

# Localización De Un Robot Móvil De Configuración Ackerman Usando El Filtro Extendido De Kalman

Autores

Giraldo Castillo, Oscar [oscar.gi.cast@gmail.com](mailto:oscar.gi.cast@gmail.com)

Duran Tolentino, Eyner [einerdt@gmail.com](mailto:einerdt@gmail.com)

Asesor: Calle Flores, Ivan

Universidad Nacional de Ingeniería

**Abstract**—La navegación de un robot autónomo es un proceso donde la confiabilidad es fundamental y dado que nuestro autómata esta orientado para navegar en un entorno urbano (con interacción con otros vehículos o personas) implica que el móvil este seguro de su posición en todo instante, con el fin de cumplir su objetivo sin causar daños civiles. La localización en un ambiente no clásico, es decir donde la incertidumbre no es despreciable, juega un rol sumamente importante al inicio de todo algoritmo de navegación más complejo. Se desea que nuestro sistema sea lo más preciso posible por ello se opta por aplicar técnicas probabilísticas las cuales son las más ideales para la resolución de este tipo de problemas. En este artículo se desarrollará la localización mediante el filtro extendido de Kalman aplicado a un robot móvil de tipo Ackerman puesto que esta configuración es la más empleada en los vehículos motorizados y nos servirá de base para una futura implementación en un vehículo real.

**Index Terms**—Robot móvil, localización, Ackerman, Robótica probabilística, Filtro extendido de Kalman.

## I. INTRODUCCIÓN

La robótica probabilística es la mejor herramienta para abordar problemas donde la incertidumbre juega un rol muy importante puesto que no se puede obviar fácilmente como se suele hacer en la robótica clásica, esta diferencia se debe a que en sistemas clásicos su área de trabajo es limitada y restringida, mientras que en los que veremos a acá son todo lo contrario. Existen precedentes de la aplicación de este tipo de técnicas presentando sus más altos exponentes en DARPA Challenge 2005 o con en el vehículo no tripulado de GOOGLE (ver Fig. 1), en todos se pueden notar presencia de técnicas probabilística y el uso de la arquitectura Ackerman.



Fig. 1. Google driverless car

Las principales fuentes de incertidumbre en la navegación autónoma de un robot son:

- 1) Entorno: Mundos físicos son inherentemente impredecibles. Mientras que el grado de incertidumbre en ambientes bien estructurados (como en las líneas de montaje) es pequeño. Ambientes, tales como carreteras y casas particulares son muy dinámicos e impredecibles.
- 2) Sensores. Los sensores están inherentemente limitados en lo que perciben. Las limitaciones surgen de dos factores principales, el rango y la resolución de un sensor están sujetos a las leyes físicas. Por ejemplo, las cámaras no pueden ver a través de paredes, e incluso dentro del rango de percepción de la resolución espacial de las imágenes de la cámara es limitada.
- 3) Actuadores. Los actuadores del robot consisten básicamente en motores que son, al menos en cierta medida, impredecibles, debido a efectos como el ruido de control, desgaste o fatiga. Algunos actuadores, tales como en los manipuladores industriales, son bastante precisos. Mientras que en otros, como en los robots móviles de bajo costo, puede ser muy inexacta.
- 4) Modelos. Los modelos son inherentemente incorrectos. Los modelos son abstracciones del mundo real. Como tal, sólo modelan parcialmente los procesos físicos fundamentales del robot y su entorno. Errores de modelamiento son una fuente de incertidumbre que ha sido en gran parte ignorado en la robótica, a pesar del hecho de que los modelos más utilizados en los sistemas robóticos son bastante imprecisos.
- 5) Algoritmos. Los robots son sistemas de tiempo real, lo que limita la cantidad de cálculos que se pueden realizar. Muchos algoritmos son aproximaciones, con el fin de lograr una respuesta oportuna a cuestras de precisión.

En este paper se desarrollará el modelamiento del robot (II), el modelamiento de los sensores (III), y la localización para un modelo basado en velocidades usando el filtro extendido de Kalman (IV), es decir:  $u = \begin{bmatrix} v \\ \varphi \end{bmatrix}$ , donde  $u$  representa a las variables de control que en el caso de la configuración Ackerman son la velocidad ( $v$ ) y ángulo de dirección principal ( $\varphi$ ). Cabe resaltar que existe otro método basado en odometría que se basa en la medición resultante de los encoders la cual

no será implementada en esta presentación. Finalmente se concluye presentando la simulación y resultados (V) obtenidos.

A continuación se presenta una descripción de la nomenclatura que se empleará:

Estado del robot:	
$(x, y)$	coordenadas del móvil (CG)
$\theta$	orientación global del robot
Del robot:	
$L$	longitud del robot
$b$	distancia entre ruedas motrices
$D$	diámetro de las ruedas
$R$	radio de curvatura
$(x_c, y_c)$	posición del CIR del robot
Estado del sensor:	
$r$	distancia del robot a la marca
$\phi$	ángulo entre el robot y la marca
$s$	Identificador de la referencia (tag)
Control:	
$v$	velocidad lineal del robot
$\varphi_s == \varphi$	ángulo de dirección (steering angle)

## II. MODELAMIENTO DEL ROBOT

La Arquitectura Ackerman (ver Fig. 2) es una de las más usadas actualmente en los vehículos motorizados, la ventaja de este modelo se encuentra en que evita el deslizamiento de las llantas bajo ciertas condiciones. Este diseño cuenta con tracción trasera (dos ruedas motrices) y dos ruedas directrices (gobernadas por una volante).

