

NIVELACIÓN DE MATEMÁTICA

UNIDAD Nº III

RAZONES Y PROPORCIONES.





SEMANA 6

Introducción

En matemática, se denomina porcentaje a una porción proporcional del número 100, por lo tanto, puede expresarse como fracción.

Si decimos 50% (este es el símbolo que representa el porcentaje) significa la mitad de cien; el 100% sería el total.

Cuando queremos calcular determinado porcentaje de un número, multiplicamos el porcentaje que necesitamos por el número, y luego lo dividimos por cien.

Por ejemplo, el 25 % de 70, sería 70 x 25=1.750, y a ese resultado lo dividimos por 100, lo que nos da: 17,50. En la calculadora pondríamos 70 x 25 %

En nuestra vida cotidiana existen situaciones frecuentes en la que aparecen magnitudes proporcionales o se utilizan las proporciones para transmitir información o resolver algún cálculo. Diariamente nos encontramos con algunas de estas situaciones:

- En la compra de productos el supermercado (un juguete tiene 40 % de descuento)
- En las mediciones de batería de los celulares, tablets, laptops, etc. (al iphone le queda 50 % de batería)
- En los impuestos de los productos (19 % de IVA)





Ideas Fuerza

- Transformación de unidades de medida: monedas, tiempo, longitud, superficie y volumen: Transformar distintas unidades de medida utilizando proporcionalidad directa.
- 2. Calculo de porcentajes, variación porcentual, Calcular porcentajes utilizando proporción directa.
- **3.** Calculo de porcentajes, variación porcentual, Aplicación de porcentajes: IVA, honorarios, utilidades, pérdidas





Desarrollo

Transformaciones de unidades.

La conversión de unidades es la transformación de una cantidad, expresada en una cierta unidad de medida, en otra equivalente, que puede ser del mismo sistema de unidades o no.

Este proceso suele realizarse con el uso de los factores de conversión y las tablas de conversión.

Frecuentemente basta multiplicar por una fracción (factor de conversión) y el resultado es otra medida equivalente, en la que han cambiado las unidades. Cuando el cambio de unidades implica la transformación de varias unidades se pueden utilizar varios factores de conversión uno tras otro, de forma que el resultado final será la medida equivalente en las unidades que buscamos, por ejemplo, si queremos pasar 8 metros a yardas, lo único que tenemos que hacer es multiplicar 8 x (0.914) =7.312 yardas.

Algunas equivalencias:

1 m = 100 cm 1 pulgada = 2.54 cm

1 cm = 10 mm 1 libra = 454 gramos

1 km = 1000 m 1 kg = 2.2 libras

1 m = 3.28 pies 1 litro = 1000 Cm^3

1 m = 0.914 yardas 1 hora = 60 minutos

1 pie = 30.48 cm 1 hora = 3600 segundos

1 pie = 12 pulgadas



Factor de Conversión

Un factor de conversión es una operación matemática, para hacer cambios de unidades de la misma magnitud, o para calcular la equivalencia entre los múltiplos y submúltiplos de una determinada unidad de medida.

Dicho con palabras más sencillas, un factor de conversión es "una cuenta" que permite expresar una medida de diferentes formas. Ejemplos frecuentes de utilización de los factores de conversión son:

- Cambios monetarios: euros, dólares, pesetas, libras, pesos, escudos...
- Medidas de distancias: kilómetros, metros, millas, leguas, yardas...
- Medidas de tiempo: horas, minutos, segundos, siglos, años, días...
- Cambios en velocidades: kilómetro/hora, nudos, años-luz, metros/segundo.
 Ejemplo 1: Pasar 2 horas a minutos:

Para convertir esta cantidad lo que hacemos es poner la unidad que queremos eliminar en el denominador y la unidad a la que queremos convertir en el numerador, para así poder multiplicar el 2 con el numerador que es 60 y así obtener el valor de 120 minutos

Queremos pasar 30 cm a m:

$$\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0.3 \text{ m}$$
FACTOR DE CONVERSIÓN

Queremos pasar 120 km/h a m/s:

$$120 \frac{\text{km}}{\text{hera}} \cdot \underbrace{\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}}_{\text{factor be conversión}} \cdot \underbrace{\frac{1 \text{ hera}}{3600 \text{ s}}}_{\text{de km a m}} = 33,3 \text{ m/s}$$



Porcentajes.

