

República Bolivariana de Venezuela  
Universidad Simón Bolívar  
Departamento de Cómputo Científico y Estadística

# INFORME PROYECTO 2

Materia:  
CO3211 - Cálculo Numérico  
Prof. Saul Buitrago

Alumno:  
Arturo Yepez 15-11551

Sartenejas, 3 de Enero de 2019

## Informe Proyecto 2

En el actual proyecto se realiza una aproximación a la longitud de la línea de la costa de la Península de Paraguaná utilizando el método de Interpolación a Trozos, también denominado Spline; que consiste en la división de la aproximación en segmentos y cada uno de estos corresponderá su propio polinomio de aproximación. Se dice que es un Spline Cúbico si satisface el siguiente teorema

**Definición.** Dada una función  $f$  definida en  $[a, b]$  y un conjunto de números, los cuales denominaremos los nodos,  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ , un **spline cúbico**  $S$  para  $f$  es una función que satisface las condiciones

- a)  $S$  es un polinomio de grado  $\leq 3$ , denotado por  $S_j$  en el intervalo  $[x_j, x_{j+1}]$  para cada  $j = 0, 1, \dots, n-1$
- b)  $S(x_j) = f(x_j)$  para cada  $j = 0, 1, \dots, n$
- c)  $S_{j+1}(x_{j+1}) = S_j(x_{j+1})$  para cada  $j = 0, 1, \dots, n-2$
- d)  $S'_{j+1}(x_{j+1}) = S'_j(x_{j+1})$  para cada  $j = 0, 1, \dots, n-2$
- e)  $S''_{j+1}(x_{j+1}) = S''_j(x_{j+1})$  para cada  $j = 0, 1, \dots, n-2$
- f) se satisface una del siguiente conjunto de condiciones de frontera
  - i.  $S''(x_0) = S''(x_n) = 0$  (frontera libre)
  - ii.  $S'(x_0) = f'(x_0)$  y  $S'(x_n) = f'(x_n)$  (frontera amarrada)

En el caso (i)  $S$  se denomina spline cúbico natural.

Es muy práctica la utilización de este método de interpolación porque da a lugar resultados similares requiriendo solo el uso de polinomios de grados bajos, evitando así las oscilaciones que puedan surgir con polinomios de grados elevados, y así se aproximan con mayor fidelidad formas complicadas.

Como mencionado con anterioridad, buscamos ajustar las curvas de las líneas de las costas de la Península de Paraguaná, que se nos presenta como una forma sencilla y no como una función. Dada la complejidad de la misma figura en sí, se decide trabajar separando el recorrido en varios tramos donde a cada uno de estos se le generará un spline para su ajuste de curvas. El conjunto de todas las curvas generadas por todos los splines deberían de generar la Península de Paraguaná, con lo que podremos avanzar al siguiente punto.

Una vez obtenida la Península como una sola “función” gracias a los splines, utilizamos la conocida forma para calcular la longitud de un arco de curva dada por:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$$

Donde nuestros  $f(x)$  pasan a ser los segmentos de los splines. Dividiendo el problema original en este conjunto de partes, podemos proceder a encontrar todas las partes.

Lo primero que hacemos es trabajar en las funciones para los procedimientos standard:

- SplineCubico: como dice el nombre es la encargada que dado una serie de puntos por el que se guía la forma de la figura y en base a eso retorna una función de interpolación a trozos que cumple con la característica de ser un spline cúbico. El procedimiento para la implementación de esta función corresponde al que se puede encontrar en el algoritmo 3.4 y 3.5 del Burden-Faires “Análisis Numérico” para la creación de splines cúbicos de frontera libre y frontera amarrada.
- Horner: es la misma función de Horner implementada con anterioridad, con el detalle de que adapta algunos parámetros de entrada para poder evaluar los valores en los Splines.
- LongitudArco: corresponde a una función que se encarga de calcular la ecuación expresada más arriba. Su implementación está restringida para ser usada con splines cúbicos, ya que fuerza los valores de la derivada por siempre tener la misma forma de manera que solo sustituye valores de coeficientes que se le pasan en la entrada en la forma de la derivada. La función quad se encarga de calcular la integral y evaluarla en los límites A y B.

Básicamente estas son las únicas dos funciones necesarias para la implementación completa de todo el proyecto, que se fundamenta en los archivo “ContornoCosta.m” y “LongitudLineaCosta.m” que explicaremos a continuación:

El primer archivo contiene una estructura que se encarga, dado todos los tramos del recorrido se encarga de generar todos los Splines Cúbicos a partir de la extracción de puntos de las imágenes de la península con ayuda de la función que obtuvimos con el enunciado y acto seguido, los evalúa con Horner en el intervalo correspondiente al polinomio para obtener los puntos por donde pasa la función de forma que grafica los puntos del spline con la función plot integrada. Este procedimiento se repite por cada tramo de recorrido en la península. Nuestro resultado final es la aproximación con spline de la propia península.

En “LongitudLineaCosta.m” dados los mismos splines calculados con anterioridad procedemos a comenzar una variable denominada longitud en 0 y le vamos sumando la longitud de todos los tramos con la función dedicada a eso mientras se va cambiando los distintos splines. Al final de todo, como el resultado obtenido en esa variable tiene unidades de longitud en píxeles se procede a transformar el resultado utilizando la regla de 3 que se propuso con el enunciado del proyecto: 10 km equivalen a 66 píxeles.

En materia de resultados, los dos resultados obtenidos en los ejercicios corresponden a los valores esperados en el rango de posibilidades:

- “ContornoCosta.m” nos devuelve una gráfica que hace una aproximación más que decente y concuerda en su mayoría con la imagen obtenida de los datos iniciales.

- Se tiene estimado que la línea de la costa de la Península de Paraguaná posee alrededor de 250 km, resultado que es congruente con el obtenido en el actual proyecto.

De toda la implementación del proyecto se puede observar y concluir que, el método utilizado para obtener la longitud de la línea de la costa mediante la obtención de funciones con el uso del método de Interpolación a Trozos puede resultar muy beneficioso para obtener muy buenas aproximaciones de valores según las formas, por muy complejas que sean, donde la técnica para una buena aproximación reside principalmente en el cuidado y correcta elección de puntos para la creación de los tramos del recorrido y posteriores splines.

Los únicos casos donde un spline cúbico no es la mejor herramienta para aproximaciones son con segmentos de pendientes muy inclinadas o directamente verticales que ocasionan la mayoría de errores en el sistema.