PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ Maestría en Control y Automatización



Sistemas Lineales ICA600

Título : Diseño de controladores con acción integral y

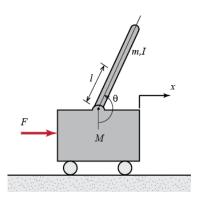
observadores

Nombre: Dimel Arturo Contreras Martínez

Código: 20156458

Profesor: Dr. Morán Cárdenas, Antonio Manuel

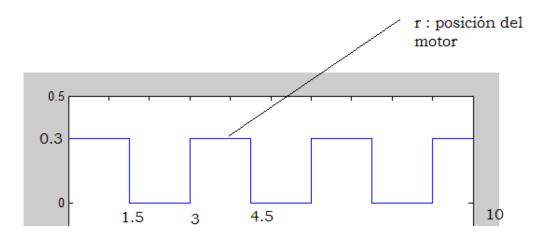
Fecha Entrega: 12 de Diciembre del 2015



2015

Trabajo final

Desarrolle una ley de control con acción integral y observador para la planta de motor DC con tornillo sin fin, de tal manera que siga la siguiente secuencia.



Ancho de banda mínimo f = 1/T = 1/3 = 0.33 Hz para poder seguir adecuadamente la referencia.

Se debe cumplir las siguientes consideraciones:

- a. Sólo el sensor de posición con ruido de magnitud apropiada
- b. Voltaje del motor u: -24V < u < 24V
- c. Potencia < 250W

Se pide:

- a. Efecto de los pesos sobre la ley de control y de los pesos para el observador.
- b. Diagrama de bode, ancho de banda
- c. Analizar:
 - Sobreimpulso
 - Error estacionario
 - Sensibilidad al ruido de medición
 - Sensibilidad al efecto de la perturbación Fseca
 - Potencia requerida

Solución:

1. MODELO DE LA PLANTA MOTOR DC CON TORNILLO SIN FIN:



De los apuntes de clase, se obtiene la siguiente ecuación:

a. Corriente consumo del motor

$$i = \left(\frac{2\pi I}{pK_t} + \frac{mr}{K_t \tan \alpha}\right) \ddot{x} + \left(\frac{cr}{K_t \tan \alpha}\right) \dot{x}$$

Sea:

$$z_1 = \frac{2\pi I}{pK_t} + \frac{mr}{K_t \tan \alpha}$$

$$z_2 = \frac{cr}{K_t \tan \alpha}$$

$$i = z_1 \ddot{x} + z_2 \dot{x}$$

Se obtiene:

$$\ddot{x} = \frac{1}{z_1}i - \frac{z_2}{z_1}\dot{x}$$

b. Voltaje de entrada al motor

$$v = Ri + L\frac{di}{dt} + eb$$
$$eb = K_{v}\dot{\theta}$$
$$eb = Kb\frac{2\pi}{p}\dot{x}$$

Se obtiene:

$$\frac{di}{dt} = \frac{v}{L} - \frac{Ri}{L} - K_v \frac{2\pi}{L p} \dot{x}$$

Se obtiene las siguientes ecuaciones de espacio de estado:

$$\frac{d \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i \end{bmatrix}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{z_2}{z_1} & \frac{1}{z_1} \\ 0 & -K_v \frac{2\pi}{L p} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/L \end{bmatrix} v + \mathbf{W}_f \mathbf{F} \mathbf{seca}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i \end{bmatrix}$$

Los parámetros de la panta son:

```
R = 1.1;
L = 0.0001;
Kt = 0.0573;
Kb = 0.05665;
I = 4.326e-5;
p = 0.004;
m = 1.00;
c = 40;
r = 0.015;
alfa = 45*pi/180;
d = m + 2*pi*I*tan(alfa)/(p*r);
a22 = -c/d;
a23 = Kt*tan(alfa)/(r*d);
a32 = -2*pi*Kb/(p*L);
a33 = -R/L;
b31 = 1/L;
w21 = -1/d;
A = [0 \ 1 \ 0]
     0 a22 a23
    0 a32 a33 ];
B = [ 0
     b31 ];
Wf = [0]
       w21
      0 ];
C=[1 \ 0 \ 0];
D = [0];
```

А	1.0e+005 *
	0 0.0000 0 0 -0.0001 0.0000 0 -8.8986 -0.1100
В	0 0 10000
Wf	0 -0.1808 0
С	1 0 0
D	0

- 2. DESARROLLO DEL CONTROLADOR CON ACCIÓN INTEGRAL Y OBSERVADOR.
 - Ley de control con acción integral:
 - Sin observador:

$$u = -k1 * x - k2 * \dot{x} - k3 * i - k4 * \int_{0}^{t} (x - r)dt$$

> Con observador:

$$u = -k1 * \hat{x} - k2 * \hat{x} - k3 * \hat{i} - k4 * \int_{0}^{t} (\hat{x} - r) dt$$

Sistema aumentado/ficticio para calcular la ganancia usando acción integral:

$$\dot{X}_i = A_i X_i + B_i u + W r_i r$$

$$K_i = [k1 \ k2 \ k3 \ k4]$$

$$Q = \begin{bmatrix} q1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q4 \end{bmatrix}$$

• Ley del observador:

$$\hat{X} = (A - LC)\hat{X} + Bu + Ly$$

$$\hat{X} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{x} \\ \hat{i} \end{bmatrix}$$

• Sistema en lazo cerrado:

$$\dot{X} = AX + Br$$

$$y = \mathbb{C}X + \mathbb{D}r$$

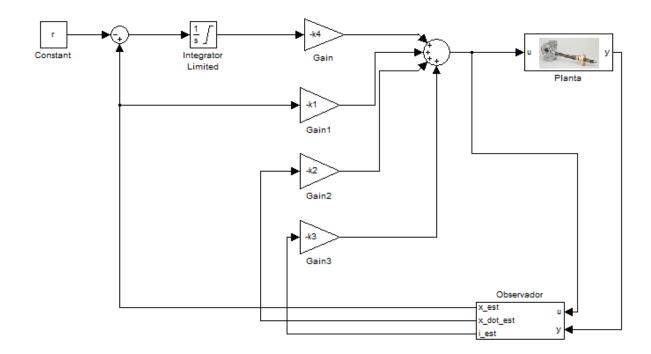
$$X = \begin{bmatrix} X \\ \hat{X} \\ \int (\hat{x} - r) dt \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{X} = \begin{bmatrix} A & -BK_{13} & -Bk_4 \\ LC & A - BK_{13} - LC & -Bk_4 \\ 0_{1x3} & [1\ 0\ 0] & 0_{1x1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{3x1} \\ \hat{X}_{3x1} \\ \int (\hat{x} - r)dt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{3x1} \\ 0_{3x1} \\ -1_{1x1} \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} C_{1x3} & 0_{1x3} & 0_{1x1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{3x1} \\ \hat{X}_{3x1} \\ \hat{X}_{3x1} \end{bmatrix} + [0]r$$

A partir del sistema en lazo cerrado podemos calcular el diagrama de Bode y conocer el ancho de banda y respuesta en frecuencia.

