

# NIVELACIÓN EN MATEMÁTICA

UNIDAD Nº II

LENGUAJE ALGEBRAICO.





#### **SEMANA 3**

## Introducción

Durante las otras sesiones en los contenidos vistos el lenguaje utilizado en todas operaciones aritméticas con las que trabajamos, en las cuales sólo intervienen números recibe el nombre de lenguaje numérico.

A partir de ahora emplearemos letras para representar cualquier número desconocido, realizamos operaciones aritméticas con ellas e, incluso, las incluimos en expresiones matemáticas para poder calcular su valor numérico.

El lenguaje que utiliza letras en combinación con números y signos, y, además, las trata como números en operaciones y propiedades, se llama lenguaje algebraico.

La parte de las Matemáticas que estudia la relación entre números, letras y signos se llama Álgebra.





## Ideas Fuerza

- 1. IDEA FUERZA: en esta oportunidad profundizaremos en cómo podemos expresar el lenguaje natural a lenguaje algebraico.
- **2.** IDEA FUERZA: al conocer y al hacer familiares las expresiones algebraicas, podremos evaluarlas y resolver ecuaciones de primer grado.
- **3.** IDEA FUERZA: al manejar todo lo anterior estaremos en condiciones de plantear ecuaciones de primer grado a partir de un enunciado dado.
- **4.** IDEA FUERZA: para por último ser capaces de plantear a partir de una situación dada la ecuación lineal, que permita dar solución al problema dado.





## Desarrollo

#### Lenguaje algebraico.

El lenguaje algebraico es una forma de traducir a símbolos y números lo que normalmente tomamos como expresiones particulares. De esta forma se pueden manipular cantidades desconocidas con símbolos fáciles de escribir lo que permite simplificar teoremas, formular ecuaciones e inecuaciones y el estudio de cómo resolverlas.

Este lenguaje nos ayuda a resolver problemas matemáticos mostrando generalidades. EL lenguaje algebraico nace en la civilización musulmana en el periodo de AL-Khwarizimi durante la edad media. Su función principal es establecer y estructurar un idioma que ayuda a generalizar las distintas operaciones que se desarrollen dentro de la aritmética donde solo ocurren los números y sus operaciones aritméticas elementales (Adición, sustracción, multiplicación y división).

#### Por ejemplo:

Frase	Expresión algebraica	
"La suma de dos y un número" —	→ 2 + n	
Esta oración nos indica una	La operación aritmética es la	
operación aritmética entre un	suma, que se realiza entre el	
número específico, el dos, con	número dos y otro número que	
otro número cualquiera.	puede tomar cualquier valor, por	
	eso se presenta con la letra n	

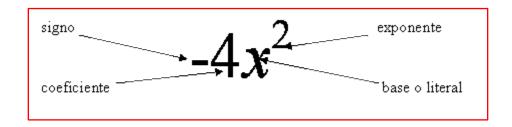




Una expresión algebraica es una cadena de representaciones perteneciente al lenguaje algebraico, el cual puede contener variables, números, así como también operaciones aritméticas.

Se llama término a toda expresión algebraica cuyas partes no están separadas por los signos + o -. Así, por ejemplo  $xy^2$  es un término algebraico.

En todo término algebraico pueden distinguirse cuatro elementos: el signo, el coeficiente, la parte literal y el grado.



**Signo**: los términos que van precedidos del signo + se llaman términos positivos, en tanto los términos que van precedidos del signo – se llaman términos negativos. Pero, el signo + se acostumbra omitir delante de los términos positivos; así pues, cuando un término no va precedido de ningún signo se sobreentiende de que es positivo.

**Coeficiente**: Se llama coeficiente al número o letra que se le coloca delante de una cantidad para multiplicarla. El coeficiente indica el número de veces que dicha cantidad debe tomarse como sumando. En el caso de que una cantidad no vaya precedida de un coeficiente numérico se sobreentiende que el coeficiente es la unidad.

Base o parte literal: La parte literal está formada por las letras que haya en el término.

