IPLACEX
TECNOLÓGICO NACIONAL

NIVELACIÓN EN MATEMÁTICA

UNIDAD Nº I

CONJUNTOS NUMÉRICOS.

SEMANA 2

Introducción

Mediante el estudio de la matemática se busca desarrollar una forma de pensamiento que nos permita expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales, así como utilizar técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas; al mismo tiempo, se busca adquirir una actitud positiva hacia el estudio de esta disciplina, de colaboración y crítica, tanto en el ámbito social y cultural en que nos desempeñemos.

En esta oportunidad profundizaremos en la aritmética, que es la rama de la matemática cuyo objeto de estudio son los números y las operaciones elementales : adición, resta, multiplicación y división.

Al igual que en otras áreas de la Matemática, como el Álgebra o la Geometría, el sentido de la Aritmética ha ido evolucionando con el progresivo desarrollo de las ciencias.

En el sentido de la definición propuesta, el sustantivo «aritmética», suele designarse simplemente como “matemática”, la distinción comienza a precisarse con la introducción del álgebra y la consiguiente implementación de "letras" para representar "variables" e "incógnitas", así como las definiciones de las propiedades algebraicas tales como conmutatividad, asociatividad o distributividad, que son propias del álgebra elemental.

Ideas fuerza.

1.- Se comenzará el estudio con otras operaciones que se pueden trabajar con los números reales: las potencias, raíces y junto con ello, el uso de la calculadora. Junto con eso se abordará, el orden o prioridades en los cálculos aritméticos.

2.- Luego se revisará en profundidad el conjunto de los números raciones, el cual incluye a las fracciones y números decimales, con sus respectivas propiedades, operaciones y transformaciones.

3.- Junto con lo anterior, se trabará en la resolución de problemas utilizando diversas estrategias que pueden ser graficas (con dibujos o esquemas) o simbólicas (utilizando sólo números).

Desarrollo

Operaciones aritméticas en el conjunto de los enteros.

Además de las cuatro operaciones aritméticas básicas (adición, sustracción, multiplicación y división), debemos profundizar en otras que resultan necesarias dominar para la profundización de conceptos.

Potencias en los enteros.

Potencia en matemática es una expresión que representa a un número que se multiplica por sí mismo varias veces. Consta de dos partes: la base que es el número a multiplicar y el exponente que es la cantidad de veces que ese número se multiplica por sí mismo.

Exponente

Base $\longrightarrow a^b$

Ejemplo:

$3^2 = 9$

Significa que el número 3 se ha multiplicado por sí mismo dos veces, es decir 3*3 y su valor es 9.

$2^3 = 8$

Significa que el número 2 se ha multiplicado tres veces o sea 2*2*2 y su valor es 8

Esto te muestra que la base no se puede alternar con el exponente porque el resultado es diferente.

Para el trabajo con potencias debemos considerar las siguientes reglas:

1. Las potencias de exponente par son siempre positivas.
2. Las potencias de exponente impar tienen el mismo signo de la base.

Propiedades de las potencias.

a) Un número elevado a cero, siempre es tiene como resultado 1: $a^0 = 1$ ·
b) Un número elevado a 1, siempre es el mismo número: $a^1 = a$
c) Cuando dos potencias tienen la misma base y distinto exponente existen dos situaciones:

   - Se multiplican las bases: en este caso se mantienen las bases y se multiplican los exponentes: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

   Ejemplo: $(-2)^5 * (-2)^2 = (-2)^{5+2} = (-2)^7 = -128$

   - Se dividen las bases: en este caso se mantiene la base y se restan los exponentes: $a^m : a^n = a^{m-n}$

   Ejemplo: $(-2)^5 : (-2)^2 = (-2)^{5-2} = (-2)^3 = -8$

d) Una potencia elevada a un número es igual a otra potencia de la misma base y cuyo exponente es igual al producto del exponente de la potencia por el número al que se eleva.

   $(a^m)^n = a^{m*n}$

   Ejemplo: $[(-2)^3]^2 = (-2)^{2*3} = (-2)^6 = 64$

e) Multiplicación de potencias de distinta base e igual exponente, se multiplican las bases y se mantienen los exponentes: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

   Ejemplo: $(-2)^3 \cdot (3)^3 = (-6)^3 = -216$.

f) División de potencias de distinta base e igual exponente, se dividen las bases y se mantienen los exponentes: $a^n : b^n = (a : b)^n$

   Ejemplo: $(-6)^3 : 3^3 = (-2)^3 = -8$

Raíces

- **Raíz cuadrada de un número entero**

En estricto rigor, raíz es una cantidad que se multiplica por sí misma una o más veces para presentarse como un número determinado.