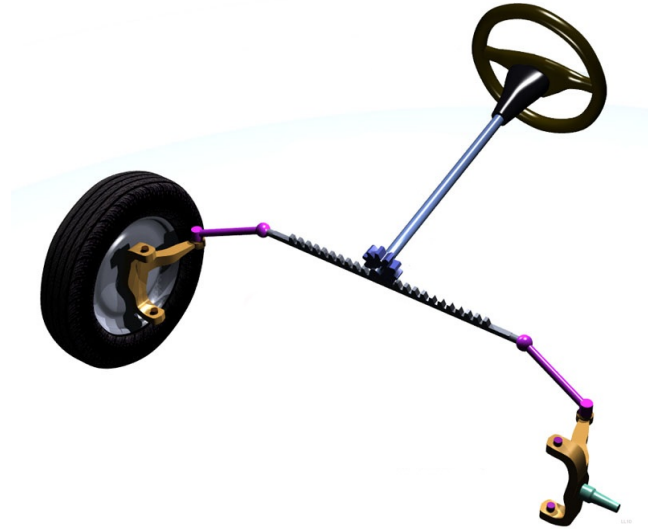


Fig. 2. Configuración Ackerman

Una simplificación de este modelo comúnmente usado en seguimiento de trayectorias es el modelo de bicicleta (ver Fig. 3).

Para el modelamiento consideramos las siguientes asunciones:

- 1) Se reemplazan las cuatro ruedas por solo dos (una delantera directriz y una trasera motriz).

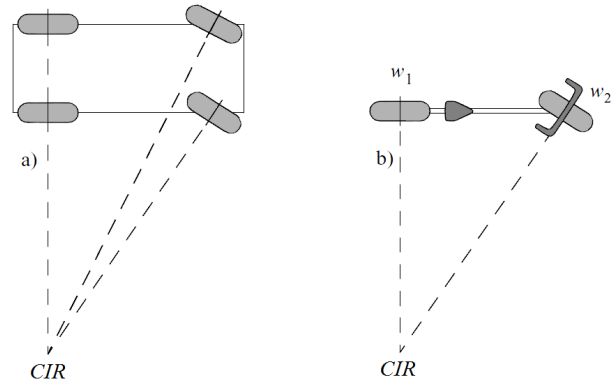


Fig. 3. a) Configuración Ackerman, b) Modelo bicicleta

- 2) El vehículo se mueve sobre un plano.
- 3) El tratar a este problema como el de una bicicleta aproxima el modelo del carro razonablemente a bajas velocidades y ángulos de dirección moderados.
- 4) Las llantas no presentan deslizamiento lateral.
- 5) Posee como centro instantáneo de rotación a la intersección de las rectas perpendiculares a todas las llantas (ver Fig. 4).

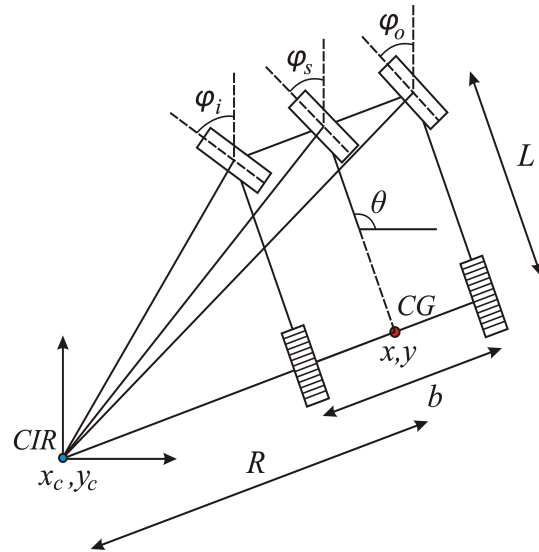


Fig. 4. El CIR es generado por la intersección de las perpendiculares a las ruedas

Se obtienen las siguientes relaciones geométricas (ver Fig. 4 y Fig. 5):

$$\cot(\varphi_o) = \frac{R + b/2}{L} \quad (1)$$

$$\cot(\varphi_i) = \frac{R - b/2}{L} \quad (2)$$

$$\cot(\varphi_o) - \cot(\varphi_i) = \frac{b}{L} \quad (3)$$

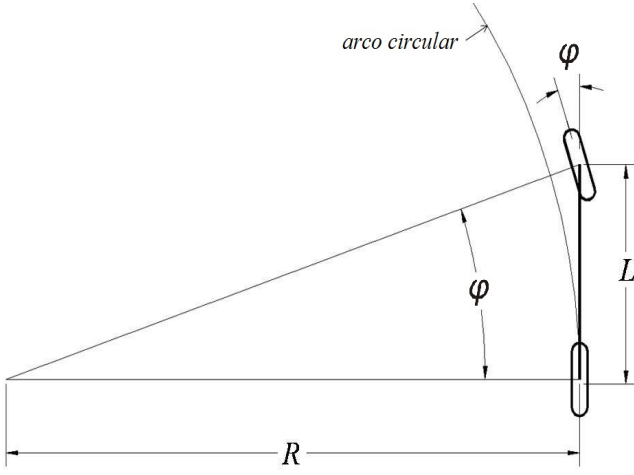


Fig. 5. Geometría básica del modelo bicicleta

$$\cot(\varphi_s) = \frac{b}{L} \quad (4)$$

$$\tan(\varphi_s) = \frac{L}{R} \quad (5)$$

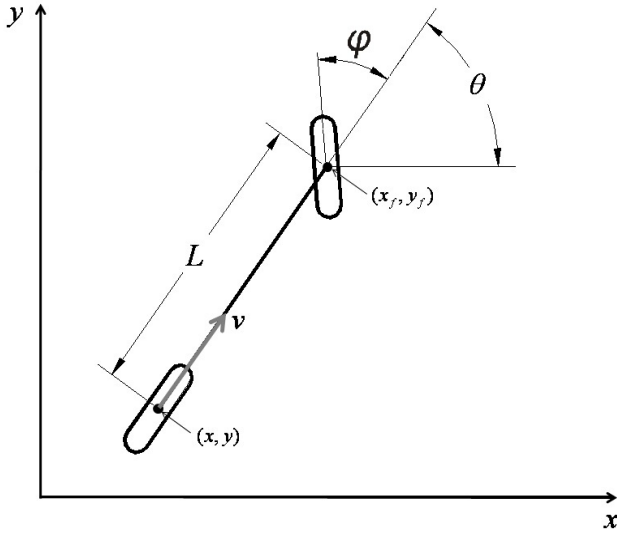


Fig. 6. Modelo cinemático de la bicicleta

Consideramos que la velocidad constante, las ecuaciones de restricción no holonómica para las ruedas delanteras y traseras son (ver Fig. 6):

