

9. Optimización sin restricciones

1. Estudie la concavidad o convexidad de las siguientes funciones:

a) $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 2x + 2xy - y$

b) $f(x, y) = x^4 - y^2$

c) $f(x, y, z) = x^3 + 2y^2 + 4z^4$

d) $f(x, y) = (x - 2y)^4$

e) $f(x, y) = x^2 + 2xy + 2y^2 - 10x - 10y$

f) $f(x, y) = xe^{-(x+y)}$

2. Encuentra los extremos de los siguientes problemas:

a) Min. $x^2 + xy + y^2 - 6x + 2$

b) Max. $x^2 + xy + y^2 + x + 5y$

c) Max. $3x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 2yz + 6zx - 2xy$

d) Max. $4x - 6y - x^2 - 2y^2$

3. Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^2 . Si $(0, 0, 0)$ es un punto crítico de la función f y $H_f = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.
¿El punto $(0, 0, 0)$ corresponde a un mínimo local, un máximo local o un punto de silla?

4. En el punto $(1, 0)$ la función $f(x, y) = x^3 - 2xy^2 - 3x$, ¿presenta un máximo local, un máximo global o un punto de silla?

5. Determinénse los óptimos de:

a) $f(x, y, z) = xyz + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

b) $f(x, y) = x^2y + y^2x - 3xy$

c) $f(x, y) = x^3 + y^3$

d) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$

e) $f(x, y) = 1 - (x^2 + y^2)$