Tema 1 - Introducción.

1.3 Modelos 3D. Modelos volumétricos, sólidos y de superficie.

Germán Arroyo, Juan Carlos Torres

6 de marzo de 2021

Contenido del tema

Tema 1: Introducción.

1.3 Modelos 3D. Modelos volumétricos, sólidos y de superficie.

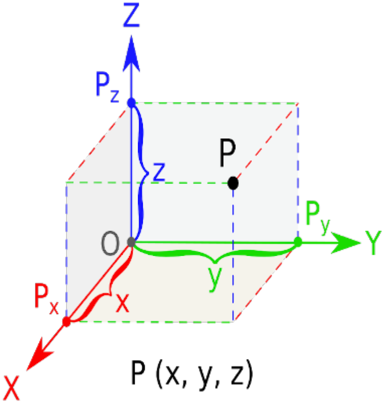


Figura 1: Espacio euclídeo 3D.

Tipos de modelos: Nube de puntos.

- **Posición de los puntos:** P_i: $(x_i, y_i, z_i) \in \mathbb{E}^3$
- **Propiedades asociadas al punto:** color, densidad, etc.

Figura 2: Nube de puntos.

Tipos de modelos: Malla.

- Solamente se representa una superficie (de forma aproximada).
- $V \subseteq \mathbb{E}^3, E \subseteq V \times V, F = \{(i_1, i_2, ..., i_n)|i_k \in V, (i_k, i_{k+1} \in E\}$

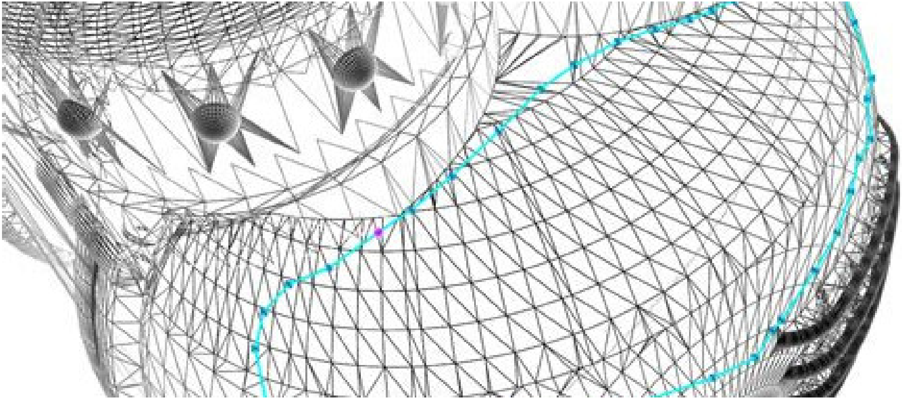


Figura 3: Modelo de malla

Tipos de modelos: Sólidos (I).

- La regularización de un conjunto se define como la clausura de su interior: $r(S) = c(i(S))$
- Un conjunto es regular si es igual a su regularización: $S = r(S)$
- Conjunto (continuo) regular cerrado: $S \subseteq \mathbb{E}^3$.

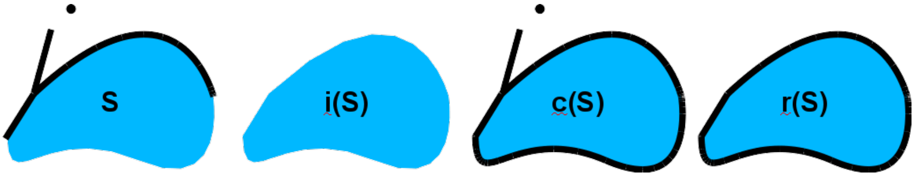
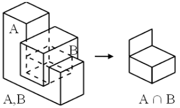


Figura 4: Modelo sólido.

Tipos de modelos: Sólidos (II).

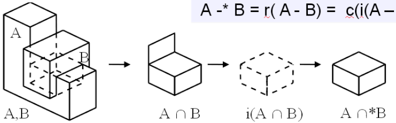
- Todo el sólido mantiene la misma propiedad.
- Operaciones regularizadas



$$A \cap^* B = r(A \cap B) = c(i(A \cap B))$$

$$A \cup^* B = r(A \cup B) = c(i(A \cup B))$$

$$A -^* B = r(A - B) = c(i(A - B))$$



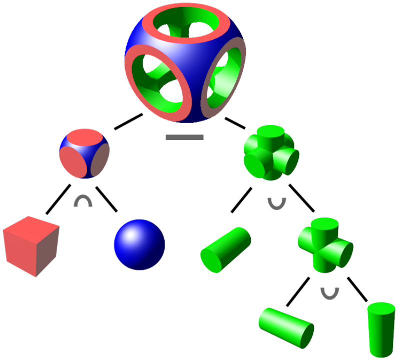


Figura 5: Modelo CSG.

Tipos de modelos: Volumétricos.

- **Rejillas de datos:** vóxeles $\rightarrow$ Interior heterogéneo
- $V \subseteq \mathbb{E}^3 \times \Gamma$, donde Γ son las propiedades del vóxel.

