NUMEROS DIFUSOS

1.- Definición de número difuso

2.- Funciones de pertenencia para números difusos

3.- Operaciones con números difusos

4.- Comparación de números difusos

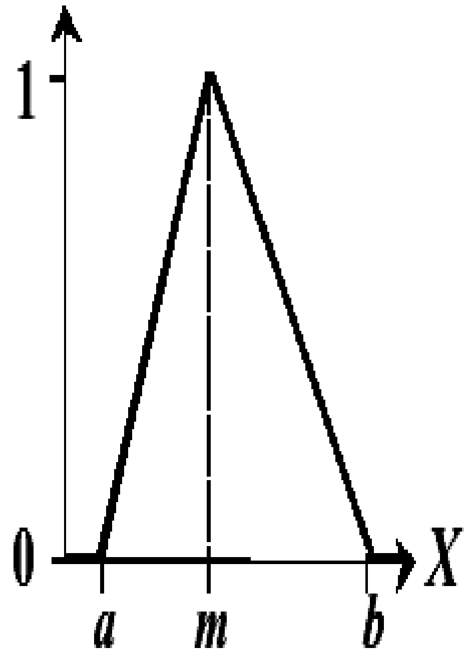
- **Números Difusos:** Expresan cantidades aproximadas.
  - Correspondencia entre **R** (números reales) y el intervalo unidad: **R** $\rightarrow [0,1]$, **Convexa** y preferentemente de **soporte acotado** y **normalizada**.
    - **Ejemplos:** aproximadamente 5, mucho más que 10...
    - Los cálculos con números difusos tienen su raíz en el análisis de intervalos (Moore, 1966) y han sido tratados por muchos autores: Dijkman y Haeringen, (1983), Dubois y Prade (1979, 1980, 1981), Kaufmann y Gupta (1988)...
- **Familia de funciones L** (Dubois, Prade, 1980)**:** Funciones de pertenencia que satisfacen las siguientes propiedades:
  - **Simetría**: $L(x) = L(-x)$.
  - **Normalidad**: $L(0) = 1$.
  - **Convexidad**: $L(x)$ **es no creciente en el intervalo** $[0,\infty)$.
- **Número Difuso LR** A**:** Construido usando dos funciones $L, R \in$ **L.**
  - L se aplica a la **izquierda** de A ($x \leq m$) y R a la parte **derecha** ($x > m$).
  - Denotaremos un número difuso **LR** como: $A = (m, \alpha, \beta)_{LR}$

$$A(x) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m-x}{\alpha}\right), & \textbf{si } x \leq m, \alpha > 0 \\ R\left(\dfrac{x-m}{\beta}\right), & \textbf{si } x > m, \beta > 0 \end{cases}$$

donde: m es el **Valor Modal** (*modal value*); α, β es la **Envergadura** (*spread*) del número, a la izda. y dcha. respectivamente.

- **Funciones de Pertenencia Típicas:**
  - 1. **Triangular**: Definido por sus límites inferior a y superior b, y el valor modal m, tal que $a<m<b$.

$$A(x)=\begin{cases}0 & \textbf{si } x\le a\\ (x-a)/(m-a) & \textbf{si } x\in(a,m]\\ (b-x)/(b-m) & \textbf{si } x\in(m,b)\\ 0 & \textbf{si } x\ge b\end{cases}$$



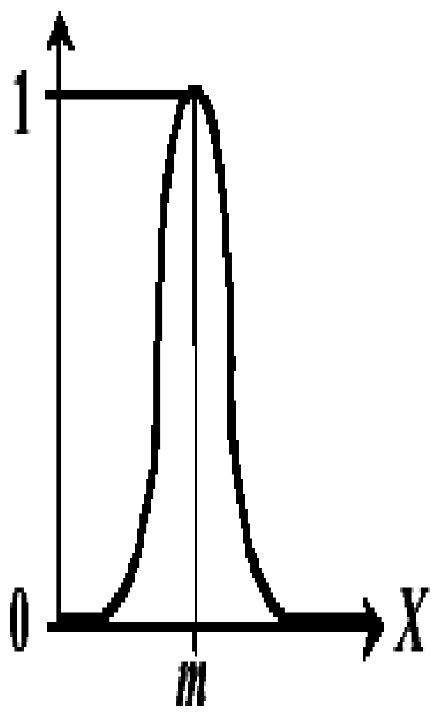
- También puede representarse así:

$$A(x;a,m,b)=\text{máx}\ \{\ \text{mín}\{\ (x-a)/(m-a), (b-x)/(b-m)\ \}, 0\ \}$$

– 4. **<u>Función Gausiana</u>:** Definida por su valor medio m y el valor $k>0$.