El porcentaje o tanto por ciento (%), es una de las aplicaciones más usadas de las proporciones o razones .

El porcentaje es una forma de comparar cantidades, es una unidad de referencia que relaciona una magnitud (una cifra o cantidad) con el todo que le corresponde (el todo es siempre el 100), considerando como unidad la centésima parte del todo.

Ejemplos:

1 centésimo =
$$\frac{1}{100}$$

$$5 \text{ centésimos} = \frac{5}{100}$$

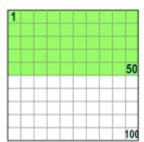
$$50 \text{ centésimos} = \frac{50}{100}$$

Nota importante. No olvidar que las fracciones deben expresarse siempre lo más pequeñas posible, deben ser fracciones irreductibles.

¿Qué significa 50 %?: Significa que de una cantidad que se ha dividido en cien partes se han tomado 50 de ellas, o sea, la mitad.

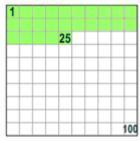
¿Qué significa 25 %?: Significa que de un total de 100 partes se han tomado 25, o sea $\frac{1}{4}$ (25/100 al simplificar por 5, se reduce a $\frac{1}{4}$).

Cuando se dice "por ciento" en realidad se dice "por cada 100"



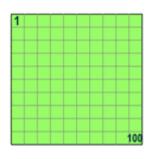
Así que 50% quiere decir 50 por 100 (50% de la caja es verde)

Y 25% quiere decir 25 por 100 (25% de la caja es verde)

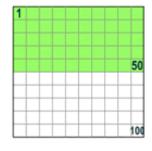




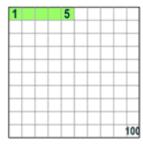
Ejemplos: Porcentajes de 80



100% de 80 es 80



50% de 80 es 40.



5% de 80 es 4

Un porcentaje también se puede escribir como un decimal o una fracción

La mitad se puede escribir...



Como porcentaje: 50%

Como decimal: 0,5

Como fracción: 1/2

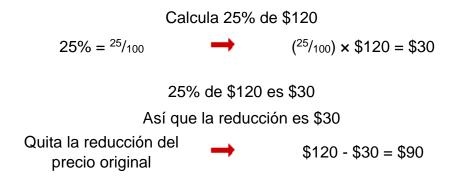


Ejemplo 1: Calcular 25% de 80

$$25\% = \frac{25}{100}$$
 \Rightarrow $(25/100) \times 80 = 20$

Así que 25% de 80 es 20

Ejemplo 2: Un Skateboard tiene una rebaja de 25%. El precio normal es \$120. Calcula el nuevo precio



El precio del Skateboard en rebajas es \$90

Cálculo de Porcentaje

El Porcentaje o Tanto por ciento se calcula a partir de variables directamente proporcionales (significa que si una variable aumenta la otra también aumenta y viceversa).

En el cálculo intervienen cuatro componentes:

Cantidad Total ---- 100 %

Cantidad Parcial ---- Porcentaje Parcial

Ejemplo





(Cantidad total) \$1.000 - equivale al - 100 % (porcentaje total) (Cantidad parcial) \$ 500 - equivale al - 50 % (porcentaje parcial)

Existen tres situaciones o tipos de problemas que pueden plantearse. Éstos son:

1.- Dada una cantidad total, calcular el número que corresponde a ese porcentaje (%) parcial:

Ejemplo: ¿Cuál (cuanto) es el 20% de 80?

	Cantidad	Porcentaje
Total	80	100
Parcial	x	20

Para resolverlo, se hace:

$$\frac{80}{\mathbf{x}} = \frac{100}{20}$$

Resolvemos la incógnita (x):

$$\mathbf{x} = \frac{80 \cdot 20}{100}$$

Haciendo la operación, queda:

$$\mathbf{x} = \frac{1.600}{100}$$

Simplificando, queda:

$$x = 16$$

Respuesta: el 20 % de 80 es 16.

