

- [Front matter](#)
  - [Generic otions](#)
  - [Bibliography](#)
  - [Pdf output format](#)
  - [l18n polyglossia](#)
  - [l18n babel](#)
  - [Fonts](#)
  - [Biblatex](#)
  - [Pandoc-crossref LaTeX customization](#)
  - [Misc options](#)
  - [Цель работы](#)
  - [Теоретическое введение](#)
  - [Выполнение лабораторной работы](#)
  - [Выводы](#)
  - [Список литературы{.unnumbered}](#)
- 

## Front matter

---

title: "Лабораторная работа 5" subtitle: "Модель хищник-жертва" author: "Бабенко Артём Сергеевич"

## Generic otions

---

lang: ru-RU toc-title: "Содержание"

## Bibliography

---

bibliography: bib/cite.bib csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

## Pdf output format

---

toc: true # Table of contents toc-depth: 2 lof: true # List of figures lot: true # List of tables  
fontsize: 12pt linestretch: 1.5 papersize: a4 documentclass: scrreprt

# l18n polyglossia

---

polyglossia-lang: name: russian options: - spelling=modern - babelshorthands=true  
polyglossia-otherlangs: name: english

# l18n babel

---

babel-lang: russian babel-otherlangs: english

# Fonts

---

mainfont: PT Serif romanfont: PT Serif sansfont: PT Sans monofont: PT Mono  
mainfontoptions: Ligatures=TeX romanfontoptions: Ligatures=TeX sansfontoptions:  
Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase monofontoptions:  
Scale=MatchLowercase,Scale=0.9

# Biblatex

---

biblatex: true biblio-style: "gost-numeric" biblatexoptions:

- parenttracker=true
- backend=biber
- hyperref=auto
- language=auto
- autolang=other\*
- citestyle=gost-numeric

# Pandoc-crossref LaTeX customization

---

figureTitle: "Рис." tableTitle: "Таблица" listingTitle: "Листинг" lofTitle: "Список иллюстраций" lotTitle: "Список таблиц" lolTitle: "Листинги"

## Misc options

---

indent: true header-includes:

- `\usepackage{indentfirst}`
- `\usepackage{float} # keep figures where there are in the text`
- `\floatplacement{figure}{H} # keep figures where there are in the text`

---

## Цель работы

Научиться строить график зависимости численности хищников от численности жертв, график изменения численности хищников и численности жертв при различных начальных условиях. Научиться находить стационарное состояние системы.

## Теоретическое введение

---

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников. Стационарное состояние системы (1) (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:  $x_0 = c/d$ ,  $y_0 = a/b$ . Если начальные значения задать в стационарном состоянии  $x(0)=x_0$ ,

$y(0)=y_0$ , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки.

## Выполнение лабораторной работы

---

Задание звучит следующим образом:

Вариант 3

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.14x(t) + 0.043x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.34y(t) - 0.031x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при

---

следующих начальных условиях:  $x_0 = 8$ ,  $y_0 = 13$ . Найдите стационарное состояние системы.

```
using Plots
using DifferentialEquations

a = 0.14
b = 0.043
c = 0.34
d = 0.031
x0 = 8
y0 = 13

function ode_fn(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = -a*u[1] + b * u[1] * u[2]
    du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
end

v0 = [x0, y0]
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
X = [u[1] for u in sol.u]
Y = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi=300,
    legend=false)

plot!(
    plt,
    X,
    Y,
    color=:blue)
```

Написал код на Julia: `savefig(plt, "lab05_1.png")`

Программа выдала следующие результаты: график зависимости численности хищников от численности жертв:

