



ESCUELA DE POSGRADO

Curso:

Control por Computadora

Tema:

Respuesta en el tiempo

Presentado por:

CONTRERAS MARTINEZ, DIMEL ARTURO

Docente:

Dr. Juan Javier Sotomayor Moriano

Msc. Luis Enciso Salas

2016

Sistema de Control por computadora

- a. Trazar el diagrama de bloques del sistema de control digital de la planta dada. Asumir elementos adicionales necesarios para el lazo de control digital: sensor, controlador.

Fundamentar la elección del periodo de muestreo T:

Solución:

Diagrama de bloques para el control digital de la planta:

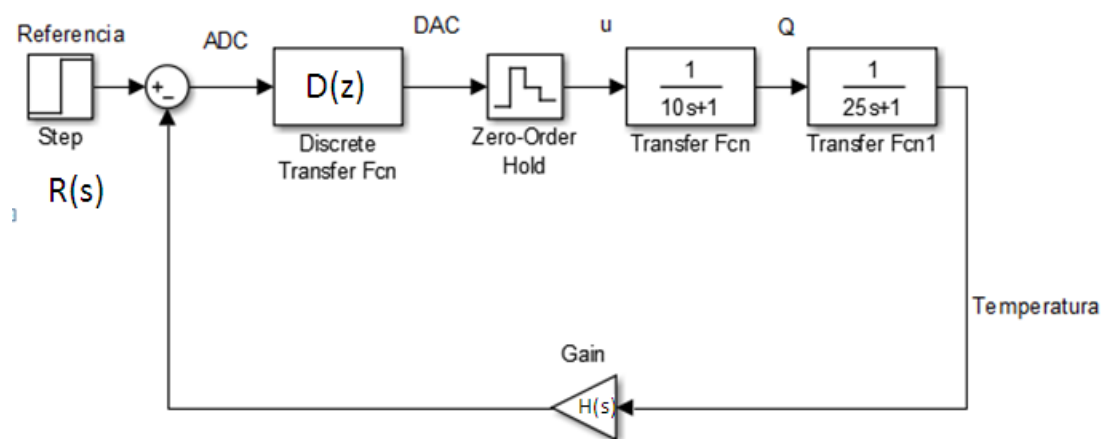


Fig.1 Diagrama de bloques sistema controlado

Planta:

La función de transferencia en tiempo continuo de la planta es:

$$Gp(s) = \frac{1}{(10s + 1)(25s + 1)} = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

El periodo de muestreo se elige en base a la menor constante de tiempo de la planta dada:

$$\tau_1 = 10s$$

$$\tau_2 = 25s$$

Controlador:

$$D(z)$$

La salida del controlador requiere de un conversor DAC, que está representada por un ZOH.

Tiempo de muestreo:

El periodo de muestreo es:

$$T = \frac{\tau_{min}}{5}$$

$$T = \frac{10s}{5}$$

$$T = 2s$$

Sensor:

Se retroalimenta la señal de temperatura mediante un sensor con ganancia $H(s)$. Ésta se calcula como:

Para voltaje 0 -10VDC \rightarrow 0 – 100°C

$$H(s) = \frac{10 - 0}{100 - 0} = 0.1V/^{\circ}C$$

- b. Elegir como FT-z del controlador digital del sistema

$$D(z) = K_p$$

Elegir un valor de “Kp” con el cual el sistema es estable, con ciertas especificaciones. Aplicar una señal de referencia tan que la salida deseada sea de 50°.

Las especificaciones a cumplir son:

$$M_p = 20\%, \text{ del valor de asentamiento}$$

$$t_{ss} = 40s$$

*Consideración: Se toma error del 5% del valor estacionario para determinar el tss (tiempo de asentamiento).

Solución:

Realizando las pruebas:

1. Con $r = 5$, $K_p = 10$

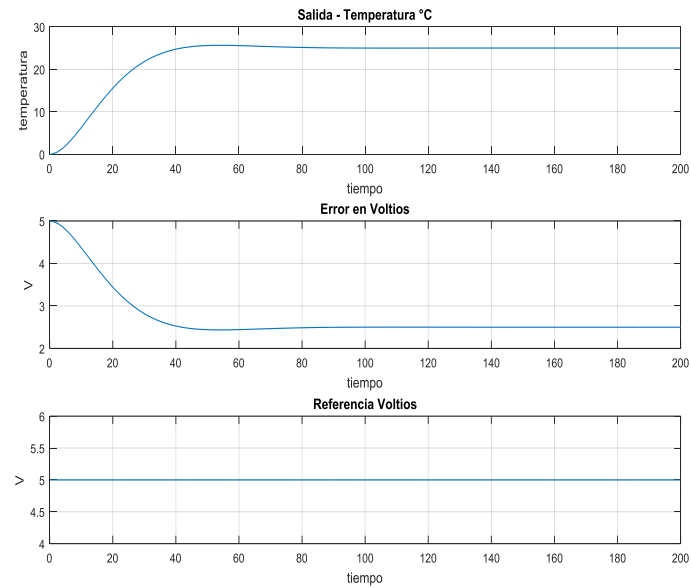


Fig.2 Grafica para $r = 5$, $K_p = 10$

Se aprecia que la señal de salida no llega a 50°C, entonces se aumenta K_p .

