

# **EL RAZONAMIENTO APROXIMADO**

**1.-Proposiciones condicionales**

**2.- Interpretación de las proposiciones condicionales**

**3.- Modus Ponens Generalizado**

**4.- Sistemas basados en Reglas Difusas**

**5.- Inferencia a partir de Sistemas Basados en Reglas Difusas**

## **EL RAZONAMIENTO APROXIMADO**

**El razonamiento aproximado trata de inferir conclusiones sobre una serie de proposiciones de naturaleza vaga.**

**Las proposiciones son meros enunciados acerca de un hecho. Para reproducirlos usaremos conjuntos difusos.**

## **PROPOSICIONES CONDICIONALES**

**Estas son las proposiciones del razonamiento aproximado que revisten la mayor importancia. Son las que más adelante utilizaremos para formular 'reglas difusas'.**

**Su estructura es: ' Si A entonces B'.**

**A el antecedente**

**B el consecuente**

**A y B pueden ser cualquier proposición, tan complicada como se quiera.**

**Por simplicidad en la presentación nos vamos a centrar en el caso en A y B son subconjuntos difusos de sendos espacios unidimensionales X e Y que pueden ser iguales**

**La idea de base en el Razonamiento Aproximado es que una proposición condicional induce una relación difusa  $R$  en  $X \times Y$ , a partir de la cual (como comentamos en una lección anterior) anse puede hacer la inferencia a partir de una proposición  $A'$  sobre  $X$ .**

**Ahora bien existen dos formas de interpretar la proposiciones condicionadas que dan lugar a dos formas diferentes de relación  $R$ .**

**$\{\text{Si } A \text{ entonces } B\} \equiv \{A \text{ se presenta emparejada con } B\}$**

**$\{\text{Si } A \text{ entonces } B\} \equiv \{A \text{ implica (supone) } B\}$**

**La primera interpretación hace que la proposición**

**Si A entonces B  $\equiv$  {A se presenta emparejada con B}**

**equivalga a la proposición “ $A \cap B$ ” y por tanto que**

**$R(x,y) = T[A(x),B(y)]$  : donde T es una t-norma.**

**$R(x,y) = \min[A(x),B(y)]$ .**

**La segunda interpretación hace que la proposición**

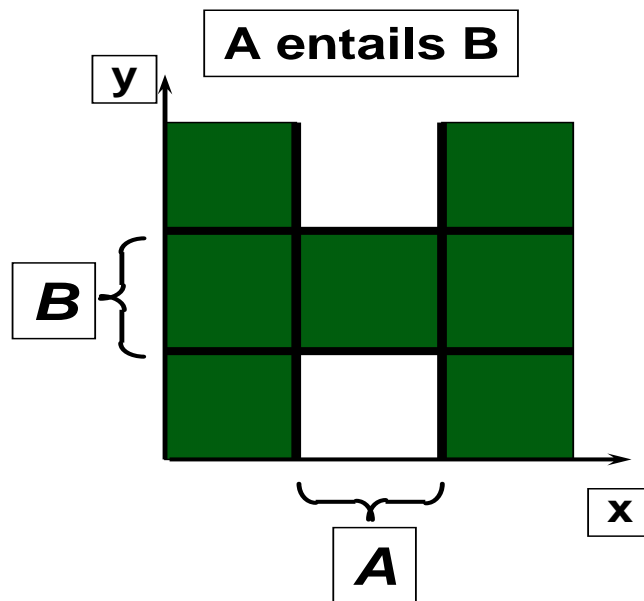
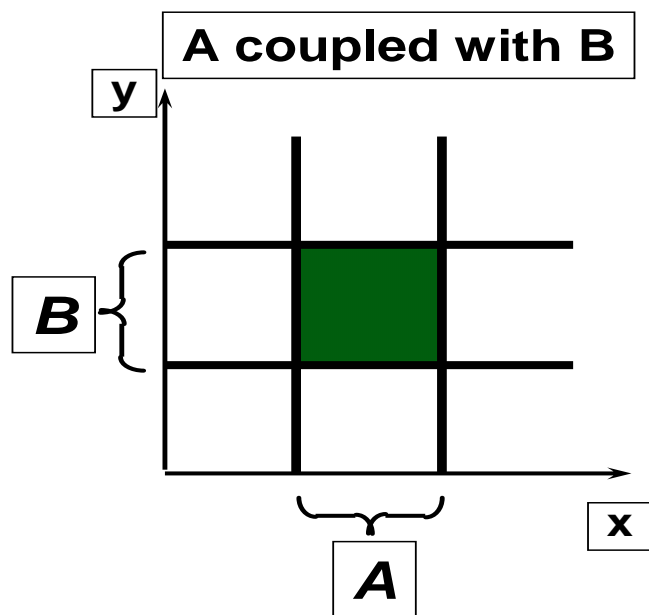
**Si A entonces B  $\equiv$  {A implica (supone) B}**