2.- Calcular el total, dada una cantidad que corresponde a un porcentaje de él. Ejemplo: Si el 20 % de una cierta cantidad total es 120 ¿Cuál es el total?



Cantidad	Porcentaje
Х	100
120	20

Para resolverlo, se hace:

$$\frac{\mathbf{x}}{120} = \frac{100}{20}$$

Resolvemos la incógnita (x):

$$\mathbf{x} = \frac{100 \cdot 120}{20}$$

Haciendo la operación, queda:

$$\mathbf{x} = \frac{12.000}{20}$$

Simplificando, queda:

$$x = 600$$

Respuesta: 120 es el 20 % de un total de 600.

3.- Dado el total y una parte de él calcular qué % es esa parte del total.

Ejemplo: ¿Qué porcentaje es 40 de 120?

Cantidad	Porcentaje
120	100
40	х

Para resolverlo, se hace:

$$\frac{120}{40} = \frac{100}{x}$$

Resolvemos la incógnita (x):



$$\mathbf{x} = \frac{100 \cdot 40}{120}$$

Haciendo la operación, queda:

$$\mathbf{x} = \frac{4.000}{120}$$

Simplificando y haciendo la división, queda:

$$x = 33,33$$

Respuesta: 40 es el 33,33 % de 120.

Ejercicios resueltos:

Problema 1: De los 800 alumnos de un colegio, han ido de viaje 600. ¿Qué porcentaje de alumnos ha ido de viaje?

$$\frac{800}{100} = \frac{600}{x}$$
 $x = \frac{600 \cdot 100}{800} = 75\%$

Problema 2: Al adquirir un vehículo cuyo precio es de 8800 €, nos hacen un descuento del 7.5%. ¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?

$$\frac{8800}{100} = \frac{x}{7.5} \qquad \qquad x = \frac{8800 \cdot 7.5}{100} = 660 \, \text{€}$$

También se puede calcular directamente del siguiente modo:



$$\frac{100}{8800} = \frac{92.5}{x} \qquad \qquad x = \frac{8800 \cdot 92.5}{100} = 8140 \in$$

Problema 3: El precio de un ordenador es de 1200 € sin IVA. ¿Cuánto hay que pagar por él si el IVA es del 16%?

$$\frac{100}{1200} = \frac{116}{x} \qquad \qquad x = \frac{1200 \cdot 116}{100} = 1392 \in$$

Problema 4: Al comprar un monitor que cuesta 450 € nos hacen un descuento del 8%. ¿Cuánto tenemos que pagar?

$$\frac{100}{450} = \frac{92}{x} \qquad \qquad x = \frac{450 \cdot 92}{100} = 414 \in$$

Problema 5: Se vende un artículo con una ganancia del 15% sobre el precio de costo. Si se ha comprado en 80 €. Halla el precio de venta.

$$\frac{100}{80} = \frac{115}{x} \qquad \qquad x = \frac{115 \cdot 80}{100} = 92 \in$$

Problema 6: Cuál será el precio que hemos de marcar en un artículo cuya compra ha ascendido a 180 € para ganar al venderlo el 10%.



venta compra
100 €
$$\xrightarrow{D}$$
 90 €
x € $\xrightarrow{180}$ 180 €

$$\frac{110}{x} = \frac{100}{180}$$
 $x = \frac{180 \cdot 110}{100} = 198 €$

Problema 7: ¿Qué precio de venta hemos de poner a un artículo comparado a 280 €, para perder el 12% sobre el precio de venta?

venta compra

$$100 \in -\frac{D}{\longrightarrow} 112 \in$$

$$x \in -\frac{100}{\times} = \frac{112}{280} \qquad x = \frac{280 \cdot 100}{112} = 250 \in$$

Problema 8: Se vende un objeto perdiendo el 20% sobre el precio de compra. Hallar el precio de venta del citado artículo cuyo valor de compra fue de 150 €.