$$\dot{x}_f \sin(\theta + \varphi) - \dot{y}_f \cos(\theta + \varphi) = 0 \quad (6)$$

$$\dot{x} \sin(\theta) - \dot{y} \cos(\theta) = 0 \quad (7)$$

$(x_f, y_f)$  es la coordenada global de la rueda directriz principal (imaginaria), pudiendo ser expresadas como:

$$x_f = x + L \cos(\theta)$$

$$y_f = y + L \sin(\theta) \quad (8)$$

Eliminando  $(x_f, y_f)$  de la Eq. 6:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d(x + L \cos(\theta))}{dt} \sin(\theta + \varphi) - \frac{d(y + L \sin(\theta))}{dt} \cos(\theta + \varphi) \\ &= (\dot{x} - \dot{\theta} L \sin(\theta)) \sin(\theta + \varphi) - (\dot{y} - \dot{\theta} L \cos(\theta)) \cos(\theta + \varphi) \\ &= \dot{x} \sin(\theta + \varphi) - \dot{y} \cos(\theta + \varphi) \\ &\quad - \dot{\theta} L \sin(\theta) (\sin(\theta) \cos(\varphi) + \cos(\theta) \sin(\varphi)) \\ &\quad - \dot{\theta} L \cos(\theta) (\cos(\theta) \cos(\varphi) + \sin(\theta) \sin(\varphi)) \\ &= \dot{x} \sin(\theta + \varphi) - \dot{y} \cos(\theta + \varphi) \\ &\quad - \dot{\theta} L \sin^2(\theta) \cos(\varphi) - \dot{\theta} L \cos^2(\theta) \cos(\varphi) \\ &\quad - \dot{\theta} L \sin(\theta) \cos(\theta) \sin(\varphi) + \dot{\theta} L \cos(\theta) \sin(\theta) \sin(\varphi) \\ &= \dot{x} \sin(\theta + \varphi) - \dot{y} \cos(\theta + \varphi) - \dot{\theta} L (\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta)) \cos \varphi \\ &= \dot{x} \sin(\theta + \varphi) - \dot{y} \cos(\theta + \varphi) - \dot{\theta} L \cos \varphi \quad (9) \end{aligned}$$

La restricción no holonómica en la rueda trasera (Eq. 7) se satisface con  $\dot{x} = v \cos(\theta)$  y  $\dot{y} = v \sin(\theta)$  y cualquier múltiplo escalar del mismo. Esta escalar corresponde a la velocidad longitudinal  $v$ , de tal manera que:

$$\dot{x} = v \cos(\theta)$$

$$\dot{y} = v \sin(\theta) \quad (10)$$

Aplicando esto a la restricción en la rueda delantera (Eq. 9) se obtiene una solución para  $\dot{\theta}$

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{\dot{x} \sin(\theta + \varphi) - \dot{y} \cos(\theta + \varphi)}{L \cos(\varphi)} \\ &= \frac{v \cos(\theta) (\sin(\theta) \cos(\varphi) + \cos(\theta) \sin(\varphi))}{L \cos(\varphi)} \\ &\quad - \frac{v \sin(\theta) (\cos(\theta) \cos(\varphi) + \sin(\theta) \sin(\varphi))}{L \cos(\varphi)} \\ &= \frac{v (\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)) \sin(\varphi)}{L \cos(\varphi)} \\ &= \frac{v \tan(\varphi)}{L} \quad (11) \end{aligned}$$

Resumiendo el estado del robot queda definido por:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \cos(\theta) \\ v \sin(\theta) \\ \frac{v \tan(\varphi)}{L} \end{pmatrix} \quad (12)$$

Discretizando el sistema mediante euler:

$$\begin{pmatrix} x_{t+1} \\ y_{t+1} \\ \theta_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_t + Tv \cos(\theta) \\ y_t + Tv \sin(\theta) \\ \theta_t + \frac{Tv \tan(\varphi)}{L} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Modelando el movimiento real:

$$\begin{pmatrix} \hat{v} \\ \hat{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \varphi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{\alpha_1} v^2 + \alpha_2 \varphi^2 \\ \varepsilon_{\alpha_3} v^2 + \alpha_4 \varphi^2 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Entonces el modelo real del robot esta dado por:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + T\hat{v} \cos(\theta) \\ y + T\hat{v} \sin(\theta) \\ \theta_t + \frac{T\hat{v} \tan(\hat{\varphi})}{L} \end{pmatrix} \quad (15)$$

### III. MODELAMIENTO DE LOS SENSORES

Empleamos un mapa de característica basado en landmarks o marcas(referencias) las cuales serán sensadas mediante sensores del tipo range bearing. A continuación se presenta el caso ideal (ver Fig. 7):

