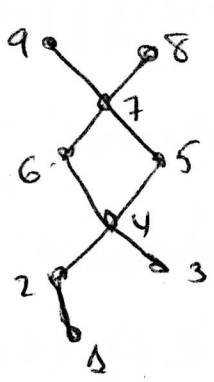


- ① Estudiar la inyectividad y sobreyectividad de la aplicación $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(a, b) = a \cdot b$.
- ② Cuantos números pares hay en el intervalo $[1000, 2000]$ que al dividirlos entre 5 dan de resto 4 y al expresarlos en base 3 terminan en 10.
- ③ Dado el conjunto ordenado (\mathbb{N}^2, \leq_p) (recordemos que $(a, b) \leq_p (c, d)$ si $a \leq c$ y $b \leq d$). Calcular los elementos notables de $B = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (0, 2)\}$.
- ④ Resolver en \mathbb{Z}_{120} la ecuación $42x + 3 = 8x + 11$.
- ⑤ Sea $A = \{\emptyset\}$ y $B = \{1, 2\}$ calcular todos los elementos del conjunto $P(A) \times P(B)$.
- ⑥ Resolver la ecuación diofántica $1690x + 2890y = 60$.
- ⑦ Dado el conjunto ordenado  calcular los elementos notables de $B = \{2, 5, 6\}$.
- ⑧ Resolver la ecuación en congruencias $1210x \equiv 40 \pmod{1690}$.
- ⑨ Sea m un entero positivo. Estudiar la inyectividad y sobreyectividad de la aplicación $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_m$ definida por $f(z) = z \pmod{m}$.
- ⑩ Resolver en \mathbb{Z}_{333} la ecuación $97x + 8 = 10x + 17$.

- ① Calcular el inverso para el producto de x^2+2x+1 en $\mathbb{Z}_5[X]_{x^3+4x^2+4x}$.
- ② Resolver en el anillo $M_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_7)$ la ecuación $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} A + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} A + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- ③ Calcular en $\mathbb{Z}_7[X]$ el resto de dividir $x^{93} + 2x^{46} + 1$ entre $x+3$
- ④ Dadas las bases $B = \{(1, 2, 3), (1, 1, 1), (0, 0, 2)\}$ y $B' = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)\}$ de \mathbb{Z}_5^3 . Calcular la expresión matricial del cambio de base de B a B' .
- ⑤ Calcular las raíces y sus multiplicidades del polinomio $x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_5[X]$.
- ⑥ sea $B = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)\}$ una base de \mathbb{Z}_7^3 y U el subespacio vectorial de \mathbb{Z}_7^3 generado por $\{(1, 2, 4), (1, 3, 3), (4, 2, 1)\}$. Calcular las ecuaciones paramétricas de U respecto de la base B .
- ⑦ Resolver en $\mathbb{Z}_5[X]_{x^2+1}$ la ecuación $x \cdot A + x + 2 = (2x+1)A + 2x$
- ⑧ Sean U y W los subespacios vectoriales de \mathbb{Z}_7^4 generados por $\{(1, 2, 3, 4), (2, 3, 4, 2)\}$ y $\{(1, 2, 0, 3), (3, 4, 2, 0)\}$ respectivamente. ¿Es $U+W = \mathbb{Z}_7^4$?
- ⑨ ¿Es $\mathbb{Z}_2[X]_{x^5+x^2+1}$ un cuerpo?
- ⑩ sea U el subespacio vectorial de \mathbb{Z}_7^4 generado por $\{(2, 3, 4, 1), (3, 3, 2, 1), (1, 2, 3, 4), (6, 5, 4, 3)\}$.
¿Es $U = \mathbb{Z}_7^4$?

21) Sea $f: \mathbb{Z}_5^4 \longrightarrow \mathbb{Z}_5^3$ la aplicación lineal definida por $f(x, y, z, t) = (2x + 3y + 4z + t, x + y + 2z + t, 2x + 4z + t)$. Calcular una base de $\text{Im}(f)$.

22) Sea U el subespacio vectorial de \mathbb{Z}_7^3 generado por $\{(2, 5, 0), (0, 5, 2)\}$ y $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{Z}_7^3 \mid \begin{cases} 2x + 3y + 2z = 0 \\ x + 5y + z = 0 \end{cases}\}$. Calcular una base de $U \cap W$.

23) Sea $f: \mathbb{Z}_5^4 \longrightarrow \mathbb{Z}_5^3$ la aplicación lineal definida por $f(x, y, z, t) = (2x + 3y + 4z + t, x + y + 2z + t, 2x + 4z + t)$. Calcular una base de $N(f)$.

24) Estudiar el siguiente sistema con coeficientes en \mathbb{Z}_5 y que depende del parámetro a .

$$\left. \begin{aligned} ax + y + z &= 1 \\ y + az &= 2 \\ az &= 3 \end{aligned} \right\}$$

25) Calcular una aplicación lineal $f: \mathbb{Z}_5^2 \longrightarrow \mathbb{Z}_5^3$ verificando que $f(2, 3) = (1, 2, 1)$ y $f(2, 2) = (1, 1, 1)$.

26) Diagonalizar si es posible la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_5)$.

27) Sea $U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{Z}_5^4 \mid \begin{cases} 2x + 3y + 4z + t = 0 \\ 3x + 2y + 2z + 3t = 0 \\ x + 4y + 3z + 2t = 0 \end{cases}\}$

Calcular el cardinal de U .

28) Sea U el subespacio vectorial de \mathbb{Z}_7^4 generado por $\{(2, 3, 4, 1), (1, 5, 2, 4), (2, 1, 4, 1)\}$ y

$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{Z}_7^4 \mid \begin{cases} x + 2y + 4z + 6t = 0 \\ 6x + 5y + 3z + t = 0 \end{cases}\}.$

¿Es $\mathbb{Z}_5^4 = U + W$?

29) ¿Cuántas soluciones tiene el siguiente sistema con coeficientes en \mathbb{Z}_5 ?

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z + t = 1 \\ 4x + y + z + 3t = 2 \\ 2x + 3y + 2z + 2t = 1 \end{cases}$$

30) Calcular las ecuaciones cartesianas del subespacio vectorial de \mathbb{Z}_5^3 generado por $\{(2, 3, 4), (3, 2, 1)\}$.