
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Maestría en Control y Automatización



Sistemas Lineales ICA600

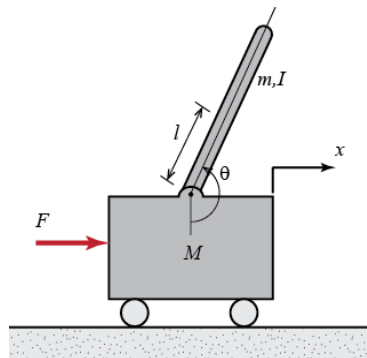
Título : Control sistemas en espacio de estados

Nombre: Dimel Arturo Contreras Martínez

Código: 20156458

Profesor: Dr. Morán Cárdenas, Antonio Manuel

Fecha: 14 de Noviembre del 2015



2015

Diseño de controladores de estado

Para la planta del motor con tornillo sin fin:



De los apuntes de clase, se obtiene la siguiente ecuación:

a. Corriente consumo del motor

$$i = \left(\frac{2\pi I}{pK_t} + \frac{mr}{K_t \tan \alpha} \right) \ddot{x} + \left(\frac{cr}{K_t \tan \alpha} \right) \dot{x}$$

Sea:

$$z_1 = \frac{2\pi I}{pK_t} + \frac{mr}{K_t \tan \alpha}$$

$$z_2 = \frac{cr}{K_t \tan \alpha}$$

$$i = z_1 \ddot{x} + z_2 \dot{x}$$

Se obtiene:

$$\ddot{x} = \frac{1}{z_1} i - \frac{z_2}{z_1} \dot{x}$$

b. Voltaje de entrada al motor

$$v = Ri + L \frac{di}{dt} + eb$$

$$eb = K_v \dot{\theta}$$

$$eb = Kb \frac{2\pi}{p} \dot{x}$$

Se obtiene:

$$\frac{di}{dt} = \frac{v}{L} - \frac{Ri}{L} - K_v \frac{2\pi}{Lp} \dot{x}$$

Se obtiene las siguientes ecuaciones de espacio de estado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{z_2}{z_1} & \frac{1}{z_1} \\ 0 & -K_v \frac{2\pi}{L p} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/L \end{bmatrix} v$$

$$y = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i \end{bmatrix}$$

1. Diseño del controlador mediante ubicación de “polos deseados”.**a. Requerimientos:**

$r = 0.5$
 $t_{\text{asentamiento}} < 4 \text{ seg}$
 $\text{sobreimpulso} < 1\%$
 $\text{error estacionario: } 0\%$
 $\text{abs}(u) < 50 \text{ volt}$
 $\text{pot} < 250 \text{ watts}$

b. Código MATLAB

```
clear;
close all;
clc;
R = 1.1;          L = 0.0001;
Kt = 0.0573;      Kb = 0.05665;
I = 4.326e-5;     p = 0.0025;
m = 1.00;         c = 40;
r = 0.01;         alfa = 45*pi/180;
d = m + 2*pi*I*tan(alfa)/(p*r);
a22 = -c/d;
a23 = Kt*tan(alfa)/(r*d);
a32 = -2*pi*Kb/(p*L);
a33 = -R/L;
b31 = 1/L;
w21 = -1/d;
A = [ 0   1   0
      0  a22 a23
      0  a32 a33 ];
B = [ 0
      0
      b31 ];
Wf = [ 0
       w21
       0 ];

H = inv([A^2*B  A*B  B]);
Ab = H*A*inv(H);
Bb = H*B;
% a2 = -Ab(1,1);
% a1 = -Ab(2,1);
% a0 = -Ab(3,1);
polosA = eig(A);
denA = poly(polosA);
a2 = denA(1,2);
a1 = denA(1,3);
a0 = denA(1,4);
```

```

T = [0 0 1
      0 1 a2
      1 a2 a1];
T = inv(T);
Abb = T*Ab*inv(T);
Bbb = T*Bb;
polos = [ -2  -4  -6];
alfa = input('Factor de polos: '); % Se Tomo =1
polos = alfa*polos;
dendes = poly(polos);
b2 = dendes(1,2);
b1 = dendes(1,3);
b0 = dendes(1,4);
Kz = [b2-a2  b1-a1  b0-a0];
K = Kz*T*H;
Acl = A - B*K;

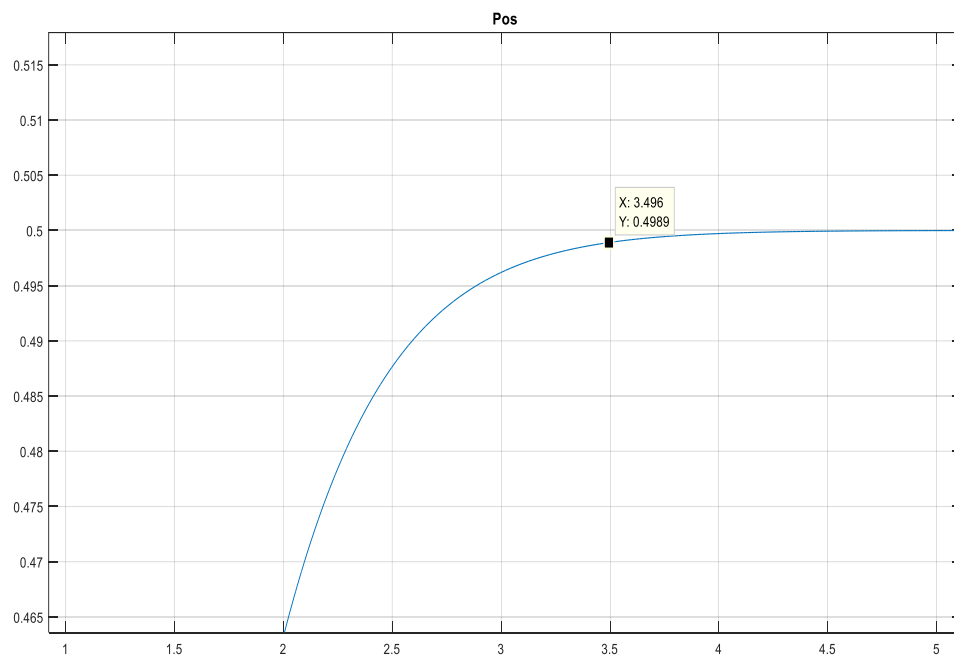
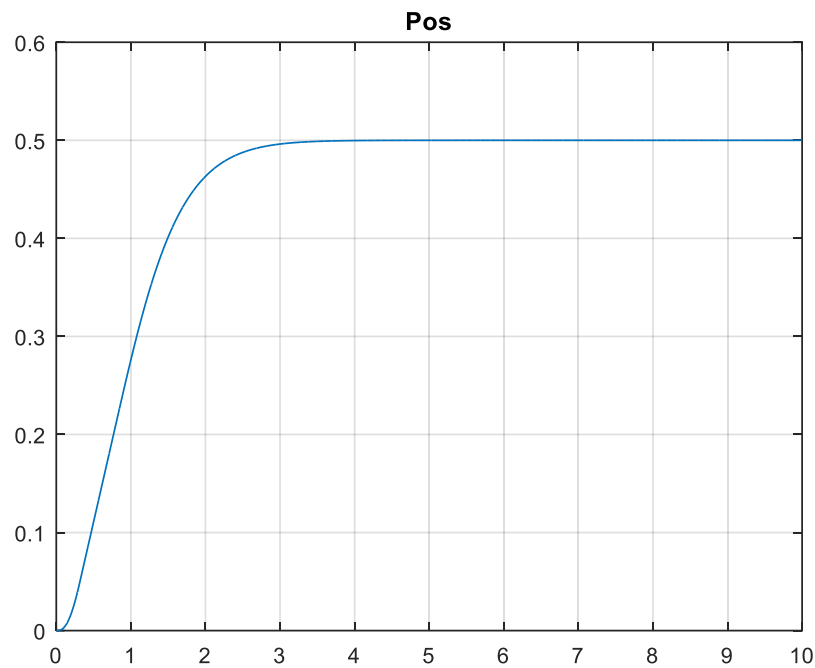
ti = 0;      tf = 10;
dt = 0.000002;
[ Ak  Bk ] = c2d(A,B,dt);
[ Ak  Wfk ] = c2d(A,Wf,dt);
Fseca = 0*2.5;
xast = 0.5;
k = 1;
x(1,1) = 0;      x(2,1) = 0;      x(3,1) = 0;
for tt = ti:dt:tf
    x1(k,1) = x(1,1);      x2(k,1) = x(2,1);      x3(k,1) = x(3,1);
    t(k,1) = tt;
    u = -K*x + K(1,1)*xast;
    if(u > 50)
        u = 50;
    elseif( u < -50)
        u = -50;
    end
    uu(k,1) = u;
    pot(k,1) = u*x(3,1);
    if(x(2,1) >= 0)
        Fs = Fseca;
    elseif( x(2,1) < 0)
        Fs = -Fseca;
    end
    x = Ak*x + Bk*u + Wfk*Fs;
    k = k + 1;
end
figure(1);plot(t,x1);title('Pos');grid;
figure(2);plot(t,x2);title('Vel');grid;
figure(3);plot(t,x3);title('Amp');grid;
figure(4);plot(t,uu);title('Volt');grid;
figure(5);plot(t,pot);title('Pot');grid;

