

Exercício 1

Artur Soares Bezerra de Mello (2013030392)

1 Simulações do Exemplo 1.4

O exemplo 1.4 do capítulo 1 do livro apresenta um sistema de instalação de bombeamento de água. Tendo as condições iniciais do sistema sido descritas no livro, e utilizando os códigos fornecidos para a realização do exercício, foram realizadas algumas simulações, como seguem a seguir as figuras e alguns comentários.

As primeiras figuras (figuras 1, 2 e 3) são o resultado da simulação com uma sintonia na constante de tempo do modelo. Variando a constante é possível observar que o modelo se comporta de forma mais lenta ou mais rápida do que o resultado obtido pela captura de dados reais do sistema. Assim, foi preciso sintonizar a constante em um valor de 0.4 para se obter um resultado satisfatório para o modelo.

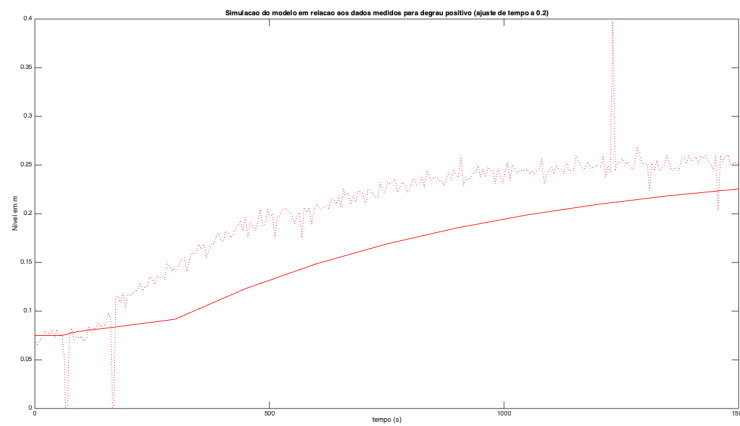


Figura 1: Resultado da simulação com constante de tempo ajustada para $h_{sintonizado} = 0.2h$.

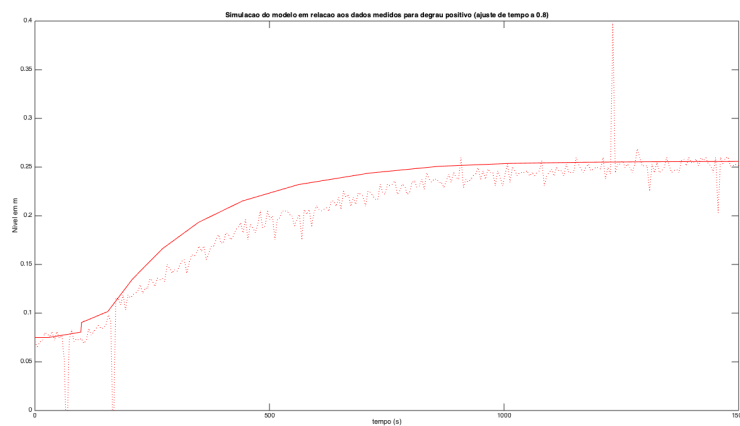


Figura 2: Resultado da simulação com constante de tempo ajustada para $h_{sintonizado} = 0.8h$.

É possível perceber que a última figura apresenta um modelo satisfatório para os resultados obtidos.

Agora, ajustando o ganho do modelo, é possível obter diferentes níveis finais de água. Essa sintonia também é realizada para se garantir um modelo que se aproxima bem dos dados obtidos por medição direta no sistema real. As figuras abaixo demonstram valores obtidos para diferentes ganhos, com valores iniciais e finais da entrada em degrau sendo alterados.

