

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| - | 0 | , | 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

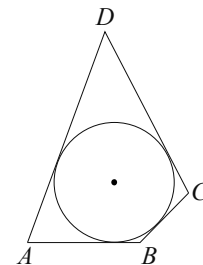
- 1** Найдите корень уравнения  $\log_4 (x - 4) = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 7 спортсменов из Германии и 9 спортсменов из США. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым будет выступать спортсмен из Германии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 10$ ,  $CD = 17$ . Найдите периметр четырёхугольника  $ABCD$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

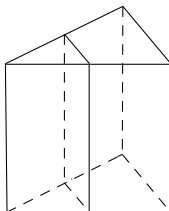
4

Найдите значение выражения  $\frac{14^{6,4} \cdot 7^{-5,4}}{2^{4,4}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

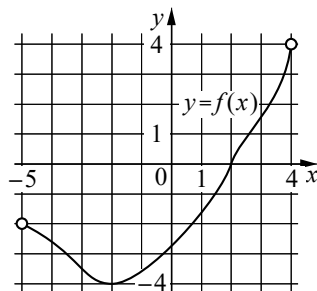
Через среднюю линию основания правильной треугольной призмы, объём которой равен 84, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём отсечённой треугольной призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 4)$ . Найдите корень уравнения  $f'(x) = 0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

7

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 299 МГц. Скорость погружения батискафа  $v$  (в м/с) вычисляется по формуле  $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$ , где  $c = 1500$  м/с — скорость звука в воде,  $f_0$  — частота испускаемых импульсов (в МГц),  $f$  — частота отражённого от дна сигнала (в МГц), регистрируемая приёмником. Определите частоту отражённого сигнала, если скорость погружения батискафа равна 5 м/с. Ответ дайте в МГц.

Ответ: \_\_\_\_\_.

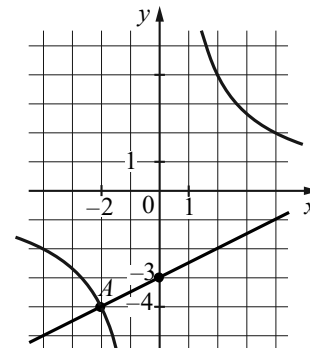
8

Имеется два сосуда. Первый содержит 40 кг, а второй — 25 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 36 % кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: \_\_\_\_\_.

9

На рисунке изображены графики функций видов  $f(x) = \frac{k}{x}$  и  $g(x) = ax + b$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Найдите наименьшее значение функции  $y = x\sqrt{x} - 9x + 25$  на отрезке  $[1; 50]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$16^{\sin x} - 6 \cdot 4^{\sin x} + 8 = 0.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$ .

- 13 Различные точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на окружности основания конуса с вершиной  $S$  так, что отрезок  $AB$  является её диаметром. Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен  $60^\circ$ .

- а) Докажите, что  $\cos \angle ASC + \cos \angle BSC = 1,5$ .

- б) Найдите объём тетраэдра  $SABC$ , если  $SC = 1$ ,  $\cos \angle ASC = \frac{2}{3}$ .

- 14 Решите неравенство  $1 + \frac{6}{\log_3 x - 3} + \frac{5}{\log_3^2 x - \log_3(27x^6) + 12} \geq 0$ .

- 15 15 декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1100 тысяч рублей на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг будет возрастать на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца ( $r$  — целое число);
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца с 1-го по 15-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
  - 15-го числа 15-го месяца долг должен быть равен 500 тысяч рублей;
  - к 15-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
- Найдите  $r$ , если известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет составлять 1228 тысяч рублей.

**16** В треугольнике  $ABC$  точки  $M$  и  $N$  лежат на сторонах  $AB$  и  $BC$  соответственно так, что  $AM : MB = CN : NB = 2 : 3$ . Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается отрезка  $MN$  в точке  $L$ .

а) Докажите, что  $AB + BC = 4AC$ .

б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если  $ML = \frac{9}{5}$ ,  $LN = 3$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy^2 - 3xy - 3y + 9)\sqrt{3-x} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

**18** Каждое из четырёх последовательных натуральных чисел, последние цифры которых не равны нулю, поделили на его последнюю цифру. Сумма получившихся чисел равна  $S$ .

а) Может ли  $S$  быть равной  $16\frac{5}{6}$ ?

б) Может ли  $S$  быть равной  $569\frac{29}{126}$ ?

в) Найдите наибольшее целое значение  $S$ , если каждое из исходных чисел было трёхзначным.



*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*