Para encontrar esa cantidad que se multiplica se recurre a la operación de extraer la raíz a partir del número determinado y se ejecuta utilizando el símbolo $\sqrt{\ }$, que se llama radical. Por ello es que se habla de operaciones con radicales al referirse a operaciones para trabajar con raíces.

Encontrar o extraer la raíz es realizar la operación contraria o inversa de la potenciación, así como la suma es la operación inversa de la resta y viceversa, y la multiplicación es la operación contraria de la división y viceversa.

Para graficarlo de algún modo:

Potencia	Raíz
$X^n = a \longleftrightarrow$	$\sqrt[n]{a} = X$
X: Base de la potencia	X: Valor de la raíz
n: Exponente de la potencia	n: Índice de raíz
a: Valor de la potencia	a: Cantidad subradical (o radicando)

Ejemplos:

$$8^2 = 64 \longleftrightarrow \sqrt[2]{64} = 8$$

Cuando el índice de la raíz es 2 (raíz cuadrada), no se acostumbra por convención a colocarlo, se subentiende que es 2.

$$\sqrt[2]{64} = \sqrt{64} = 8$$

Para encontrar el valor de una raíz cuadrada se debe hacer la siguiente pregunta:

¿Qué número elevado a 2 (al cuadrado) da como resultado 64?

La respuesta es 8, porque $8^{2} = 64$

$\sqrt{100} = 10$ ¿Qué número elevado a 2 da como resultado 100? La respuesta es 10, porque $10^{2} = 100$

- **Raíz cúbica.**

La raíz cúbica o raíz tercera de un número, es tal que, si es multiplicada por sí misma, tres veces, da como resultado el mismo número. Es decir que, para acceder a un resultado, se debe multiplicar tres veces un mismo número y que esté sea tal cantidad, la raíz cúbica es este número que ha sido multiplicado tres veces. Para que se entienda mejor, es necesario mostrar un pequeño ejemplo:

Digamos que tenemos un número dado que puede resultar en una raíz cúbica perfecta, se puede empezar con el número 27. Si a este número le añadimos el radical cúbico, entonces la respuesta sería 3. Y por lo tanto, 3 es la raíz cúbica de 27. La pregunta que surge es acerca de cómo se obtuvo ese número y si esto es comprobable. Pues solo hace falta multiplicar 3 por 3 por 3. Siendo así, 3 por 3 es 9, y si a este resultado se lo multiplica una tercera vez, entonces el resultado será 27.

Otro ejemplo se puede realizar en sentido contrario también. Digamos que tenemos el número 5 y que este es el resultado de una raíz cúbica. Lo que hace falta es encontrar de qué número, la respuesta es sencilla, solo se debe multiplicar 5 por sí mismo, en tres ocasiones. Y tenemos que, 5 por 5 es 25, y 25 por 5 es 125. Así que 5 es la raíz cúbica de 125.

En ocasiones puede suceder que sea muy complejo encontrar las raíces, para lo cual podemos usar la calculadora científica, la cual nos entrega las funciones que necesitamos.

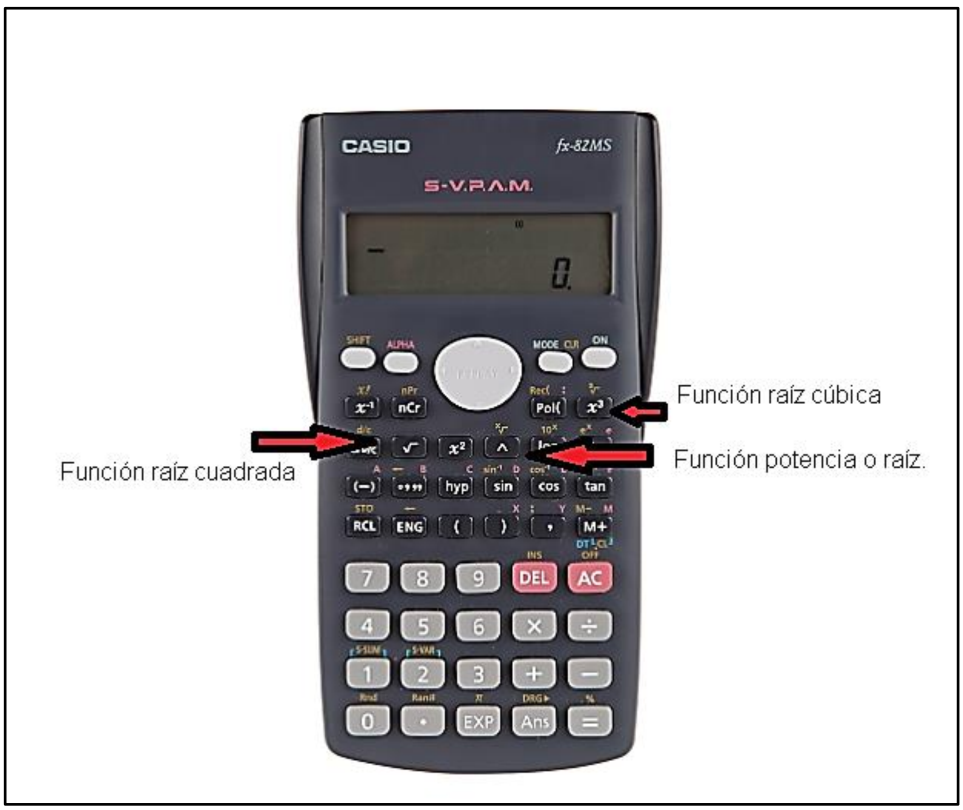
Uso de la calculadora científica.