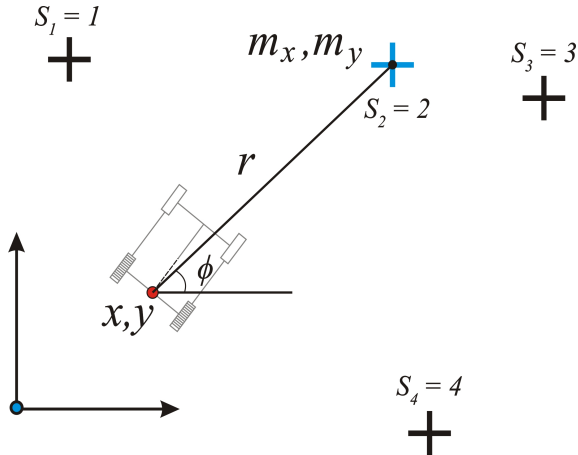


Fig. 7. Medida ideal del sensor

$$\begin{pmatrix} r_t^i \\ \phi_t^i \\ s_t^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{(m_{j,x} - x)^2 + (m_{j,y} - y)^2} \\ a \tan 2(m_{j,y} - y, m_{j,x} - x) - \theta \\ s_j \end{pmatrix} \quad (16)$$

Caso real (ver Fig. 8):

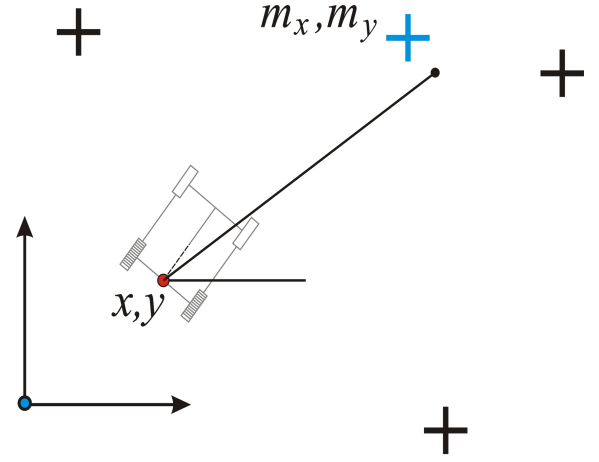


Fig. 8. Medida real del sensor

$$\begin{pmatrix} \hat{r}_t^i \\ \hat{\phi}_t^i \\ \hat{s}_t^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{(m_{j,x} - x)^2 + (m_{j,y} - y)^2} \\ a \tan 2(m_{j,y} - y, m_{j,x} - x) - \theta \\ s_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{\sigma_r^2} \\ \varepsilon_{\sigma_\phi^2} \\ \varepsilon_{\sigma_s^2} \end{pmatrix} \quad (17)$$

### IV. FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN

Usar la información de sus sensores para localizar al robot en su propio entorno es el problema más fundamental que presenta un robot móvil con capacidades autónomas. Puesto que la cinemática del robot y la medida de los sensores son sistemas no lineales (Eq. 15 y Eq. 17), aproximamos dicho modelos de tal modo que usemos las ecuaciones de los casos ideales mas ruido blanco.

El filtro extendido de Kalman es una generalización del filtro de Kalman para sistemas no lineales y una implementación del filtro de Bayes en el caso de sistemas gaussianos lineales, cuya condición es que se conozca el belief inicial asumiéndose que este es del tipo gaussiano.

El núcleo central de la este método de localización es la estimación del estado usando toda la data disponible. La creencia del robot (belief) respecto al estado 'x' esta dada por la distribución de la Eq. 18, debiendo ser conocido el belief inicial apriori.

$$belx_t = p(x_t | z_{1:t}, u_{1:t}) \quad (18)$$

Mientras el robot no sea retroalimentado por la medición de sus sensores, su belief ira disminuyendo, es decir la incertidumbre de su estado aumentará ya que su localización se basa solo en el desarrollo de su modelo (predicción). Si el robot llega a sensar alguna referencia (landmark) este actualizará su localización corrigiendo de este modo su estado (ver Fig. 9).

Se presenta a continuación el algoritmo que desarrolla el Filtro extendido de Kalman:

Entradas:  $(\mu_{t-1}, \Sigma_{t-1}, u_t, z_t)$

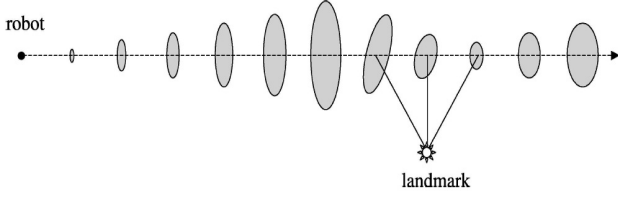


Fig. 9. Mientras el robot no sea retroalimentado por la medición de sus sensores su belief ira disminuyendo, es decir la incertidumbre de su estado aumentará ya que su localización se basará solo en el desarrollo de su modelo (predicción). Si el robot llega a sensor alguna referencia este actualizará su localización haciendo su debida corrección.

**Predicción:**

$$\bar{\mu}_t = g(u_t, \mu_{t-1})$$

$$\bar{\Sigma}_t = G_t \Sigma_{t-1} G_t^T + R_t$$

**Corrección:**

$$K_t = \bar{\Sigma}_t H_t^T (H_t \bar{\Sigma}_t H_t^T + Q_t)^{-1}$$

$$\mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - h(\bar{\mu}_t))$$

$$\Sigma_t = (I - K_t H_t) \bar{\Sigma}_t$$

Retorna:  $\mu_t, \Sigma_t$

Procedemos a calcular las variables usadas en el algoritmo iterativo presentado anteriormente.