```

Resultados para los polos:

A. Polos Reales = [-2, -4, -6] (No se debe de presentar sobre oscilación)

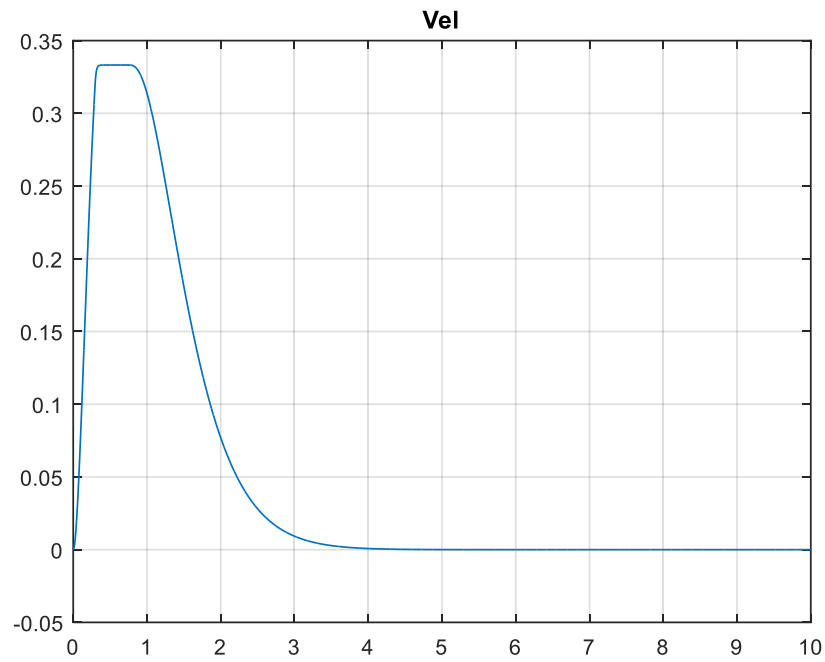
- **Posición (X) [Referencia x = 0.5m]**



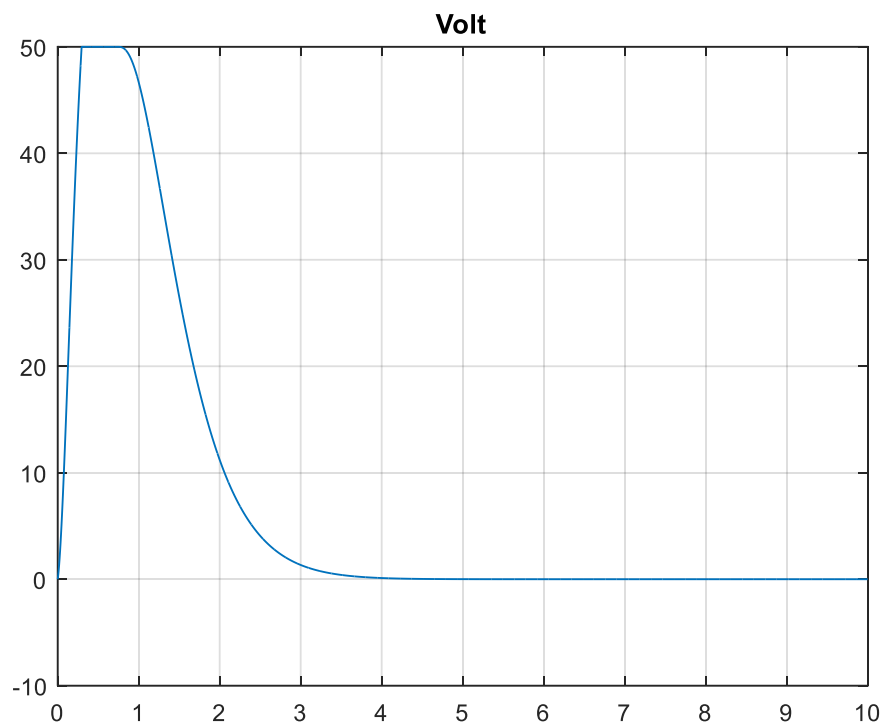
Tiempo de establecimiento aproximadamente 3.5 segundos, en el cual el error es muy pequeño, menor del 0.1% . En 4 segundos el error es prácticamente

0.