**aparezca como una extensión natural de la implicación material de la lógica de primer orden clásica y por tanto**

**$R(x,y) = S\{N[A](x), B(y)\}$  siendo N una negación y S una t-conorma.**

**$R(x,y) = \text{Max}\{ [1-A(x),B(y)] \}$**

Two ways to interpret “If  $x$  is  $A$  then  $y$  is  $B$ ”:



**“A se empareja con B” fue introducida por Mamdani en 1975 y se ha sido la mas empleada:**

- **Es facil de implementar**
- **Es intuitivamente correcta**
- **Proporciona prácticamente los mismos resultados que la otra.**



## EL MODUS PONENES GENERALIZADO

El denominado “Modus Ponens Generalizado”, que será la clave del Razonamiento Aproximado se formula del siguiente modo

Supongamos que se tiene la REGLA “Si A entonces B”, y una observación A' con A, A' s.d's. de un universo X y B un s.d. de otro Y. Se quiere obtener la conclusión B' como un s.d. de Y:

Si A entonces B

A'

---

B'

La regla genera una relación difusa en XxY que compuesta con A' genera B'

$$B'(y) = \text{Pry}\{R \cap EC(A') \mid X\}(y)$$

$$B'(y) = \text{Max}\{\text{min}[R(x,y) \cap EC(A')(x,y) \mid x\}(y)$$

## **SISTEMAS BASADOS EN REGLAS DIFUSAS**

**El Razonamiento Aproximado ha sido aplicado para el Control de Sistemas y procesos de decisión con un gran éxito.**

**En estos casos se supone que las proposiciones condicionales son de la forma (reglas difusas):**

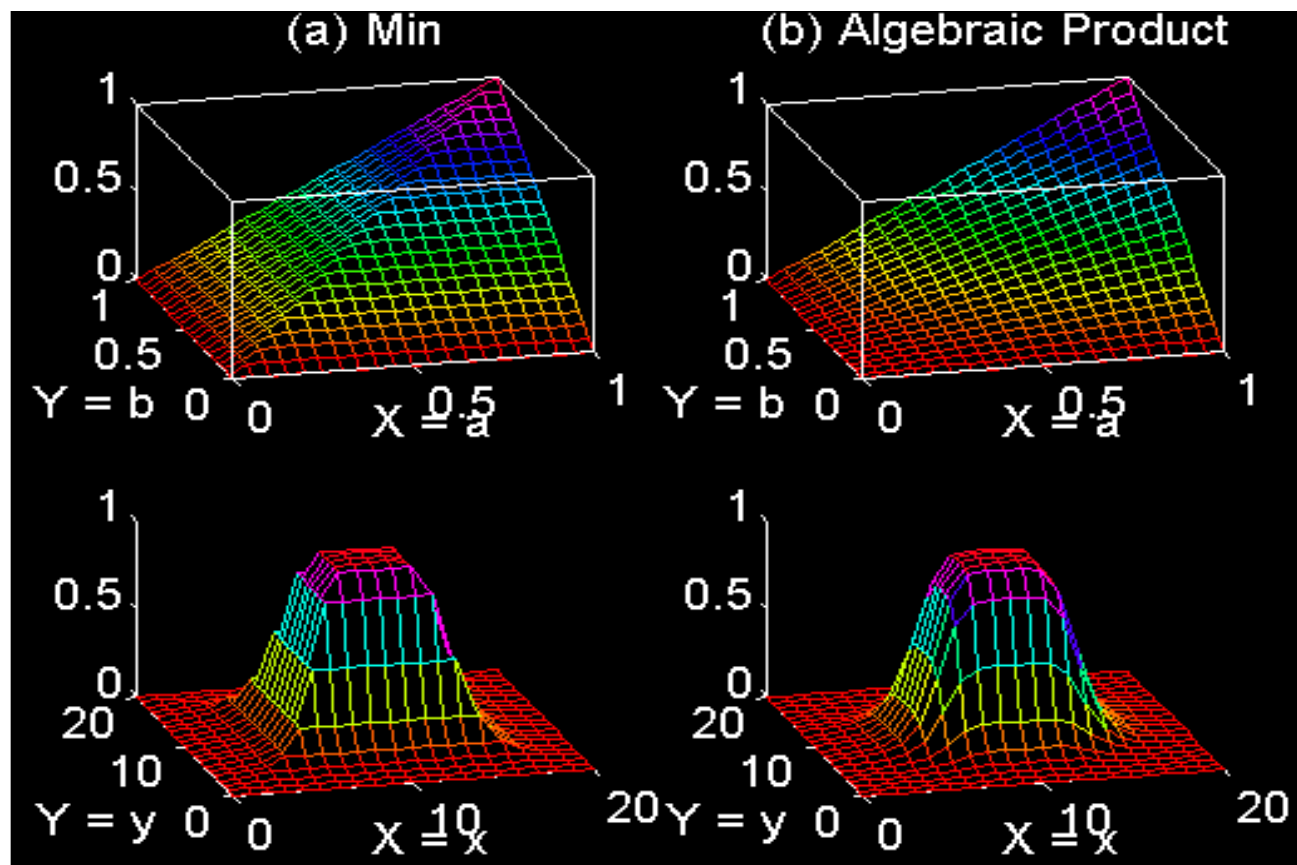
**Si  $x$  es  $A$  entonces  $y$  es  $B$**