La calculadora, nos ofrece una extensa gama de posibilidades para realizar los distintos cálculos que necesitemos y a continuación, apoyados de una imagen conoceremos algunas de ellas.

La calcula tiene tres tipos de operaciones que se muestran de diferentes colores (blanco sobre las teclas, amarillo y rojo sobre las teclas) En el caso de que necesitemos calcular la raíz cuadrada, elevar un número al cuadrado o al cubo. Sólo debemos presionar la función e ingresar el número.

En el caso de que necesitemos elevar un número a otros exponentes debemos utilizar la tecla que tiene este símbolo ˆ y se ingresa de la siguiente forma: base ˆ exponente, es decir, por ejemplo 15 ˆ 5 = ¿Cuál es el resultado?

Ahora bien, para calcular la raíz cubica, o una raíz distinta a cuadrada, debemos fijarnos en la parte superior de la calculadora en la tecla SHIFT (amarilla), la cual realiza todas las funciones inversas a las que tiene las teclas blancas, en el caso de la raíz cubica de un número, debemos presionar shift, luego $\sqrt[3]{}$ e ingresamos el número. Para el caso de una raíz cualquiera presionamos shift, luego el número del índice y luego el que queremos calcular.



Orden en las operaciones.

Para poder realizar las operaciones aritméticas, necesitamos un conjunto de normas comunes para realizar cálculos. Hace muchos años, los matemáticos desarrollaron un orden de operaciones estándar que nos indica qué operaciones hacer primero en una expresión con más de una operación. Sin un procedimiento estándar para hacer cálculos, dos personas podrían obtener diferentes resultados para el mismo problema.

Por ejemplo:

$3 + 5 \cdot 2$ tiene sólo una respuesta correcta ¿Es 13 o 16?

El orden en el que deben realizarse las operaciones aritméticas básicas (jerarquía de las operaciones, prioridad de las operaciones) es algo que todos debemos tener claro. Cuando una expresión aritmética involucra sumas, restas, multiplicaciones y/o divisiones el orden en el que debemos realizar las operaciones es:

1. Paréntesis
2. Multiplicaciones,
3. Divisiones
4. Sumas
5. Restas

Esto significa que primero debemos resolver las operaciones que aparezcan entre paréntesis, después las multiplicaciones y las divisiones (en el orden que queramos) y después las sumas y las restas (también en el orden que queramos. Si dentro de unos paréntesis aparecen otras operaciones se sigue la misma jerarquía.

Ejemplos:

a) - [3 + 4 + [4 + 7] + 4 - 9] =

$-[3 + 4 + [11] + 4 - 9]$

$-[7 + 11 - 5]$

$-[18 - 5]$

$-[13]$

-13

b) $\mathbf{[15 - (2^3 - 10:2)] * [5 + (3 \cdot 2 - 4)] - 3 + (8 - 2 \cdot 3) =}$

[15 – (8 – 5)] * [5 + (6 – 4)] – 3 + (8 - 6)

[15- (3)] * [5 + (2)] - 3 + (2)

[12] * [5 + 2] -3 + 2

12 * [7] -1

84 - 1

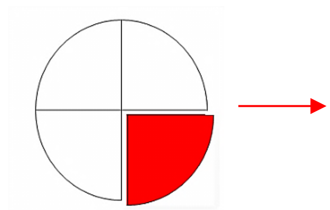
83

Operaciones aritméticas en el conjunto de los racionales.

