UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
Sistemas Nebulosos

Trabalho Prático 1 - Fuzzy C Means

Artur Soares Bezerra de Mello
Matrícula: 2013030392

Introdução

Agrupar informações é uma aplicação muito utilizada em análise de dados. Analisar agrupamenos é utilizar ferramentas que selecionam diferentes conjuntos de dados em respectivos grupos de acordo com sua proximidade, definida por alguma regra. No caso de essas regras não serem binárias (ou a amostra pertence, ou não pertence ao grupo), temos um caso de lógica fuzzy, onde cada amostra estará contida com certo grau de pertinência nos grupos. O presente trabalho analisa a implementação do algoritmo Fuzzy C Means no agrupamento de dados, e realiza a segmentação de imagens, que é uma das aplicações práticas do algoritmo [1].

Fuzzy C Means

O algoritmo Fuzzy C Means (FCM) particiona um conjunto de dados em C grupos, determinando o centroide de cada um desses grupos. A distância euclidiana, transformada pelo algoritmo, de cada um dos pontos dessas amostras definem o grau de pertencimento destes pontos a cada grupo $c_i \in$ C.

A classificação de cada amostra x_i deve obedecer à restrição de grau de pertencimento u_{ij} abaixo:

$$\sum_{j=1}^{C} u_{ij} = 1 \forall j \in 1, 2, ..., c \tag{1}$$

Este é um problema de otimização, e, portanto, sua função objetiva pode ser expressa como a minimização da função de custo dada por:

$$\sum_{i=1}^{c} J_i = \sum_{i=1}^{c} \sum_{j=1}^{n} u_{ij}^m d_{ij}^2 \tag{2}$$

em que $u_{ij} \in U$ é o grau de pertencimento da j-ésima amostra ao i-ésimo *cluster* e d_{ij} é a distância euclidiana entre a amostra e o centroide calculado do *cluster*. O expoente m é um peso atribuído ao grau de pertencimento, deve ser maior que 1, e normalmente se escolhe $m = 2$, que foi o caso para este trabalho.

Logo, com a análise do problema de otimização na função de custo acima, tem-se que as condições para minimizar o custo, são necessários os cálculos dos centroides de cada grupo e da matriz de pertencimento, ou seja, dos graus de pertencimento de cada amostra para cada um dos grupos:

$$c_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} u_{ij}^m x_j}{\sum_{j=1}^{n} u_{ij}} \tag{3}$$

$$u_{ij} = \frac{1}{(\sum_{k=1}^{c} (\frac{d_{ij}}{d_{kj}}))^{\frac{2}{m-1}}} \tag{4}$$

onde c_i é o centroide do *cluster* **i**, calculado como a média ponderada de todas as amostras com o peso de seus graus de pertencimento para a amostra **j**. Já u_{ij} é o grau de pertencimento atualizado da amostra **j** ao *cluster* **i**, calculado utilizando a distância euclidiana do ponto da amostra ao centroide do *cluster*.

O algoritmo então inicializa a matriz de graus de pertencimento U com valores aleatórios entre 0 e 1, calcula os centroides de cada cluster, atualiza a matriz de graus de pertencimento com as distâncias novas do centroide aos dados das amostras. O algoritmo para quando a diferença entre os resultados de duas iterações subsequentes praticamente se anulam ($\eta <= 0.0005$) e o número de iterações máximo (30) é atingido.

O algoritmo FCM não garante convergência para a solução ótima global em todos os testes, e a localização inicial dos centroides é determinante para o seu desempenho.