• Esquema de implementación:



3. CODIFICACIÓN DEL CONTROLADOR Y OBSERVADOR EN MATLAB

```
R = 1.1;
L = 0.0001;
Kt = 0.0573;
Kb = 0.05665;
I = 4.326e-5;
p = 0.004;
m = 1.00;
c = 40;
r = 0.015;
alfa = 45*pi/180;
d = m + 2 \cdot pi \cdot I \cdot tan(alfa) / (p \cdot r);
a22 = -c/d;
a23 = Kt*tan(alfa)/(r*d);
a32 = -2*pi*Kb/(p*L);
a33 = -R/L;
b31 = 1/L;
w21 = -1/d;
A = [0 \ 1 \ 0 \ a22 \ a23]
     0 a32 a33 ];
B = [ 0
      0
     b31 ];
Wf = [0]
      w21
      0];
C=[1 \ 0 \ 0];
D = [0];
%sistema aumentado
Ai = [0 \ 1 \ 0]
      0 a22 a23 0
      0 a32 a33 0
      1
          0 0 0];
Bi = [0]
      b31
      0];
Wri = [0]
        0
       0
       -1 ];
Ci = [1000];
Di = [ 0 ];
q1 = 1e6 \% 0.905e6
q4 = 3e6 \% 2.77e6
Qi = diag([ q1 q2 q3 q4 ]);
RRi = 1;
Pi = are(Ai, Bi*inv(RRi)*Bi', Qi);
Ki = inv(RRi)*Bi'*Pi; %Controlador
k1 = Ki(1,1);
```

```
q1o = 1e3;
q2o = 1e3;
q3o = 1e3;
Qo = diag([q1o q2o q3o]);
S = are(A',C'*C,Qo);
L = S*C';
ti = 0;
           tf = 10; dt = 0.001;
[ Ak Bk ] = c2d(A,B,dt);
[ Ak Wk ] = c2d(A, Wf, dt);
[Aok Bok] = c2d(A-L*C,B,dt);
[Aok Lok] = c2d(A-L*C,L,dt);
x = [0;0;0]; % Vector de estado inicial xo = [0;0;0]; % Vector inicial de variables estimadas
ru = r/2*square(2*pi*1/3*t)+r/2;
int err=0;
k = 1;
for tt = ti:dt:tf
   xx1(k,1) = x(1,1);
   xx2(k,1) = x(2,1);
   xx3(k,1) = x(3,1);
  xx1o(k,1) = xo(1,1);
  xx2o(k,1) = xo(2,1);
   xx3o(k,1) = xo(3,1);
   y = C*x + 0.01*randn(1,1);
   sensor(k,1) = y;
   int_err = int_err + (xo(1,1)-ru(k))*dt;
   u = -Ki(1,1:3)*xo - Ki(1,4)*int err;
   %u=vmax*square(2*pi*1/3*tt);
   if(u > vmax)
      u = vmax;
    elseif(u < -vmax)</pre>
      u = -vmax;
    end
    uu(k, 1) = u;
     if(x(2,1) >= 0)
       Fsk = Fs;
    elseif(x(2,1) < 0)
        Fsk = -Fs;
    end
    x = Ak*x + Bk*u + Wk*Fsk;
    xo = Aok*xo + Bok*u + Lok*y;
    potencia(k,1) = x(3,1)*u;
    k = k + 1;
end
```

```
% Determinación de errror estacionario
errest = ((max(xx1) - r)/r)*100;
disp(['Error estacionario: ',num2str(errest),'%']);
figure(1);
subplot(2,1,1);
%plot(t,xx1,'r',t,xx1o,'-
b',t,sensor,t,ru,'k','LineWidth',2);
plot(t,xx1,'r',t,xx10,'-b',t,ru,'k','LineWidth',2); grid;
aaaa = xx1o;
axis([0 10 0 0.35])
title('Posicion'); legend('Planta','Observador')
subplot(2,1,2);
                  grid;
plot(t,uu);
title('Voltaje')
figure(2);
plot(t,potencia); grid;
title('Potencia')
% Diagrama de Bode
       [A -B*Ki(1,1:3) -B*Ki(1,4)
L*C A-B*Ki(1,1:3)-L*C -B*Ki(1,4)
Acl = [A
       [0 0 0] [1 0 0]
Bcl = [[0 \ 0 \ 0]' ; [0 \ 0 \ 0]' ; -1];
Ccl = [C [0 0 0] 0];
Dcl = 0;
fre = 0:0.1:20; fre = fre';
wrs = 2*pi*fre;
[ mag fase ] = bode(Acl, Bcl, Ccl, Dcl, 1, wrs);
figure(3);
subplot(2,1,1); semilogx(fre,20*log10(mag)); grid;
subplot(2,1,2); semilogx(fre,fase); grid;
```

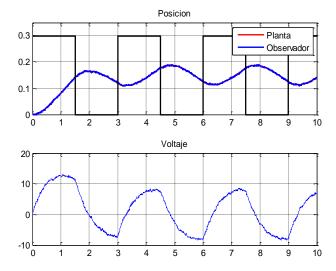
4. PRUEBAS DEL CÓDIGO:

4.1. Variación de los pesos del controlador:

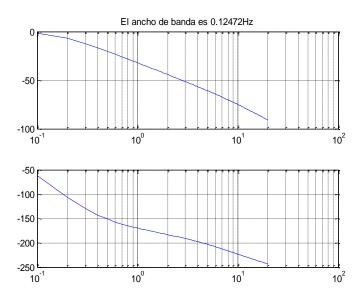
Mediante prueba y error se llegó a un valor de pesos que funcionan regularmente bien, se realiza los cambios a partir de dichos pesos y ver los efectos.