Recordando el modulo anterior, los números racionales es un subconjunto de los números reales que incluyen las fracciones y los números decimales y ahora conoceremos cómo operar con ellos.

1.- Fracciones.

Una fracción es un número, que se obtiene de dividir un entero en partes iguales Por ejemplo cuando decimos una cuarta parte de la torta, estamos dividiendo la torta en cuatro partes y consideramos una de ellas.



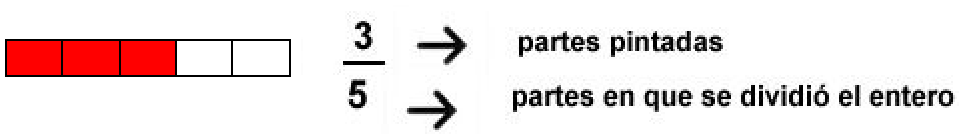
$\frac{1}{4}$

Una fracción se representa matemáticamente por números que están escritos uno sobre otro y que se hallan separados por una línea recta horizontal llamada **raya fraccionaria.**

La fracción está formada por dos términos: **el numerador y el denominador**. El numerador es el número que está sobre la raya fraccionaria y el denominador es el que está bajo la raya fraccionaria.

El **numerador** es el número de partes que se considera de la unidad o total.

El **denominador** es el número de partes **iguales** en que se ha dividido la unidad o total.



Encontrar:

a) $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de 12

b) $\frac{5}{6}$ de $\frac{1}{9}$ de 108

Operaciones con fracciones

a) Suma y Resta de fracciones.

- Con el mismo denominador

$$\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{8}{5}$$

$$\frac{5}{12}+\frac{11}{12}-\frac{1}{12}=\frac{5+11-1}{12}=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$$

"La suma de dos o más fracciones de igual denominador es igual a otra fracción de igual denominador, cuyo numerador es la suma de todos los numeradores de las fracciones dadas" [1]

- Con distinto denominador

Para sumar o restar fracciones con distinto denominador debemos encontrar un "denominador común". Para ello buscamos el m.c.m. (mínimo común múltiplo)

Ejemplo

$$\frac{1}{5}+\frac{2}{3}-\frac{5}{4}+\frac{1}{2}=$$

5 - 3 – 4 – 2	2
5 – 3 – 2 – 1	2
5 – 3 – 1 – 1	5
1 – 3 – 1 – 1	3
1 – 1 – 1 - 1	60

El denominador común es el m.cm= 60

Luego para igualar los denominadores, dividimos el m.c.m por cada denominador y lo multiplicamos por cada uno de los numeradores.

MULTIPLICO

$$\frac{1}{5}+\frac{2}{3}-\frac{5}{4}+\frac{1}{2}=\frac{12*1+20*2-15*5+30*1}{60}=\frac{12+40-75+30}{60}=\frac{7}{60}$$

DIVIDIDO

Si los denominadores son primos entre sí, para hallar el denominador común podemos multiplicar los denominadores, ejemplo:

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{7}=\frac{14+3}{21}=\frac{17}{21}$$

b) Multiplicación de fracciones.

El producto de dos o más fracciones es otra fracción que tiene:

- ✓ Como numerador el producto de los numeradores
- ✓ Como denominador el producto de los denominadores

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}\times\frac{e}{f}=\frac{a\times c\times e}{b\times d\times f}$$

El signo del producto se obtiene aplicando la regla de los signos de la multiplicación de enteros

Ejemplo

$$\frac{11}{3}\times\frac{7}{5}\times\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{11\times 7\times -1}{3\times 5\times 2}=\frac{-77}{30}$$

Para multiplicar fracciones debemos simplificar un numerador con un denominador, teniendo en cuenta los criterios de divisibilidad, se facilita la operación si simplificamos por el mayor número posible, si recordamos simplificar es dividir el numerador y el denominador por el mismo número.