Cinemática del robot:

$$x_t = g(u_t, x_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (19)$$

Medida de los sensores:

$$z_t = h(x_t) + \delta_t \quad (20)$$

Donde:

$\varepsilon_t$  : Vector (nx1) de ruido gaussiano de media cero, y matriz de covarianza  $R_t$

$\delta_t$  : Vector (kx1) de ruido gaussiano de media cero, y matriz de covarianza  $Q_t$

**Predicción:**

De la ecuación 13

$$x_t = \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ \theta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{pmatrix}$$

$$g(u_t, x_{t-1}) = \begin{pmatrix} x_{t-1} + T v \cos(\theta) \\ y_{t-1} + T v \sin(\theta) \\ \theta_{t-1} + \frac{T v \tan(\varphi)}{L} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_t = N(0, R) \quad (21)$$

Hallando la covarianza  $R_t$ :

$$M_t = \begin{pmatrix} \alpha_1 v_t^2 + \alpha_2 \varphi_t^2 & 0 \\ 0 & \alpha_3 v_t^2 + \alpha_4 \varphi_t^2 \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$V_t = \frac{\partial g(u_t, \mu_{t-1})}{\partial u_t} \quad (23)$$

$$V_t = \begin{pmatrix} T \cos \theta & 0 \\ T \sin \theta & 0 \\ \frac{T}{L} \tan \varphi & \frac{T}{L} v \sec^2 \varphi \end{pmatrix} \quad (24)$$

Entonces:

$$R_t = V_t M_t V_t^T \quad (25)$$

Hallando el jacobiano, producto de la linealización por series de Taylor:

$$G_t = \frac{\partial g(u_t, \mu_{t-1})}{\partial x_{t-1}}$$

$$G_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -T v \sin \theta \\ 0 & 1 & T v \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (26)$$

**Corrección:** De la ec. (17)

$$z_t = \begin{pmatrix} \hat{r}_t^i \\ \hat{\phi}_t^i \\ \hat{s}_t^i \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$h(x_t) = \begin{pmatrix} \sqrt{(m_{j,x} - x)^2 + (m_{j,y} - y)^2} \\ a \tan 2(m_{j,y} - y, m_{j,x} - x) - \theta \\ s_j \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$\delta_t = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\sigma_r^2} \\ \varepsilon_{\sigma_\phi^2} \\ \varepsilon_{\sigma_s^2} \end{pmatrix} \quad (29)$$

Su matriz de covarianza será:

$$Q_t = \begin{pmatrix} \sigma_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\phi^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_s^2 \end{pmatrix} \quad (30)$$

Hallando su respectivo jacobiano:

$$H_t = \frac{\partial h(\bar{\mu}_t, m)}{\partial x_t}$$

$$q = (m_{j,x} - \hat{u}_{t,x})^2 + (m_{j,y} - \hat{u}_{t,y})^2$$

$$H_t = \begin{pmatrix} -\frac{m_{j,x} - \hat{u}_{t,x}}{\sqrt{q}} & -\frac{m_{j,y} - \hat{u}_{t,y}}{\sqrt{q}} & 0 \\ \frac{m_{j,x} - \hat{u}_{t,x}}{q} & \frac{m_{j,y} - \hat{u}_{t,y}}{q} & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (31)$$

## V. SIMULACIÓN Y RESULTADOS

### A. Simulación del diseño del robot

Dado los controles comandados no son los mismos de los que llegan a los motores debidos a los ruidos veremos el caso ideal.

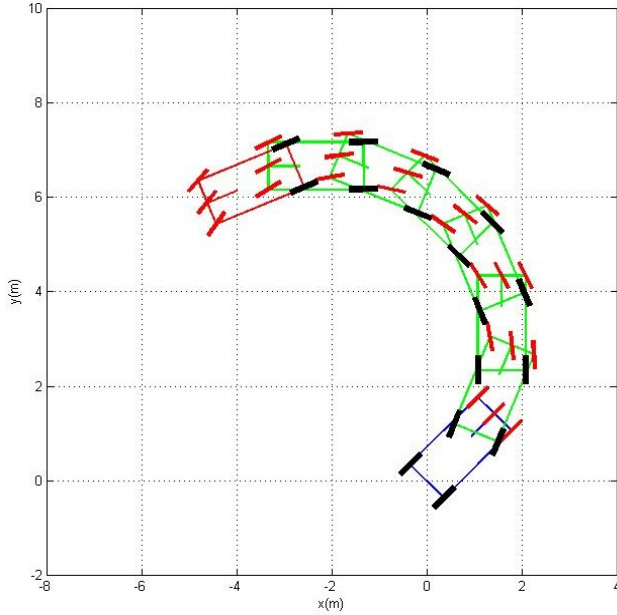


Fig. 10. Movimiento del robot sin ruido con pose inicial en  $(x, y, \theta) = (0, 0, \pi/4)$

La Fig. 10 muestra un sistema sin ruido es decir donde la velocidad que llega a los motores son las velocidades que se designaron (velocidad comandada) y que el control sobre las ruedas superiores también son las mismas comparemos el caso en el que el robot será muy aproximada al caso real.

En la Fig. 11 el carro negro es el carro sin ruido y el carro rojo es el carro real de acuerdo a la Eq. 14. Presenta los siguientes parámetros de ruido:

Parámetros de error en la velocidad:

$$\alpha_1 = 1e-3 \quad \alpha_2 = 1e-2$$

Parámetros de error en la dirección:

$$\alpha_3 = 1e-2 \quad \alpha_4 = 1e-1 \quad (32)$$

Donde el  $\alpha_1, \alpha_3$  son los parámetros de ruido que se multiplican con velocidad lineal al cuadrado y  $\alpha_2, \alpha_4$  son los