- **Velocidad (\dot{X})**

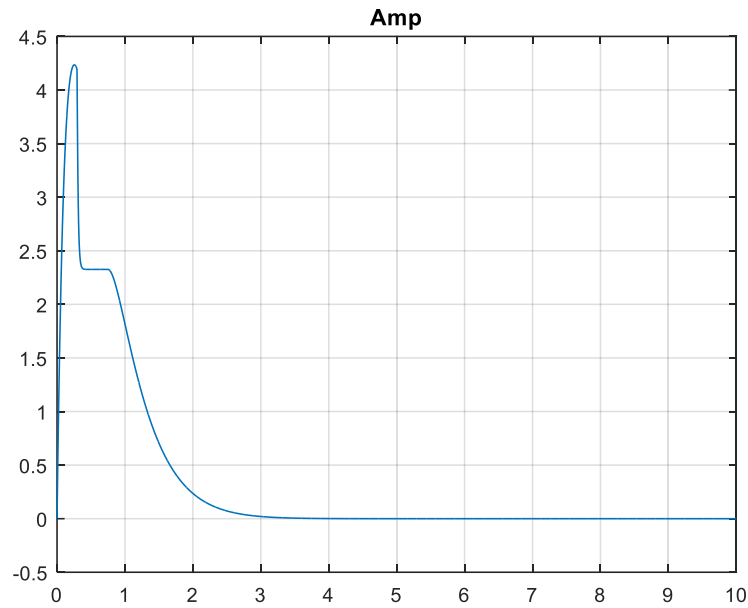


- **Voltaje (u)**



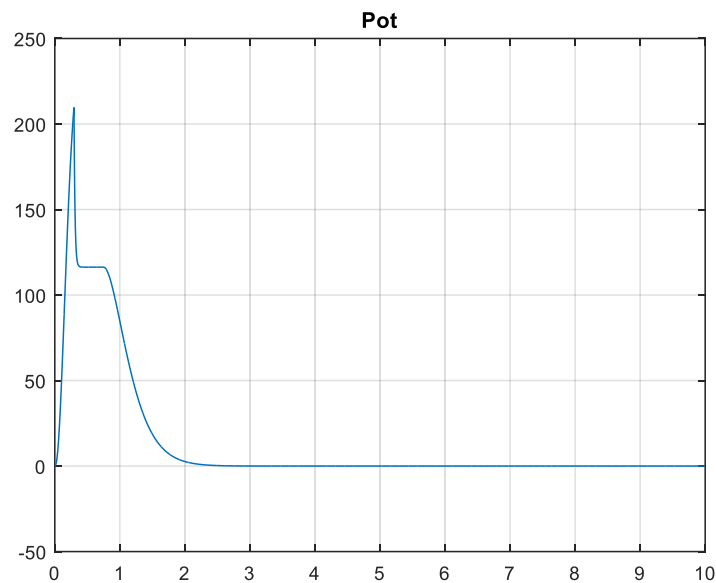
El voltaje máximo es 50V. Obtenido por saturación.

- **Corriente (i)**



El valor pico de 4 Amperios es aceptable por los circuitos de potencia.

- Potencia ($P = u \cdot i$)

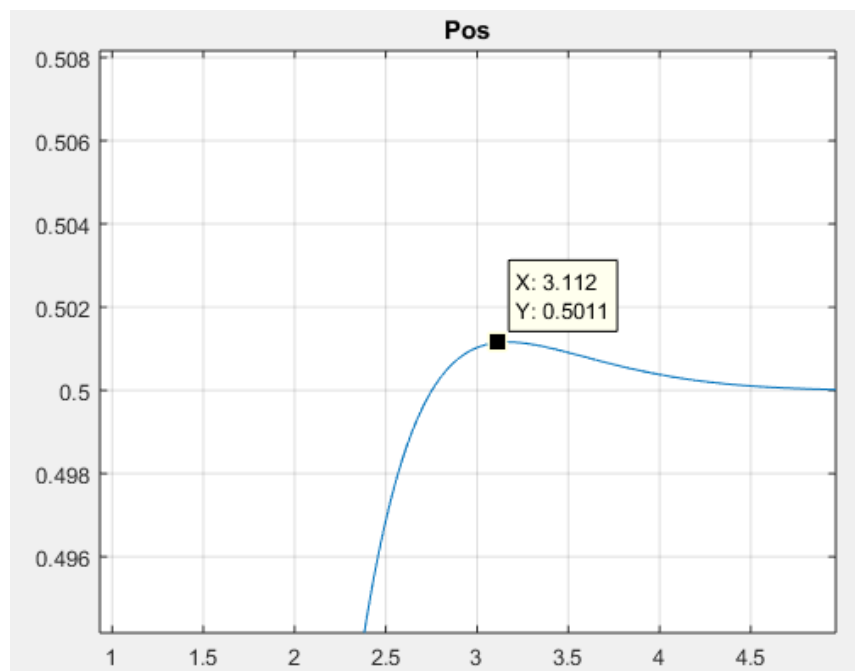
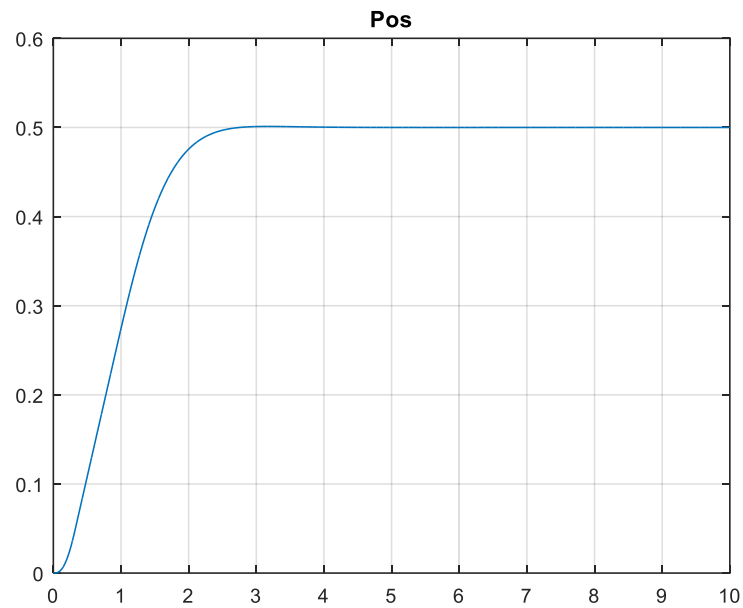


