

3. Teoría de la Probabilidad

1. Escribir el espacio muestral del experimento que consiste en lanzar simultáneamente una moneda y un dado.
2. Se lanza una moneda 3 veces. Se pide:
 - a) Construir el espacio muestral.
 - b) Expresar, en función de los sucesos elementales, los siguientes sucesos:
 - 1) Los tres lanzamientos producen el mismo resultado.
 - 2) El mismo resultado aparece dos veces exactamente.
 - 3) Al menos dos veces sale cara.
 - 4) Exactamente dos veces sale cara.
 - 5) La cara aparece en el primero y en el segundo de los lanzamientos.
3. Un operario de una fábrica observa de tres en tres las piezas producidas por una máquina, anotando si cada una de ellas es defectuosa o no.
 - a) Escribir el espacio muestral correspondiente a esta situación.
 - b) Sea A el suceso “la primera pieza observada es defectuosa”, B el suceso “la segunda pieza observada es defectuosa” y C el suceso “la tercera pieza observada es defectuosa”. Dar la descomposición en sucesos elementales de los siguientes sucesos: $A, B, C, A \cup B, A \cup C, B \cup C, A \cup B \cup C, B \cap C$ y $A \cap B \cap C$.
4. Un dado se lanza dos veces. Se pide:
 - a) Construir el espacio muestral.
 - b) Sea A el suceso “en el primer lanzamiento, el número es menor o igual que 2”. Calcular la $P(A)$ suponiendo que el dado está bien construido.
 - c) Sea B el suceso “en el segundo lanzamiento el número es menor que 5”. Calcular $P(B)$.
 - d) Calcular $P(A \cup B)$
5. Sea el experimento aleatorio consistente en el lanzamiento de dos monedas y un dado.
 - a) Escribir el espacio muestral correspondiente.
 - b) Expresar explícitamente los sucesos siguientes: A : “que aparezcan dos caras y un número primo”, B : “que aparezca un 3”, C : “que aparezca exactamente una cara y un número primo”.
 - c) Expresar explícitamente los sucesos: A y B suceden, sucede solamente B , sucede B o C .

-
6. Supóngase que A y B son dos sucesos para los cuales $P(A) = x$, $P(B) = y$ y $P(A \cap B) = z$. Expresar cada una de las probabilidades siguientes en términos de x , y y z :
- $P(\bar{A} \cup \bar{B})$
 - $P(\bar{A} \cap B)$
 - $P(\bar{A} \cap \bar{B})$
7. En una urna hay 6 bolas de color verde, 3 bolas de color rojo y 2 bolas de color amarillo. Se extrae una bola al azar. Calcular la probabilidad de que:
- La bola sea amarilla.
 - La bola no sea roja.
 - La bola sea verde o roja.
 - La bola no sea amarilla o sea verde.
 - La bola no sea roja y no sea amarilla.
8. En una fábrica hay dos almacenes con 100 artículos cada uno. En el primero hay 25 artículos defectuosos y en el segundo hay 20. Un operario pasa un artículo del primer almacén al segundo. Calcular la probabilidad de que otro operario, al coger un artículo al azar del segundo almacén obtenga uno defectuoso.
9. Sea el experimento que consiste en elegir una moneda de entre dos y lanzarla. La probabilidad de obtener cara con la primera moneda es 0.4 y con la segunda es 0.7. Se pide:
- La probabilidad de que el resultado del lanzamiento sea cruz.
 - Probabilidad de que fuese lanzada la segunda moneda si se conoce que el resultado del lanzamiento ha sido cruz.
10. Se ha observado la producción de tres máquinas $M1$, $M2$ y $M3$ que producen las mismas piezas, arrojándolas sobre un recipiente receptor. En 10 horas de funcionamiento conjunto $M1$ produce 1000 piezas, $M2$ 300 piezas y $M3$ 700, de las cuales $M1$ da 1 defectuosa, $M2$ da 3 y $M3$ da 5. Se extrae una pieza del recipiente y resulta defectuosa ¿De qué máquina es más probable que provenga?
11. Si la probabilidad de comprar un periódico es 0.3, la de un revista 0.2 y la de comprar ambos es 0.08, calcular:
- probabilidad de comprar un periódico o una revista.
 - probabilidad de comprar un periódico y no una revista.
 - probabilidad de comprar un periódico o no una revista.
 - probabilidad de no comprar un periódico y no comprar una revista.
12. Sean $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.3$ y $P(A \cap B) = 0.05$. Calcular las siguientes probabilidades:
- $P(\bar{A} \cap B)$
 - $P(A|\bar{B})$
 - $P(A \cup \bar{B})$

13. Contestar razonadamente a las siguientes preguntas:

- a) Sean los sucesos A y B con las siguientes probabilidades: $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/3$ y $P(\bar{A} \cap B) = 1/4$, ¿cuál es la $P(A|\bar{B})$?
- b) Si A y B son sucesos independientes, con $P(A) = 1/2$ y $P(B) = 1/3$, ¿cuál es la $P(A|\bar{B})$?