Implementação e validação do FCM

Para validar o algoritmo FCM, foi fornecido um arquivo com dados amostrados aleatoriamente (fcm_dataset.mat). O resultado do agrupamento a partir do algoritmo implementado pode ser visto na figura abaixo:

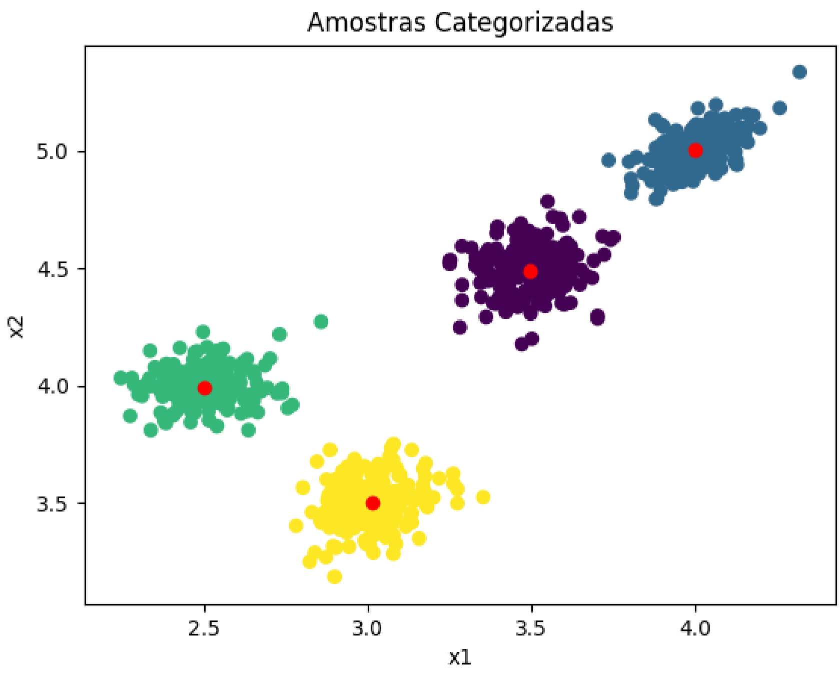


Figura 1: Clusters calculados utilizando o algoritmo FCM a partir de amostras aleatórias fornecidas.

O resultado acima demonstra que o algoritmo teve sucesso em caracterizar os agrupamentos de forma coerente com o esperado. O desempenho pode ser medido a partir de uma sequência de chamadas do FCM para a caracterização dos dados.

Assim, rodando o algoritmo por 100 vezes, foi possível obter uma média de iterações de convergência, ou seja, em quantas iterações a condição de parada do algoritmo era atingida. A convergência foi alcançada, em média, em 11.87 iterações.

Ao comparar o resultado acima com o algoritmo K Means, que não utiliza lógica fuzzy, e sim um agrupamento "binário"(um dado pertence ou não a um determinado grupo), é possível perceber que amobs têm sucesso em se conseguir clusters coerentes. O K Means convergiu com aproximadamente o mesmo número médio de iterações.

0.1 Segmentação de imagens utilizando FCM

A partir do algorimto FCM, dado que este é um algoritmo de clusterização, ou seja, de agrupamento de dados, é possível segmentar imagens digitais.

Imagens são compostas por pixels que possuem componentes RGB, que definem a cor do pixel. Assim, é possível analisar cada ponto da imagem, e, utilizando o FCM, determinar um agrupamento para se conseguir uma imagem com agrupamentos mais fixados de cores.

Para o experimento de segmentação de imagens, proposto, foram definidos, empiricamente, 8 *clusters* para servirem de base de agrupamento para as imagens. Abaixo, seguem os resultados das 11 imagens que foram dadas para experimento, segmentadas.

(a) Imagem de teste.

(b) Imagem Segmentada

Figura 2: Imagem photo001

(a) Imagem de teste.

(b) Imagem Segmentada

Figura 3: Imagem photo002

(a) Imagem de teste.

(b) Imagem Segmentada

Figura 4: Imagem photo003

(a) Imagem de teste.