La potencia utilizada es menor que 250W.

Por lo tanto : Se cumple con los requerimientos, para los polos ubicados.

B. Polos Complejos = $[-3+i, -3-i, -4]$ (Presentar sobre oscilación)

- Posición (X) [Referencia $x = 0.5m$]

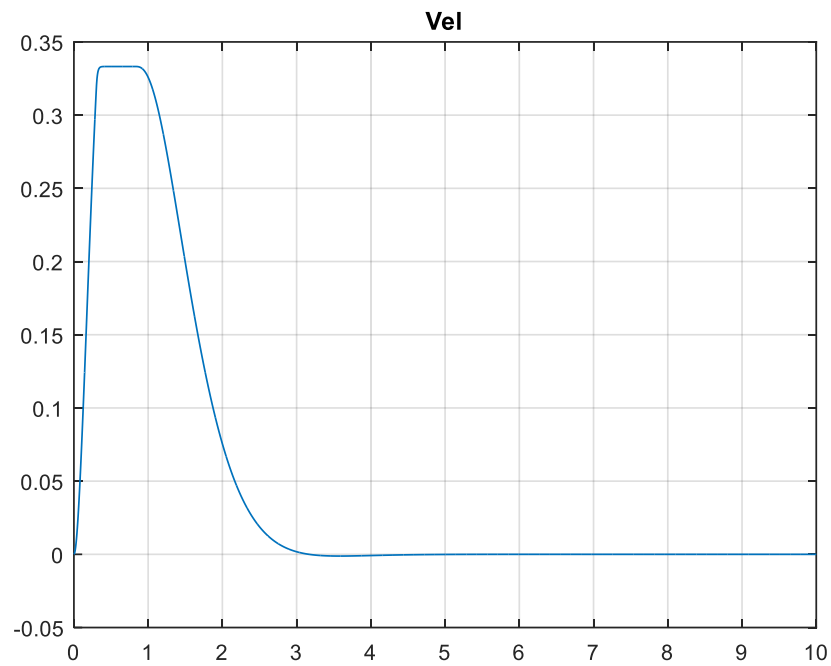


Tiempo de establecimiento aproximadamente 4 segundos, error es muy cercano 0.

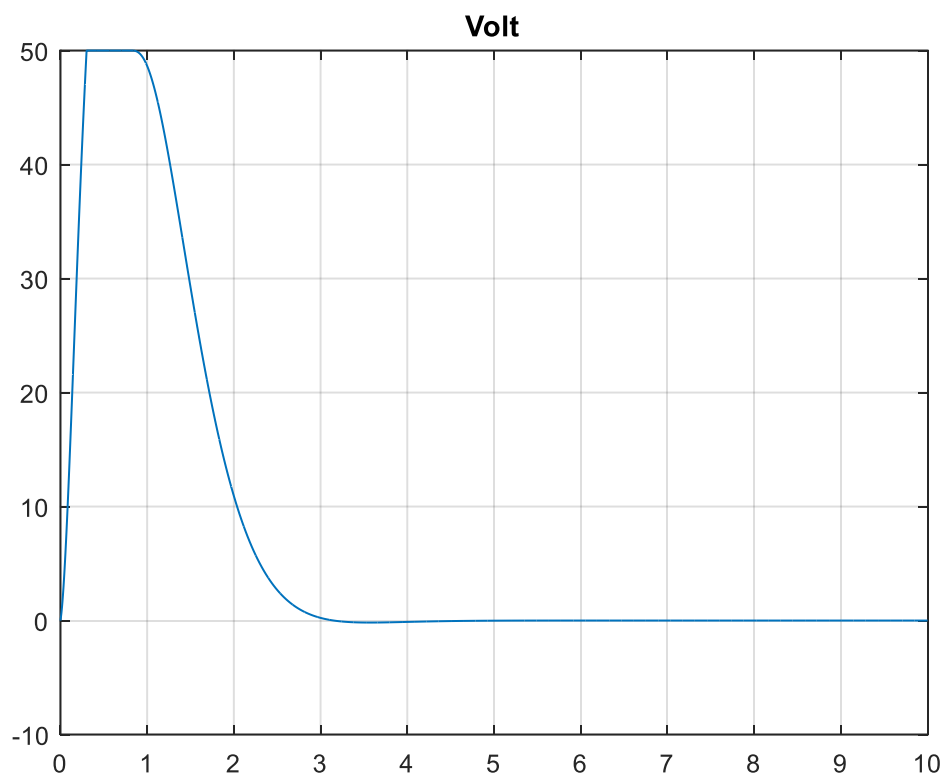
En 3 segundos, presenta una Sobreimpulso menor del 0.2%.

Se observa que es más rápido que la respuesta con los polos reales.