**Donde  $x$  e  $y$  son variables lingüísticas y  $A$ ,  $B$  valores etiqueta de estas variables lingüísticas.**

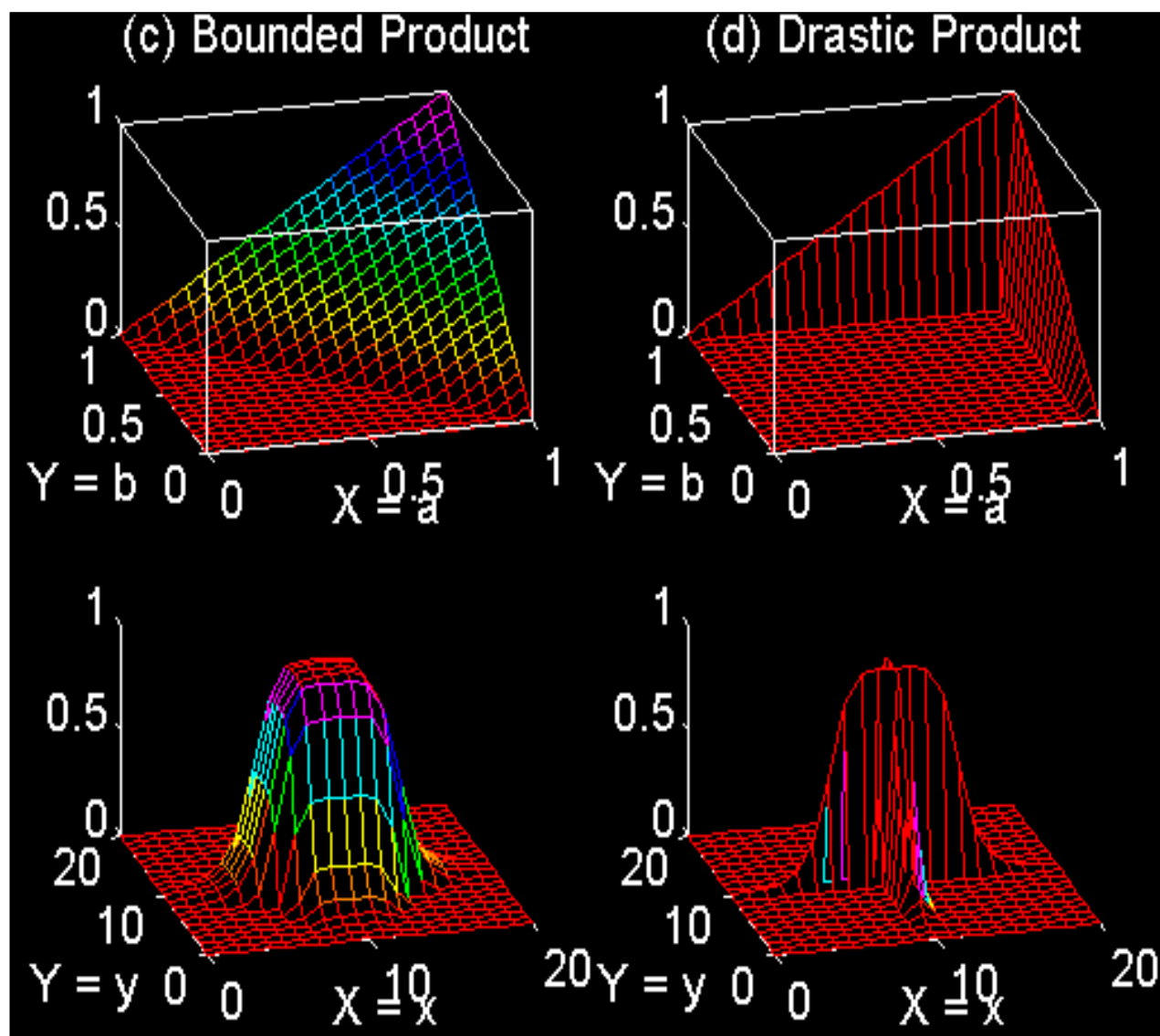
- **Si la presión es alta entonces el volumen es pequeño**
- **Si la velocidad es alta entonces aplicar una fuerza moderada al freno.**

