

# Análisis de algoritmos 2022-1

## Tarea 7.

Fecha de entrega: 10 de diciembre de 2021.

### 1. Tarea

1. 10pt. El problema de, dada una gráfica dirigida,  $G = (V, A)$  y dos vértices  $s$  y  $t$  de la misma, determinar la longitud de la trayectoria más larga de  $s$  a  $t$  es un problema en general muy difícil. Pero si la gráfica es suficientemente simple, podemos resolver el problema de forma eficiente. En particular podemos si la gráfica pertenece a la siguiente familia.

Una gráfica dirigida es *ordenable* si sus vértices se pueden indexar de tal forma, que toda flecha de la gráfica apunta de un vértice de índice menor a uno de índice mayor (es decir, para todos  $i < j$ , si  $v_i$  y  $v_j$  se conectan por una flecha, esta vá de  $i$  a  $j$ , y no al revés).

Considera el problema de, dada una gráfica dirigida  $G = (V, A)$  ordenable de  $n$  vértices:  $v_1, \dots, v_n$ , ya *ordenada* (es decir, la etiquetación de los vértices ya cumple la propiedad de que toda flecha va de un vértice a otro con índice mayor), calcular la tráyectoria más larga del vértice  $v_1$  al vértice  $v_n$ . Dá una solución de complejidad  $O(|V| + |A|)$  para este problema, usando programación dinámica.

- a) 3pt. Propón un algoritmo recursivo (de complejidad exponencial) que resuelva el problema, en su versión de cálculo del valor óptimo, pero no de la estructura óptima. Analiza su corrección y su complejidad.
- b) 3pt. Propón la versión recursiva con memorización del ejercicio anterior. Analiza su corrección y complejidad.
- c) 3pt. Propón la versión iterativa de programación dinámica del algoritmo anterior. Analiza su corrección y complejidad.
- d) 1pt. Propón el algoritmo que, a partir de la tabla generada por el algoritmo anterior, calcula una trayectoria óptima (los algoritmos anteriores calculan sólo su valor).