Por ejemplo:

$$\frac{9}{18}\ x\ \frac{14}{21}\ x\ \frac{25}{20}\ x\ \frac{3}{15}$$

En este caso podemos realizar el calculando separando las fracciones o tomándolas todas juntas:

$$(\frac{9}{18}\ x\ \frac{14}{21})x(\frac{25}{20}\ x\ \frac{3}{15}) = \frac{126}{378}\ x\ \frac{75}{300}\ simplifcado\ \frac{1}{3}\ x\ \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

c) División de fracciones:

Para dividir dos o más fracciones, se multiplican "en cruz". Esto es: el numerador (número de arriba) de la primera fracción por el denominador (número de abajo) de la segunda fracción, así conseguimos el numerador. Para obtener el denominador, tenemos que multiplicar el denominador (número de abajo) de la primera fracción por el numerador (número de arriba) de la segunda fracción:

$$\boxed{\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} \rightarrow \quad = \frac{a}{b} \bullet \frac{d}{c}}$$

Por ejemplo:

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{9} = \frac{4 \times 9}{5 \times 3} = \frac{36}{15}$$

Ejercicios resueltos:

a) $\frac{2}{3}\ x\ \frac{11}{8} : \frac{1}{5} = \frac{22}{24} : \frac{1}{5} = \frac{22\ x\ 5}{24\ x\ 1} = \frac{110^{:2}}{24^{:2}} = \frac{55}{12}$

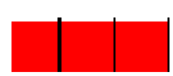
b) $\frac{10}{13} : \left(\frac{3}{2} : \frac{5}{2}\right) = \frac{10}{13} : \left(\frac{6}{10}\right) = \frac{100}{78} = 1\frac{11}{39}\ reduciendo\ el\ entero\ queda\ \frac{50}{39}$

Tipos de fracciones.

a) **Fracción igual a la unidad**: Es aquella fracción donde el numerador y el denominador son iguales.

Por ejemplo:

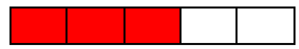
$\frac{2}{2}, \frac{5}{5}, \frac{6}{6}, \frac{10}{10} = 1$ Al representar una fracción gráficamente:



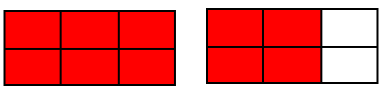
$\rightarrow \frac{3}{3} = 1$

b) **Fracciones propias**: Las fracciones propias son aquellas cuyo numerador es menor que el denominador. Su valor es menor que la unidad ya que se ubica entre cero y uno en la recta numérica.

Por ejemplo:

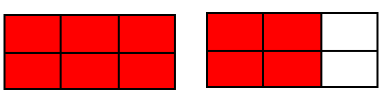
$\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{3}{4}, \frac{4}{8}$ Gráficamente, tenemos:  $\rightarrow \frac{3}{5}$

c) **Fracciones impropias**: Las fracciones impropias son aquellas cuyo numerador es mayor que el denominador. Su valor es mayor que 1.

 $\rightarrow \frac{10}{6}$ 10:6 ~ 1,66

d) **Número mixto**: Las fracciones impropias se pueden escribir como numero mixto. El número mixto o fracción mixta está compuesto de un número entero y una fracción propia.

En el ejemplo anterior tenemos:

 $\rightarrow 1\frac{4}{6}$

- Para poder transformar una fracción impropia en número mixto lo que debemos hacer es: Dividir el numerador por el denominador. El cociente o resultado de esa operación es el entero del número mixto y el resto el numerador de la fracción, siendo el denominador el mismo. Por ejemplo en la fracción $\frac{8}{5}$ para poder transformarla a número mixto realizamos la siguiente división:

$$\begin{array}{l} 8 : 5 = 1 \\ \underline{-5} \\ 3 \end{array}$$

Por lo tanto: 1 es el número natural (la parte entera) y 3 es el numerador de la fracción y el denominador no cambia, es decir 5.

$$1\,\frac{3}{5}$$

- Para poder transformar un número mixto a fracción impropia lo que debemos hacer es: El número natural se multiplica por el denominador y se suma el numerador.

Ejemplo: en la fracción:

$$1\frac{2}{3} \longrightarrow 1 \times 3 = 3 + 2 = 5 \longrightarrow 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

La fracción resultante es:

e) **Fracciones decimales:** Una fracción decimal es aquella que tiene por denominador la unidad seguida de ceros: 10, 100, 1000.

Ejemplo: $\frac{5}{10}, \frac{65}{100}, \frac{138}{1000}$

f) **Fracción decimal en forma de número decimal**

Para escribir una fracción decimal en forma de número decimal, se escribe el numerador y se separan con una coma, hacia la derecha, tantas cifras decimales como ceros tenga el denominador. Si es necesario se añaden ceros.

Ejemplo 1:

$\mathbf{\frac{5}{10} = 0,5}$ $\longrightarrow$ Un cero en el denominador, una cifra decimal.

Ejemplo 2:

$\frac{634}{1000} = 0{,}634$ $\longrightarrow$ Tres ceros, tres cifras decimales.