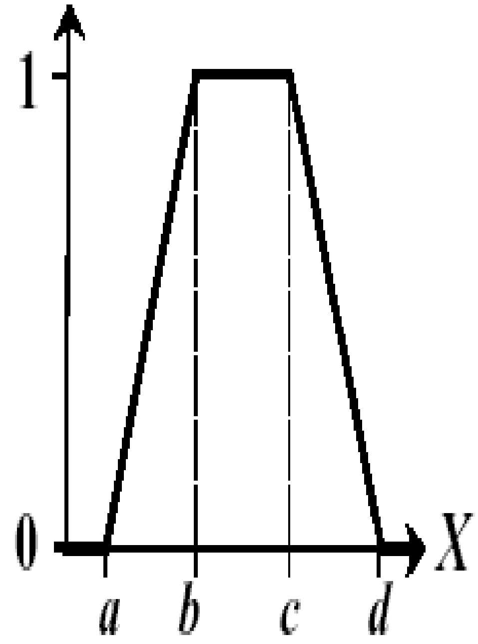
$$A(x) = e^{-k(x-m)^2}$$

- Es la típica campana de Gauss.
- Cuanto mayor es k, más estrecha es la campana.



– **5.** **<u>Función Trapezoidal</u>:** Definida por sus límites inferior a y superior d, y los límites de su soporte, b y c, inferior y superior respectivamente.

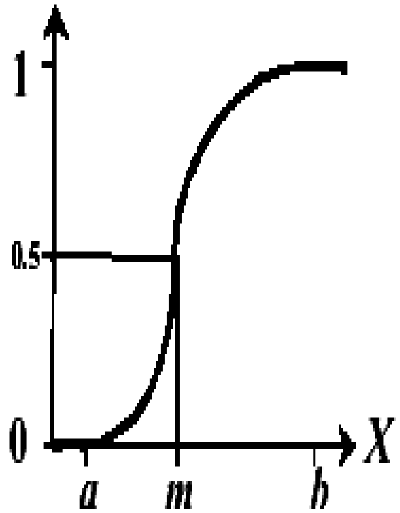
$$4(x) = \begin{cases} 0 & \textbf{si} \quad (x \le a) \ \textbf{o} \ (x \ge d) \\ (x-a)/(b-a) & \textbf{si} \quad x \in (a,b] \\ 1 & \textbf{si} \quad x \in (b,c) \\ (d-x)/(d-c) & \textbf{si} \quad x \in (b,d) \end{cases}$$



– **3.** **<u>Función S</u>:** Definida por sus límites inferior a y superior b, y el valor m, o punto de inflexión tal que $a<m<b$.

- Un valor típico es: $m=(a+b)/2$.
- El crecimiento es más lento cuanto mayor sea la distancia a-b.

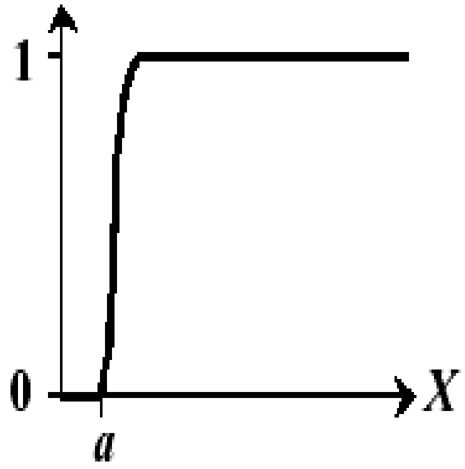
$$A(x)=\begin{cases} 0 & \text{si} \quad x\le a \\ 2\,\{(x-a)/(b-a)\}^2 & \text{si} \quad x\in(a,m] \\ 1-2\,\{(x-b)/(b-a)\}^2 & \text{si} \quad x\in(m,b) \\ 1 & \text{si} \quad x\ge b \end{cases}$$



– **2.** <u>**Función Γ**</u> (*gamma*): Definida por su límite inferior a y el valor $k>0$.