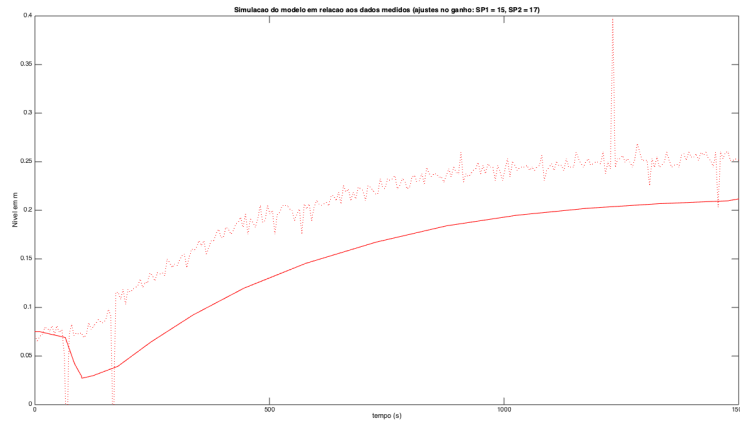


Figura 3: Resultado da simulação com ajuste no ganho para $SP1 = 15$ e $SP2 = 17$.

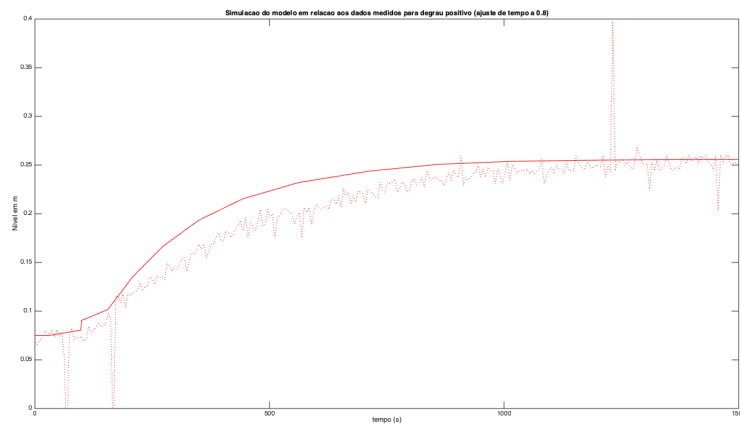


Figura 4: Resultado da simulação com ajuste no ganho para $SP1 = 16.34$ e $SP2 = 18$.

Por fim, o modelo foi ajustado para seguir o conjunto de dados de referência, onde se chegou ao resultado abaixo, com a figura a seguir.

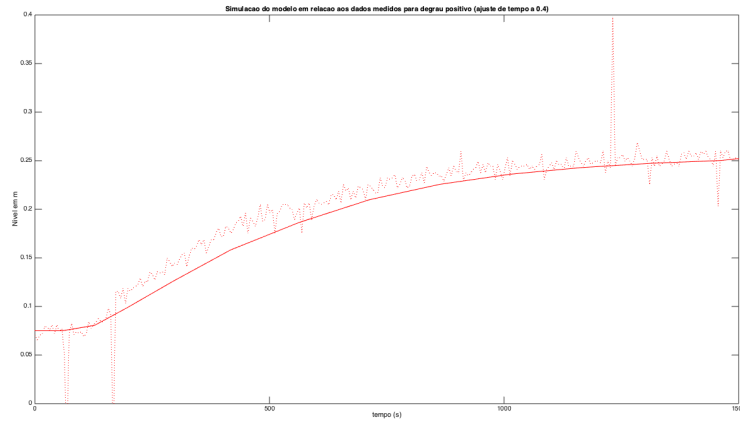


Figura 5: Resultado da simulação do modelo satisfatório.

O valor da constante de tempo a que se chegou foi $h_{sintonizado} = 0.4h$ e $SP1 = 16.34$ para o patamar inferior e $SP2 = 17.05 \times 1.012$ para o patamar superior.

2 Exercício 1.8

O exercício 1.8 propõe a simulação e modelagem de um sistema não-linear (as equações não obedecem à definição de linearidade de uma função - termos quadráticos dependentes do tempo), dinâmico (varia com o tempo), a parâmetros concentrados, pois não se deslocam no espaço, e o modelo de sistemas de equações diferenciais é contínuo. Além disso, o modelo é autônomo, multivariável, determinístico e paramétrico.