Otros ejemplos:

$\frac{567}{100} = 5{,}67$

2 ceros, dos cifras decimales

$\frac{48}{1000} = 0{,}048$

3 ceros, 3 cifras decimales.

g) **Número decimal en forma de fracción decimal.**

Para escribir un número decimal en forma de fracción decimal, se escribe como numerador de la fracción el número decimal sin coma, y como denominador, la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene el número decimal.

Ejemplos:

$0{,}007 = \frac{7}{1000}$ 4,323 = $\frac{4323}{1000}$

2 cifras decimales, 2 ceros 3 cifras decimales, 3 ceros

Resolver:

$6 \div \frac{2}{5} =$ $\frac{6}{17} + \frac{1}{34} + \frac{1}{51} + \frac{4}{3} =$ $\frac{1}{3} \times \frac{12}{20} \times \frac{1}{4} =$ $\frac{65}{6} - \frac{78}{11} =$

2.- Números decimales.

Un número decimal, por definición, es la expresión de un número no entero, que tiene una parte decimal. Es decir, que cada número decimal tiene una parte entera y una parte decimal que va separada por una coma, y son una manera particular de escribir las fracciones como resultado de un cociente inexacto.

La parte decimal de los valores decimales se ubica al lado derecho de la coma y en la recta numérica, esta parte estaría ubicada entre el cero y el uno, mientras que la parte entera se la escribe en la parte derecha. En el caso de que un número decimal no posea una parte entera, se procede a escribir un cero al lado izquierdo o delante de la coma. Por ejemplo:

7,653 - 0,23

a) Clasificación de los números decimales:

Existen varias formas de separar los números decimales; puede ser con una coma, con un punto o con un apóstrofe según se acostumbre y se desee, pero también existen varias formas de números decimales, entre los que tenemos:

- Números decimales exactos: estos son valores cuya parte decimal posee un número limitado de cifras decimales. Por ejemplo: 0,75 - 2,6563 - 6,32889

- Números decimales periódicos: son aquellos que tienen un número ilimitado o infinito de cifras decimales, pero que se repiten en un patrón o período determinado que es visible dentro de un número de cifras variable en cada caso. Para denotar que se trata de un número infinito, que no puede ser escrito indefinidamente por un ser humano, se utilizan tres puntos seguidos que significa infinidad, por ejemplo: 1,333333333…; 6,0505050505…; 5,325483254832548…

- Números decimales periódicos mixtos: donde existen cifras que están fuera del periodo o patrón de cifras decimales, como en: 9,36666666…

- Números decimales no periódicos.- estos números tienen cifras decimales infinitas que no pueden ser definidas como un patrón, un buen ejemplo de números decimales no periódicos, son los números irracionales, como: el número Pi, o como se lo conoce mejor con su símbolo π. Su valor es el cociente entre la longitud o perímetro de la circunferencia y la longitud de su diámetro. De él se han calculado millones de cifras decimales y aún sigue sin ofrecer un patrón. La aproximación de su número es 3.141592653589…

b) Transformar de decimal a fracción:

1.- Transformación de un decimal finito a fracción: Se convierte el número a fracción decimal y, si se puede, se simplifica. Para transformar el número decimal a fracción decimal se utilizan potencias de diez (10, 100, 1.000, etc.). Se colocan tantos ceros como cifras decimales tenga el número, de la misma forma en que se había visto anteriormente.

Ejemplos:

$$0{,}045 = \frac{45_{\div 5}}{1.000_{\div 5}} = \frac{9}{200} \qquad\qquad 1{,}2 = \frac{12_{\div 2}}{10_{\div 2}} = \frac{6}{5}$$

2.- Transformación de un decimal infinito periódico en fracción: los pasos a seguir son los siguientes:

- Se anota el número y se le resta él o los números que están antes del período (de la rayita)

- Se coloca como denominador un 9 por cada número que está en el período (si hay un número bajo la rayita se coloca un 9, si hay dos números bajo el período se coloca 99, etc.). Si se puede simplificar, se simplifica.

Por ejemplo: expresar en fracción el siguiente número: 57,18181818....

$$57,\overline{18} = \frac{5.718 - 57}{99} = \frac{5.661_{\div 9}}{99_{\div 9}} = \frac{629}{11}$$

3.- Transformación de decimal infinito semiperiódico a fracción: el numerador de la fracción se obtiene:

- Al igual que en el caso anterior, restando al número la parte entera y el anteperíodo, o sea, todo lo que está antes de la "rayita".

