7. Estimación Puntual y por Intervalos de Confianza

1. Sea X: nivel de renta (en millones) $\rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Hay que calcular un $IC(\mu)$ con varianza desconocida, y un nivel de confianza del 99 %.

   $IC(\mu) = [1{,}0787; 3{,}3546]$

2. Sea $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

   a) Estimador puntual de la media: $\bar{X} = 20{,}75$
   Estimador puntual de la varianza: $S^2 = 4{,}5$

   b) Intervalo de confianza para la media con varianza desconocida. $1 - \alpha = 0{,}95$
   $IC(\mu) = [8{,}97625; 22{,}52375]$

   c) Intervalo de confianza para la varianza con media desconocida. $1 - \alpha = 0{,}9$
   $IC(\sigma^2) = [2{,}2183; 14{,}5161]$

3. Sea X: longitud de las piezas $\rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

   a) Intervalo de confianza para la media con varianza desconocida. $1 - \alpha = 0{,}95$
   $IC(\mu) = [4{,}33474; 4{,}42526]$

   b) Intervalo de confianza para la varianza con media desconocida. $1 - \alpha = 0{,}9$
   $IC(\sigma^2) = [0{,}001875; 0{,}0133]$

   c) Intervalo de confianza para la media con varianza conocida. $1 - \alpha = 0{,}95$
   $IC(\mu) = [4{,}3422; 4{,}4178]$

4. Sea X: nº de votantes favorables a un cierto candidato $\rightsquigarrow \mathcal{B}(n, p)$.

   Intervalo de confianza para la proporción. $1 - \alpha = 0{,}95$

   $IC(p) = [0{,}28; 0{,}3867]$

5. Sea $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

   Intervalo de confianza para la varianza con media desconocida. $1 - \alpha = 0{,}9$

   $IC(\sigma^2) = [1{,}2706; 6{,}4865]$

6. Sea X: coeficiente intelectual de una cierta población estudiantil $\rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

   a) Intervalo de confianza para la media con varianza desconocida. $1 - \alpha = 0{,}9$
   $IC(\mu) = [85{,}1611; 86{,}839]$

b) Intervalo de confianza para la media con varianza desconocida. $1-\alpha=0{,}95$
$IC(\mu)=[85{,}0004;86{,}9996]$

c) Intervalo de confianza para la media con varianza desconocida. $1-\alpha=0{,}99$
$IC(\mu)=[84{,}6868;87{,}3133]$

7. Sean X: nº de votantes favorables al candidato $A \rightsquigarrow \mathcal{B}(n_x,p_x)$ e Y: nº de votantes favorables al candidato $B \rightsquigarrow \mathcal{B}(n_y,p_y)$.

   Intervalo de confianza para la proporción. $1-\alpha=0{,}95$

   $IC(p_x)=[0{,}4525;0{,}6475]$

   $IC(p_y)=[0{,}3525;0{,}5475]$

8. Sean X: nº de personas que teniendo el pelo oscuro poseen los ojos azules $\rightsquigarrow \mathcal{B}(n,p)$.

   Intervalo de confianza para la proporción. $1-\alpha=0{,}95$

   $IC(p)=[0{,}1423;0{,}1910]$

   Los resultados no son compatibles con la suposición de que la proporción es 0,25, ya que este valor no pertenece al intervalo.

9. Sea $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$.

   Intervalo de confianza para la varianza con media desconocida. $1-\alpha=0{,}9$

   $IC(\sigma^2)=[17{,}9283;61{,}8982]$

10. Sean X: nº de piezas fabricadas por la máquina $A \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_x,\sigma_x^2)$ e Y: nº de piezas fabricadas por la máquina $B \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_y,\sigma_y^2)$.

    Intervalo de confianza para la diferencia de medias con varianzas desconocidas pero iguales. $1-\alpha=0{,}95$

    $IC(\mu_x-\mu_y)=[-17{,}956;8{,}356]$. Como 0 pertenece al intervalo de confianza para la diferencia de medias se puede considerar que las dos máquinas fabrican el mismo número medio de piezas.