- Velocidad (\dot{x})

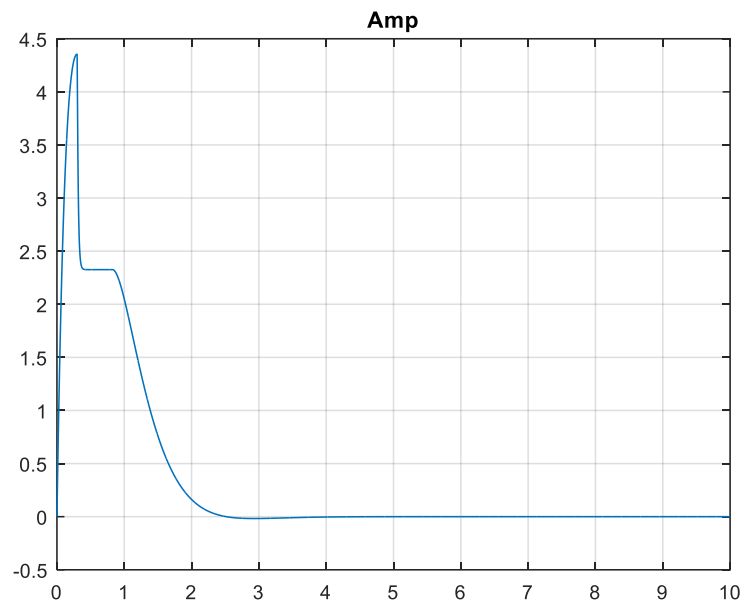


- Voltaje (u)



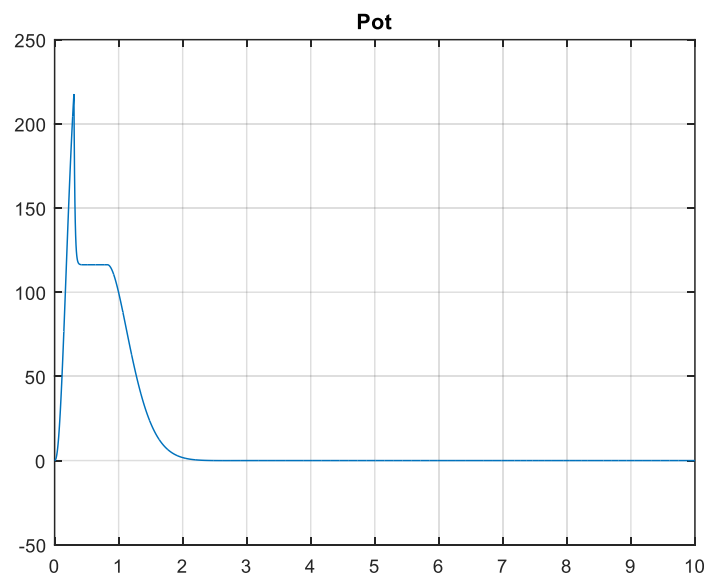
El voltaje máximo es 50V. Obtenido por saturación.

- Corriente (i)



El valor pico de 4 Amperios es aceptable por los circuitos de potencia.

- Potencia ($P = u \cdot i$)

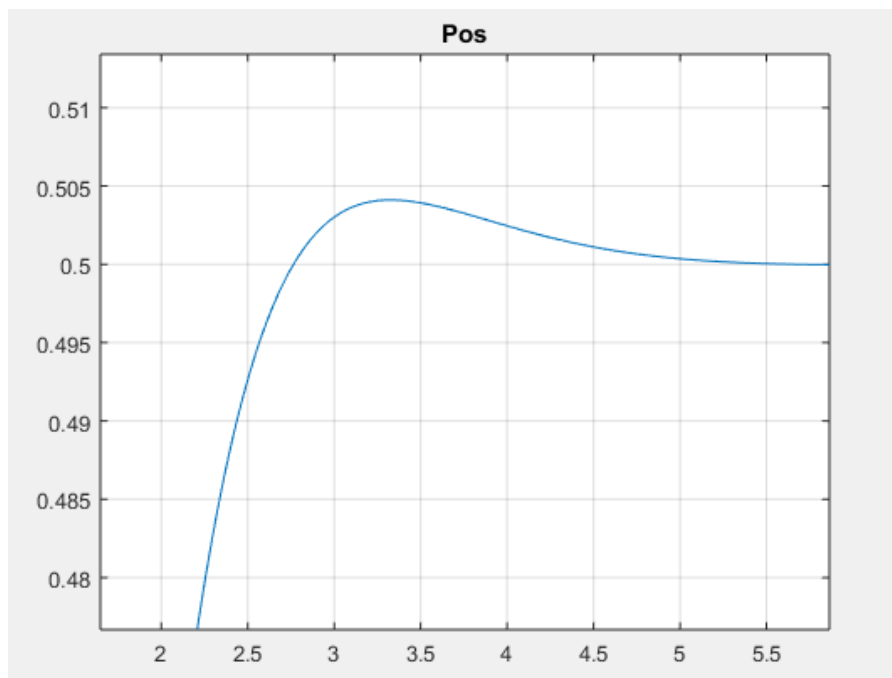
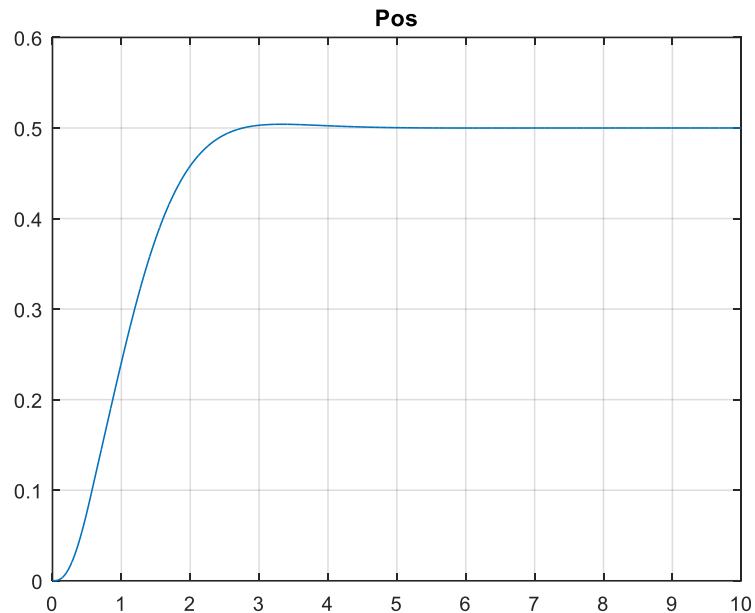


La potencia utilizada es menor que 250W.

Por lo tanto : Se cumple con los requerimientos, para los polos ubicados.