Simulação do modelo contínuo - Sistema de Equações Diferenciais

Ao simular o sistema de equações diferenciais dado no exercício, utilizando o MATLAB®, e com populações iniciais normalizadas com os valores:

- Presas: 1.0;
- Predadores Especialistas: 0.85;
- Predadores Generalistas: 0.7;

Esses dados foram definidos baseando-se na premissa de que normalmente há uma quantidade maior de presas do que predadores, o que é comum na natureza em equilíbrio.

O resultado da simulação é mostrado no gráfico a seguir, com intervalo de tempo de simulação definido como $t_f = 300$.

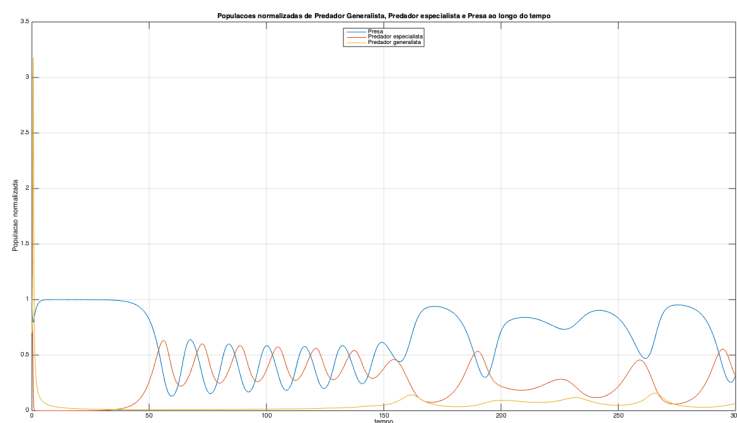


Figura 6: Resultado da simulação do modelo de equações diferenciais.

O resultado demonstra uma grande alta na quantidade de predadores generalistas (maior opção de alimentos no ambiente), mas que logo se reduz bastante, por haver uma baixa na quantidade de suas presas, e por ele depender mais da quantidade de predadores especialistas. Estes, por sua vez, tem alta quantidade de oferta, mas se reduzem bem pelo fato de serem também presas do predador generalista. Por sua vez, as presas têm uma baixa no início, mas se recuperam em seguida, por conta de seus predadores serem reduzidos com o tempo.

É importante notar que, com o passar do tempo, o número de predadores generalistas se reduz bastante, devido aos parâmetros que definem sua queda de população, e à relação direta com a população de predadores especialistas. Além disso, mais interessante observar a relação inversa na periodicidade da população de presas e predadores especialistas. É possível inferir que isso se deve ao fato de que uma menor oferta de presas reduz a quantidade de predadores, que, se reduzido, por sua vez causam o aumento natural na população de presas.

A figura abaixo mostra essa relação periódica no número de presas e predadores especialistas.

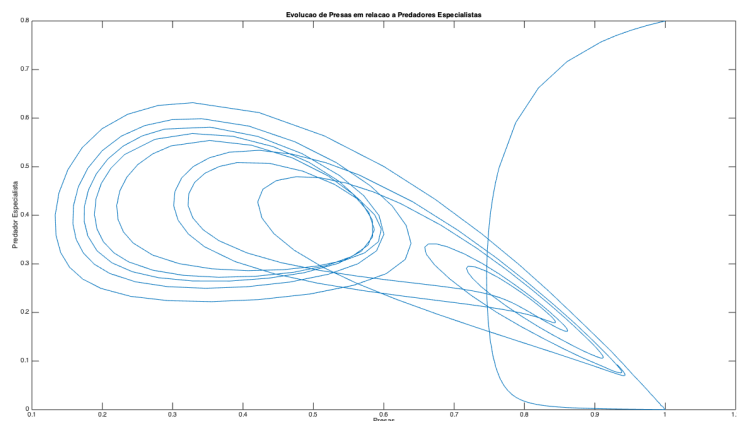


Figura 7: Relação direta entre presas e predadores especialistas.