**En estos casos y puesto que las variables de base son esencialmente numéricas se pueden obtener representaciones graficas ilustrativas de la diferencia entre las dos interpretaciones de la regla que vimos con anterioridad.**

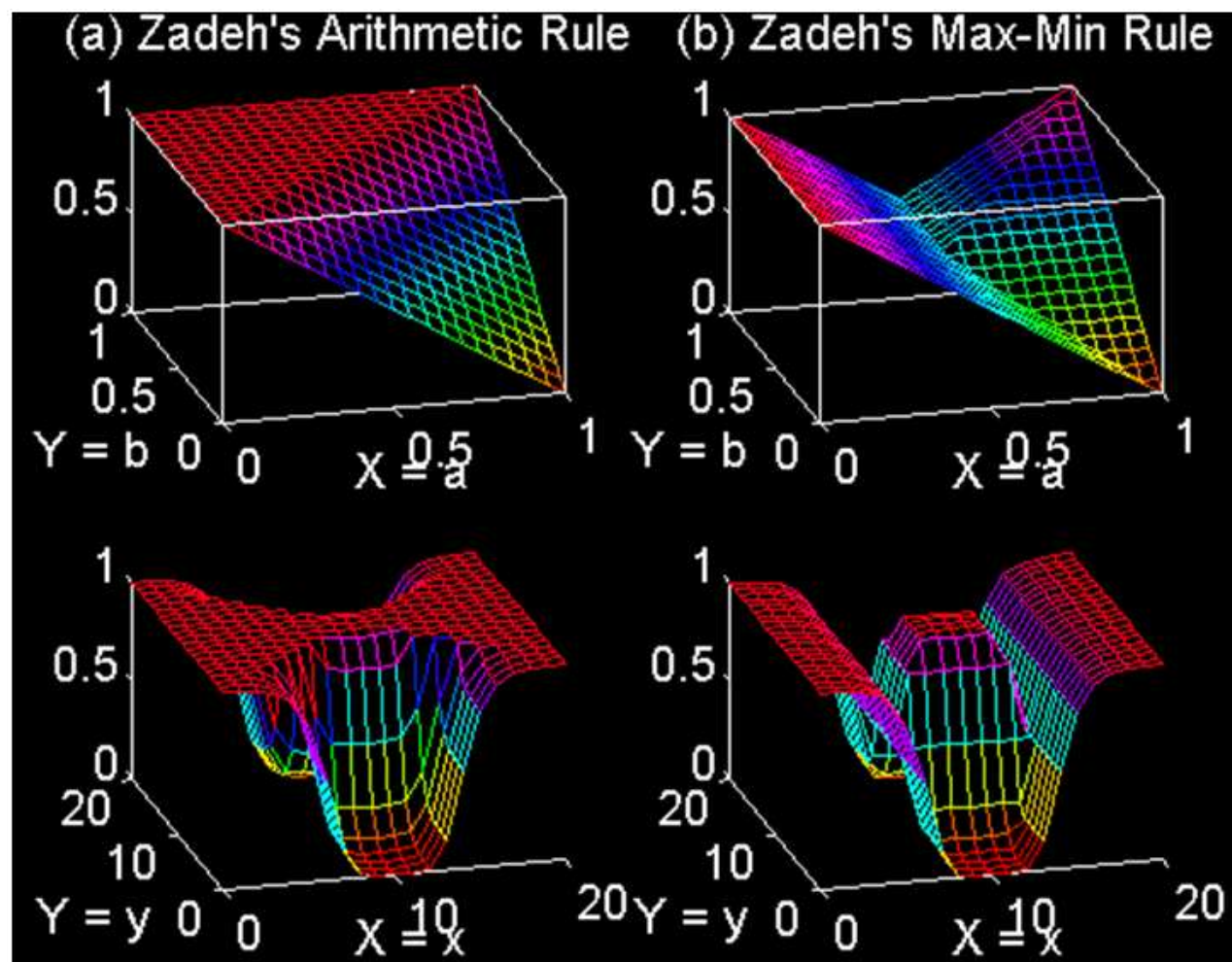
