Relación nº 5: Modelos de Distribuciones Discretas y Continuas.

1.- Todos los días se seleccionan, de manera aleatoria, 15 unidades de un proceso de manufactura con el propósito de verificar el porcentaje de unidades defectuosas en la producción. Con base en información pasada, la probabilidad de tener una unidad defectuosa es de 0.05. La gerencia ha decidido detener la producción cada vez que una muestra de 15 unidades tenga 2 o más defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de que, en cualquier día, la producción se detenga?

2.- Un club de automovilistas empieza una campaña telefónica con el propósito de aumentar el número de miembros. Con base en experiencia previa, se sabe que una de cada 20 personas que reciben la llamada se unen al club. Si en un día 25 personas reciben la llamada telefónica, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos dos de ellas se inscriban en el club? ¿Cuál es el número esperado de personas que se inscriben en el club?

3.- En una gasolinera la llegada de vehículos, en una hora, sigue una distribución de Poisson de parámetro 1.6. Calcular la probabilidad de que:

a) el número de vehículos que llegan a la gasolinera en una hora sea superior a 3.
b) en una hora llegue algún vehículo.

4.- Tenemos 10 monedas en las que la probabilidad de que salga cara es de 0.7. Se lanzan simultáneamente las monedas. Se pide la probabilidad de que:

a) el número de caras obtenido sea a lo sumo 2.
b) el número de caras obtenido esté entre 5 y 7, ambos incluidos.

5.- Para una variable aleatoria X que sigue una distribución Binomial de parámetros n=1500 y p=0.002, calcular las probabilidades:

$P[X = 2]$ $P[X \leq 3]$ $P[X \geq 4]$

6.- Tres personas lanzan al aire 2 monedas cada una y se observa el número de personas que obtienen dos caras.

a) Definir la variable aleatoria correspondiente al experimento.
b) Determinar la función de probabilidad de la v. a.
c) Obtener la esperanza y la varianza de la v.a.

7.- El 10% de los utensilios producidos en cierto proceso de fabricación es defectuoso. Hallar la probabilidad de que en una muestra de 10 utensilios elegidos al azar encontremos 2 artículos defectuosos.

8.- Se sabe que el 1% de los artículos de un embarque son defectuosos. Se selecciona una muestra de 30 artículos. Obtener la probabilidad de que 2 o más de los artículos sean defectuosos.

9.- Una compañía de seguros sabe que 1 de 5.000 personas tienen anualmente un accidente laboral. La compañía tiene 50.000 seguros de este tipo en toda la nación, teniendo que abonar a los afectados por cada póliza 3.000 €. ¿Cuál es la probabilidad de que la compañía tenga que pagar en un año al menos 36.000 € a los asegurados?

10.- Sabiendo que el número medio de enfermos recibidos en un hospital cada 10 minutos es 1.8, calcular la probabilidad de que en 10 minutos el hospital reciba:

a) 0 enfermos.
b) un enfermo.
c) dos enfermos.
d) al menos dos enfermos.
e) más de dos enfermos.
f) Calcular la probabilidad de que en 20 minutos el hospital reciba dos enfermos.

11.- El delegado de zona de una empresa vende en un día 5 máquinas a distintas tiendas de una localidad. La probabilidad de que este tipo de máquinas esté funcionando 3 años después es 0.8.

Calcular la probabilidad de que:

a) las máquinas no funcionen 3 años después.
b) todas las máquinas funcionen 3 años después.
c) a lo sumo 2 máquinas estén fuera de servicio tras 3 años.
d) haya 3 máquinas fuera de servicio tras 3 años.

12.- La fracción de enfermos que se curan de una enfermedad mediante un tratamiento se ha estimado que es de 0,8. Si se someten 20 pacientes de la enfermedad al tratamiento, ¿cuál es la probabilidad de que se curen 18 enfermos?

13.- Por larga experiencia se ha determinado que la meningitis por salmonela, enfermedad rara pero grave de los lactantes, produce una mortalidad aproximada del 60% aún cuando sean tratados con cloranfelicol, seguido de tetraciclinas.