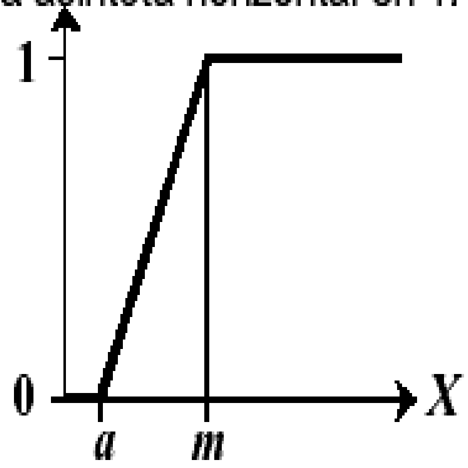
$$A(x)=\begin{cases}0 & \textbf{si} \quad x\le a\\ 1-e^{-k(x-a)^2} & \textbf{si} \quad x>a\end{cases}$$

$$A(x)=\begin{cases}0 & \textbf{si} \quad x\le a\\ \dfrac{k(x-a)^2}{1+k(x-a)^2} & \textbf{si} \quad x>a\end{cases}$$



- Esta función se caracteriza por un rápido crecimiento a partir de a.
- Cuanto mayor es el valor de k, el crecimiento es más rápido aún.
- La primera definición tiene un crecimiento más rápido.
- Nunca toman el valor 1, aunque tienen una asíntota horizontal en 1.
- Se aproximan linealmente por:

$$A(x)=\begin{cases}0 & \textbf{si} \quad x\le a\\ (x-a)/(m-a) & \textbf{si} \quad x\in(a,m)\\ 1 & \textbf{si} \quad x\ge m\end{cases}$$



- La función opuesta se llama **Función L**.

- **Operaciones Aritméticas:** Se basan en el Principio de Extensión (Mizumoto, Tanaka, 1976), que transforma una operación f definida sobre dos elementos del Universo **U** (i.e., en **U**×**U**), en otra operación F definida sobre dos conjuntos difusos de **U.**
  - Si **U** es la recta real **R** y tenemos dos números difusos A y B, entonces, obtenemos el número difuso C: $C = F(A, B)$
  - La función F es la función inducida por f, tal que: $F(\{x\}, \{y\}) = f(x, y)$.
  - Por el **Principio de Extensión** obtenemos que el número difuso resultante se calcula como: $C(z) = \sup_{x,y\in R:\, z=f(x,y)} \{A(x) \wedge B(x)\}$
  - **Resultado: Es otro número difuso.**
    - Está normalizado, ya que A y B lo están.
    - Tiene su soporte limitado (igual que A y B).
    - Para cualesquiera valores a y b, tales que $A(a)$=1 y $B(b)$=1:

$$\left.\begin{array}{l}\text{– Es } \textbf{no creciente} \text{ en el intervalo } [f(a, b), +\infty].\\ \text{– Es } \textbf{no decreciente} \text{ en el intervalo } [-\infty, f(a, b)].\end{array}\right\}\ \textbf{Convexo}$$

  - Los **números difusos triangulares** simplifican algunos cálculos.
    - **Ejemplo:** Suma de triángulos: (a,m,b) + (c,n,d) = (a+c, m+n, b+d).

COMPARACION Y ORDENACIÓN DE NUMEROS DIFUSOS

- El problema es complejo cuando los números se solapan.

Dos enfoques básicos

A) Metodos crisp, deciden cuando un número es mayor(menor) que otro. Se basan en una "función ordenadora": $f : \mathcal{D} \longrightarrow \mathbf{R}$

$$\forall A, B \in \mathcal{D} A \geq B \Longleftrightarrow f(A) \geq f(B)$$

B)Métodos difusos, generan relaciónes difusas orden en el conjunto $\mathcal{D}$.

$$\forall A, B \in \mathcal{D} \ ; \ \mu_{\geq}(A, B) = g(A| \geq B)$$

donde $g(A| \geq B)$ es la medida del difuso A con respecto al difuso que representa la propiedad imprecisa "ser mayor que B".

Es necesario estudiar medidas de un conjunto difuso con respecto a otro