2. Con $r = 5$, $K_p = 35$

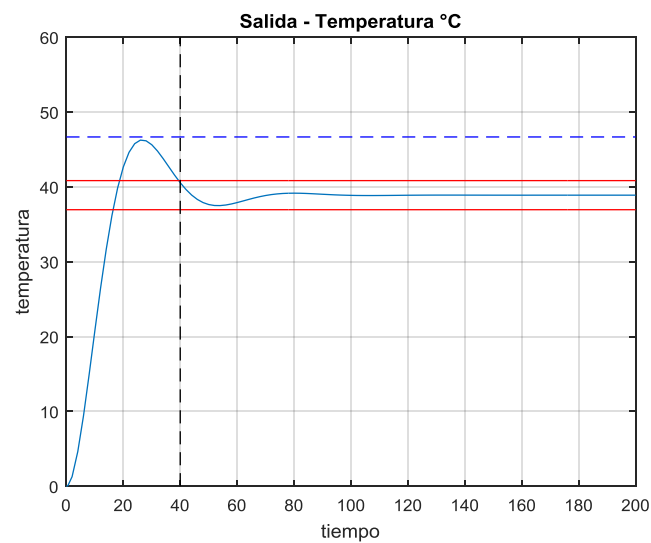


Fig.3 Grafica para $r = 5$, $K_p = 35$

Se aprecia que la señal de salida no llega a 50°C solo a cerca de 40°C , entonces se aumenta K_p .

3. Con $r = 5$, $K_p = 40$

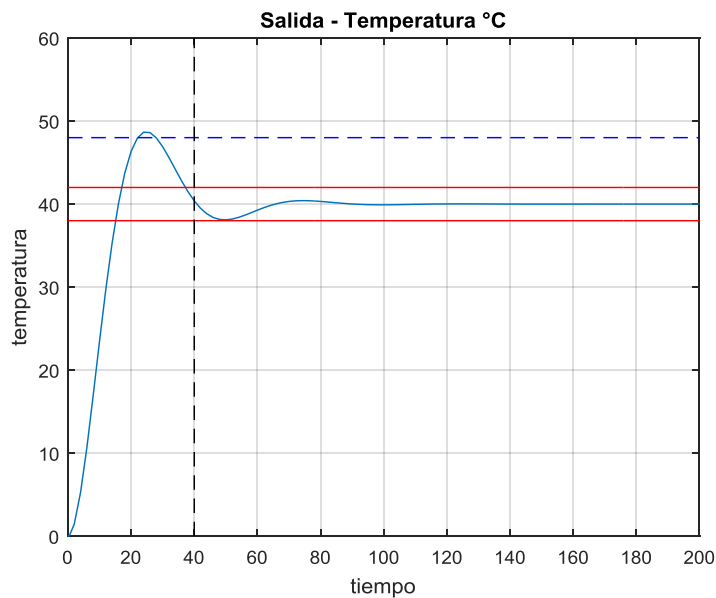


Fig.4 Grafica para $r = 5$, $K_p = 40$

El sobre impulso resulta mayor que el límite de las especificaciones además se probó que por más que se aumente el K_p , no llega a 50° , ésto tiene sentido ya que el sistema necesita una acción integral.

En conclusión nos quedamos en el valor de $K_p=35$, para así cumplir con los requerimientos planteados.

Efecto de T en la estabilidad del sistema:

- c. Con el K_p hallado en b. graficar la respuesta de este sistema a la misma entrada para valores de $T > T'_{seg}$. Y valores de $T < T'_{seg}$. Explicar el efecto de T sobre la estabilidad del sistema.

Solución:

- Aumentando el Tiempo de muestreo " T_s ", de 2seg a 4seg y 6seg.

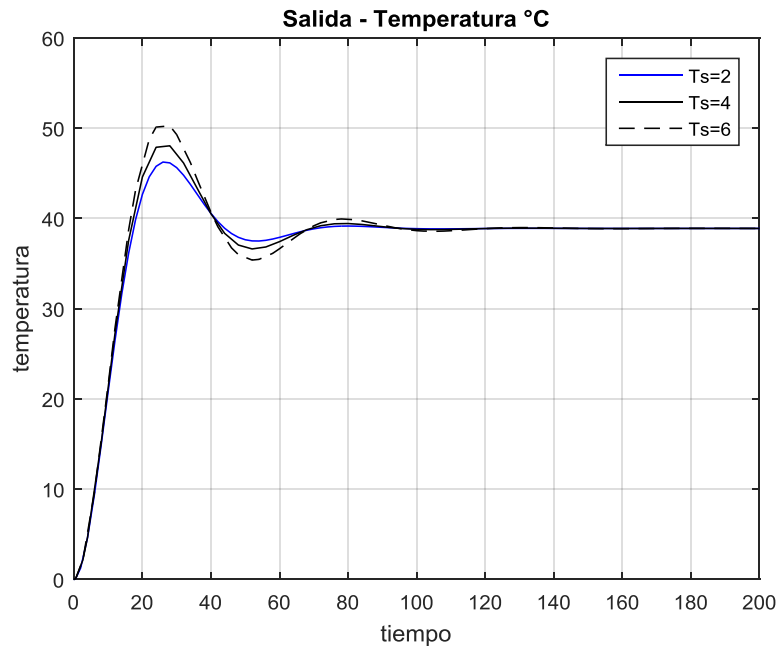


Fig.5 Salida del sistema controlado para $T_s = 2, 4$ y 6seg

Se puede observar en la Fig.5 que la respuesta es más oscilante cuando se aumenta el T_s , pero aún es estable.

Si se incrementa más el T_s , llega al valor de 25s a partir del cual el sistema discretizado se vuelve inestable.