- El denominador de la fracción se obtiene colocando tantos 9 como cifras tenga el período y tantos 0 como cifras tenga el anteperíodo. Como siempre, el resultado se expresa como fracción irreductible (no se puede simplificar más).

$$0,424\overline{8}\ldots = \frac{4248-424}{9000} = \frac{3824}{9000} = \frac{478}{1125}$$

$$0,5\overline{8}\ldots = \frac{58-5}{90} = \frac{53}{90}$$

$$0,3\overline{42}\ldots = \frac{342-3}{990} = \frac{339}{990} = \frac{113}{330}$$

Resolver:

(0,75 – 0,3) × 5 = (14 – 0,1) × 31 = (0,5 + 0,76) × 5 =

Y el decimal que da de resultado, transformarlo a fracción.

Resolución de problemas.

Luego de haber profundizado en los números racionales, podemos comenzar a resolver diversos tipos de problemas matemáticos, en donde se deberán aplicar diversas estrategias y conocimientos ya vistos para poder resolverlos.

1. - Una joven muy ordenada ahorra todos los meses \$12.000 de su mesada. Y gasta lo restante que corresponde a $\frac{2}{3}$ del total. ¿Cuánto dinero tenía?

SOLUCIÒN: Podemos resolver este problema gráficamente, representándolo de esta forma:

		12.000

Lo de color rojo representa la cantidad de dinero que la joven gasta y la parte blanca corresponde a los 12.000 pesos que ahorra.

Como estamos trabajando con fracciones, debemos tener en cuenta que siempre el entero (en este caso nuestro entero corresponde al total de dinero) se divide en partes exactamente iguales, por lo que podemos señalar lo siguiente:

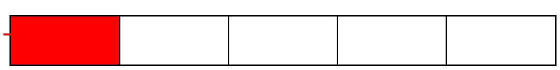
12.000	12.000	12.000

Así vemos que el dinero gastado $\left(\frac{2}{3}\right)$ equivale a 24. 000 pesos y el dinero total que tenía la joven eran 36.000 pesos.

2.- Carlos recibió por un trabajo \$ 550.000 gastó la quinta parte para pagar sus estudios y la cuarta parte para reparar su automóvil, ¿cuánto dinero le queda?

SOLUCIÓN: en este caso para resolver el problema debemos tener en cuenta tres situaciones, nos hablan de dos fracciones y luego debemos hacer un último cálculo para llegar a la respuesta. Lo importante es que el problema se debe leer por partes e ir resolviendo:

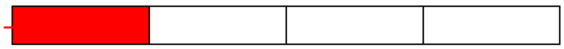
- Gastó la quinta parte para pagar los estudios, eso quiere decir que el total de dinero lo dividió en 5 partes iguales, y de esas sólo tomó una parte.



$$\frac{1}{5}\ de\ 550.000 = \frac{550.000}{5} = 110.000$$

Eso, quiere decir, que Carlos gastó 110.000 pesos para sus estudios.

- Gastó la cuarta parte para reparar su automóvil, eso nos indica que el total del dinero ahora se divide en 4 partes iguales, y de esas sólo toma una:



$\frac{1}{4}\ de\ 550.000 = \frac{550.000}{4} = 137.500$

Por lo que para reparar el auto gasta 137.500 pesos, ahora bien para saber cuánto dinero le quedó, debemos sumar ambos gastos y luego restárselos al total.

$110.000 + 137.500 = 247.500 \longrightarrow 550.000 - 247.500 = 302.500$

Luego, le quedan 302.500 pesos.

3.- Pedro es llamado para realizar un trabajo en una granja, el trabajo consiste en reunir 32 kilos de almendras y debe ser realizado en tres días. El primer día de trabajo reunió 6,4 kilos y el segundo día 9,6 kilos. ¿Cuántos kilos le falta reunir para concluir el trabajo?

SOLUCIÓN: en este caso para resolver el problema debemos hacer dos operaciones con los números decimales:

- Primer día de trabajo + segundo día de trabajo = 6.4 + 9.6 = 16 kilos y para saber lo que le falta debemos restar:

- Total de kilos – kilos reunidos = 32 – 16 = 16, es decir, le faltan por reunir 16 kilos de almendras.

4.- Se tienen 240 cajas con 25 bolsas de café cada una, si cada bolsa de café pesa 0,62 kilos. ¿Cuál es el peso total de las 240 cajas de café?

Solución: para conocer el peso de las 240 cajas de café debemos multiplicar reiteradas veces, se puede hacer todo de una vez, pero para entender el procedimiento, se hará por partes:

- Cada bolsa pesa 0.62 kilos y son 25 bolsas en cada caja, por lo tanto: $0.62 \times 25 = 15.5$, por lo que cada caja pesa 15.5.