Simulação do modelo baseado em dados

O modelo baseado em dados foi mostrado no exercício. Sua modelagem foi transportada para o MATLAB®, porém as condições iniciais do exercício são insuficientes para se realizar a simulação. Assim, foram escolhidos 8 valores no intervalo entre $t = 160$ e $t = 260$ para se obter 8 condições iniciais. O gráfico abaixo demonstra a relação entre os resultados obtidos pelo primeiro modelo, em laranja, e pelo segundo modelo, em azul. Foram necessários ajustes finos no primeiro modelo, como um ajuste de "ganho" populacional de 0.25 para cada ponto do modelo.

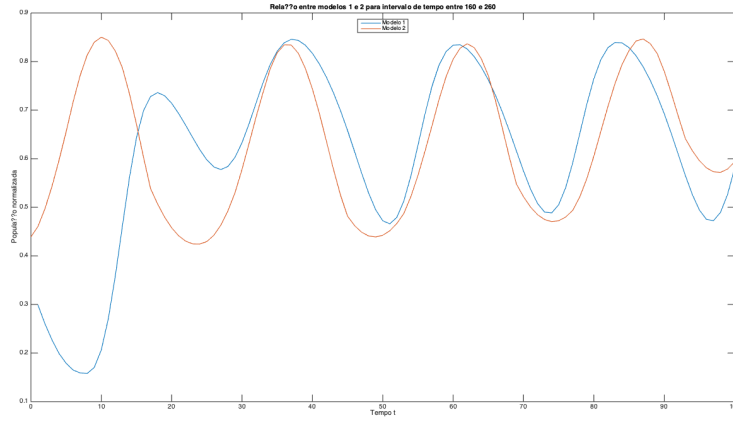


Figura 8: Relação entre simulações do modelo a equações diferenciais e o modelo 2 apresentado.

3 Exercício 2.1

O exercício se trata da modelagem e simulação de um circuito RLC série, dado no exemplo 2.2.1 do livro.

3.1 ex. 2.1.1

A função de transferência do circuito com relação entre a entrada do sistema, $v(t)$, e a saída, que é a tensão medida no capacitor $v_c(t)$, pode ser obtida através da transformação da equação 2.5 utilizando-se da equação 2.4, ambas dadas no exemplo 2.2.1 do livro:

$$\begin{cases} I(s) = CV(s)s \\ \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{Cs}{CLs^2 + RCs + 1} \end{cases}$$

Temos, assim, a função de transferência $\frac{V_c(s)}{V(s)}$:

$$\frac{V_c(s)}{V(s)} = \frac{1/LC}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

3.2 ex. 2.1.2

Dados $R = 100, C = 1 \times 10^{-6} \text{e} L = 1 \times 10^{-3}$ temos a função de transferência para a relação entre corrente e tensão, e para a relação entre entrada e saída de tensão do sistema. Os polos de cada uma das funções podem ser vistos nos gráficos abaixo:

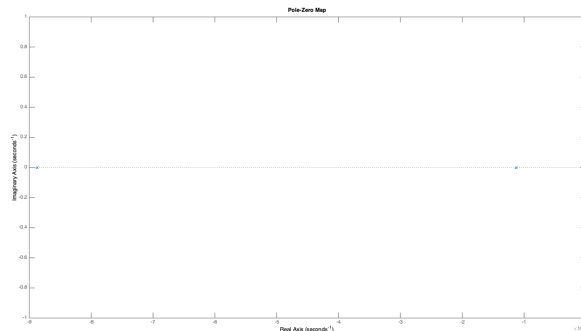


Figura 9: Diagrama de polos para $\frac{V_c(s)}{V(s)}$.