En un hospital ingresaron 16 lactantes con la enfermedad. Calcular la probabilidad de que:

a) sobrevivan más de la mitad.
b) sobrevivan todos.
c) mueran todos.
d) el número de sobrevivientes esté comprendido entre 6 y 10 (incluidos los extremos).

14.- La incidencia de una enfermedad en un país fue de 25 casos por cada 100.000 habitantes. Hallar la probabilidad de que:

a) en una ciudad de 60.000 habitantes se den 6 casos o menos.
c) en una ciudad de 80.000 habitantes se den 6 casos o menos.

15.- Sea X la v.a. que representa la inteligencia medida por pruebas de C.I. Sabemos que sigue una distribución normal de media 100 y varianza 10.

Obtener la probabilidad de que la variable aleatoria X sea:

a) mayor que 100.
b) menor que 85.
c) a lo más 112.
d) por lo menos 108.
e) mayor que 90.
f) entre 95 y 120.

16.- Suponiendo que las variables que se dan a continuación son normales *N*(μ, σ), calcular:

a) P[-2 < Z <-1] si Z → *N*(0, 1)
b) P[|Z| > 2] si Z → *N*(0, 1)
c) P[|Z| < 2,5] si Z → *N*(0, 1)
d) P[1,5 < X < 3,5] si X → *N*(2, 1)
e) P[|X-3| > 2] si X → *N*(3, 2)
f) P[|X-5| < 2,8] si X → *N*(5, 1)
g) P[X < -4] si X → *N*(2, 3)

17.- En una región en la que viven 5 millones de personas, la probabilidad de ser hombre es 48%. La estatura, en m., de los hombres se distribuye según una normal de media 1,68 y desviación típica 0,2.

a) ¿Cuántos hombres hay con estatura entre 1,6 y 1,75 m.?
b) ¿Cuántos hombres hay con estatura inferior a 1,2 m.?
c) ¿Cuántos hombres hay con estatura superior a 2,05 m.?
d) Si el 15% de los hombres juegan al balonmano, y son admitidos en un equipo sólo los que tienen estatura superior a 1,45 m., ¿cuántos son rechazados, suponiendo que en este 15% de hombres la distribución de las estaturas es normal de media 1,72 y desviación típica 0,11?

18.- En un banco la probabilidad de recibir un cheque sin fondo es de 0,15. Si durante una semana se espera recibir 1.000 cheques, hallar la probabilidad de recibir:

a) como máximo 125 cheques sin fondo.
b) entre 140 y 155 cheques sin fondo.
c) más de 200 cheques sin fondo.

19.- Una organización política planea llevar a cabo una encuesta para detectar la preferencia de los votantes con respecto a los candidatos A y B que ocuparán un puesto en la administración pública. Supóngase que se toma una muestra aleatoria de 1.000 ciudadanos. ¿Cuál es la probabilidad de que 350 o más de los votantes indiquen una preferencia por el candidato A si la población, con respecto a los candidatos, se encuentra igualmente dividida?

20.- Las ganancias obtenidas por las insdustrias cerveceras en una región sigue una distribución normal con media 500 y desviación típica 100.

a) Calcular el porcentaje de industrias cuyas ganancias está entre 400 y 600.
b) Probabilidad de que en una industria elegida al azar su ganancia difiera de la media en menos de 150.

21.- En una industria el proceso de elaboración del producto se compone de 3 fases. Los tiempos de duración de cada fase son variables aleatorias independientes normales con medias y desviaciones típicas: 5 y 0,5 para la primera fase, 3 y 0,5 para la segunda fase y 2 y 0,7 para la tercera fase.

a) ¿A qué distribución obedece el tiempo total de fabricación (suma de las tres fases)?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo total de fabricación no sea superior a 9,8?
c) ¿Cómo se distribuye el tiempo medio de duración de las 3 fases?
d) ¿Cómo se distribuye la diferencia de las dos primeras fases?