Polos Complejos = $[-2+i, -2-i, -4]$ (Presentar sobre oscilación)

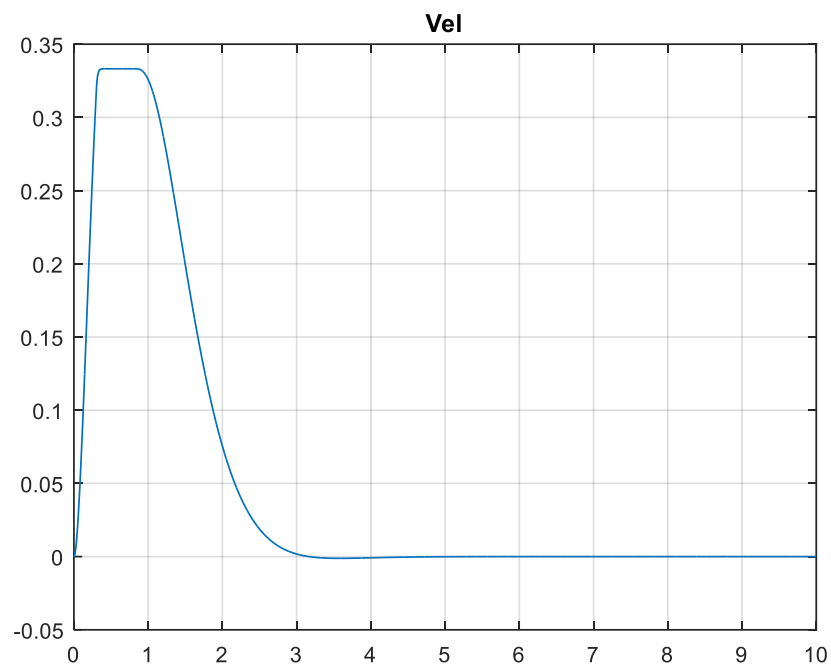
- **Posición (X) [Referencia x = 0.5m]**



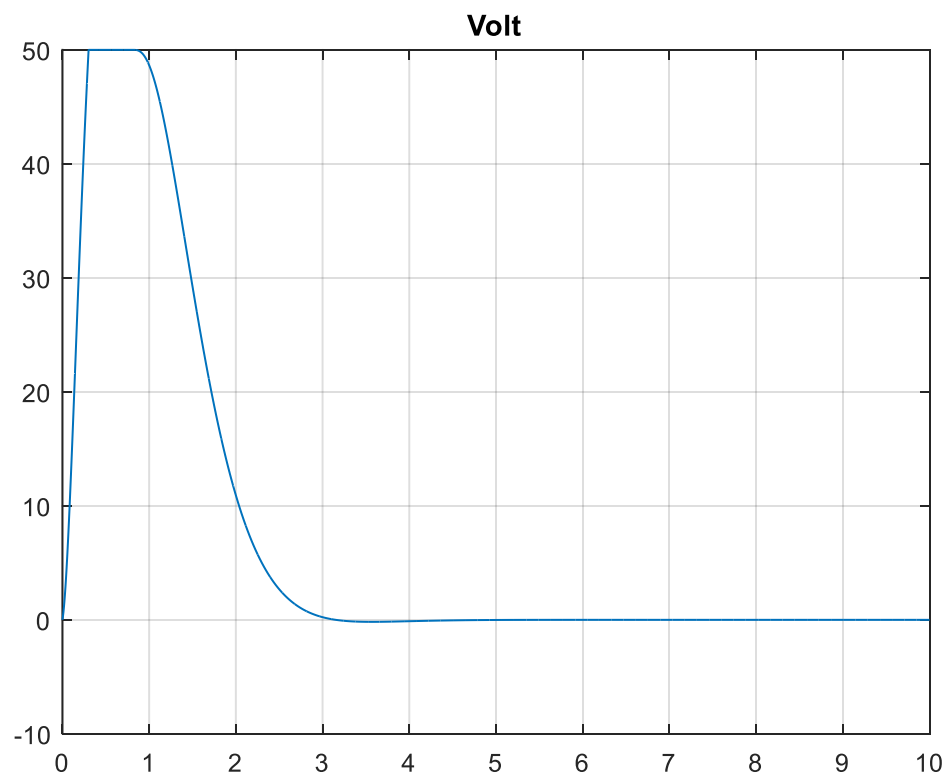
Tiempo de establecimiento aproximadamente 5 segundos.

En 3.5 segundos, presenta una Sobreimpulso menor del 1%.

- Velocidad (\dot{x})

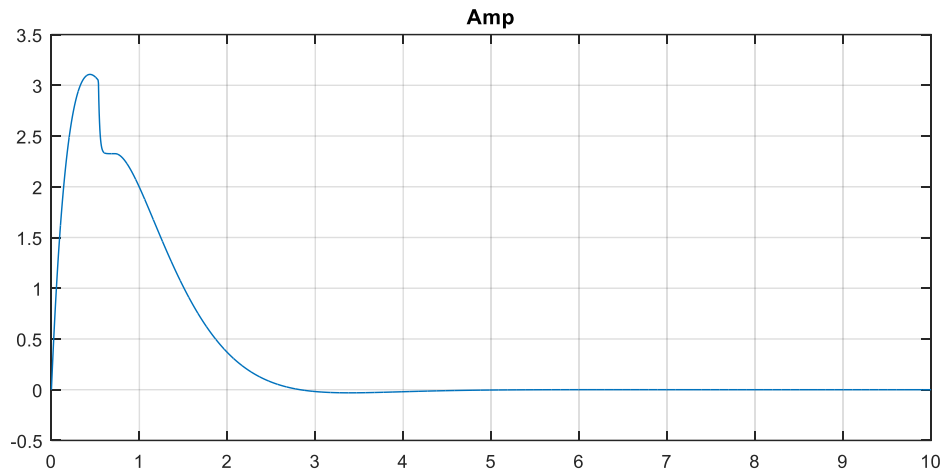


- Voltaje (u)