Fseca = 1.5
Ruido sensor = 0.01*randn (1,1)
Se mantendrá los pesos del observador en: q1o = 100, q2o = 100, q3o = 100

a. q1 = 1e4, q2 = 0, q3 = 0, q4 = 1e4;

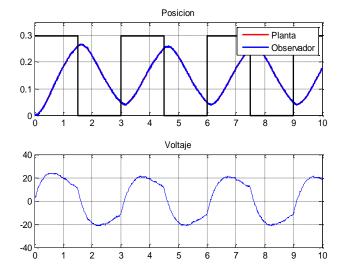


Se observa que la respuesta del sistema controlada es muy lejana con la referencia.



El en diagrama de bode se puede observar que el ancho de banda es 0.1247Hz menor a lo requerido para seguir a la señal de referencia.

b. q1 = 1e4, q2 = 0, q3 = 0, q4 = 1e5;



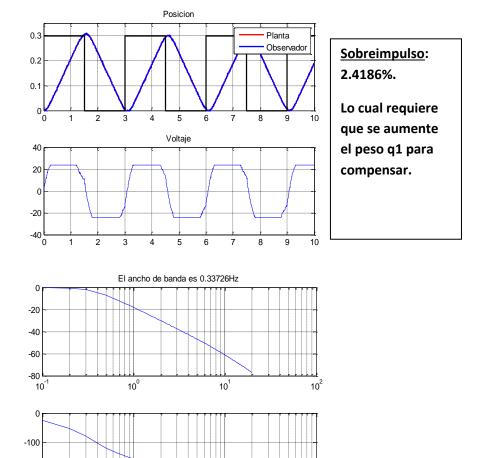
Se observa que la respuesta del sistema controlada es muy lejana con la referencia.

c. q1 = 1e4, q2 =0, q3 =0, q4 =2.5e5;

-200

-300

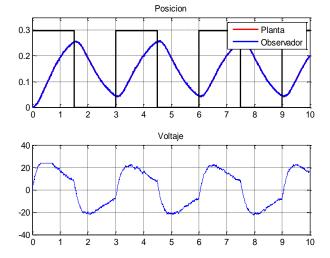
10⁰



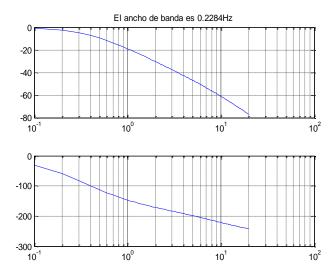
El ancho de banda del sistema controlado es suficiente para poder seguir la referencia pero posee sobreimpulso.

10¹

d. q1 = 1e5, q2 = 0, q3 = 0, q4 = 2.5e5;

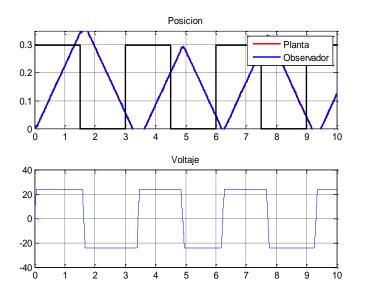


Se observa que la respuesta del sistema controlado no llega a la referencia.



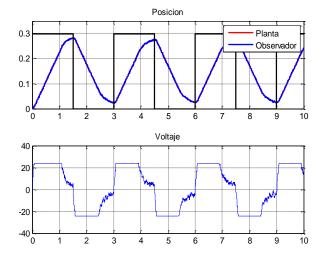
El ancho de banda del sistema controlado es menor a lo requerido.

e. q1 = 1e5, q2 = 0, q3 = 0, q4 = 2.5e6;

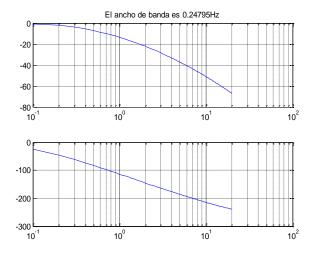


Aumentando q4 se aumenta el valor de la salida pero la respuesta es lenta. Se requiere aumentar más q1.

f. q1 = 1e6, q2 = 0, q3 = 0, q4 = 2.5e6;

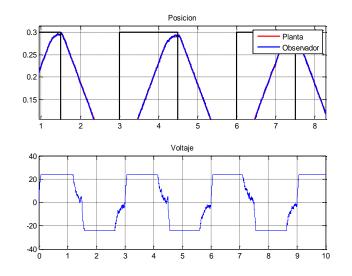


Con estos valores de pesos se logra tener la salida del sistema controlado cercano a la referencia.



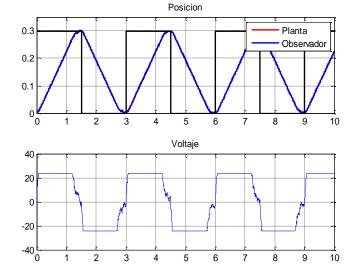
Se requiere aumentar el ancho de banda por ello se aumentará q4.

g. q1 = 1e6, q2 = 0, q3 = 0, q4 = 2.9e6;



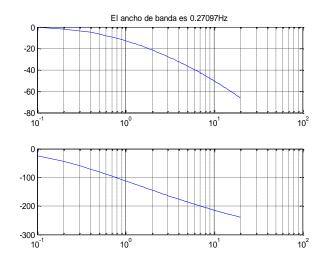
Sobreimpulso: - 0.70381%

h. q1 = 1e6, q2 = 0, q3 = 0, q4 = 3e6;

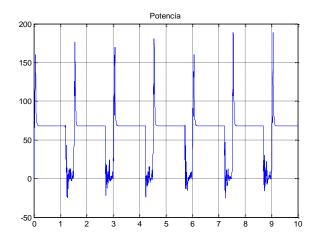


La respuesta ya sigue la referencia adecuadamente.

Por ende los pesos elegidos son los adecuados.