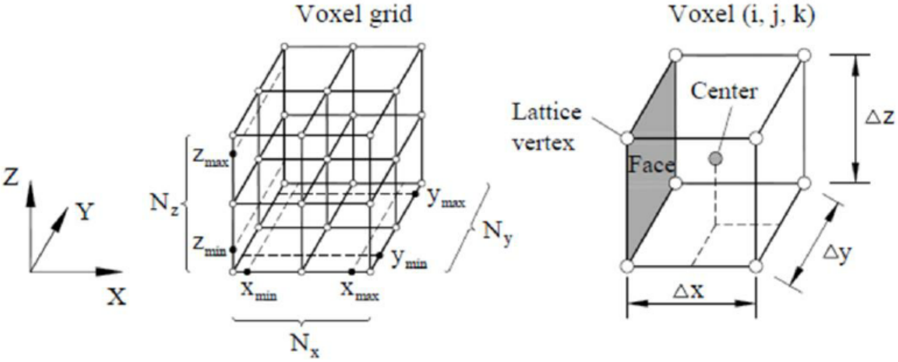


Figura 6: Rejilla de vóxeles

Operaciones comunes en espacios euclídeos.

- Operaciones básicas:
  - Posición (P_i): $(x_i, y_i, ...) \in \mathbb{E}^n$
  - Traslación (T): $x- > x + \Delta t_x$
  - Rotación (R): $x- > x \cdot \cos(\Theta) + y \cdot \sin(\Theta)$
  - Escalado (S): $x- > x \cdot \Delta s_x$

Operaciones, ¿cómo se combinan?

- $[(x, y) + (\Delta t_x)] \cdot \Delta s_x$
- ¿Es igual que esto? $[(x, y) \cdot (\Delta s_x)] + \Delta t_x$

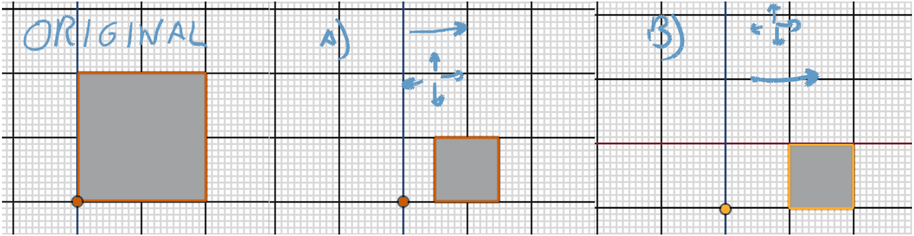


Figura 7: Operaciones geométricas y su orden.

Punto de pivote: Punto a partir del cual se realizan las transformaciones.

Notación: Matrices

- Las matrices nos permiten aprovechar uniformar todas las operaciones.

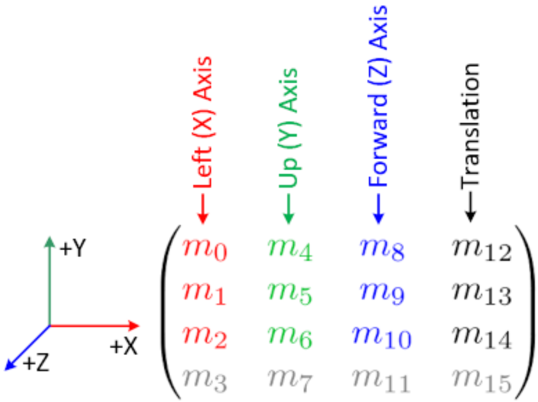


Figura 8: Ejemplo de operación representado como matriz.

Operaciones comunes: Matrices (I).

$$P_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta t_x \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t_y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow Translate(P_i) = T \cdot P_i$$

$$S = \begin{pmatrix} \Delta s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow Scale(P_i) = S \cdot P_i$$

Operaciones comunes: Matrices (II).

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Theta_\alpha & -\sin\Theta_\alpha & 0 \\ 0 & \sin\Theta_\alpha & \cos\Theta_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_y = \begin{pmatrix} \cos\Theta_\beta & 0 & \sin\Theta_\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\Theta_\beta & 0 & \cos\Theta_\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos\Theta_\gamma & 0 & -\sin\Theta_\gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\Theta_\gamma & 0 & \cos\Theta_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ventajas de las matrices.

- $R(\Theta_\alpha, \Theta_\beta, \Theta_\gamma) = R_x \cdot R_y \cdot R_z$
- $M = R(\alpha, \beta, \gamma) \cdot T \cdot S$
- $M = \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ c_0 & b_1 & c_2 & c_3 \\ d_0 & b_1 & d_2 & d_3 \end{pmatrix}$
- $M \cdot P_0$
- $M \cdot P_1$
- ...

Apilación de matrices jerárquica

- $M(P) \rightarrow M \cdot P$
- $M(N(P)) \rightarrow M \cdot N \cdot P$

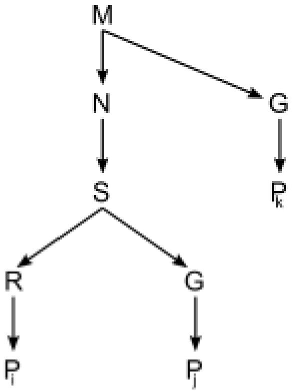


Figura 9: Diagrama de operaciones.