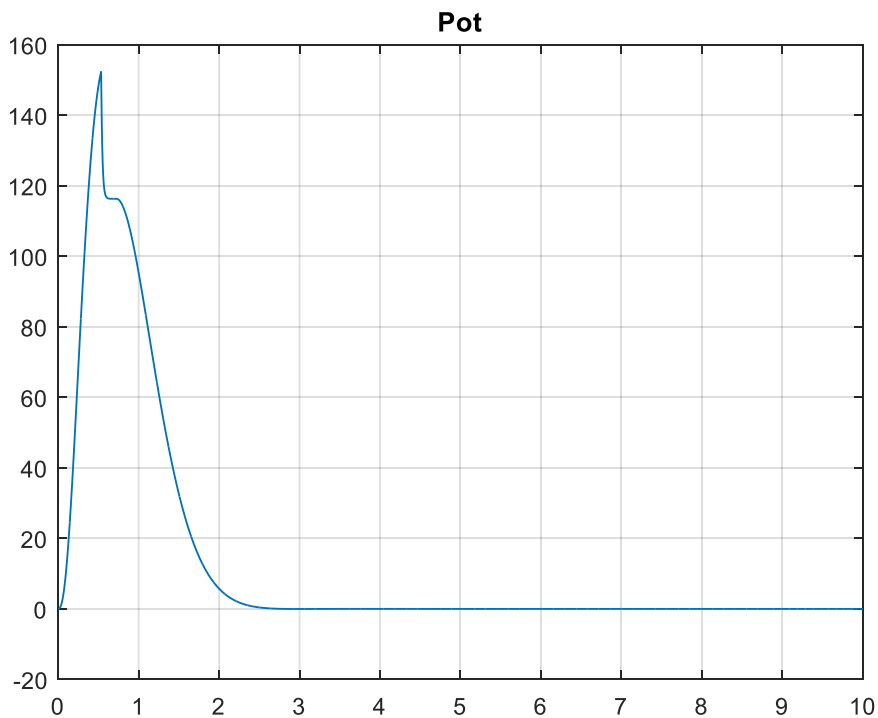
El voltaje máximo es 50V. Obtenido por saturación.

- Corriente (i)



El valor pico de 3.2 Amperios es aceptable por los circuitos de potencia.

- Potencia ($P = u \cdot i$)



La potencia máxima utilizada es 150W, menor que 250W.

Es además menor que en los demás casos.

Por lo tanto : Se cumple con los requerimientos menos con el tiempo de establecimiento.

2. Diseño del controlador mediante la ecuación de Riccati

```
clear;
close all;
clc;
R = 1.1;          L = 0.0001;
Kt = 0.0573;      Kb = 0.05665;
I = 4.326e-5;     p = 0.0025;
m = 1.00;         c = 40;
r = 0.01;         alfa = 45*pi/180;
d = m + 2*pi*I*tan(alfa)/(p*r);
a22 = -c/d;
a23 = Kt*tan(alfa)/(r*d);
a32 = -2*pi*Kb/(p*L);
a33 = -R/L;
b31 = 1/L;
w21 = -1/d;
A = [ 0   1   0
      0  a22 a23
      0  a32 a33 ];
B = [ 0
      0
      b31 ];
Wf = [ 0
       w21
       0 ];
% q1: 1000
% q2: 10
% q3: 1
% R: 1

q1 = input('q1: ');
q2 = input('q2: ');
q3 = input('q3: ');
Q = diag([ q1 q2 q3 ]);
R = [ 1 ];
R = input('R: ');
P = are(A,B*inv(R)*B',Q);
K = inv(R)*B'*P;

k1 = K(1,1);
k2 = K(1,2);
k3 = K(1,3);
```

```

Acl = A-B*K;
ti = 0;      tf = 10;
dt = 0.0002;
[ Ak  Bk ] = c2d(A,B,dt);
[ Ak  Wfk ] = c2d(A,Wf,dt);
Fseca = 0*2.5;
xast = 0.5;
k = 1;
x(1,1) = 0;      x(2,1) = 0;      x(3,1) = 0;

for tt = ti:dt:tf
    x1(k,1) = x(1,1);      x2(k,1) = x(2,1);      x3(k,1) = x(3,1);
    t(k,1) = tt;
    u = -K*x + K(1,1)*xast;
    if(u > 50)
        u = 50;
    elseif( u < -50)
        u = -50;
    end
    uu(k,1) = u;
    pot(k,1) = u*x(3,1);
    if(x(2,1) >= 0)
        Fs = Fseca;
    elseif( x(2,1) < 0)
        Fs = -Fseca;
    end
    x = Ak*x + Bk*u + Wfk*Fs;
    k = k + 1;
end
figure(1);plot(t,x1);title('Pos');grid;
figure(2);plot(t,x2);title('Vel');grid;
figure(3);plot(t,x3);title('Amp');grid;
figure(4);plot(t,uu);title('Volt');grid;
figure(5);plot(t,pot);title('Pot');grid;

```

Pruebas realizadas

Con los valores ;

q1: 200

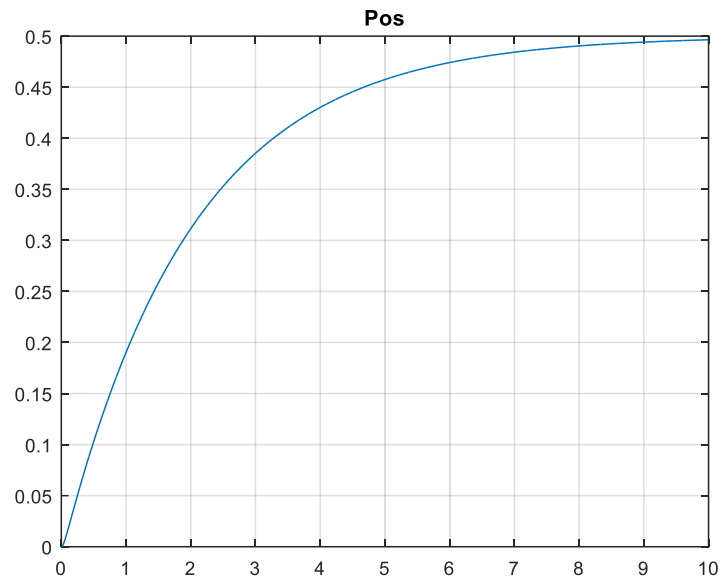
q2: 0

q3: 0.19

R: 0.04

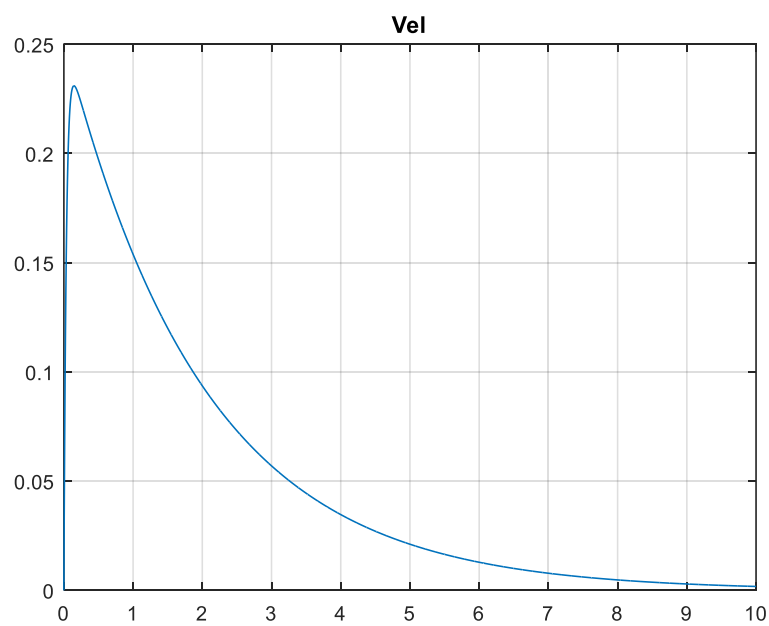
Los resultados obtenidos:

- Posición (X) [Referencia x = 0.5m]



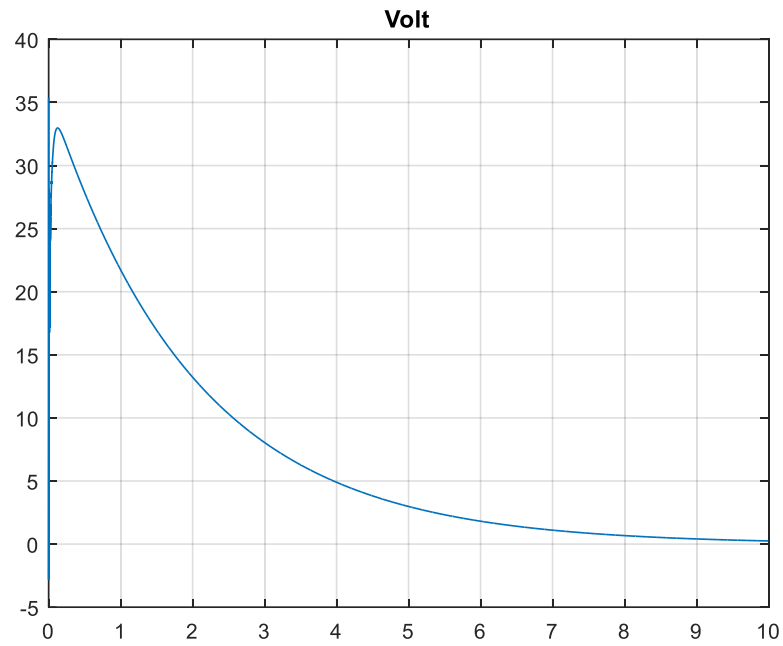
Tiempo de establecimiento aproximadamente 10 segundos, posee respuesta relativamente lenta

- Velocidad (\dot{x})

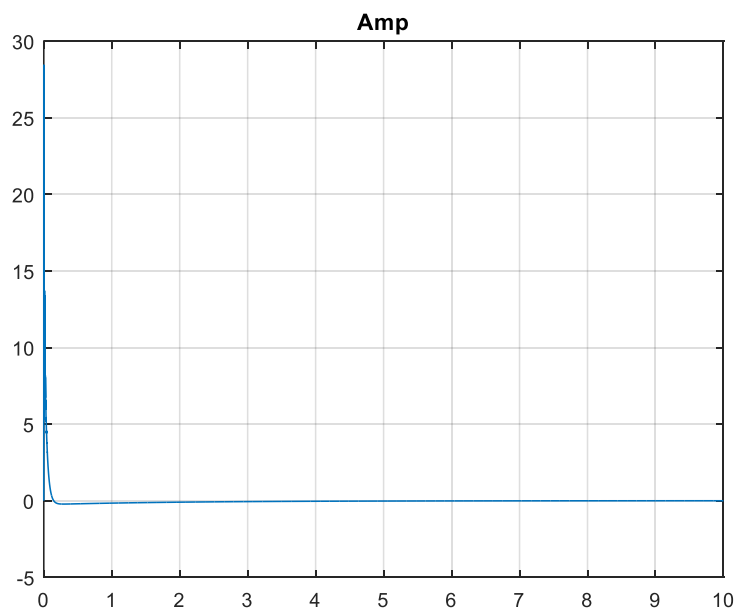


- Voltaje (u)

El voltaje máximo es 50V. Obtenido por saturación.

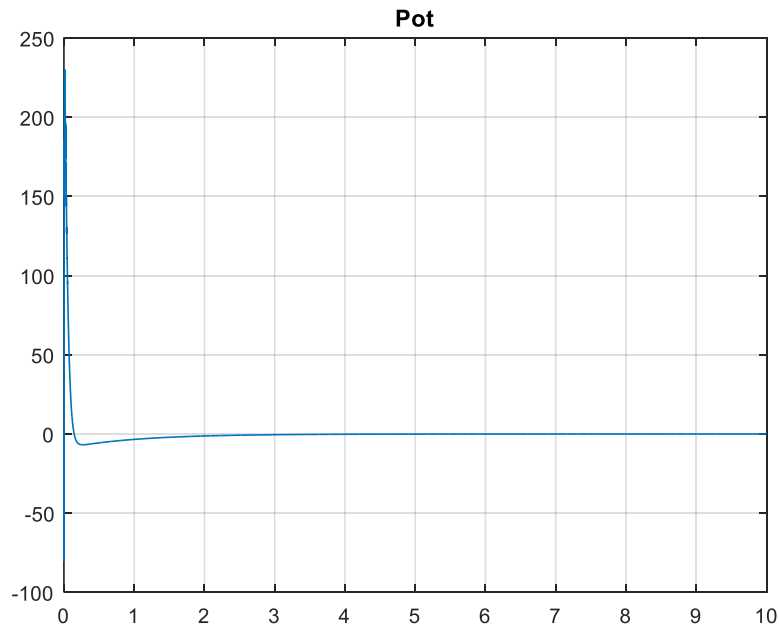


- **Corriente (i)**



Presenta un pico de 28A, que según las pruebas no se puede reducir

- **Potencia ($P = u \cdot i$)**



La potencia utilizada es menor que 250W.

Por lo tanto : Con la estructura de Riccati propuesta no se puede encontrar que se cumplan todos los requerimientos, simplemente variando los valores de q y R . Por ello según lo investigado es factible colocar un integrador al sistema.