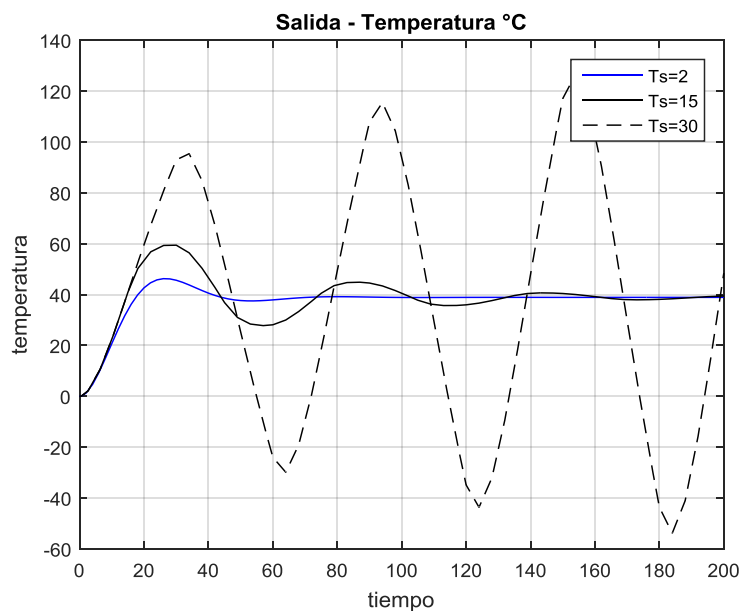


Fig.6 Salida del sistema controlado para $T = 2, 15$ y 30seg

- Reduciendo el Tiempo de muestreo " T_s ", de 2seg a 1seg y 0.5seg.

Se puede apreciar en la Fig.11 que mientras se reduce el T_s la respuesta disminuye la amplitud de las oscilaciones.

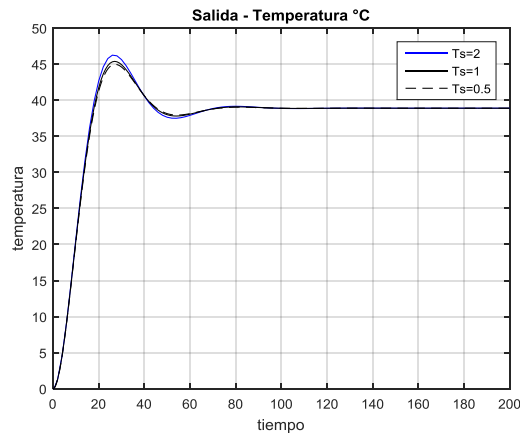


Fig.7 Salida del sistema controlado para $T = 2, 1$ y 0.5seg

Ahora se probará con tiempos de muestreo más reducidos:

- Reduciendo el Tiempo de muestreo " T_s ", de 2seg a 0.1seg y 0.01seg.

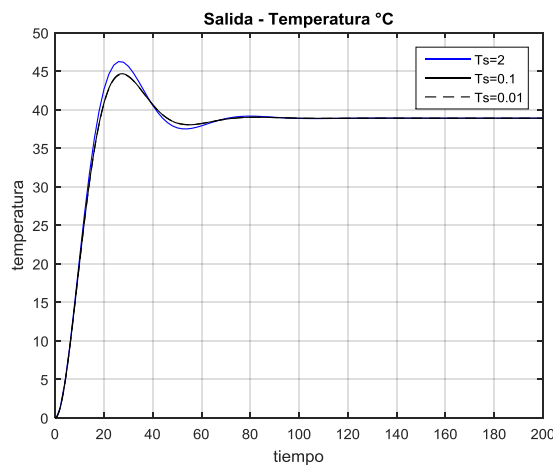


Fig.8 Salida del sistema controlado para $T = 2, 0.1$ y 0.01seg

Se aprecia que por más que se baje el tiempo de muestreo, ya la respuesta no cambia.

- d. Para los 3 valores significativos de T (incluyendo $T=T'$) obtenidos en "c", determinar la posición de las raíces de la ecuación característica del sistema en el plano-z.
Explicar la relación entre la estabilidad del sistema y la posición de las raíces de su ecuación característica.

Solución:

Del diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado:

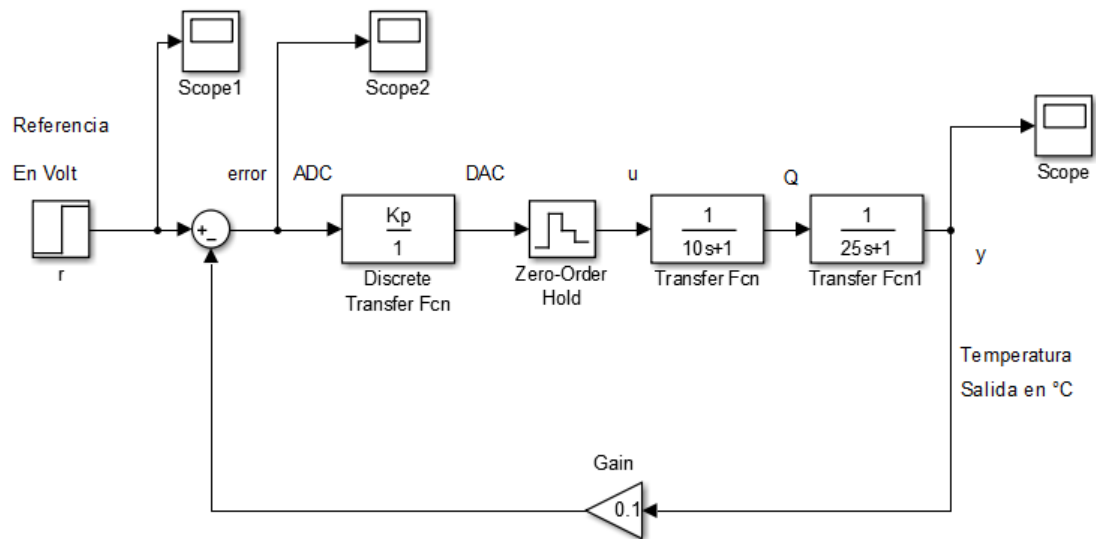


Fig.9 Diagrama de bloques en lazo cerrado

Se obtendrá la función de transferencia en lazo cerrado.