A se empareja con B



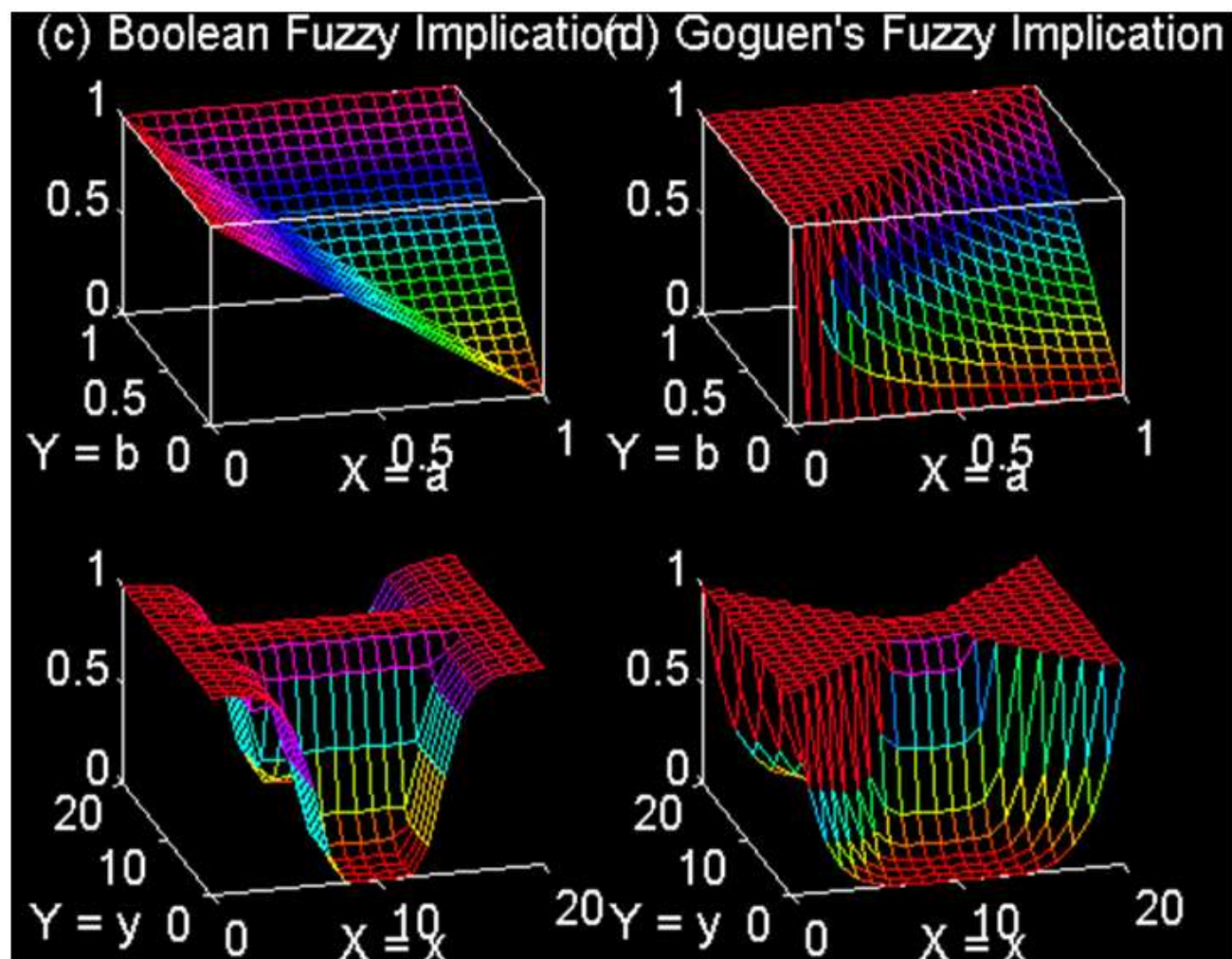
A se empareja con B



**A implies B**



A implies B



**Ahora el Modus Ponens Generalizado toma la forma**

**Si x es A entonces y es B**

**X es A'**

---