(b) Imagem Segmentada

Figura 5: Imagem photo004

(a) Imagem de teste. (b) Imagem Segmentada

Figura 6: Imagem photo005

(a) Imagem de teste. (b) Imagem Segmentada

Figura 7: Imagem photo006

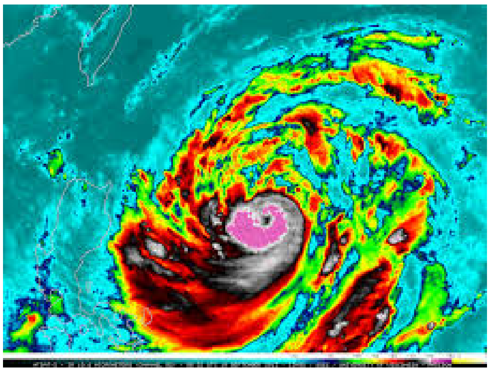
(a) Imagem de teste. (b) Imagem Segmentada

Figura 8: Imagem photo007

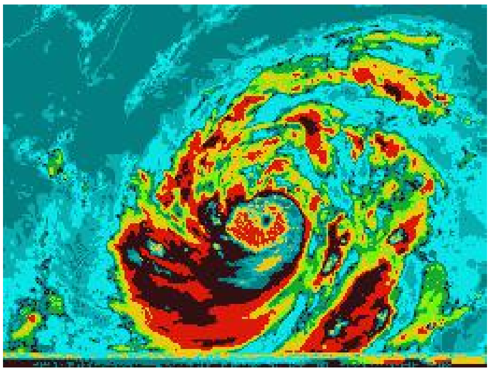
(a) Imagem de teste.

(b) Imagem Segmentada

Figura 9: Imagem photo008

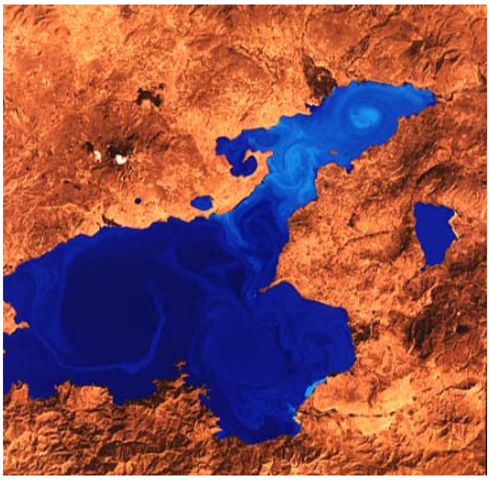


(a) Imagem de teste.

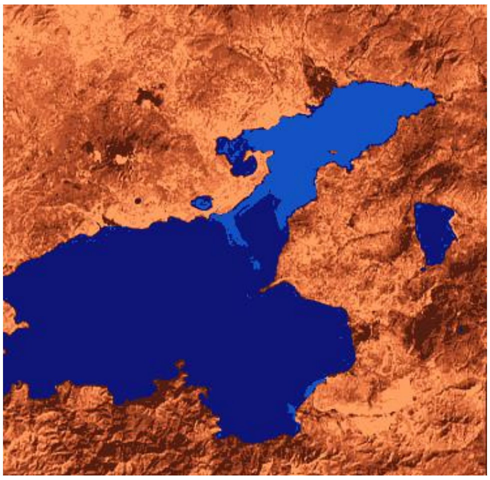


(b) Imagem Segmentada

Figura 10: Imagem photo009



(a) Imagem de teste.



(b) Imagem Segmentada

Figura 11: Imagem photo010

(a) Imagem de teste.

(b) Imagem Segmentada

Figura 12: Imagem photo011

Podemos observar, portanto, que a segmentação consegue agrupar os pixels com cores similares em grupos "discretos". É interessante denotar que algumas imagens segmentadas tiveram maior similaridade com sua respectiva original, e isso se deve à menor variedade de cores na imagem, o que favoreceu o fato de o número máximo de *clusters* ter sido igual a 8. Como este é um valor arbitrário, o algoritmo permite uma maior ou menor resolução na imagem gerada após a segmentação por agrupamento.

Referências

[1] J.S.R. Jang, C.T. Sun, and E. Mizutani. *Neuro-fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence.* MATLAB curriculum series. Prentice Hall, 1997.