$$H(s) = 0.1$$

$$G_p(s) = \frac{1}{(10s + 1)(25s + 1)}$$

$$D(z) = Kp = 50$$

En lazo cerrado:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{D(z)G_{zoh}Z\{G_p(s)\}}{1 + D(z)G_{zoh}Z\{G_p(s)H(s)\}}$$

Reemplazando:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{Kp * (1 - z^{-1})Z\left\{\frac{G_p(s)}{s}\right\}}{1 + Kp(1 - z^{-1})Z\left\{\frac{G_p(s) * 0.1}{s}\right\}}$$

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{50 * (1 - z^{-1})Z\left\{\frac{1}{s(10s + 1)(25s + 1)}\right\}}{1 + 5(1 - z^{-1})Z\left\{\frac{1}{s(10s + 1)(25s + 1)}\right\}}$$

En MATLAB:

Script:

Se utiliza el comando de discretización c2d, por el método 'zoh'. Con lo cual resulta igual a multiplicar por el Gzoh.

Además se grafican los polos y ceros en el plano del círculo unitario.

$$G_p(s) = \frac{1}{(10s + 1)(25s + 1)} = \frac{1}{250s^2 + 35s + 1}$$

```
clear all;close all;clc

num = [1];
den = [250 35 1];

%%
Ts = 2;%tiempo de muestreo
Kp = 35; %Valor constante proporcional hallada anteriormente
Kz = Kp; %Controlador proporcional discreto
H = 0.1; % Ganancia del sensor
z = tf('z');

Fzoh = (1-1/z);%

sys1 = tf(num,den);%FT de planta/s (el "s" debido al ZOH)
sys2 = c2d(sys1,Ts,'zoh');%Discretización de la planta/s

FTol = Kz*sys2*H %Funcion de transferencia discreta en lazo abierto
Numm = Kz*sys2
Denn = FTol+1
FTcl = Numm/Denn

[p,z] = pzmap(FTcl) %Obtencion de polos y ceros
pzmap(FTcl) %Grafica respecto al círculo unitario
```

Pruebas para diferentes tiempos de muestreo **Ts**:

- **Ts = 2**

Se obtiene la función de transferencia en lazo cerrado:

$$FT_{cl} = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{0.2553 * z + 0.2325}{z^2 - 1.716 * z + 0.779}$$

Polos:

$$0.8580 + 0.2070i$$

$$0.8580 - 0.2070i$$

Ceros:

$$-0.9107$$

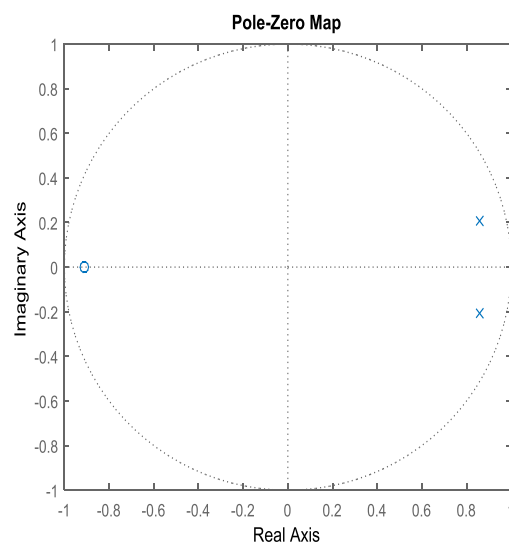
Grafica polos y ceros:

Fig.10 Para $T_s=2s$ polos se encuentran dentro del círculo unitario

- $T_s = 4$

Se obtiene la función de transferencia en lazo cerrado:

$$FT_{cl} = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{0.9324 * z + 0.7737}{z^2 - 1.429 * z + 0.6486}$$

Polos:

$$0.7145 + 0.3716i$$

$$0.7145 - 0.3716i$$

Ceros:

$$-0.8298$$

Grafica polos y ceros:

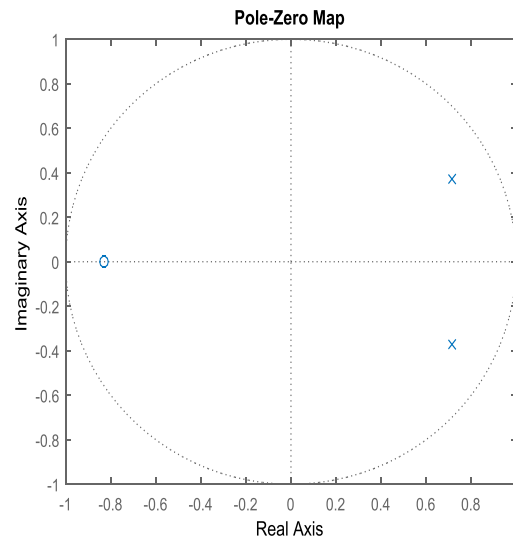


Fig.11 Para $T_s=4s$ polos se encuentran dentro del círculo unitario

Se observa que los polos se dirigen a la izquierda y el cero a la derecha.