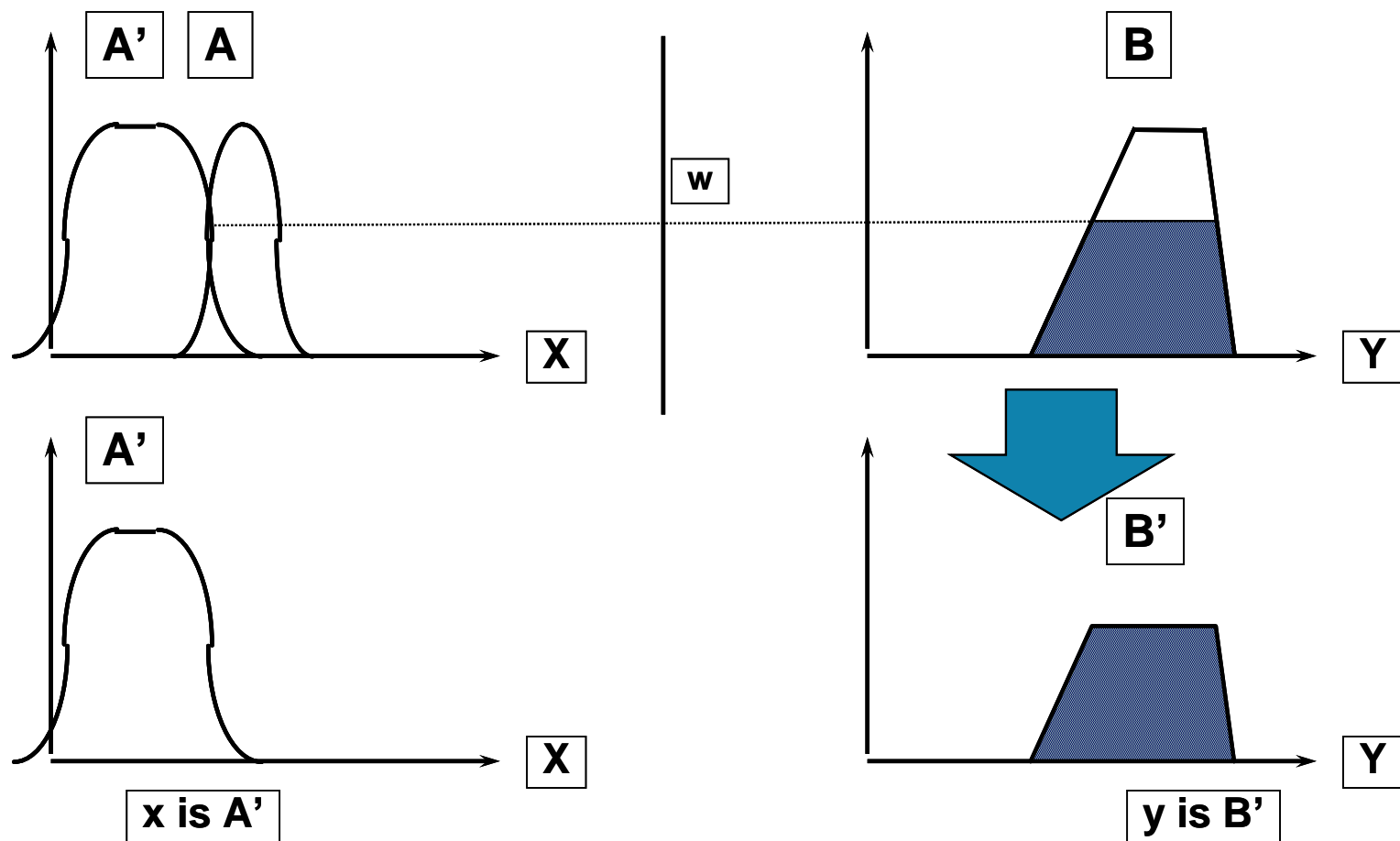
**y es B'**

$$B'(y) = \text{Pry}\{R \cap EC(A') \mid X\}(y)$$

**Si empleamos la interpretación de Mamdani**

$$B'(y) = \text{Max}\{\min[\min \{A(x), B(y)\}, A'(x) \mid x\}(y)$$