El ancho de banda teórico (BW con -3dB de caída) es cercano al ancho de banda requerido.



Los picos de potencia que se producen para controlar el sistema tienen máximo Pmax = 190W.

Conclusiones:

- El incremento del valor de q4 disminuye el error, aumenta el ancho de banda pero genera sobreimpulso.
- El incremento de q1 compensa los efectos de aumento de q4, de tal manera que disminuye el sobreimpulso aunque también reduce el ancho de banda según el diagrama de bode.
- La variación de q2 y q3 no favorecen considerablemente el controlador, como lo demostrado en el trabajo anterior.
- La referencia se alcanza se alcanza casi en el tiempo exacto, ya que el ancho de banda del sistema controlado es muy cercano y menor a la frecuencia de la señal de referencia.

4.2. Variación de los pesos del observador:

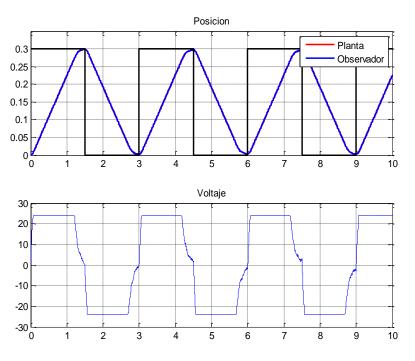
Considerando las condiciones constantes:

Fseca = 1.5

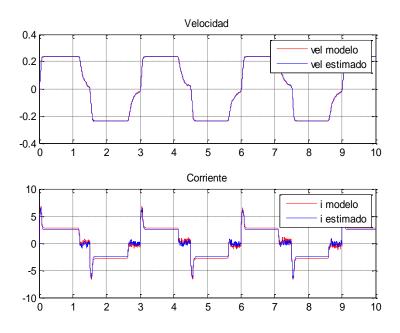
Ruido sensor = 0.01*randn (1,1)

q1 = 1e6 , q2 =0 , q3 =0 , q4 =3e6

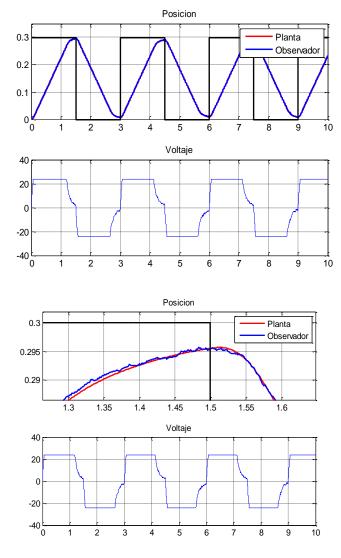
a. q10 = 100, q20 = 100, q30 = 100;



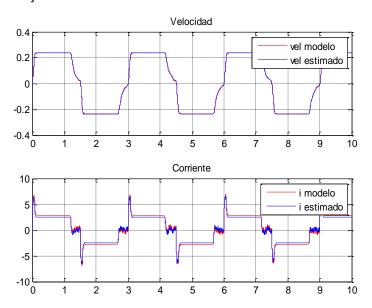
El observador estima correctamente los estados de posición y velocidad, solamente existe una persistencia pequeña del ruido en la variable de corriente.



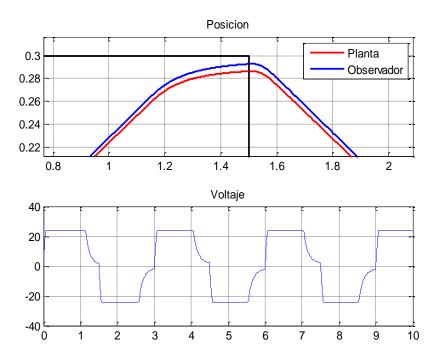
b. q10 = 100, q20 = 0, q30 = 100;



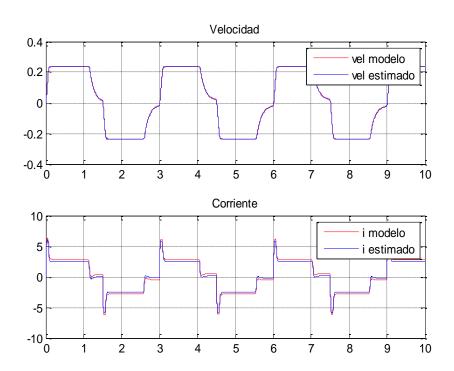
La estimación de la posición no es tan exacta como en el anterior caso pero para la corriente si se mejora la estimación.



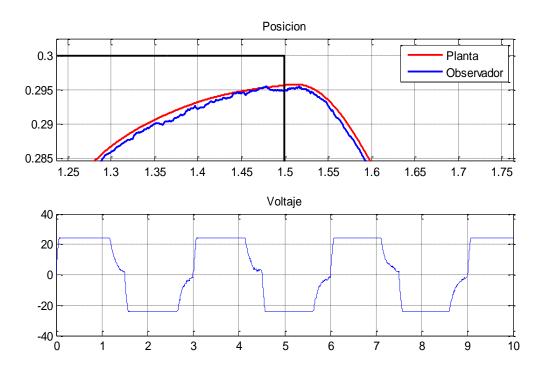
c. q10 = 0, q20 = 0, q30 = 100;



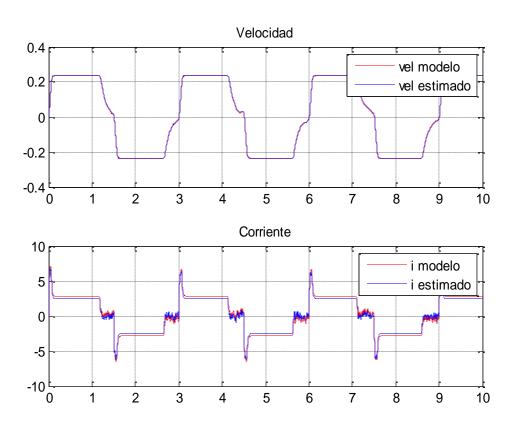
Al reducir q1o se reduce la exactitud de la estimación de la posición y corriente pero la velocidad se sigue estimando bien. Otra apreciación es que la señal de corriente no se observa ruidosa con en otros casos.