11. Sean X_1: medición con el instrumento 1 $\rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_1,\sigma_1^2)$ e X_2: medición con el instrumento 2 $\rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_2,\sigma_2^2)$.

    a) Intervalo de confianza para la media con varianza desconocida. ($1-\alpha=0{,}95$)
    $IC(\mu_1)=[1{,}0006;1{,}0014]$
    $IC(\mu_2)=[0{,}99420{,}9958]$

    b) Intervalo de confianza para la diferencia de medias con varianzas desconocidas pero iguales. ($1-\alpha=0{,}95$)
    $IC(\mu_1-\mu_2)=[0{,}0051;0{,}0069]$. $\mu_1>\mu_2$

    c) Intervalo de confianza para la varianza con media desconocida. ($1-\alpha=0{,}95$)
    $IC(\sigma_1^2)=[6{,}09*10^{-7};1{,}92*10^{-6}]$
    $IC(\sigma_2^2)=[2{,}44*10^{-6};7{,}68*10^{-6}]$

    d) Intervalo de confianza para el cociente de varianzas con medias desconocidas. ($1-\alpha=0{,}95$)
    $IC(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2})=[0{,}1102,0{,}5673]$. $\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

12. Sean X: peso del primer gemelo al nacer $\rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_x, \sigma_x^2)$ e Y: peso del segundo gemelo al nacer $\rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_y, \sigma_y^2)$.

    El único intervalo que podríamos hacer sobre la diferencia de medias, sería el que considera las varianzas desconocidas pero iguales. Así que en primer lugar comprobamos si podemos considerar las varianzas iguales.

    Intervalo de confianza para el cociente de varianzas con medias desconocidas $1 - \alpha = 0{,}98$

    $IC(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}) = [0{,}1596, 19{,}2081]$. $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

    Intervalo de confianza para la diferencia de medias con varianzas desconocidas pero iguales. $1 - \alpha = 0{,}95$

    $IC(\mu_x - \mu_y) = [-1{,}6741; 2{,}1408]$. Como 0 pertenece al intervalo de confianza para la diferencia de medias se puede considerar que los dos gemelos tienen el mismo peso medio al nacer.

13. Sean X: nivel de lipoproteinas en sangre en los atletas $\rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_x, \sigma_x^2)$ e Y: nivel de lipoproteinas en sangre en los no atletas $\rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_y, \sigma_y^2)$.

    El único intervalo que podríamos hacer sobre la diferencia de medias, sería el que considera las varianzas desconocidas pero iguales. Así que en primer lugar comprobamos si podemos considerar las varianzas iguales.

    Intervalo de confianza para el cociente de varianzas con medias desconocidas $1 - \alpha = 0{,}9$

    $IC(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}) = [0{,}7812, 2{,}4461]$. $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

    Intervalo de confianza para la diferencia de medias con varianzas desconocidas pero iguales. $1 - \alpha = 0{,}9$

    $IC(\mu_x - \mu_y) = [2{,}7103; 11{,}2897]$. El 0 no pertenece al intervalo de confianza para la diferencia de medias. En este caso se puede considerar que el nivel medio de lipoproteinas en sangre en los atletas es superior al del grupo que no son atletas.

14. Sean X: kms recorridos por los neumáticos de tipo $A \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_x, \sigma_x^2)$ e Y: kms recorridos por los neumáticos de tipo $B \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_y, \sigma_y^2)$.

    Intervalo de confianza para la diferencia de medias con varianzas desconocidas y tamaños de muestra grandes, $1 - \alpha = 0{,}99$

    $IC(\mu_x - \mu_y) = [-1529{,}0902, 1315{,}0902]$.

15. Sean X: nº de consumidores dispuestos a adquirir el nuevo modelo de ordenador en la comunidad autónoma 1 $\rightsquigarrow \mathcal{B}(n_x, p_x)$ e Y: nº de consumidores dispuestos a adquirir el nuevo modelo de ordenador en la comunidad autónoma 2$\rightsquigarrow \mathcal{B}(n_y, p_y)$.

    a) Intervalo de confianza para la diferencia de proporciones. $1 - \alpha = 0{,}95$
    $IC(p_x - p_y) = [-0{,}3999; 0{,}0999]$

    b) Como el cero pertenece al intervalo para la diferencia de proporciones, se pueden considerar igual las proporciones de consumidores dispuestos a comprar el ordenador en ambas comunidades autónomas.

16. Sea X: tiempo (en minutos) que tardan los operarios en familiarizarse con el manejo de una máquina moderna $\rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

    a) Intervalo de confianza para la media con varianza desconocida, y un nivel de confianza del 95 %.
    $IC(\mu) = [3{,}2489; 4{,}3244]$

b) El instructor no tiene razón ya que $\mu < 5$.

17. Sea X: largo de la hoja $\rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

    Intervalo de confianza para la media con varianza desconocida, y un nivel de confianza del 95 %.

    $IC(\mu) = [6{,}8486; 10{,}3514]$

    No se puede concluir que $\mu < 10$, ya que el intervalo no es estrictamente menor que 10.

18. Sea $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

    a) Estimador insesgado de la varianza poblacional: $S^2 = 5{,}5$

    b) Intervalo de confianza para la varianza con media desconocida. $1 - \alpha = 0{,}98$
    $IC(\sigma^2) = [2{,}3404; 21{,}4844]$