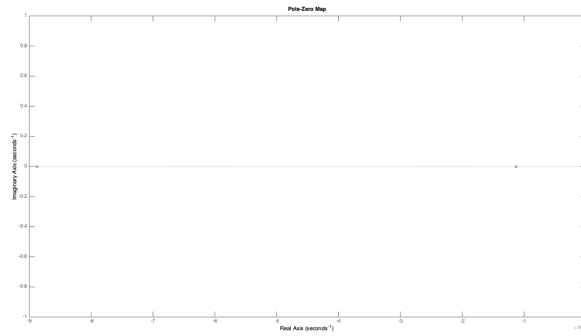


Figura 10: Diagrama de polos e zeros para $\frac{I(s)}{V(s)}$.

Nota-se que, para a função de transferência $\frac{I(s)}{V(s)}$, há um zero localizado na origem. Os polos de ambas as funções se encontram no mesmo local: -1.1270×10^4 e -8.8730×10^4 .

3.3 ex. 2.1.3

Abaixo, os gráficos de simulações de respostas ao impulso, ao degrau e à rampa unitários para as duas funções de transferência ($\frac{I(s)}{V(s)}$ e $\frac{I(s)}{V(s)}$).

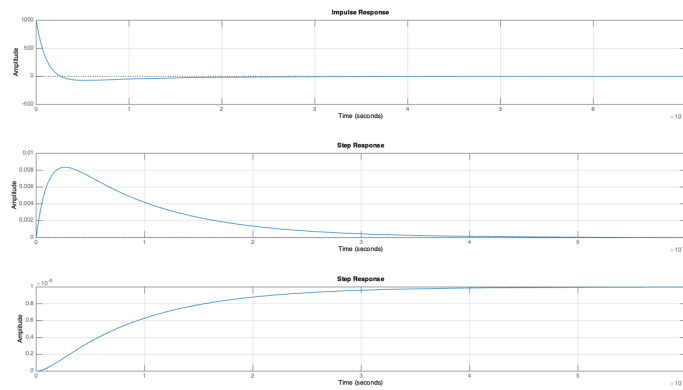


Figura 11: Respostas ao impulso, degrau e rampa unitários para $\frac{I(s)}{V(s)}$.

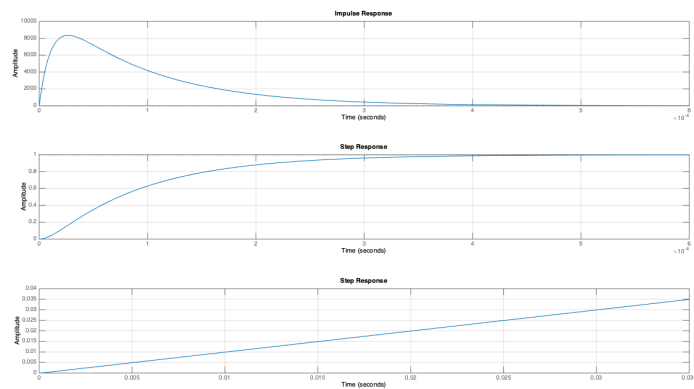


Figura 12: Respostas ao impulso, degrau e rampa unitários para $\frac{I(s)}{V(s)}$.

3.4 ex. 2.1.4

Para esta seção, o exercício pede a resposta de ambas as funções de transferência para a entrada $u(t) = 170\cos(2\pi 60t)$. O resultado está nas figuras a seguir. Como a resposta para a relação entre corrente e tensão é muito baixa, tem-se um gráfico dedicado à resposta desse modelo.