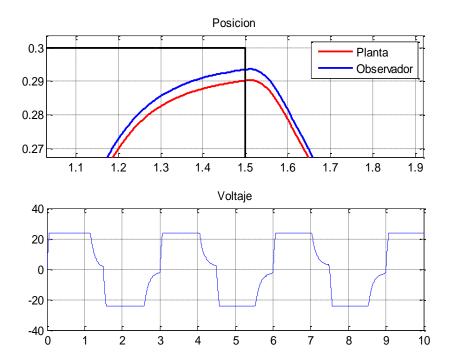
d. q10 = 100, q20 = 0, q30 = 0;



Al reducir q2o y q3o se pierde exactitud de estimación de la posición y corriente.

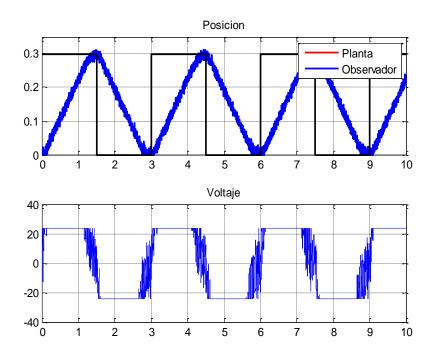


e. q1o = 1, q2o =0, q3o =0;



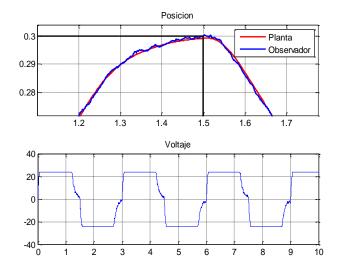
Utilizando pesos pequeños la estimación de la posición presenta mayor desviación pero no se observa ruidosa sino más bien como si fuera un offset.

f. q10 = 1e6, q20 = 0, q30 = 0;

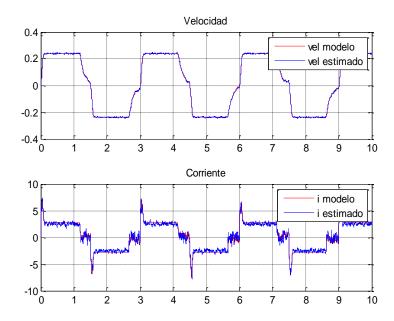


Al aumentar solo el q1o la estimación de la posición no elimina el ruido de la señal medida.

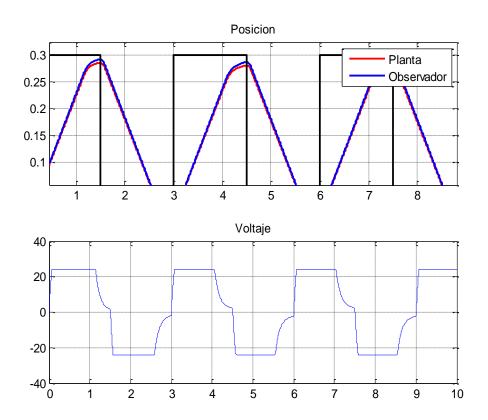
g. q10 = 0, q20 = 1e6, q30 = 0;



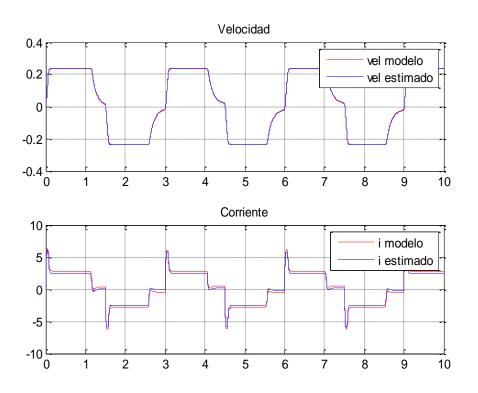
Al elevar solo el peso q2o se estima relativamente bien la posición pero la velocidad y corriente resultan ser estimadas con ruido considerable, es decir no filtra bien el ruido para dichas variables.



h. q10 = 0, q20 = 0, q30 = 1e6;



Con el alto incremento del peso q6o la posición no se estima con exactitud pero no se ve ruidosa, además la corriente estimada de igual manera que la posición.



Conclusiones:

- Al aumentar solo q1o y/o q2o con q3o bajo, las estimaciones se encuentran cercanas al valor exacto pero se visualiza más el aspecto ruidoso.
- Al aumentar solo q3o las estimaciones presentan error grande pero no se observa ruidoso.
- La estimación de la "velocidad" en la mayoría de los casos se mantiene mejor que la "posición" y "corriente".
- Resulta mejor los pesos balanceados entre q1o, q2o y q3o de tal manera que las variables estimadas presenten menos error y que no se observe el comportamiento ruidosos en dichas variables debidas al ruido ingresado en la señal medida "y".

4.3. Variación del ruido de medición:

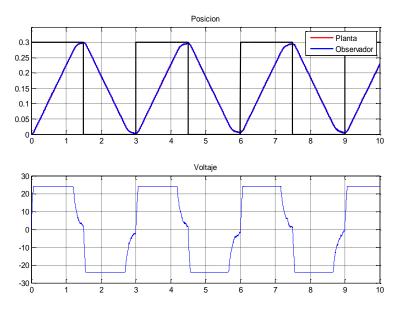
Con las condiciones:

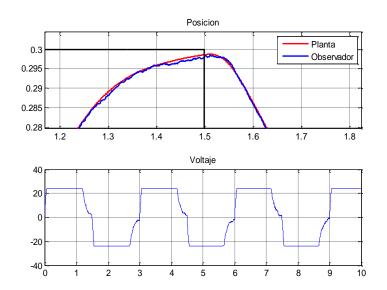
Fseca = 1.5

q1 = 1e6 , q2 =0 , q3 =0 , q4 =3e6

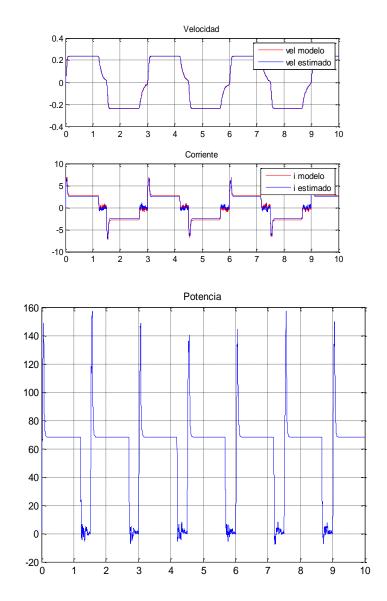
Se mantendrá los pesos del observador en: q1o = 100, q2o = 100, q3o = 100

a. Ruido = 0.01*randn (1,1)





Para el ruido seleccionado se observa que el error de estimación es menor a 0.001 por ello es un ruido tolerable.