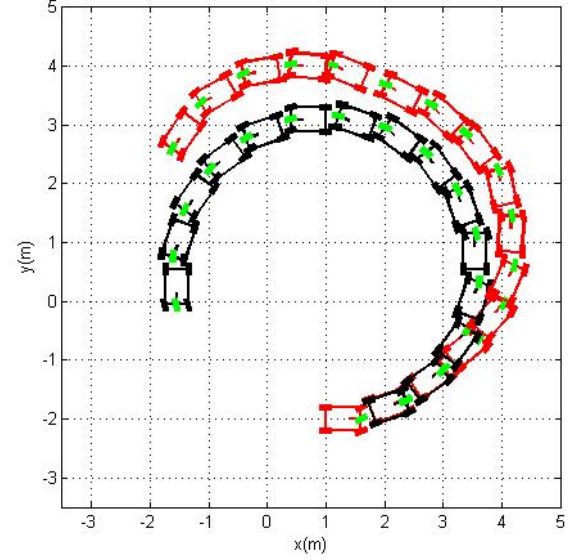


Fig. 11. El carro negro es el carro sin ruido, el carro rojo es el carro real

parámetros de ruido que se multiplican con la dirección ( $\phi$ ) al cuadrado. Para otro caso en el cual los parámetros de ruido son (ver Fig. 12 y Fig. 13):

$$\alpha_1 = 1e-1 \quad \alpha_2 = 1e-5$$

$$\alpha_3 = 1e-1 \quad \alpha_4 = 1e-5 \quad (33)$$

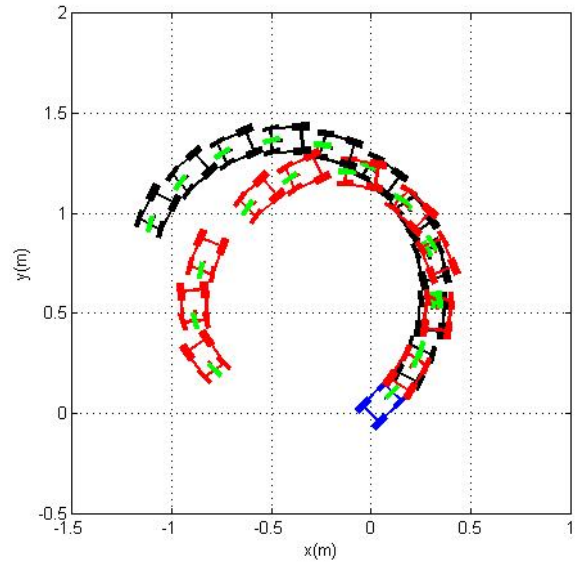


Fig. 12. Con mayor ruido en  $v$  que en  $\varphi$

Para estos parámetros donde se puede simular alto ruido en la velocidad se observa que el robot se desvía mucho con



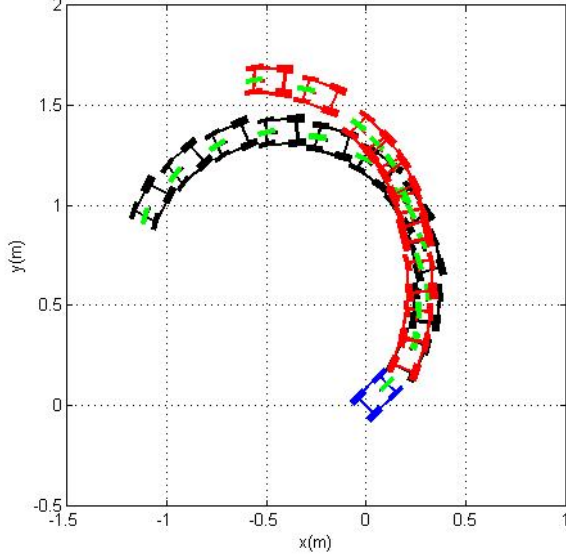


Fig. 13. Con mayor ruido en  $v$  que en  $\varphi$

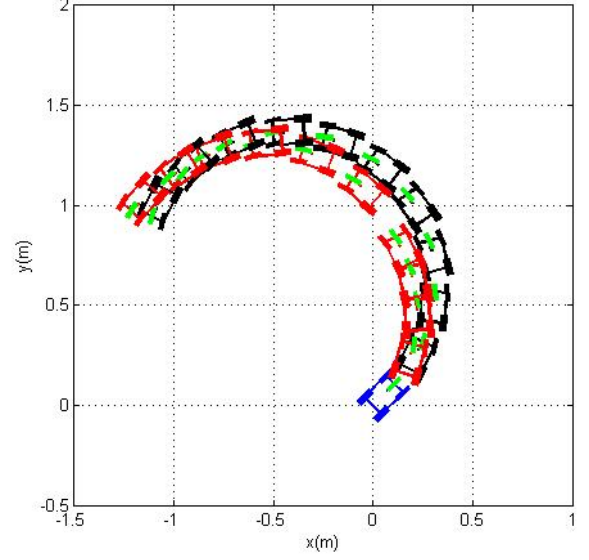


Fig. 14. Con mayor ruido en  $\varphi$  que en  $v$

respecto al movimiento ideal veamos que sucede para el caso contrario.

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= 1e-5 & \alpha_2 &= 1e-1 \\ \alpha_3 &= 1e-5 & \alpha_4 &= 1e-1\end{aligned}\quad (34)$$

En este caso donde el mayor ruido está en la dirección  $\alpha_2, \alpha_4$

Notamos rápidamente que el robot está más cerca del caso ideal en comparación con el caso anterior, es decir cuando el ruido es mayor en la velocidad el robot se hace más ruidoso que en el caso cuando el ruido sea en la dirección (ver Fig. 14 y Fig. 15). Por lo tanto para diseñar un robot móvil se tendrá que tener en cuenta los ruidos en la velocidad más que en la dirección.

### B. Simulación de la medida de los sensores

Para que el robot conozca su medio es necesario contar con sensores que presenten menos ruido veremos que sucede en el caso real.

En la Fig. 16 se puede ver que para todos los casos medidos tanto la distancia como el ángulo de la marca respecto al robot es la misma. No ocurriendo así en la mayoría de sensores dado a los distintas fuentes de ruido. Simulamos dichos ruidos en la Fig. 17.