- **$T_s = 10$**

Se obtiene la función de transferencia en lazo cerrado:

$$FT_{cl} = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{4.482 * z + 2.812}{z^2 - 0.59 * z + 0.5278}$$

Polos:

$$0.2950 + 0.6639i$$

$$0.2950 - 0.6639i$$

Ceros:

$$-0.6274$$

Grafica polos y ceros:

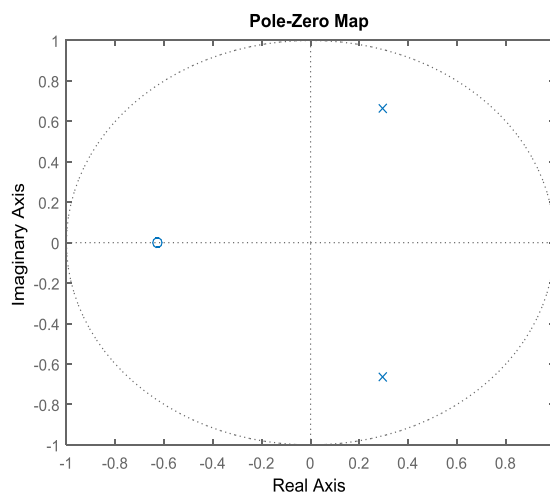


Fig.12 Para $T_s=10s$ polos se encuentran dentro del círculo unitario

Se observa que los polos se dirigen a la izquierda y el cero a la derecha.

- **$T_s = 20$**

Se obtiene la función de transferencia en lazo cerrado:

$$FT_{cl} = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{11.95 * z + 4.718}{z^2 + 0.61 * z + 0.5326}$$

Polos:

-0.3050 + 0.6630i

-0.3050 - 0.6630i

Ceros:

-0.3948

Grafica polos y ceros:

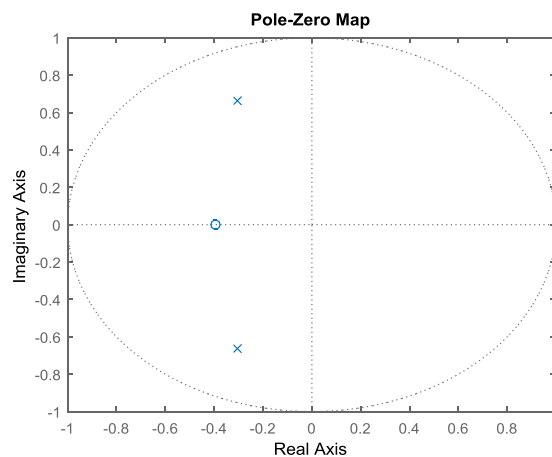


Fig.13 Para $T_s=20s$ polos se encuentran dentro del círculo unitario

Se observa que los polos se dirigen a la izquierda y el cero a la derecha.

- **$T_s = 30$**

Se obtiene la función de transferencia en lazo cerrado:

$$FT_{cl} = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{18.59 * z + 4.648}{z^2 + 1.508 * z + 0.4798}$$

Polos:

-1.0519

-0.4561

Ceros:

-0.2500

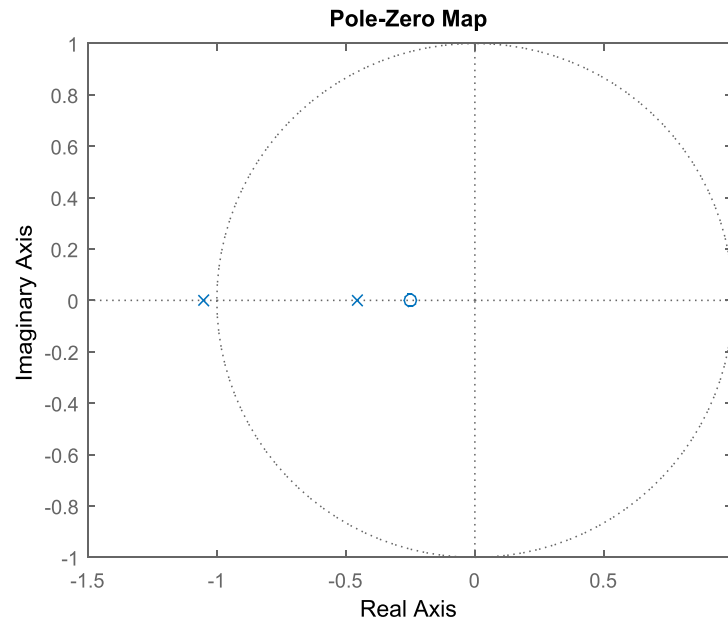
Grafica polos y ceros:

Fig.14 $T_s=30s$ uno de los polos se encuentra fuera del círculo unitario

El sistema para el valor de $T_s=30s$ ya se desestabilizó, y se aprecia que uno de los polos ya salió del círculo unitario. Esto tiene relación directa con lo obtenido en la **Fig.6** de la respuesta para el retardo, se ve que diverge.

Efecto de T en el Error estacionario

- e. Obtener el error estacionario del sistema en respuesta al mismo escalón de entrada para 3 valores significativos de T. Para este caso, explicar el efecto de T en el error estacionario.

Se realiza la prueba con valores de T_s que no desestabilicen el sistema controlado.