**Exponente o grado:** El grado de un término con respecto a una letra es el exponente de dicha letra. Así, por ejemplo el término  $x^3y^2z$ , es de tercer grado con respecto a x, de segundo grado con respecto a y, de primer grado con respecto a z (cuando un número no tiene exponente, se asume que es 1).





#### Reducción de términos semejantes

Los términos algebraicos se pueden clasificar en semejantes o no semejantes. Los términos que tienen las mismas variables con los mismos exponentes se llaman términos semejantes.

5x; 6x, son términos semejantes.

 $27x^2y^3$ ;  $-15x^2y^3$ , son terminos semejantes.

4xy; -17y, no son terminos semejantes.

 $15x^2y$ ;  $6xy^2$ , no son términos semejantes.

Reducción de términos semejantes: se llama reducción de términos semejantes a la operación que consiste en reemplazar varios términos semejantes por uno solo. En la reducción de términos semejantes pueden presentarse los tres casos siguientes:

1. Para reducir términos semejantes que tengan igual signo se suman los coeficientes anteponiendo a la suma el mismo signo que tienen todos los términos y a continuación se escribe la parte literal. Por ejemplo:

$$2xy + 3xy + 5xy + 7xy = 17xy$$

$$\frac{1}{2}ab + \frac{2}{3}ab = \frac{3+4}{6}ab = \frac{7}{6}a$$

$$-\frac{1}{3}xy - \frac{2}{3}xy$$

$$\frac{1}{2}ab + \frac{2}{3}ab = \frac{3+4}{6}ab = \frac{7}{6}ab$$

$$-\frac{1}{3}xy - \frac{2}{3}xy = \frac{-1-2}{3}xy = -\frac{3}{3}xy = -xy$$



 Para reducir términos semejantes que tengan distintos signos se restan los coeficientes anteponiendo a la diferencia el signo del mayor y a continuación se escribe la parte literal.

$$2xy^{2} - 5xy^{2} = -3xy^{2}$$

$$3a - 4a = -a$$

$$18x - 11x = 7x$$

$$\frac{1}{2}xy - \frac{2}{3}xy = \frac{3-4}{6}xy = -\frac{1}{6}xy$$

3. Para reducir varios términos semejantes que tengan distintos signos se reducen todos los términos positivos a un solo término y todos los términos negativos a un solo término y se restan los coeficientes de los términos así obtenidos anteponiendo a la diferencia el signo del mayor y a continuación se escribe la parte literal. Por ejemplo:

Reducir: 5a - 8a + a - 6a + 21a

- Reduciendo los positivos: 5a+ a+21a = 27a
- Reduciendo los negativos: -8a 6a = -14a
- Lo que nos queda es: 27a 14a = 13a
- Luego: 5a 8a + a 6a + 21a = 13a.

Otro ejemplo:

$$Reducir: \frac{-2}{5}bx^{2} + \frac{1}{5}bx^{2} + \frac{3}{4}bx^{2} - 4bx^{2}$$

$$Ordenamos \ la \ expresi\'on \ \frac{-2}{5}bx^{2} - 4bx^{2} + \frac{1}{5}bx^{2} + \frac{3}{4}bx^{2}$$

$$Sumamos \ los \ racionales \ \frac{-2\ bx^{2} - 20bx^{2}}{5} + \frac{4bx^{2} + 15bx^{2}}{20} = > \frac{-22bx^{2}}{5} + \frac{19bx^{2}}{20}$$

$$\frac{-88\ bx^{2} + 19bx^{2}}{20} = \frac{-69bx^{2}}{20}$$



Los siguientes son ejemplos de las expresiones algebraicas más usadas, en forma verbal y escrita algebraicamente:

Frase	Expresión algebraica
<ul> <li>La suma de dos números</li> </ul>	a + b
<ul> <li>La resta o diferencia de dos números</li> </ul>	X – y
El producto de dos números	ab
El cociente de dos números	a/b
<ul> <li>El cociente de la suma de dos números, sobre la diferencia</li> </ul>	$\frac{x+y}{x-y}$
<ul> <li>El doble de un número (o número par)</li> </ul>	2x
<ul> <li>El doble de la suma de dos números</li> </ul>	2 (a + b)
<ul> <li>El triple de la diferencia de dos números</li> </ul>	3 (m - n)
La mitad de un número	x/2
<ul> <li>La mitad de la diferencia dos números.</li> </ul>	$\frac{(m-n)}{2}$
El cuadrado de un número	x <sup>2</sup>
<ul> <li>El cuadrado de la suma de dos números.</li> </ul>	$(x + y)^2$
<ul> <li>El triple del cuadrado de la suma de dos números</li> </ul>	$3(x + y)^2$
<ul> <li>La suma de tres números</li> </ul>	(a + b + c)



$$\frac{(a+b)}{2}$$

- La semisuma de dos número
- 2x-1 ó 2x+1
- Un número impar cualquiera
- $X^3$

Cubo de un número

- x, (x + 1), (x + 2)
- Tres números consecutivos

#### Evaluar expresiones algebraicas.

Evaluar expresiones algebraicas es el proceso de remplazar las variables en una expresión con un valor numérico y simplificar. El orden de las operaciones se usará para evaluar una expresión algebraica.

A cada letra o factor literal se le asigna un determinado valor numérico.

#### Ejemplo:

Si a = 3 y b = 2, reemplazamos esos valores en la expresión:

$$3a - 2b - 5a + 4b - 6a + 3b =$$

$$3 \times 3 - 2 \times 2 - 5 \times 3 + 4 \times 2 - 6 \times 3 + 3 \times 2 =$$

$$9 - 4 - 15 + 8 - 18 + 6 = -14$$

Ahora un ejemplo con números racionales: Si  $a = \frac{2}{3}$  y  $b = \frac{1}{2}$ , evaluar la expresión:



$$3a - 2b - 5a + 4b - 6a + 3b =$$

$$3x\frac{2}{3} - 2x\frac{1}{2} - 5x\frac{2}{3} + 4x\frac{1}{2} - 6x\frac{2}{3} + 3x\frac{1}{2} =$$

$$2 - 1 - \frac{10}{3} + 2 - 4 + \frac{3}{2} = \frac{-17}{6} = -2\frac{5}{6}$$

a) Para calcular la distancia que recorre un auto:

$$d = v_i \cdot t + \frac{at^2}{2}$$
 Para: vi = 8 m/seg, t = 4 seg, a = 3 m/seg<sup>2</sup>

$$d = 8 \times 4 + \frac{3 \times 4^2}{2} = 32 + \frac{3 \times 16}{2} = 32 + \frac{48}{2} = 32 + 24 = 56 \text{ metros}$$

RESPUESTA: Al reemplazar los datos dados, obtenemos que, la distancia que recorre un auto es de 56 metros.

b) Para calcular la energía potencial (está asociada a la posición que tienen los cuerpos)

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$
 Para:  $m = 0.8 \text{ Kg}, h = 15 \text{ m}, g = 9.8 \text{ m/seg}^2$ 

$$E_p = m \times g \times h = 0.8 \times 15 \times 9.8 = 117.6 J$$

RESPUESTA: la energía potencial de cierto objeto es de 117, 6 J (La energía potencial, Ep, se mide en julios (J) que es igual a  $\frac{kg \times m^2}{s^2}$ )

c) Para calcular el área de un triángulo equilátero

$$A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$
 ; si a = 3,2 m

$$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3,2^2\sqrt{3}}{4} = \frac{10,24 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{10,24 \times 1,73}{4} = \frac{17,7}{4} = 4,42 m$$

RESPUESTA: Luego el área de un triángulo equilátero de lado 3,2 es 4,42 metros.



d) Para calcular la resistencia eléctrica total en paralelo:

$$R = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}$$
 ; si r<sub>1</sub> = 4 ohm y r<sub>2</sub> = 6 ohm

$$R = \frac{r_1 \times r_2}{r_1 + r_2} = \frac{4 \times 6}{4 + 6} = \frac{24}{10} = 2,4 \text{ ohm}$$

RESPUESTA: la resistencia total en paralelo es 2,4 ohm.

