

# Analisis de algoritmos 2022-1

## Tarea 4

Fecha de entrega: viernes 19 de noviembre de 2021

1. 10pt. Sea  $S = s_1, s_2, \dots, s_n$  una secuencia de  $n$  elementos. Decimos que la pareja  $s_i, s_j$  está *ordenada* si  $i < j$  y  $s_i \leq s_j$ . Por ejemplo, en la secuencia 2, 3, 5, 1, 3, el número 2 forma parejas ordenadas con los números 3, 5 y 3; el primer 3 forma parejas ordenadas con los números 5 y (el segundo) 3.

Problema (número de parejas ordenadas). Entrada: una secuencia  $S$  de  $n$  elementos. Salida: el número de parejas ordenadas en  $S$ . Es evidente que el problema se puede resolver por fuerza bruta en tiempo  $O(n^2)$ . Da un algoritmo que lo resuelva en tiempo  $O(n \log n)$ . Instancias de ejemplo. Entrada: 2, 3, 3. Salida: 3. Entrada: 1, 6, 3, 2. Salida: 3.

Escribe el algoritmo, analiza su complejidad y justifica que el algoritmo es correcto.

Tip: la clave es observar que, si ordenas los primeros  $n/2$  elementos (parte inicial de la secuencia), y aparte ordenas el resto de los elementos (parte final de la secuencia), entonces, (con una variante del algoritmo de fusión de arreglos ordenados), puedes calcular en tiempo  $O(n)$  el número de parejas ordenadas tal que uno de los elementos de la pareja pertenece a la parte inicial, y el otro es un elemento de la parte final.

### 0.1 Rubrica por problema

Delimitar explícitamente cada sección.

1. Algoritmo: 3pts
2. Análisis de corrección: 3pts
3. Análisis de complejidad: 3pts
4. Claridad en la escritura: 1pt