

## Relación nº 6: Distribuciones muestrales.

1.- Dos máquinas dedicadas a la producción de tornillos lo hacen: la primera con media 150 mm y desviación típica 10 mm. y la segunda con media 100 mm y desviación típica 5 mm. Tomamos muestras de tamaño 10 de las dos máquinas. Suponiendo normalidad e independencia de las variables, se pide:

- Distribución muestral de la diferencia de medias muestrales.
- Probabilidad de que la longitud media de los tornillos fabricados por la 1ª máquina no sea superior en más de 45 mm. a la longitud media de los tornillos fabricados por la 2ª máquina.
- Probabilidad de que la longitud media de los tornillos de la 1ª máquina sea superior en más de 55 mm. a la longitud media de los tornillos de la 2ª máquina.

2.- De dos poblaciones normales de igual media y varianza, se extraen muestras de tamaño 5:  
 $M_1$ : 4, 6, 7, 8, 10       $M_2$ : 9, 11, 12, 13, 15

Se pide:

- Media y cuasi-desviación típica muestral.
- Formar el estadístico para la distribución muestral de la diferencia de medias muestrales y dar su distribución muestral.

3.- Cierta medicina se administró a 14 personas, de las cuales 6 lo toman por primera vez y 8 ya lo toman habitualmente. El medicamento produjo efecto en el primer grupo con una duración de 11, 12, 13, 16, 17 y 15 horas, mientras que en el segundo grupo el efecto duró 8, 7, 9, 10, 6, 7, 9, y 8 horas.

Se pide:

- Media y cuasi-desviación típica muestral de cada grupo.
- Formar el estadístico de la distribución muestral de la diferencia de medias muestrales, sabiendo que las poblaciones son normales independientes, y tienen la misma media y varianza.

4.- La distribución de las calificaciones obtenidas por un grupo de alumnos es normal, con media 5,2 y desviación típica 0,5. Se toma una muestra de 4 alumnos.

Se pide:

- Esperanza y desviación típica de la suma de las calificaciones de la muestra.
- Esperanza y varianza de la media muestral.
- Distribución de la variable suma de las calificaciones y de la media muestral.
- Probabilidad de que la suma de las calificaciones de los 4 alumnos sea mayor que 22.
- Probabilidad de que la media de las calificaciones de los 4 alumnos sea menor que 4,5.

5.- De una población normal de media y varianza desconocidas, se toma una muestra de tamaño 10.

Calcular las siguientes probabilidades:

- $P[ (s^2 / \sigma^2) \leq 2 ]$
- $P[ 1 \leq (s^2 / \sigma^2) \leq 1.8 ]$
- $P[ \sigma \leq 2 ]$  suponiendo que  $s = 1$ .

**6.-** De una población normal con media 0 se toma una muestra de tamaño 5. Calcular las probabilidades:

a)  $P[ (\bar{X} / s) > 2 ]$

b)  $P[ 0.9 \leq (\bar{X} / s) \leq 1.4 ]$

c)  $P[ |(\bar{X} / s)| < 3 ]$

**7.-** La velocidad de las moléculas de un gas es  $X = (U^2 + V^2 + W^2)^{1/2}$  donde U, V, y W son variables aleatorias normales independientes con media 0.

Sean A y B dos moléculas que se mueven independientemente una de otra. Calcular la probabilidad de que A se desplace con una velocidad superior 3 veces a la de B.

**8.-** Las planchas metálicas de un gran conjunto están compuestas por 3 clases de láminas superpuestas A, B y C, elegidas al azar de 3 poblaciones de láminas.

Cada plancha tiene 3 láminas del tipo A, 2 del tipo B y 4 del tipo C. Los espesores de las láminas son variables aleatorias de las que se conocen las medias y las desviaciones típicas: 0.2 y 0.03 para A, 0.3 y 0.02 para B y 0.01 y 0.001 para C.

Calcular:

a) Media y desviación típica de los espesores de todas las planchas.

b) Probabilidad de que una plancha elegida al azar del conjunto tenga un espesor entre 1.1 y 1.3.

**9.-** De una población normal de varianza 4.5 se extraen dos muestras al azar de tamaño n de las que se calculan sus medias. ¿Cuánto tiene que valer n para que las medias muestrales difieran entre sí en menos de 2 unidades con probabilidad 0.95?

**10.-** Dadas las v.a.  $X \rightarrow N(2, 1)$ ,  $Y \rightarrow N(0, 1)$  y  $Z \rightarrow N(0, 4)$  independientes, se pide:

a) Distribución de la variable  $X + Y + Z$ .

b) Obtener la distribución de  $F = \frac{2(X - 2)^2}{Y^2 + \frac{Z^2}{16}}$

c) Obtener la distribución de  $T = \frac{Y}{\sqrt{(X - 2)^2}}$