En la resolución de problemas, podemos encontrar:

1. El área de un círculo de radio r es  $A=\pi r^2$  Determine el área de un círculo de radio 0,3 cm. (Considere = 3,14)

En este caso, para dar solución al problema, sólo debemos reemplazar los datos conocidos, que en este caso son r y  $\pi$ 

$$A = \pi r^2 = 3.14 \times 0.3^2 = 3.14 \times 0.09 = 0.2826 cm$$

Luego la respuesta al problema es que el área de un círculo con radio 0,3 centímetros es 0,2826 centímetros.

2. Un fabricante de videos averigua que al producir  $\boldsymbol{X}$  equipos mensualmente, el costo de producción mensual, en dólares está representado por C=16X+108. ¿Cuántos equipos deben producirse el próximo mes, si hay disponibles US\$2.268 para el costo de fabricación?

Existe, otro tipo de situación, en donde debemos fijarnos muy bien, en lo que se nos pide y los datos que nos dan. En el problema se nos señala que X corresponde a cantidad de equipos y C es cantidad de dinero, por lo que al reemplazar nos queda:

$$C = 16X + 108$$

$$2.268 = 16X + 108$$

$$2.268 - 108 = 16X$$

$$2.160 = 16X$$

$$\frac{2.160}{16} = X$$

$$135 = X$$

Por lo que, con 2.208 dólares, se pueden producir 135 equipos.



#### Ecuaciones de primer grado.

Una ecuación es una igualdad donde por lo menos hay un número desconocido, llamado incógnita o variable, y que se cumple para determinado valor numérico de dicha incógnita.

Se denominan ecuaciones lineales o de primer grado a las igualdades algebraicas con incógnitas cuyo exponente es 1 (elevadas a uno, que no se escribe).

Como procedimiento general para resolver ecuaciones enteras de primer grado se deben seguir los siguientes pasos:

- 1. Se reducen los términos semejantes, cuando es posible.
- 2. Se hace la transposición de términos (aplicando inverso aditivo o multiplicativo).
- 3. Se reducen términos semejantes, hasta donde es posible.
- 4. Se despeja la incógnita, que puede ser, dividiendo ambos miembros de la ecuación por el coeficiente de la incógnita (inverso multiplicativo), y se simplifica.

Para resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita, aplicamos el criterio del operador inverso (inverso aditivo o inverso multiplicativo).

• Ejemplo: Resolver la ecuación 2x - 3 = 53

Debemos tener las letras a un lado y los números al otro lado de la igualdad (=), entonces para llevar el -3 al otro lado de la igualdad, le aplicamos el inverso aditivo (el inverso aditivo de -3 es +3, porque la operación inversa de la resta es la suma).

Entonces hacemos:

$$2x - 3 + 3 = 53 + 3$$

En el primer miembro –3 se elimina con +3 y tendremos:

$$2x = 53 + 3$$

$$2x = 56$$

Ahora tenemos el número 2 que está multiplicando a la variable o incógnita x, entonces lo pasaremos al otro lado de la igualdad dividiendo.





Para hacerlo, aplicamos el inverso multiplicativo de 2 (que es ½) a ambos lados de la ecuación:

$$2x \cdot \frac{1}{2} = 56 \cdot \frac{1}{2}$$

Simplificamos y tendremos ahora:

$$x = 56 / 2$$

$$x = 28$$

Entonces el valor de la incógnita o variable "x" es 28.

También, se pueden resolver las ecuaciones de primer grado utilizando los mismos criterios, pero escribiendo de forma distinta:

Resolver la ecuación: x - 3 = 3 - x

- Pasamos las incógnitas (x) a un lado de la igualdad (izquierda) y los números al otro lado (derecha)
- x-3=3-x
- ➤ En la derecha, la *x* está restando. Pasa a la izquierda sumando:
- Sumamos las incógnitas: 2x-3 = 3
- En la izquierda, el -3 está restando. Pasa a la derecha 2x-3=3 sumando: 2x=3+3
- > Sumamos los números de la derecha: 2x = 6
- El coeficiente de la x es 2. Este número está 2x = 6 multiplicando a x, así que pasa al otro lado dividiendo:  $x = \frac{6}{3} = 3$

Por tanto, la solución de la ecuación es x = 3.

