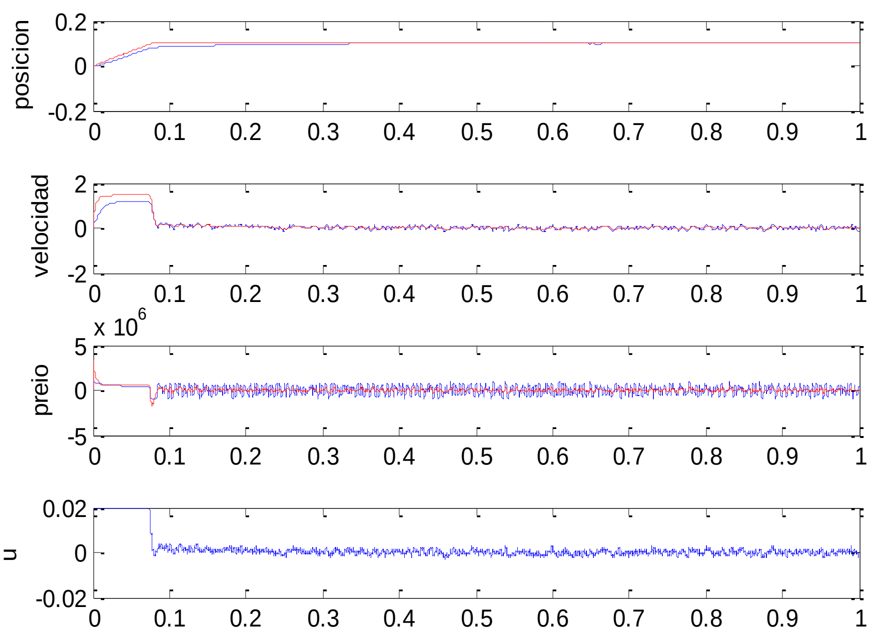
- Peso q1o = 1 , q2o = 1 , q3o = 1



- Peso q1o = 10 , q2o = 10 , q3o = 10



- Peso q1o = 100 , q2o = 100 , q3o = 100



Los estados son observados correctamente y la respuesta controlada es bastante buena para la cantidad de ruido que se agregó al sensor. Por otro lado como los pesos son altos el observador se vuelve más sensible al ruido.

Conclusiones

1. El observador para el sistema de posicionamiento hidráulico de orden 3, que utiliza 2 sensores (uno para medir la posición y otro para la presión diferencial) estima bien los estados del sistema para el lazo cerrado.

2. Se obtuvo una mejor respuesta en éste estudio realizado respecto al estudio anterior que sólo se usó 1 sensor para la variable de posición.

3. Se tiene que considerar el factor de balanceo z para el observador, ya que el sistema linealizado no lo contiene (es sólo un artificio para el cálculo del controlador).

4. Al agregar un valor considerable de fricción seca (Fs = 0.1*400) el observador y controlador siguen funcionando correctamente. Incluso al agregar ruido considerable en los sensores se logra estimar los estados.

5. Al aumentar el valor de los pesos, como era de esperar, la respuesta del sistema con controlador y observador obtuvo una respuesta que converge más rápidamente, aunque también aumenta la sensibilidad al ruido.