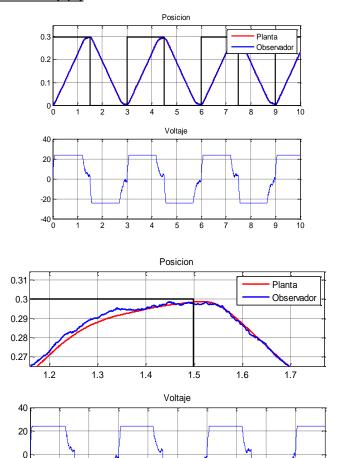


La potencia llega a picos de 155W, estos picos pueden ser afectados debidos al ruido.

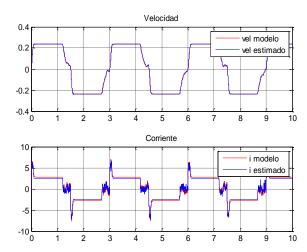
AUMENTANDO LA MAGNITUD DEL RUIDO:

b. Ruido = 0.02*randn (1,1)

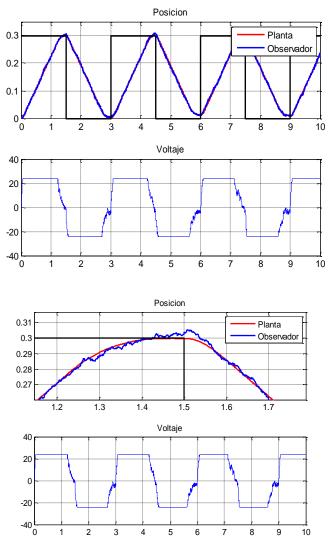
-20



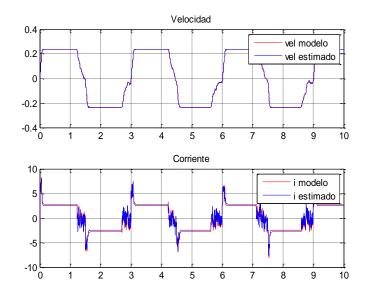
Para el ruido seleccionado se observa que el error de estimación máximo es de 0.03 el cual es el 10% de la referencia. Por ello el observador sí es relativamente sensible a la magnitud del ruido 0.02.



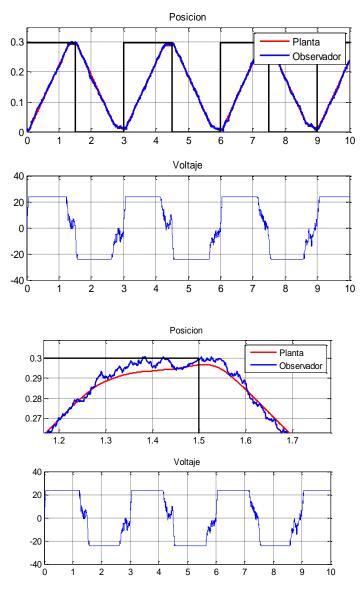
c. Ruido = 0.04* randn (1,1)



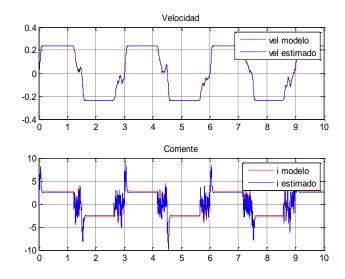
Para el ruido seleccionado se observa que el error de estimación máximo es de 0.05 el cual es el 16% de la referencia. Por ello el observador sí es sensible a la magnitud del ruido 0.04.



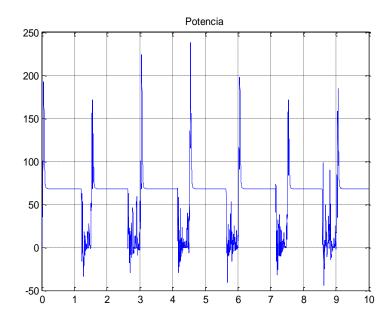
d. Ruido = 0.06* randn (1,1)



Para el ruido seleccionado se observa que el error de estimación máximo es de 0.06 el cual es el 20% de la referencia. Por ello el observador sí es sensible a la magnitud del ruido 0.06, es decir la estimación no será buena.



Además se observa en la variable de corriente la influencia del ruido.

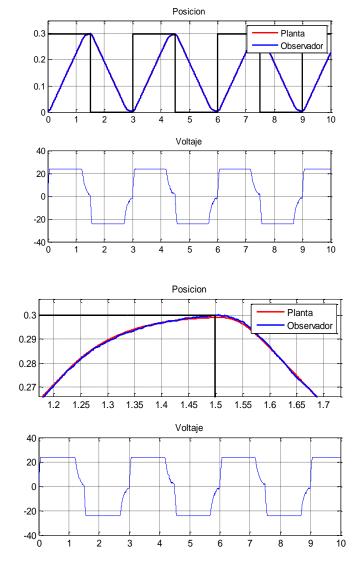


Se observa que los picos de potencia llegan a 235W.

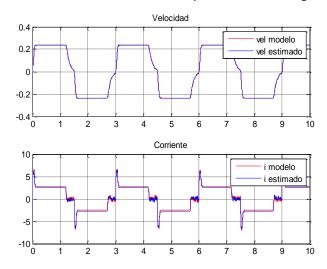
Es decir aumentó la potencia respecto al obtenido con ruido de magnitud 0.01.