Script en Matlab para las pruebas:

```
clear all;close all;clc

%Parametros
r = 5;%referencia
Kp= 35; %Valor de la constante proporcional de control discreto

%Tiempo de muestreo
Tcalculado = 2;
Ts = Tcalculado;

sim('Respuesta_tiempo.slx'); %ejecutando el simulink que posee el diagrama de control
tiempo = Salida.time;
y = Salida.signals.values(:,1); %Variables guardadas en los SCOPE de Simulink
err = Error.signals.values(:,1);
ref = Referencia.signals.values(:,1);

figure(1)
plot(tiempo,err,'b'); grid on;title('Error en Voltios');xlabel('tiempo');ylabel('V')
hold on
error1 = err(end)

Ts = Tcalculado+2;
sim('Respuesta_tiempo.slx'); %ejecutando el simulink que posee el diagrama de control
tiempo = Salida.time;
y = Salida.signals.values(:,1); %Variables guardadas en los SCOPE de Simulink
err = Error.signals.values(:,1);
plot(tiempo,err,'k');
error2 = err(end)

Ts = Tcalculado+6;
sim('Respuesta_tiempo.slx'); %ejecutando el simulink que posee el diagrama de control
tiempo = Salida.time;
y = Salida.signals.values(:,1); %Variables guardadas en los SCOPE de Simulink
err = Error.signals.values(:,1);
plot(tiempo,err,'k--');
error3 = err(end)

legend('Ts=2','Ts=4','Ts=8')
```

Se llama al Simulink : **Respuesta_tiempo.slx**

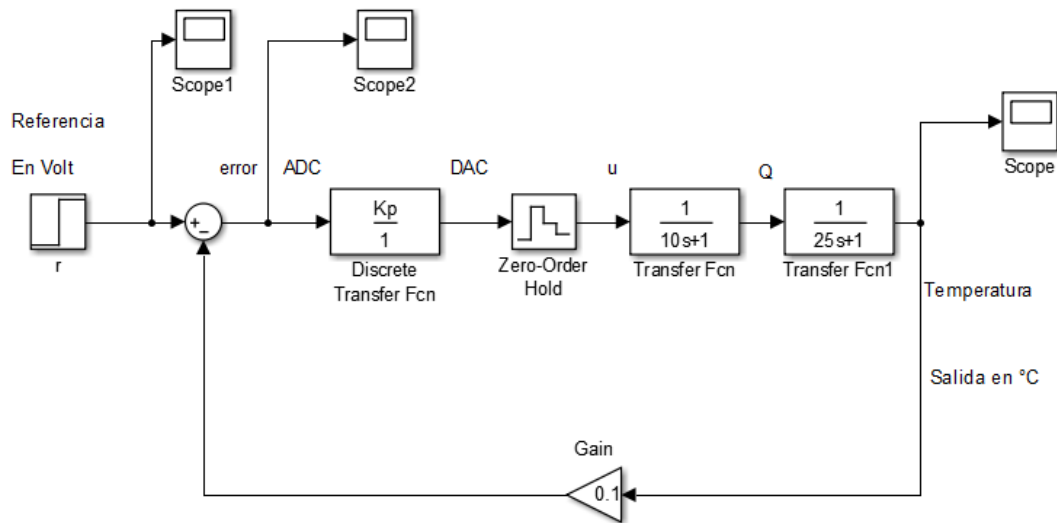


Fig.19 Diagrama en Simulink 'Respuesta_tiempo.slx'

Se obtuvo los siguientes errores en estado estacionario:

Ts (seg)	Error estacionario(V)
2	1.1111
4	1.1111
8	1.1111

Se aprecia que el error estacionario es igual a 1.1111 para los diferentes tiempos, únicamente variará cuando se desestabilice.

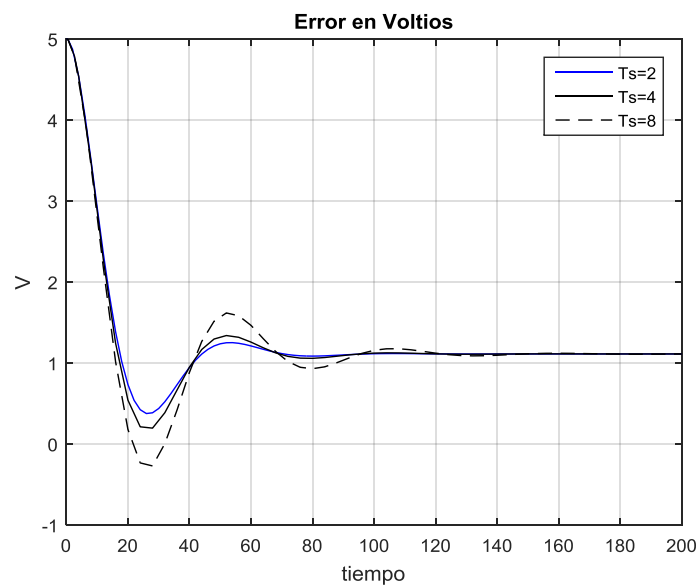


Fig.20 Error del control para $T_s = 2, 4$ y $8s$

- f. Obtener el error estacionario del sistema en respuesta a la misma rampa unitaria de entrada, para 3 valores significativos de T . Para este caso , explicar el efecto de T en el error estacionario

Solución:

La rampa unitaria (pendiente 1), viene a ser:

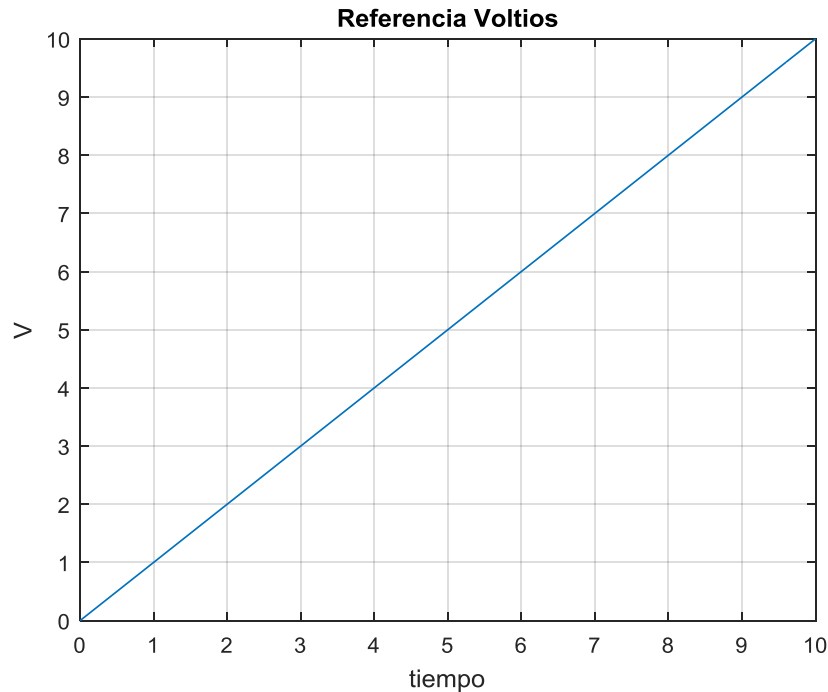


Fig.21 *Rampa unitaria de referencia*

Como la señal de referencia va de 0 a 10VDC, se limita su valor.

Se grafica el error en MATLAB de la misma forma que el punto e.

Ts (seg)	Error final(V)
2	8.7902
4	9.1398
8	9.7958

Se aprecia que los errores no son iguales y además se van alejando.

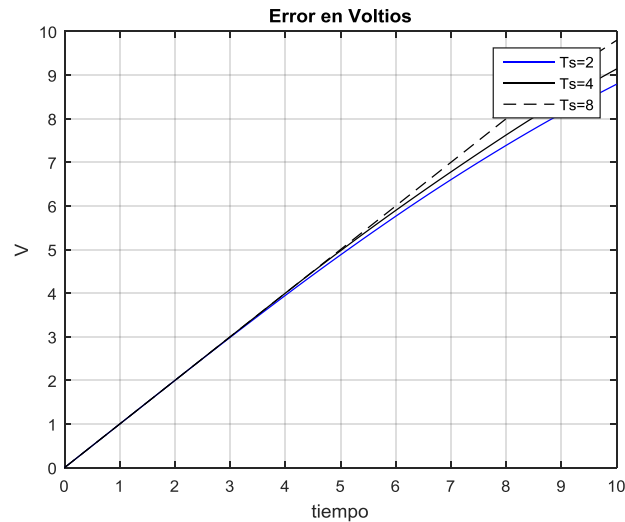


Fig.22 Error para una entrada rampa y $T_s=2,4,8s$.

Se puede observar que se limita el tiempo porque como la rampa es unitaria se debe seguir dicha relación en x,y.

Además se puede observar que en diferencia del caso de entrada de referencia escalón, en el caso rampa si el error no es igual para los diferentes T_s .

La respuesta del sistema es:

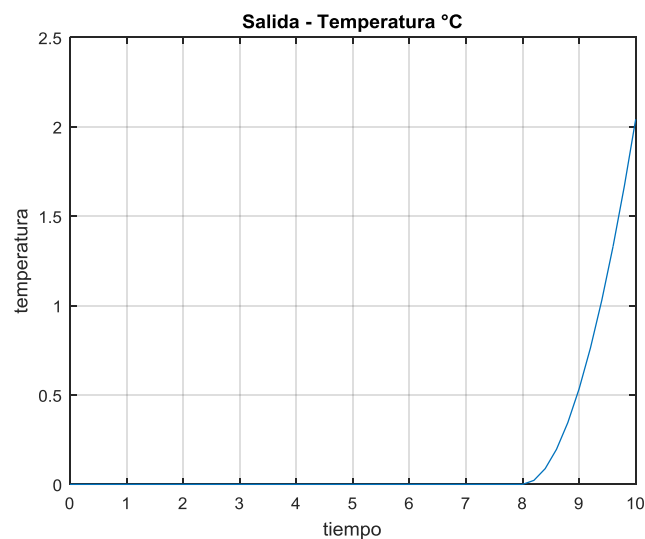


Fig.23 Salida de temperatura para el tiempo simulación $t=10s$

Efecto del retardo de cómputo en la estabilidad del sistema

- g. Considerando un retardo de uno y más periodos de muestreo en el sistema, graficar la respuesta del sistema para tres valores significativos de ese retardo. Explicar el efecto de este retardo en la estabilidad del sistema.

Solución:

Se considera un retardo en la señal controlada (también se puede haberlo considerado en la señal medida –sensor, pero como es una medida analógica no se podría alterar los tiempos mediante un Delay Z^{-k}).

A continuación se muestra el diagrama considerado:

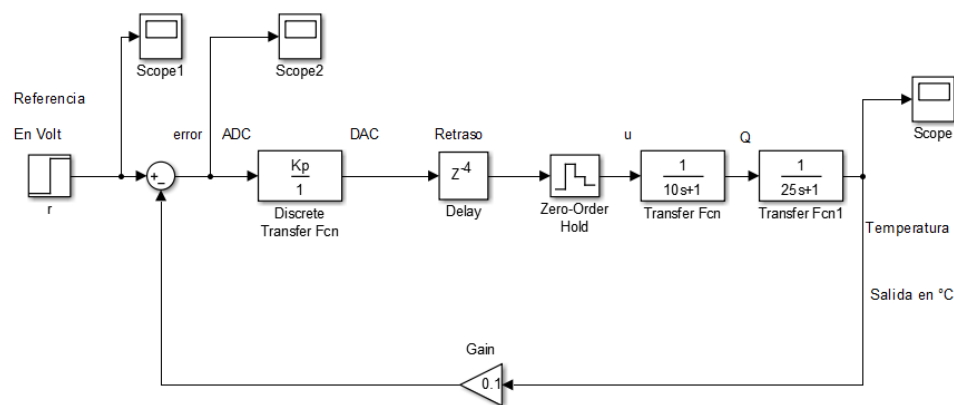


Fig.23 Diagrama de bloques del sistema controlado con retardo

Para las pruebas se consideran retrasos de : $n \cdot T_s$. $T_s = 2s$.