#### Tipos de ecuaciones

a) Ecuaciones con paréntesis: 3x + 1 = 3 - (2 - 2x)

Recordamos que los paréntesis sirven para agrupar elementos, para simplificar o para evitar ambigüedades. El signo negativo de delante del paréntesis indica que los monomios (los términos) que 3x + 1 = 3 - 2 + 2x contiene tienen que cambiar de 3x + 1 = 3 - 2 + 2x signo:



Sumamos 3 y -2 en el lado derecho:

Pasamos las "X" a la izquierda y los números a la 3x + 1 = 1 + 2x derecha: 3x + 1 - 1 = 2x

$$3x + 1 - 1 = 2x$$
  
Sumamos 1 y -1. Como el resultado es 0, no lo escribimos:  
 $3x = 2x$ 

$$3x = 2x$$
Pasamos  $2x$  a la izquierda restando y sumamos los monomios:
$$3x - 2x = 0$$
Luego la solución de la ecuación es  $x = 0$ .

b) Ecuaciones con fracciones: 
$$\frac{3x}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{1+3x}{2}$$

Tenemos varias formas de proceder con las fracciones:

- Sumar las fracciones de forma habitual.
- Multiplicar la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores.

En esta ecuación aplicaremos la segunda opción. De este modo los denominadores van a desaparecer.

Multiplicamos, pues, por m.c.m.(2, 3) 
$$6 \cdot \frac{3x}{2} + 6 \cdot \frac{2x}{3} = 6 \cdot \frac{1+3x}{2} = 6$$
:

Para simplificar, calculamos las  $3 \cdot 3x + 2 \cdot 2x = 3 \cdot (1 + 3x)$  divisiones:

Nótese que hemos escrito un paréntesis al eliminar la fracción de la derecha. Esto se debe a que el 3 debe multiplicar al numerador que está formado por una suma.

Calculamos los productos:  $9x + 4x = 3 \cdot (1 + 3x)$ 

Para eliminar el paréntesis, multiplicamos por 3 todos los elementos que contiene:



$$9x + 4x = 3 \cdot (1 + 3x)$$

$$9x + 4x = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 3x$$

$$9x + 4x = 3 + 9x$$

Pasamos las "X" a la izquierda: 
$$9x + 4x = 3 + 9x$$

$$9x + 4x - 9x = 3$$

Sumamos los monomios:

$$9x + 4x - 9x = 3$$

$$4x = 3$$

Finalmente, el coeficiente de la *x* pasa dividiendo al otro lado:

$$4x = 3$$
 La solución de la ecuación es  $x = 3/4$ .

 $x = \frac{3}{4}$  La fracción no se puede simplificar más puesto que ya es irreductible (el máximo común divisor del numerador y del denominador es 1).

c) Ecuación sin solución: 
$$2(2+x)-(6-7x)=13x-(1+4x)$$

- Eliminamos los paréntesis:
- > El de la izquierda tiene un 2 delante, por lo que multiplicamos su contenido por 2.
- Los otros dos paréntesis tienen un signo negativo delante, así que cambiamos los signos de sus monomios.

$$2(2+x)-(6-7x)=13x-(1+4x)$$

$$4+2x-6+7x=13x-1-4x$$

➤ Para simplificar, en cada lado sumamos los monomios con y sin parte literal (los que tienen x y los que no):

lado 
$$4+2x-6+7x=13x-1-4x$$
parte
no):  $2x-2+7x=9x-1$ 
 $-2+9x=9x-1$ 

➤ Pasamos las "X" al lado izquierdo y sumamos:



$$-2 + 9x = 9x - 1$$

$$-2 + 9x - 9x = -1$$

$$-2 = -1$$

-2+9x=9x-1Hemos obtenido una igualdad falsa: -2=-1. Esto significa que la ecuación nunca se cumple, sea cual sea el valor de x. Por tanto, la ecuación **no tiene solución**.