DISMINUYENDO LA MAGNITUD DEL RUIDO:

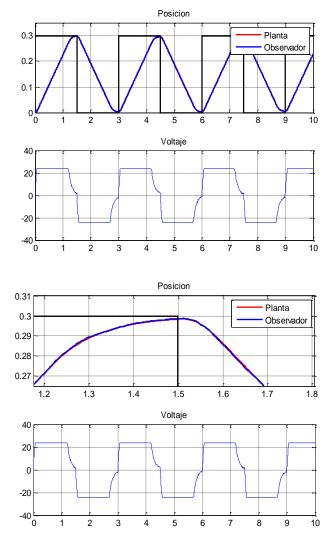
e. Ruido = 0.008*randn (1,1)



Según el gráfico de respuesta en posición, el observador estima con gran exactitud el valor de las variables. En posición el error es aproximadamente menor al 1%. Por lo tanto el observador no es sensible para error con magnitud = 0.08.

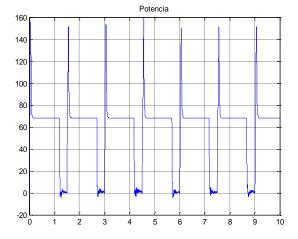


f. Ruido = 0.006*randn (1,1)

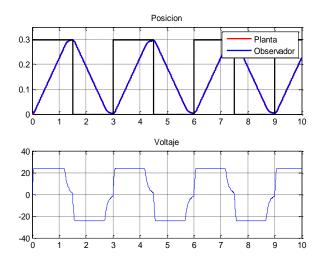


Según el gráfico de respuesta en posición, el observador estima con gran exactitud el valor de las variables. En posición el error es bastante pequeño.

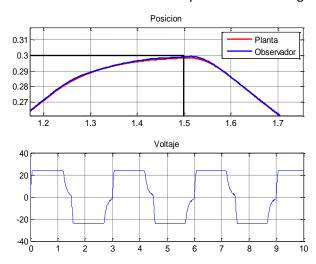
Por lo tanto el observador no es sensible para error con magnitud = 0.06.

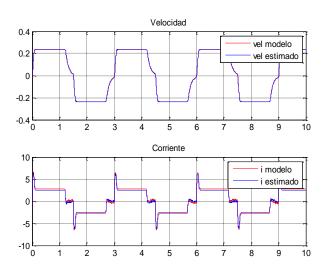


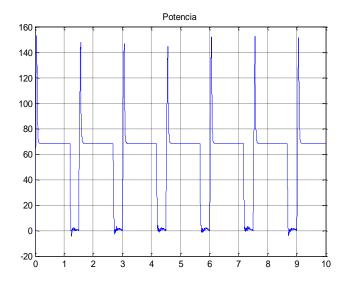
g. Ruido = 0.004*randn (1,1)



El observador estima con gran exactitud el valor de las variables. Por lo tanto el observador no es sensible para error con magnitud = 0.004.

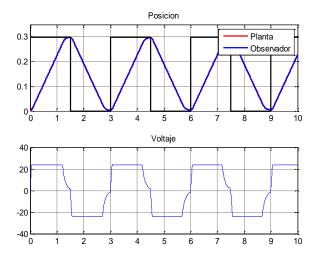


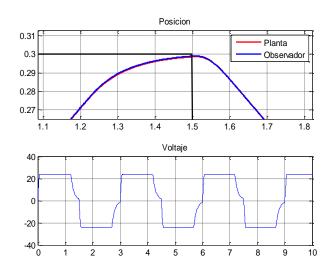




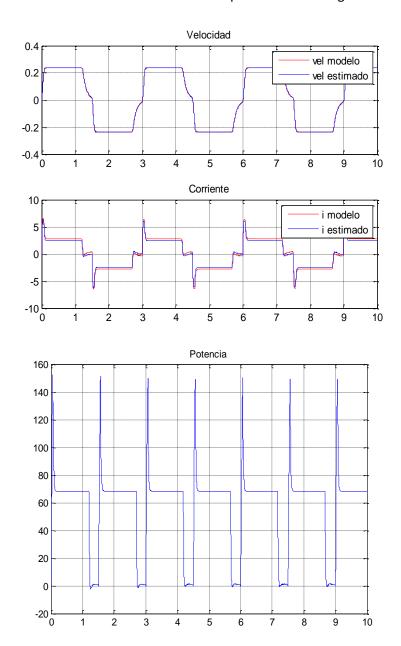
Se observa que los picos de potencia llegan a 150W .Es decir disminuyó la potencia respecto al obtenido con ruido de magnitud 0.01.

h. <u>0.001*randn (1,1)</u>





El observador estima con gran exactitud el valor de las variables. Por lo tanto el observador no es sensible para error con magnitud = 0.001.



Se observa que los picos de potencia llegan a 150W .Es decir disminuyó la potencia respecto al obtenido con ruido de magnitud 0.01.

Conclusiones:

- El observador estima bastante bien para ruidos pequeños de magnitud 0.02 a menores.
- La variable de corriente es más persistente en ruido cuando se usa el filtro estimador.
- Los picos de potencia se incrementan cuando la señal es más ruidosa.

4.4. Variación de la Fricción seca

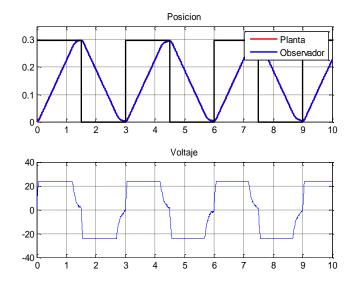
Considerando las condiciones:

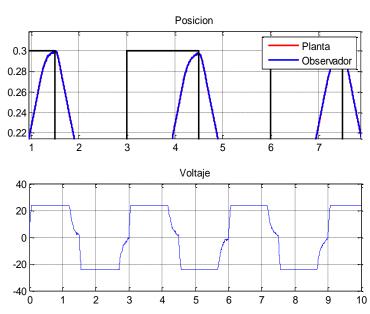
Ruido: 0.01*randn (1,1)

q1 = 1e6 , q2 =0 , q3 =0 , q4 =3e6

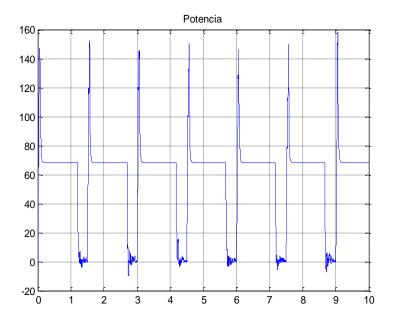
Se mantendrá los pesos del observador en: q1o = 100, q2o = 100, q3o = 100

a. <u>Fseca = 1.5</u>



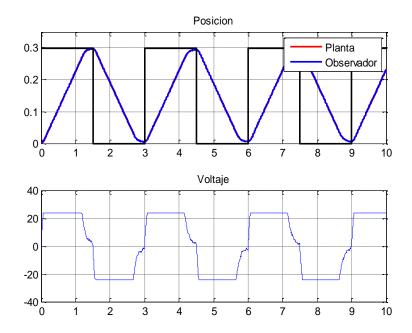


Se observa que el controlador + estimador funcionan bien para el valor de Fseca = 1.5.