Para las simulaciones consideraremos los siguientes parámetros de ruido en los sensores:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= 0.1 \\ \sigma_\phi &= 3\pi/180\end{aligned}$$

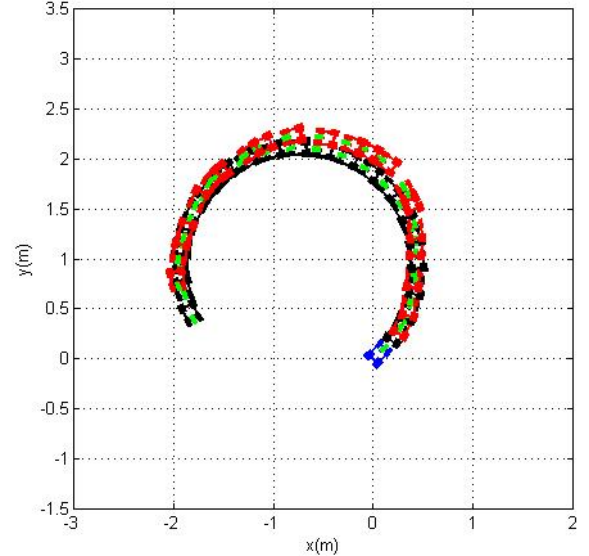


Fig. 15. Con mayor ruido en  $\varphi$  que en  $v$

$$\sigma_s = 0.05$$

### C. Simulación de la localización del robot

Consideremos el rango de alcance de los sensores nulo ( $r_{max} = 0m$ ), y una control de trayectoria preseteado por la trayectoria azul, de este modo distinguiremos el comportamiento de real de nuestro robot sin corrección alguna (ver Fig. 18).

Para parámetros de ruido mínimos es decir para un robot fino y un sensor de un metro (1m) de rango la covarianza

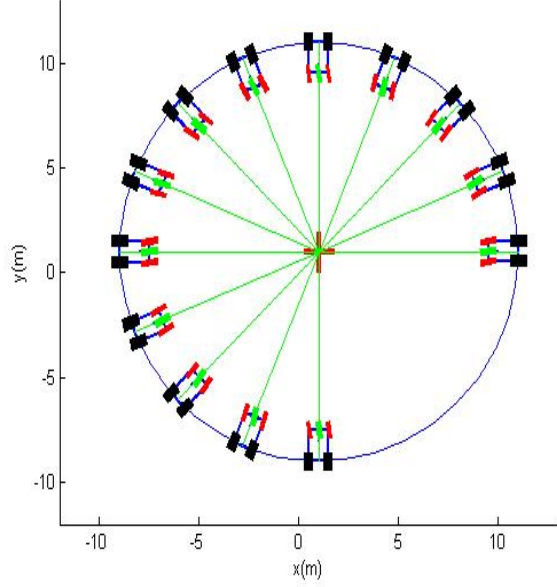


Fig. 16. Medida de los sensores sin ruido

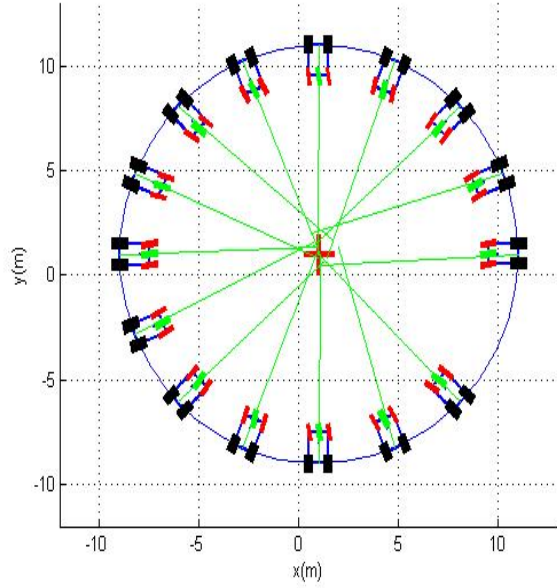


Fig. 17. Medida de los sensores con ruido

aumenta lentamente pero si el robot no hace ninguna medida la varianza aumentara desviando el robot del camino ideal( robot sin ruido) como se observa en la Fig. 19.

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= 1e-4 & \alpha_2 &= 1e-4 \\ \alpha_3 &= 1e-4 & \alpha_4 &= 1e-4\end{aligned}\quad (35)$$

Un robot altamente ruidoso conlleva que la covarianza aumente rápidamente indicando a su vez que el robot puede perderse con mucha facilidad pero con un sensor de rango