#### d) Ecuación con infinitas soluciones 5(x-1)-(1-x)=2(x-1)-4(1-x)

Eliminamos los paréntesis multiplicando sus contenidos por el número que tienen delante. No hay que olvidar que si el número de delante es negativo, también hay que cambiar los signos:

En cada lado, sumamos los monomios según su parte literal:

$$5x-5-1+x = 2x-2-4+4x$$

$$6x-5-1 = 6x-2-4$$

$$6x-6=6x-6$$

Pasamos las "X" a la izquierda y los números a la derecha:

$$6x - \underline{6} = 6x - 6$$

$$6x - 6x = -6 + 6$$

Sumamos los monomios:

$$6x - 6x = -6 + 6$$

$$0 = 0$$

Hemos obtenido una igualdad que siempre se cumple: 0 = 0. Esto significa que la ecuación se cumple siempre, independientemente del valor de x. Por tanto, la





ecuación tiene infinitas soluciones (x puede ser cualquier número y hay infinitos números). Se puede expresar como "x es cualquier real",  $x \in R$  (x pertenece al conjunto de los reales)

e) Ecuación con paréntesis anidados: 
$$2-(3-2(x+1))=3x+2(x-(3+2x))$$

Primero eliminaremos los paréntesis exteriores. Empezamos por el de la izquierda. Este paréntesis tiene un signo negativo delante, por lo que cambiamos el signo a sus sumandos. Uno de los sumandos es otro paréntesis:

$$2-(3-2(x+1))=3x+2(x-(3+2x))$$

$$2-3+2(x+1)=3x+2(x-(3+2x))$$

Eliminamos el paréntesis que queda en la izquierda multiplicando por 2:

$$2-3+2(x+1)=3x+2(x-(3+2x))$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad$$

Sumamos los números en el lado izquierdo para simplificar:

$$\frac{2-3+2x+2=3x+2(x-(3+2x))}{1+2x=3x+2(x-(3+2x))}$$

Eliminamos el paréntesis exterior de la derecha multiplicando sus sumandos por 2:

$$1+2x=3x+2(x-(3+2x))$$

$$1+2x=3x+2x-2(3+2x)$$

Eliminamos el paréntesis que queda multiplicando por 2 y cambiando los signos:

$$1+2x=3x+2x-2(3+2x)$$

$$1+2x=3x+2x-6-4x$$

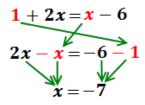
Sumamos los monomios en el lado derecho:





$$1+2x = \frac{3x+2x-6-4x}{1+2x = \frac{x}{x}-6}$$

Pasamos las "X" a la izquierda, los números a la derecha y simplificamos:



Por tanto, la solución es x = -7.



## Conclusión

Una ecuación es una igualdad matemática entre dos expresiones, denominadas miembros y separadas por el signo igual, en las que aparecen elementos conocidos o datos, desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas.

Los valores conocidos pueden ser números, coeficientes o constantes; también variables o incluso objetos complejos como funciones o vectores, los elementos desconocidos pueden ser establecidos mediante otras ecuaciones de un sistema, o algún otro procedimiento de resolución de ecuaciones. Las incógnitas, representadas generalmente por letras, constituyen los valores que se pretende hallar.

Las ecuaciones son de mucho valor y utilidad para resolver problemas de la vida diaria, problemas de finanzas, economía, de estadística, de ingeniería, de medicina, de química, física, etc. Y de cualquier otra área social donde haya que relacionar una igualdad, una incógnita y datos conocidos.





## Bibliografía

<ul> <li>http://www.madrimasd.org/cienciaysociedad/resenas/ens ayos/resena.asp?id=497</li> </ul>	15 / 02 / 2017
https://www.matesfacil.com/ESO/Ecuaciones/resueltos- ecuaciones-ec.html	15 / 02 / 2017
<ul> <li>http://www.uv.es/lonjedo/esoProblemas/3eso6ecuaciones</li> <li>1grado.pdf</li> </ul>	15 / 02 / 2017
<ul> <li>http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales _didacticos/EDAD_2eso_ecuaciones/2esoquincena6.pdf</li> </ul>	15 / 02 / 2017