- Pero como son 240 cajas, demos multiplicar el peso de cada caja por 240: $15.5 \times 240 = 3.720$. Por lo que el peso total de todas las cajas es de 3.720 kilos.

5.- Un automóvil puede llegar a un rendimiento de 13,5 kilómetros por litro. Si el automóvil recorre diariamente 78 kilómetros, ¿cuántos días demorará en consumir 150 litros de combustible?

Solución: para resolver este problema, se debe trabajar por partes, primero se debe tener claro que el automóvil recorre 13, 5 por un litro de bencina:

- Para saber cuántos litros necesita en un día, debemos dividir la cantidad de kilómetros que recorre en un día por la cantidad de kilómetros que recorre con un litro de bencina:
  $78 : 13{,}5 = 5{,}7777 \sim 5{,}8$ Por lo que en un día necesita aproximadamente 5,8 litros de bencina.

- Cuántos días se demorará en utilizar 150 litros, sólo debemos dividir, la cantidad total por la cantidad diaria: $150 \div 5{,}8 = 25{,}86 \sim 26$

Es decir, que se demorará aproximadamente 26 días en utilizar 150 litros de bencina.

6.- Se necesitan $3\frac{1}{4}$ naranjas para obtener un vaso de jugo. ¿Cuántas naranjas se necesitarían para obtener 4 vasos de jugo?

Solución: en este caso se nos presenta un problema que incluye un número mixto (número entero y número racional):

- Para que nos salga más fácil abordar este problema lo primero que hay que hacer es transformar el número mixto a una fracción y para eso debemos multiplicar el número entero por el denominador y sumarle el numerador:

$$3\frac{1}{4} = \frac{(3 \times 4) + 1}{4} = \frac{13}{4}$$

- Y como se desean hacer 4 vasos de jugo, sólo nos basta multiplicar la fracción por cuatro: $\frac{13}{4} \times 4 = \frac{13 \times 4}{4} = \frac{52^{:4}}{4^{:4}} = 13$ Por lo que para hacer el jugo se necesitan 13 naranjas.

Conclusión

A lo largo de esta sesión, se hizo un recorrido más profundo por el conjunto de los números raciones, que tal como se vio, incluye al subconjunto de las fracciones y decimales, con los cuales se puede trabajar de manera junta, en cuyo caso lo más recomendable es transformar, ya sea de fracción a decimal o de decimal a fracción. Eso va a depender de la precisión con la que se quiera trabajar, ya que por lo general al trabajar con decimales se tiende a aproximar, con lo que se pierde la exactitud del cálculo.

Además es importante no olvidar que contamos con tecnologías que están para facilitar la vida, pero es importante saber qué es lo que estamos haciendo, para qué lo estamos haciendo y cómo lo estamos haciendo, no hay que olvidar que la calculadora es una máquina que sigue las instrucciones del usuario, por lo que no podemos desconocer todos los contenidos aprendidos y sólo quedarnos con la confianza del uso de la calculadora. Al igual, como si se hiciera un cálculo a mano, con la calculadora debemos respetar el orden en las operaciones, ya que si no, se corre el riesgo de cometer errores.

Para finalizar es importante destacar que esta asignatura, tiene como énfasis la resolución de problemas y para ello es necesario:

- Leer comprensivamente una o dos veces el problema para entender lo que se nos pide.
- Pensar y decidir cuál será el camino (o estrategia) para llegar a la respuesta, lo que incluye realizar esquemas o dibujos y decidir qué operación u operaciones se deben realizar.
- Para poder mantener siempre en vista la respuesta es importante escribir cada paso realizado, lo que ayuda a visualizar donde pueden estar los posibles errores.

Bibliografía

- http://www.cva.itesm.mx/biblioteca/pagina_con_formato_version_oct/apa.htm	23 / 12 / 2016
- http://educacion.practicopedia.lainformacion.com/matematicas/como-usar-una-calculadora-cientifica-10598	23 / 12 / 2016
- http://vviana.es/doc/ManualUsoCalculadoraCientificaCasio.pdf	23 / 12 / 2016
- http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/convirtiendo-decimales-fracciones.html	27 / 12 / 2016
- https://www.smartick.es/blog/index.php/pasar-decimales-a-fracciones/	27 / 12 / 2016
- http://www.mamutmatematicas.com/ejercicios/fraccion-decimal.php	27 / 12 / 2016
- Guías de ejercicios 2 y 3 nivelación matemática.	Instituto Iplacex.

IPLACEX
TECNOLÓGICO NACIONAL