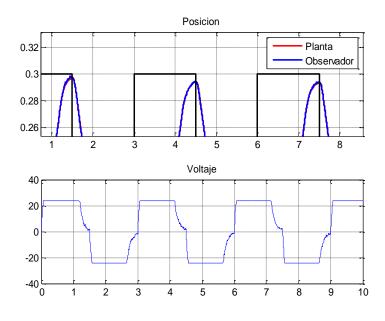


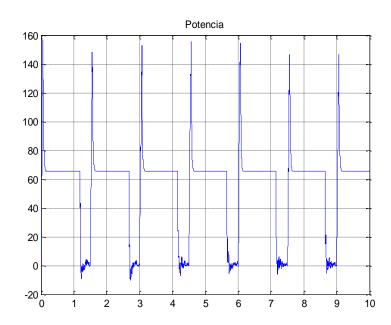
El valor de Fricción seca 1.5 genera que la potencia tenga un valor de 68W y picos de 150W.

b. <u>Fseca = 1</u>



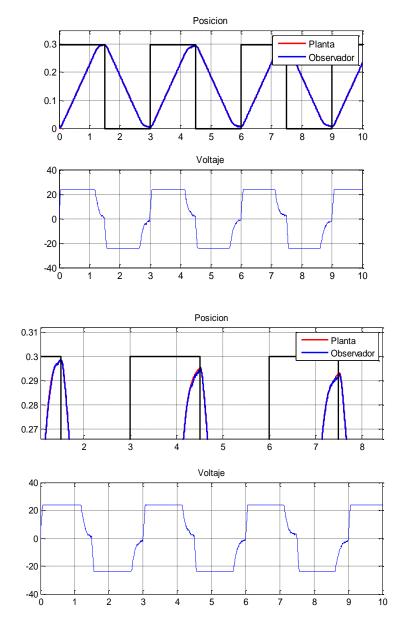
Se observa que el controlador + estimador poseen un error de posicionamiento de aproximadamente 0.001 para la subida y para las 2 siguientes posee un error de 0.005. Esto quiere decir que hay que mejorar un poco el controlador para éste caso pero implicaría un sobreimpulso para la primera subida.



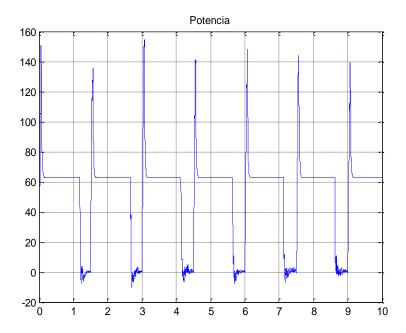


El valor de Fricción seca 1 genera que la potencia tenga un valor de 65W y picos de 150W.

c. <u>Fseca = 0.5</u>

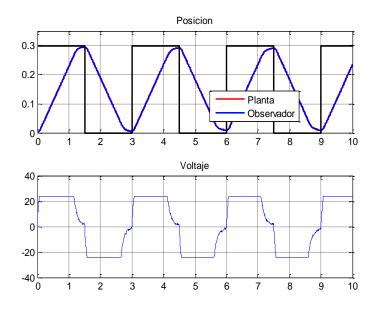


Se observa que el controlador + estimador poseen un error de posicionamiento de aproximadamente 0.002 para la subida y para las 2 siguientes posee un error de 0.008. Esto quiere decir que hay que **mejorar un poco el controlador** para éste caso pero implicaría un sobreimpulso para la primera subida.

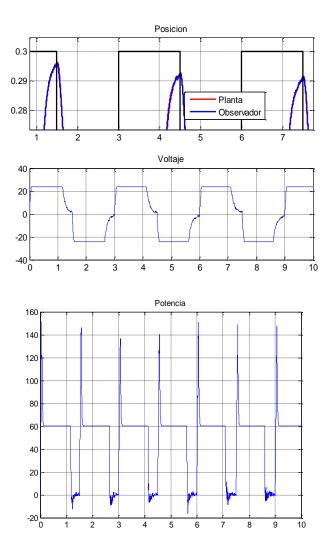


El valor de Fricción seca 0.5 genera que la potencia tenga un valor de 62W y picos de 150W.

d. <u>Fseca = 0</u>

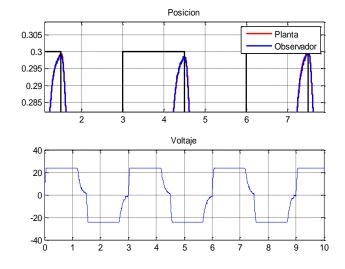


Se observa que el controlador + estimador poseen un error de posicionamiento de aproximadamente 0.004 para la subida y para las 2 siguientes posee un error de 0.009. Esto quiere decir que hay que **mejorar un poco el controlador** para éste caso pero implicaría un sobreimpulso para la primera subida.



El valor de Fricción seca 1 genera que la potencia tenga un valor de 60W y picos de 150W.

Controlador mejorado para Fseca = 0 q1 = 1e6, q2 = 0, q3 = 0, q4 = 3.1e6



Conclusiones:

- La Fricción seca altera el valor medio de la potencia. Cuando aumenta el Fseca aumenta también la potencia media, los picos no son alterados considerablemente.
- Además cuando aumenta la Fseca se genera sobreimpulso es por eso que el controlador diseñado para Fseca = 1.5 genera valores menores de salida para F = 0.
- La Fseca altera el funcionamiento del controlador.