100 €
$$\xrightarrow{D}$$
 80 €
150 € \xrightarrow{x} $\times = \frac{150 \cdot 80}{100} = 120 €$

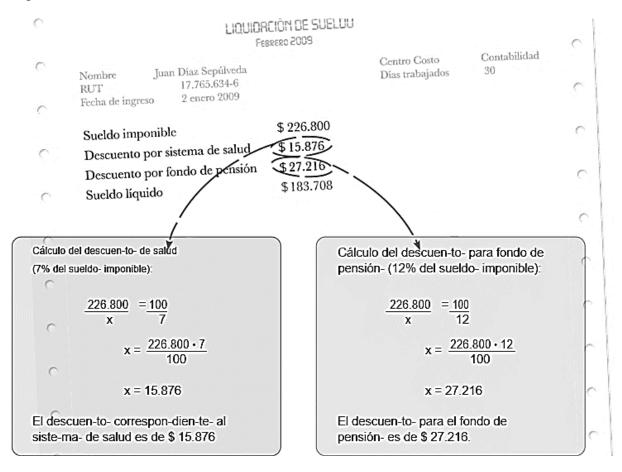
Aplicación de los porcentajes



Juan, técnico en contabilidad, consiguió su primer trabajo en una microempresa.

Al recibir su primer sueldo, observó que su salario tenía algunos descuentos, que correspondían a su previsión social (12% del sueldo, aproximadamente) y de salud (7% del sueldo, aproximadamente).

El siguiente documento, muestra el sueldo de Juan:



Al tener un contrato de trabajo en nuestro país, se destina un porcentaje del salario (monto imponible) a la previsión social (fondo de pensión), el cual corresponde al 12% y otro para la cotización de salud, correspondiente al 7%. De modo que: Sueldo imponible = sueldo líquido + previsión social + cotización en salud



Ejercicios resueltos.

Problema 1: Un artículo vale 80 euros después de aplicarle un IVA del 16% ¿Cuánto valdría sin IVA?

Tenemos que hacer el siguiente razonamiento: si a un artículo se le ha aplicado un IVA del 16% es que nos están cobrando el 116% del precio original (el IVA o Impuesto de Valor Añadido es un coste adicional que se aplica a las compras y servicios).

Conocemos el porcentaje y el resultado final. Por lo tanto, lo resolvemos:

80.100/116 = 68,97 euros era el precio original.

Problema 2: A un hombre le ponen una multa de 500 euros por exceso de velocidad, pero como tarda en pagarla se le aplica una sobretasa del 15% ¿Cuánto debe abonar ahora?

Podemos utilizar los dos mismos métodos para resolver este problema:

- Método 1: Calculamos primero cuánto dinero nos cobrarán de más.
 En este caso, es un 15% de 500: 500·15/100 = 75
 Luego sumamos esta cantidad al precio original: 500 + 75 = 575 euros
- Método 2 Si el precio aumenta un 15% es lo mismo que si nos cobraran un 115% (el 100% original más otro 15%).
 500-115/100 = 575 euros

Obviamente, el resultado es el mismo por los dos caminos.

Problema 3: Unos pantalones que normalmente costarían 50 euros, los encuentro rebajados a 30 euros ¿Qué porcentaje de descuento se ha aplicado?

Aquí sabemos el precio inicial y el final, y nos falta el porcentaje. $(30/50) \cdot 100 = 60\%$ Este no es el porcentaje de descuento, sino el porcentaje que me cobran del precio original.

Lo que me han descontado ha sido 100% - 60% = un 40%.





Problema 4: Una librería vende libros por 5 euros, con la oferta especial de que, si se compran tres o más, hace un descuento del 5%. ¿Cuánto me valdrían seis libros?

Primero ¿cuánto costarían los seis libros sin descuento? Sin necesidad de muchos cálculos, 6.5 = 30 euros. Ahora calculamos el precio con descuento: 30.95/100 = 28.5 euros.

Problema 5: He visto un CD que vale 24 euros, pero que está rebajado un 10%. En la cartera tengo veinte euros ¿Me alcanza para poder comprarlo?

Para calcular un precio con un descuento tenemos al menos dos formas.