3.5 ex. 2.1.5

A resposta em frequência do sistema é dada pelo gráfico abaixo:

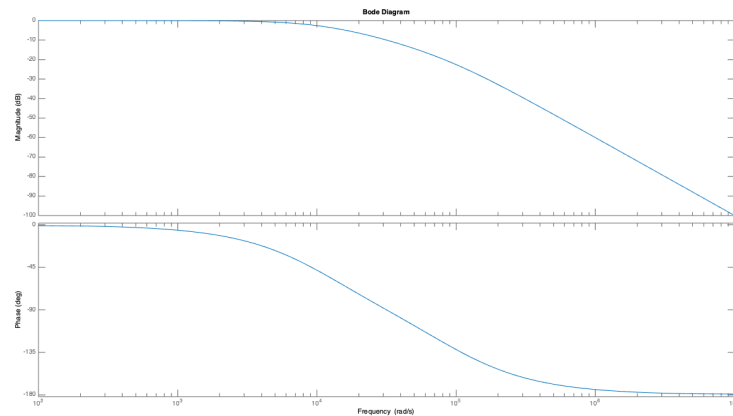


Figura 13: Respostas em frequência do sistema.

3.6 ex. 2.1.6, 2.1.7 e 2.1.8

O valor final de corrente para a resposta ao degrau unitário será 0A, pois quando a tensão de entrada fica constante (1V no degrau unitário, por exemplo), o regime permanente faz com que o capacitor fique carregado e abra o circuito, ou seja, a corrente circulando passa a ser nula.

O valor final de tensão no capacitor para uma entrada em degrau unitário é igual à tensão de entrada, e, neste caso, é 1V, para um degrau de 1V.

3.7 ex. 2.1.9

No sistema $\frac{I(s)}{V(s)}$, há um zero na origem. O zero é um fator derivador, e, como a tensão final no sistema $\frac{V_C(s)}{V(s)}$ é constante, o zero sendo derivativo faz com que a corrente seja anulada com o tempo.

3.8 ex. 2.1.10

A resposta natural do sistema nas condições dadas é:

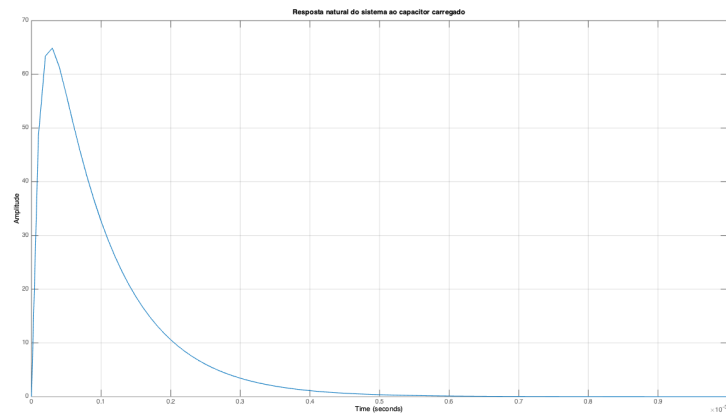


Figura 14: Resposta natural do sistema com entrada nula e capacitor carregado.

3.9 ex. 2.1.11

A resposta natural do sistema nas condições dadas é:

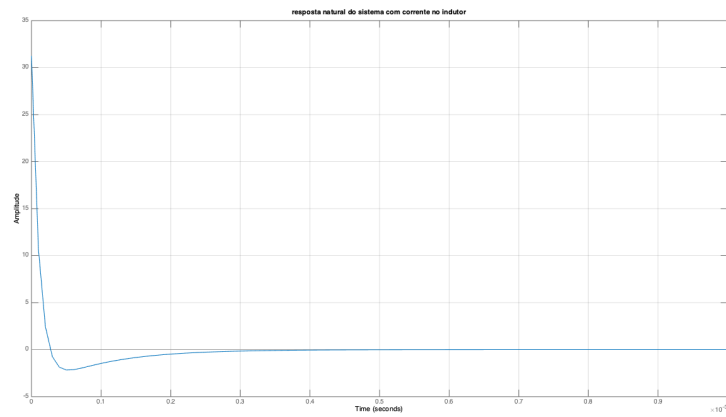


Figura 15: Resposta natural do sistema com corrente inicial no indutor, e capacitor descarregado.

Vê-se que o circuito RLC série com os parâmetros descritos é sobreamortecido.