14. Una bombilla de precaución en un avión se enciende cada vez que la presión de líquido en su sistema hidráulico es muy bajo. Sin embargo, el sistema eléctrico se puede dañar, haciendo que la bombilla se encienda. La probabilidad de que la bombilla se encienda cuando realmente debe hacerlo es 0.99. Sin embargo, el 2 % de las veces se enciende sin razón aparente. Si la probabilidad de que el nivel de líquido hidráulico esté muy bajo es de 0.5, ¿cuál es la probabilidad de que la bombilla está encendida cuando existe una baja presión en el líquido?

15. Durante un período de emergencia nacional, en un país se utilizan detectores de mentiras para descubrir riesgos de seguridad. Como los detectores de mentiras no son infalibles, se va a suponer que las probabilidades son 0.1 y 0.04 de que un detector de mentiras no podrá detectar un riesgo de seguridad, o bien señalará en forma errónea a una persona como riesgo de seguridad. Si el 2 % de las personas que se someten al detector de mentiras son riesgos de seguridad. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona señalada como riesgo de seguridad por un detector de mentiras en realidad lo sea?

16. Con el fin de ejecutar un proceso, se selecciona uno de tres periféricos A, B y C. Las probabilidades de escoger cada uno de ellos son: 0.5 para A, 0.3 para B y 0.2 para C. Como resultados de la elección, se pueden producir perturbaciones que detienen la ejecución del proceso. Esto ocurre el 10 % de las veces si el periférico seleccionado fue A, el 20 % si fue B y el 15 % si fue C.

- a) Hallar la probabilidad de que el proceso no se ejecute.
- b) Si el proceso se ha ejecutado, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya hecho desde A o B?

17. Un ratón huye de un gato y puede entrar en los callejones A, B o C. La probabilidad de que entre en el callejón A es 0.3, de que entre en el callejón B es 0.5 y en el callejón C es 0.2. Se sabe también que la probabilidad de que sea cazado en el callejón A es 0.4, de que lo sea en B, 0.6 y en C, 0.1.

- a) Calcular la probabilidad de que el gato cace al ratón.
- b) Si al cabo de un rato el ratón ha sido cazado, ¿cuál es la probabilidad de que hubiera entrado en el callejón B?

18. Un niño tiene 3 huchas con monedas de 1 euro, y 0.50 euros. La distribución de las monedas en las huchas es la siguiente:

Hucha A: 3 monedas de 0.50 y 5 de 1 euro

Hucha B: 8 monedas de 0.50 y 3 de 1 euro

Hucha C: 5 monedas de 0.50 y 4 de 1 euro

- a) Se elige una hucha al azar y se saca una moneda, ¿qué probabilidad tiene de ser de 1 euro?
- b) Si se ha sacado una moneda de 0.50, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la hucha A?

-
19. Se va a hacer una excursión a la playa con 2 autobuses, uno grande y uno pequeño. Las $2/3$ partes de los excursionistas irán en el autobús grande, y el resto en el pequeño. Todos los que viajan en el autobús pequeño saben nadar y el 40 % de los que viajan en el autobús grande no saben nadar.
- a) Calcular la probabilidad de que un excursionista elegido al azar sepa nadar.
 - b) Se elige un excursionista y se observa que sabe nadar, ¿cuál es la probabilidad de que viaje en el autobús grande?
20. Se sabe que una droga *de la verdad* que se aplica a un sospechoso es fiable al 90 % cuando la persona es culpable y al 99 % si la persona es inocente. Si se selecciona un individuo de un grupo de sospechosos, de los cuales sólo el 5 % ha cometido un delito y la prueba indica que el individuo seleccionado es culpable, ¿cuál es la probabilidad de que se trate en realidad de una persona inocente?.