22.- En un comercio las ventas y los gastos anuales son variables aleatorias independientes distribuidas normalmente con medias y desviaciones típicas: 50 y 3 para las ventas y 35 y 4 para los gastos.

a) ¿Cómo se distribuye el beneficio anual obtenido?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el beneficio sea superior a 20?

23.- Las ventas (en euros) de un artículo se distribuyen según una normal. Se sabe que el 20% de ellas son superiores a 1.000 € y que el 30% sobrepasan los 800€.

a) Obtener la esperanza y la varianza de la v.a. ventas.
b) Si el coste está ligado con las ventas según la expresión C = 350 + X – 0,00015. X^2, hallar el coste medio.

24.- La temperatura obtenida en una región durante un año sigue una distribución normal de media 25º C y desviación típica 10º C.

a) Calcular la probabilidad de que en un día elegido al azar la temperatura esté entre 20º C y 30º C.
b) Calcular la probabilidad de que en un día elegido al azar la temperatura difiera de la media por lo menos en 5º C.

25.- Al finalizar unos exámenes de 250 alumnos presentados 200 obtuvieron puntuación inferior a 6. La distribución de las calificaciones es normal con desviación típica de 2,5. Calcular:

a) Media de la v.a. correspondiente al problema.
b) Número de suspensos (nota inferior a 5).
c) ¿Cómo tendría que distribuir el tribunal las calificaciones para que hubiera un 10% de Sobresalientes, un 20% de Notables, un 30% de aprobados y el resto de Suspensos?

26.- Una variable aleatoria sigue una distribución χ^2 de Pearson. Se pide calcular:

a) los puntos críticos:

$\chi^2_{0.9;5}$ $\chi^2_{0.01;26}$ $\chi^2_{0.025;8}$ $\chi^2_{0.08;10}$ $\chi^2_{0.01;61}$

b) las probabilidades:

$P[\chi^2_{(8)} \leq 3.49]$ $P[\chi^2_{(8)} \leq 15.51]$ $P[\chi^2_{(10)} \geq 4]$ $P[\chi^2_{(20)} \leq 29]$

27.- Una variable aleatoria T sigue la distribución t-Student. Se pide calcular:

a) los puntos críticos:

$t_{0.2;\,20}$ $t_{0.99;\,10}$ $t_{0.25;\,10}$

b) las probabilidades:

$P[T_{(10)} \geq 1.372]$ $P[T_{(8)} \leq 1.2]$ $P[-0.5 \leq T_{(6)} \leq 0.6]$ $P[|T_{(24)}| > 2]$

28.- La probabilidad de que una variable aleatoria T Student con 12 grados de libertad esté comprendida entre dos valores simétricos respecto del origen es igual a 0.80. ¿Cuánto vale la abcisa del extremo positivo?

29.- Una variable aleatoria F sigue una distribución F-Snedecor. Se pide calcular:

a) los puntos críticos:

$F_{0.1;\ 10,\ 12}$ $F_{0.05;\ 5,\ 24}$ $F_{0.9;\ 28,\ 30}$

b) la probabilidad

$P[\ 2 \leq F_{(10,\ 20)} \leq 2.25\ ]$

30.- Una variable aleatoria U sigue una distribución χ^2 de m grados de libertad, mientras que la variable aleatoria V sigue una t-Student de n grados de libertad.

a) Hallar **a** tal que : $P[\ U > \mathbf{a}\ ] = 0.05$, para m = 18 y m = 55.
b) Hallar **b** tal que : $P[\ |V| > \mathbf{b}\ ] = 0.01$, para n = 20 y n = 45.
c)

31.- Hallar el valor $F_{0.95;\ n\ ,\ m}$ en los siguientes casos:

a) n = 6, m = 17
b) n = 10, m = 35
c) Hallar **a** tal que $P[\ F_{(n,\ m)} < \mathbf{a}\ ] = 0.1$ para n = 7 y m = 20.
d)

32.- Demostrar que si la variable T sigue una distribución t-Student con n grados de libertad, la distribución de T^2 es una F-Snedecor con (1, n) grados de libertad.