- Sin retraso

$$Z^0$$

- 1 Periodo de retraso

$$Z^{1 \cdot T_s}$$

- 2 Periodos de retraso

$$Z^{2 \cdot T_s}$$

- 3 Periodos de retraso

$$Z^{3 \cdot T_s}$$

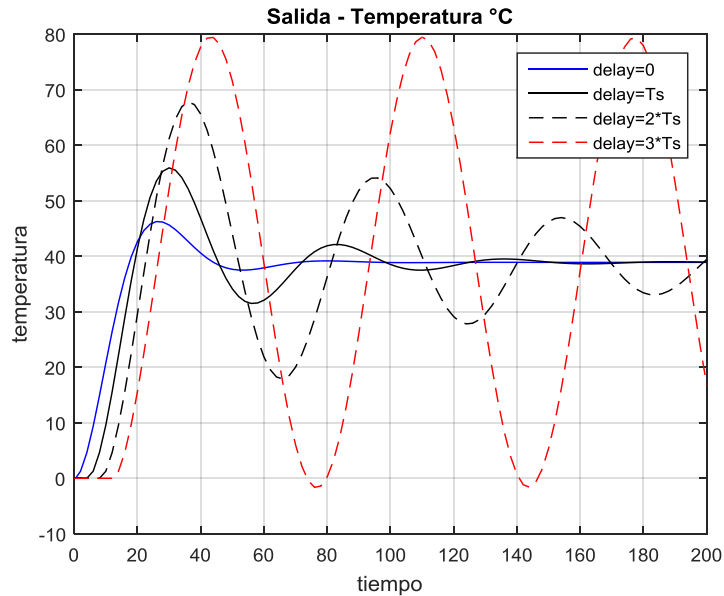


Fig.24 Respuesta del sistema para valores de retraso de $0T_s$, T_s , $2T_s$ y $3T_s$

Se observa que a partir del retraso de $3T_s$ el sistema controlado se vuelve inestable.

```
%Tiempo de muestreo
Tcalculado = 2;
Ts = Tcalculado;
nn = 0;%Numero de periodos de muestreo de retraso

sim('Respuesta_tiempo_delay.slx');
tiempo = Salida.time;
y = Salida.signals.values(:,1); %Variables guardadas en los SCOPE de Simulink

figure(1)
plot(tiempo,y,'b'); grid on;title('Salida - Temperatura
°C');xlabel('tiempo');ylabel('temperatura')
hold on;

nn = 1;%Numero de periodos de muestreo de retraso
sim('Respuesta_tiempo_delay.slx');
y = Salida.signals.values(:,1); %Variables guardadas en los SCOPE de Simulink
plot(tiempo,y,'k'); grid on;title('Salida - Temperatura
°C');xlabel('tiempo');ylabel('temperatura')

nn = 2;%Numero de periodos de muestreo de retraso
sim('Respuesta_tiempo_delay.slx');
y = Salida.signals.values(:,1); %Variables guardadas en los SCOPE de Simulink
plot(tiempo,y,'k--'); grid on;title('Salida - Temperatura
°C');xlabel('tiempo');ylabel('temperatura')

nn = 3;%Numero de periodos de muestreo de retraso
sim('Respuesta_tiempo_delay.slx'); %ejecutando el simulink que posee el diagrama
de control

y = Salida.signals.values(:,1); %Variables guardadas en los SCOPE de Simulink
plot(tiempo,y,'r--'); grid on;title('Salida - Temperatura
°C');xlabel('tiempo');ylabel('temperatura')

legend('delay=0','delay=Ts','delay=2*Ts','delay=3*Ts')
```

Conclusiones

1. La ganancia del sensor se seleccionó de acuerdo al valor de la señal de referencia y señal de salida.
2. Debido a que la planta a controlar no es de tipo 1 y además el controlador utilizado es solo proporcional, se obtuvo un error estacionario de 1.111 para las entradas escalón y con **T_s** que no desestabilicen el sistema en lazo cerrado.
3. Cuando se incrementó el periodo de muestreo se fue volviendo más oscilatoria la señal de salida y llegó hasta el valor de **$T_s = 30s$** en el cual el sistema se desestabilizó.
4. Al reducir el tiempo de muestreo a valores muy cercanos a "0", en éste caso **$T_s = 0.1s$** , ya no se apreciaban las mejoras en la reducción de la amplitud de las oscilaciones de la salida.
5. Conforme se aumentó el periodo de muestreo los polos que estaban dentro del círculo unitario (para **$T_s = 2s$**) se fueron moviendo hacia la izquierda y el cero hacia la derecha. Hasta llegar al valor de **$T_s = 30s$** en el cual uno de los polos salió del círculo unitario.
6. Para una entrada rampa de referencia, el sistema controlado obtuvo diferentes errores finales para diferentes valores de periodo de muestreo.
7. El sistema controlado se desestabiliza para retardos iguales o mayores a " **$3T_s$** ".