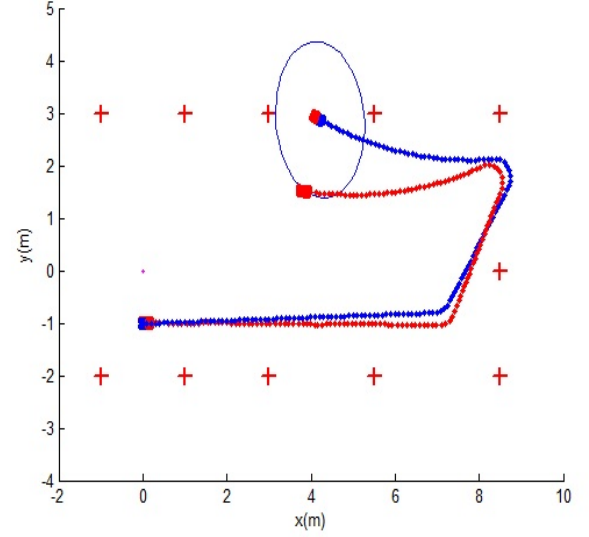
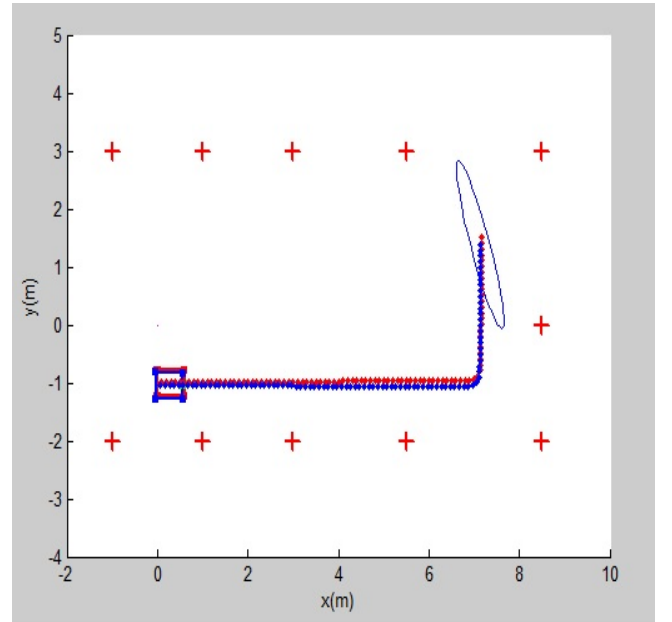


Fig. 18. El robot no realiza corrección alguna viéndose representado el movimiento real por la trayectoria roja, mientras que la línea azul representa la media ideal, la elipse que representa a la covarianza esta totalmente dispersa debido a la gran incertidumbre en el belief del robot

Fig. 19. Robot con poco ruido en  $v$  y  $\varphi$ 

( $r_{max} = 2m$ ) el robot se corrige a pesar de aumentar los ruidos considerablemente (ver Fig. 20).

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= 1e-1 & \alpha_2 &= 1e-1 \\ \alpha_3 &= 1e-1 & \alpha_4 &= 1e-1\end{aligned}\quad (36)$$

Para los siguientes parámetros de ruido (ver Fig. 21):

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= 1e-3 & \alpha_2 &= 1e-2 \\ \alpha_3 &= 1e-3 & \alpha_4 &= 1e-3\end{aligned}\quad (37)$$



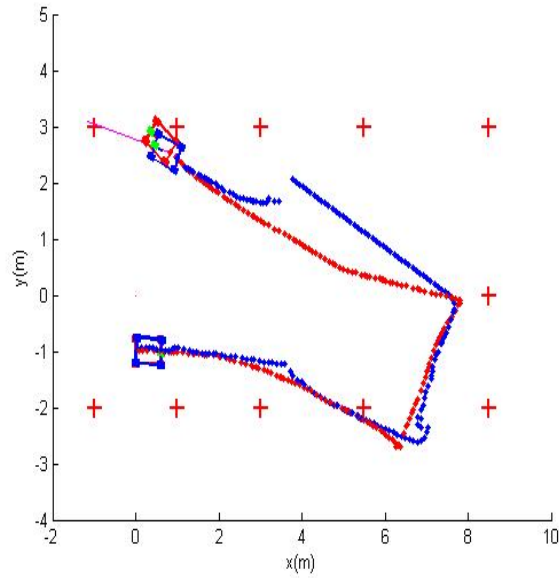


Fig. 20.  $r_{max} = 2m$  con ruidos altos. La trayectoria azul es el del robot ruidoso se puede observa los exabruptos y lo entrecortes del robot en su trayectoria esto debido a los parámetros de ruidos seteados.

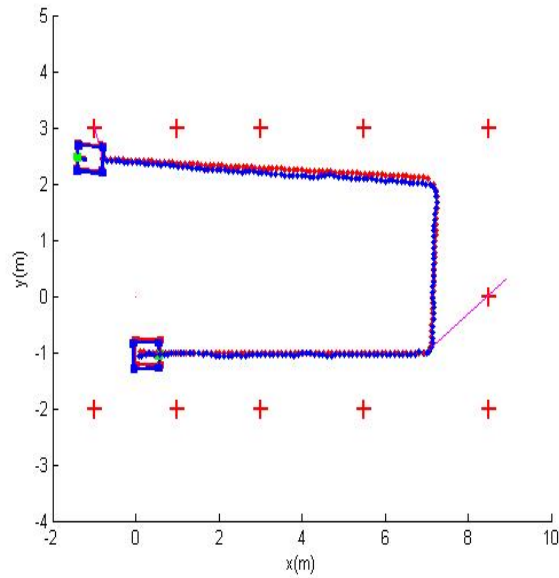


Fig. 21. Robot con parámetros medianamente ruidosos, la trayectoria del robot real (roja) se aproximada a la trayectoria de su media (azul)

## REFERENCES

- [1] Sebastian THRUN, Wolfram BURGARD, Dieter FOX *Probabilistic Robotics*. EARLY DRAFT & 1999-2000
- [2] Roland SIEGWART, Illah R. NOURBAKHS *Introduction to Autonomous Mobile Robots*. Massachusetts Institute of Technology & 2004
- [3] Jarrod M. SNIDER *Automatic Steering Methods for Autonomous Automobile Path Tracking*. Robotics Institute & Carnegie Mellon University & Pittsburgh, Pennsylvania & 2009
- [4] Wikipedia, the free encyclopedia. *Ackermann steering geometry*. 24-Oct-2012.

## VI. CONCLUSIONES

- El modelo de una bicicleta se adapta muy bien al la configuración Ackerman para velocidades bajas.
- Mientras mayor sea la varianza de los sensores y el rango de estos, el robot es mas propenso a perderse.
- Si el robot se perdiese, al ubicar cualquier marca este recobrar su posición.
- La incertidumbre en la velocidad es mucho más crítica que en la dirección.