## Algunas equivalencias lógicas.

## Lógica proposicional.

1. 
$$\varphi \leftrightarrow \psi \equiv (\varphi \rightarrow \psi) \land (\psi \rightarrow \varphi)$$

2. 
$$\varphi \to \psi \equiv \neg \varphi \lor \psi$$

3. 
$$\neg(\varphi \lor \psi) \equiv \neg \varphi \land \neg \psi$$

4. 
$$\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg \varphi \vee \neg \psi$$

5. 
$$\neg \neg \varphi \equiv \varphi$$

6. 
$$\varphi \lor \psi \equiv \psi \lor \varphi$$

7. 
$$\varphi \wedge \psi \equiv \psi \wedge \varphi$$

8. 
$$\varphi \lor \varphi \equiv \varphi$$

9. 
$$\varphi \wedge \varphi \equiv \varphi$$

10. 
$$\varphi \lor (\varphi \land \psi) \equiv \varphi$$

11. 
$$\varphi \wedge (\varphi \vee \psi) \equiv \varphi$$

12. 
$$\varphi \lor (\psi \lor \chi) \equiv (\varphi \lor \psi) \lor \chi$$

13. 
$$\varphi \wedge (\psi \wedge \chi) \equiv (\varphi \wedge \psi) \wedge \chi$$

14. 
$$\varphi \wedge (\psi \vee \chi) \equiv (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$$

15. 
$$\varphi \lor (\psi \land \chi) \equiv (\varphi \lor \psi) \land (\varphi \lor \chi)$$

## Lógica de predicados.

- 1.  $\forall x \varphi \equiv \varphi \text{ si } x \text{ no está libre en } \varphi.$
- 2.  $\exists x \varphi \equiv \varphi \text{ si } x \text{ no está libre en } \varphi.$  que dan lugar a las cuatro siguientes
- 3.  $\forall x \forall x \varphi \equiv \forall x \varphi$ .
- 4.  $\exists x \exists x \varphi \equiv \exists x \varphi$ .
- 5.  $\exists x \forall x \varphi \equiv \forall x \varphi$ .
- 6.  $\forall x \exists x \varphi \equiv \exists x \varphi$ .
- 7.  $\neg \forall x \varphi \equiv \exists x \neg \varphi$ .
- 8.  $\neg \exists x \varphi \equiv \forall x \neg \varphi$ .
- 9.  $\forall x \varphi \equiv \forall y \varphi(x|y)$  si y no aparece en  $\varphi$ .
- 10.  $\exists x \varphi \equiv \exists y \varphi(x|y)$  si y no aparece en  $\varphi$ .
- 11.  $\forall x\varphi \to \psi \equiv \exists x(\varphi \to \psi)$  si x no está libre en  $\psi$ .
- 12.  $\exists x \varphi \to \psi \equiv \forall x (\varphi \to \psi)$  si x no está libre en  $\psi$ .
- 13.  $\varphi \to \forall x \psi \equiv \forall x (\varphi \to \psi)$  si x no está libre en  $\varphi$ .
- 14.  $\varphi \to \exists x \psi \equiv \exists x (\varphi \to \psi)$  si x no está libre en  $\varphi$ .

- 15.  $\forall x \varphi \lor \psi \equiv \forall x (\varphi \lor \psi)$  si x no está libre en  $\psi$ .
- 16.  $\forall x \varphi \wedge \psi \equiv \forall x (\varphi \wedge \psi)$  si x no está libre en  $\psi$ .
- 17.  $\exists x \varphi \lor \psi \equiv \exists x (\varphi \lor \psi)$  si x no está libre en  $\psi$ .
- 18.  $\exists x \varphi \land \psi \equiv \exists x (\varphi \land \psi)$  si x no está libre en  $\psi$ .
- 19.  $\forall x\varphi \to \exists x\psi \equiv \exists x(\varphi \to \psi).$
- 20.  $\forall x \varphi \wedge \forall x \psi \equiv \forall x (\varphi \wedge \psi)$ .
- 21.  $\exists x \varphi \lor \exists x \psi \equiv \exists x (\varphi \lor \psi).$