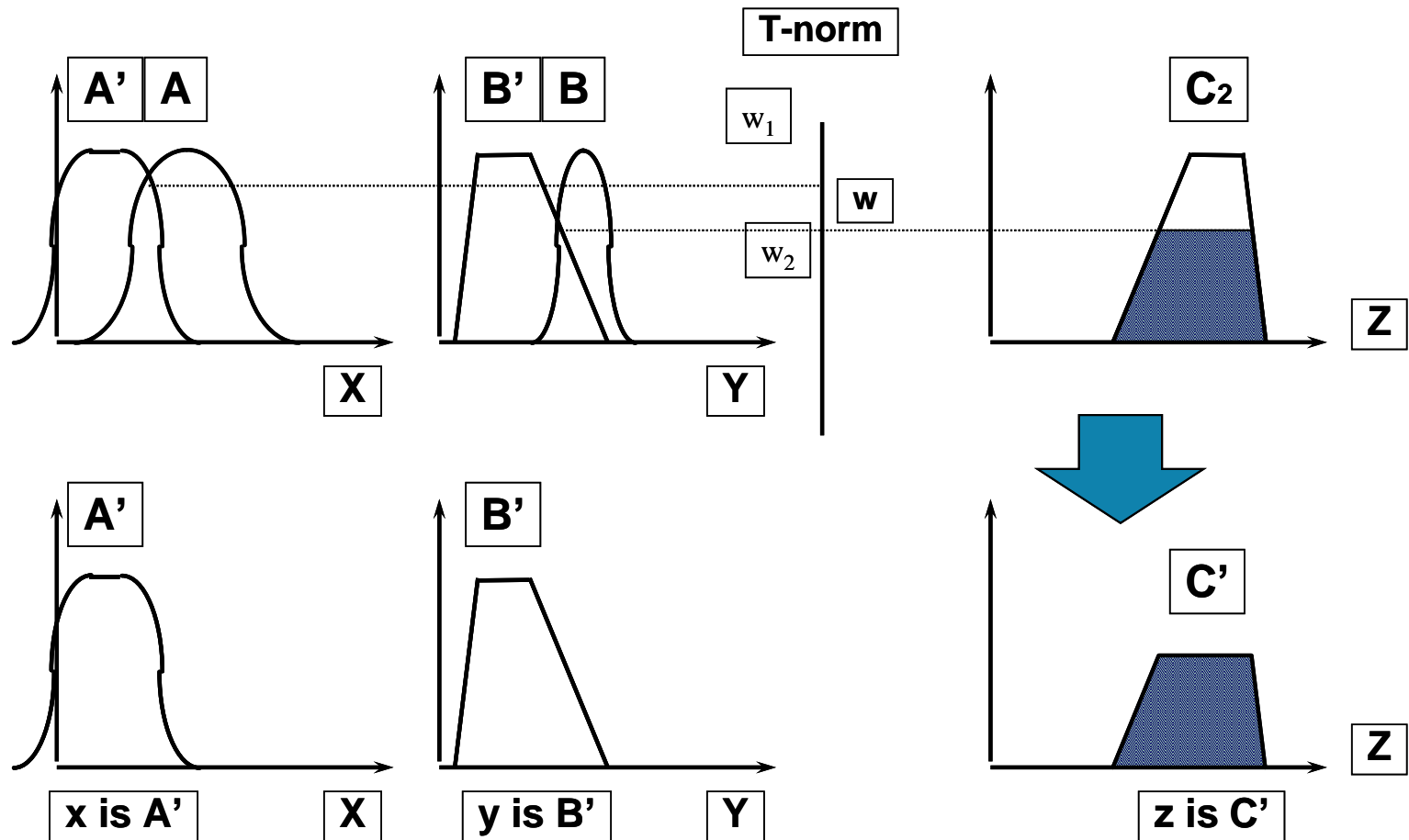
## Gráficamente



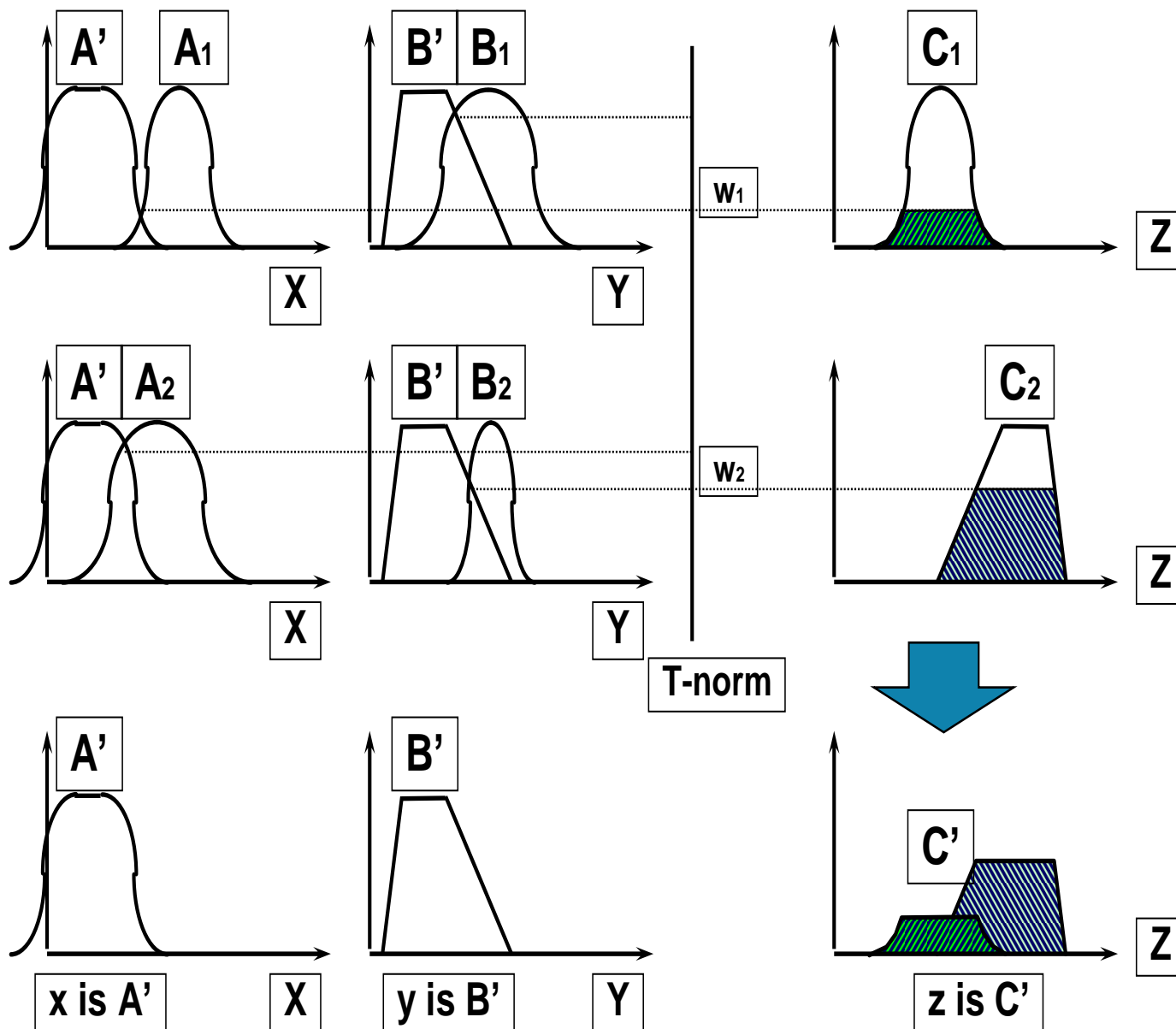
Estos desarrollos pueden extenderse a casos mas complejos.



## Reglas con antecedente múltiple



## Inferencia a partir de múltiples reglas



El hecho a partir del cual se infiere puede ser un valor concreto de la variable del antecedente, interpretandolo como un conjunto difuso de grado 1 en el en el valor considerado y cero en el resto (un singleton)