- Método 1 Calculamos primero cuánto dinero nos descuentan.
 En este caso, es un 10% de 24: 24·10/100 = 2,4 (Cálculo rápido: el 10% de algo es lo mismo que dividir entre 10)
 Luego restamos esta cantidad al precio original: 24 2,4 = 21,6 euros.
- Método 2 Si nos descuentan el 10%, eso es lo mismo que cobrarnos solo el 90% del precio original. Así que calculamos este porcentaje (100% menos el porcentaje de descuento) y nos sale directamente el precio final: 24-90/100 = 21,6 euros.

Ambos caminos llevan, por supuesto, al mismo resultado. Sea como sea, no tenemos suficiente dinero para comprar el CD

No hay que olvidar responder lo que te están preguntando.

Problema 6: Calcula los siguientes porcentajes:

Estos son porcentajes superiores al 100%, siempre nos tienen que dar un resultado mayor que el número del principio.

- a) 110% de $50 = 50 \cdot 110/100 = 55$
- b) 120% de $65 = 65 \cdot 120/100 = 78$
- c) 200% de $69 = 69 \cdot 200/100 = 138$

(Cálculo rápido: hallar el 200% de algo es lo mismo que multiplicar por dos)

d) 140% de $36 = 36 \cdot 140/100 = 50.4$





Problema 7: El 64% de los 875 alumnos y alumnas de un colegio están matriculados en educación media. ¿Cuántos de ellos no son de educación media?

64% de $875 = 0.64 \times 875 = 560$ son de media

875 - 560 = 315 no son de media

Problema 8: Un pantano contenía en enero un millón de metros cúbicos de agua y estaba lleno. Sus reservas se redujeron en abril al 80% de la capacidad, y en agosto, al 30%. ¿cuántos metros cúbicos contenía en abril? ¿y en agosto?

Abril: $1.000.000 \times 0.8 = 800.000 \text{ m}^3 \text{ de agua.}$

Agosto: $1.000.000 \times 0.3 = 300.000 \text{ m}^3 \text{ de agua.}$

Problema 9: De los 240 pasajeros que ocupan un avión, el 30% son chilenos, el 15% son colombianos, el 25% peruanos y el resto argentinos. ¿Cuántos argentinos viajan en el avión?

30% + 15% + 25% = 70% no son argentinos

100% - 70% = 30% argentinos

El 30% de 240 = 0.30 x 240 = 72 pasajeros son argentinos





Conclusión

Los números y las matemáticas forman parte de nuestra cotidianidad desde que tenemos uso de razón hasta que dejamos esta vida.

En muchos casos se trata de no pensar demasiado: dejamos que otros hagan los cálculos, tomamos como una verdad irrefutable cualquier estadística que leemos y delegamos en un tercero el manejo de nuestros ahorros, todo sea por no "embarrarnos" las manos con operaciones matemáticas que vayan más allá de una simple suma o resta.

Pero la relación entre las Finanzas Personales y los números es muy estrecha y la necesidad de entender y utilizar los mismos para nuestra economía doméstica puede marcar una diferenciación importante en nuestra calidad de vida presente y futura, llegando incluso a transformar la manera en la cual generamos ingresos, ahorramos, gastos e inversiones.

Es por esto que resulta de gran importancia dominar los porcentajes como variable principal en la toma de decisiones referidas a nuestras finanzas.





Bibliografía

- http://www.madrimasd.org/cienciaysociedad/resenas/ens ayos/resena.asp?id=497	05 / 04 / 2017
- http://misecundaria.com/Main/RelacionesDeProporcionalidad	05 / 04 / 2017
- http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262012000100006	05 / 04 / 2017
- http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?ID=137520	05 / 04 / 2017
- http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Proporcionalidad.htm	05 / 04 / 2017
- http://grupocontabili.blogspot.cl/2015/02/porcentajes-en- la-vida-diaria-y.html	07 / 04 / 2017
- http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/guia basic a aritmetica/guia basica el tanto por ciento7.pdf	07 / 04 / 2017
- http://www.estudiantes.info/matematicas/problemas/3-eso/porcentajes.htm	07 / 04 / 2017
- http://www.iessandoval.net/descartes/Algebra/El_IVA/index.htm	07 / 04 / 2017