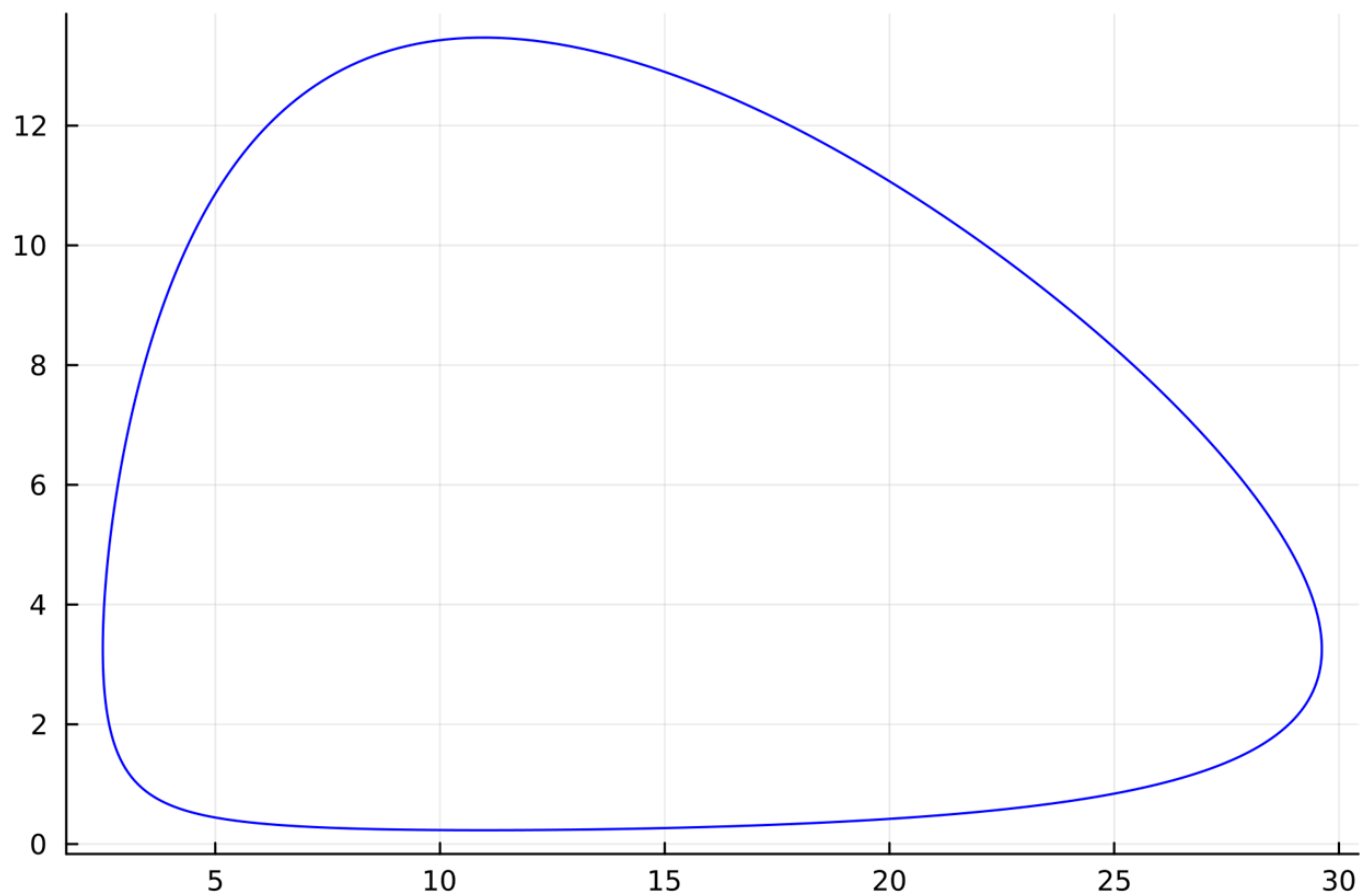
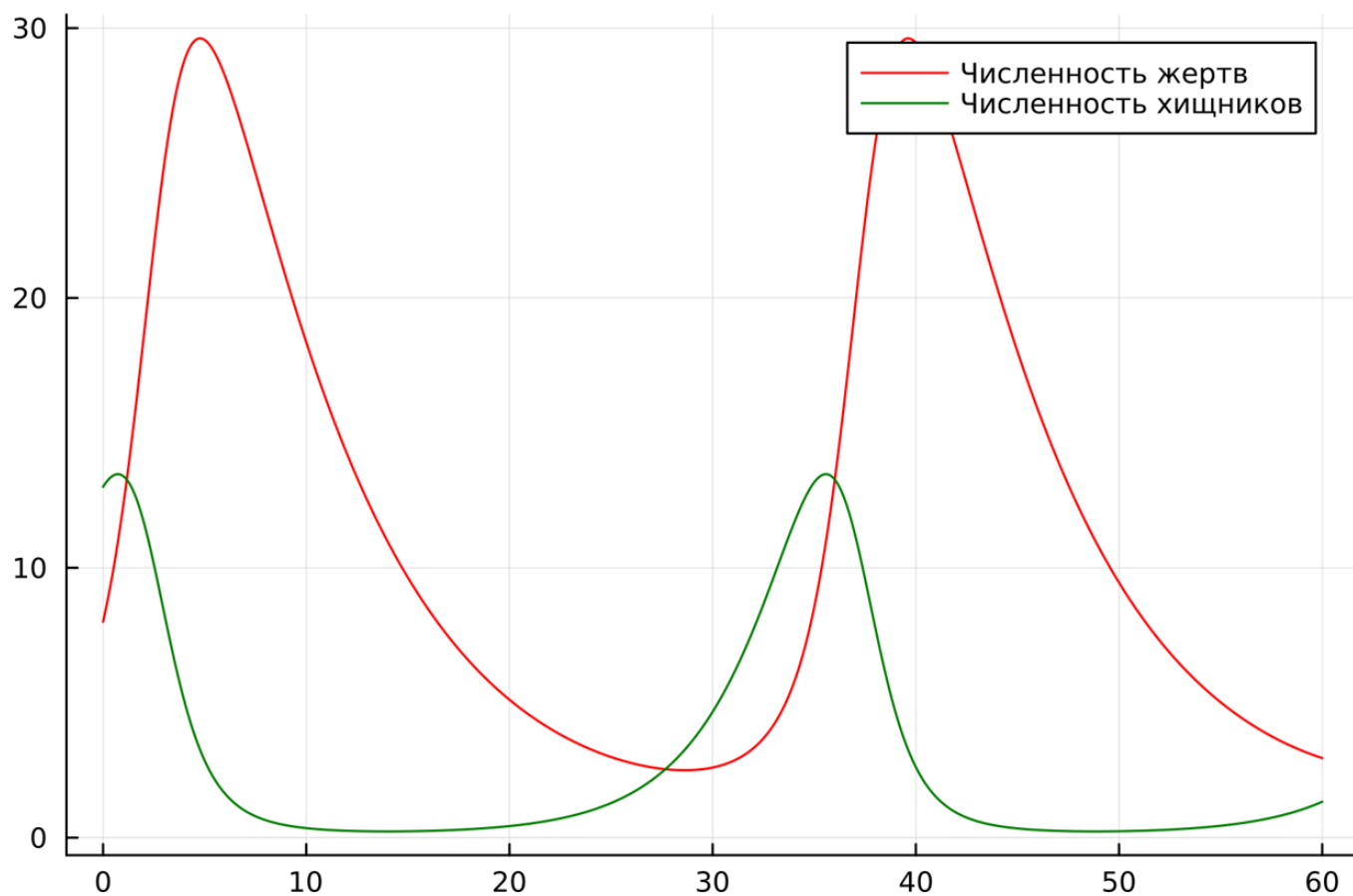


график изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях:



Код для определения стационарного состояния системы:

lab05\_3 – Блокнот

Файл Правка Формат Вид Справка

```
using DifferentialEquations
```

```
a = 0.14
```

```
b = 0.043
```

```
c = 0.34
```

```
d = 0.031
```

```
x0 = c / d
```

```
y0 = a / b
```

```
function ode_fn(du, u, p, t)
```

```
    x, y = u
```

```
    du[1] = -a*u[1] + b * u[1] * u[2]
```

```
    du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
```

```
end
```

```
v0 = [x0, y0]
```

```
tspan = (0.0, 60.0)
```

```
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
```

```
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
```

```
X = [u[1] for u in sol.u]
```

```
Y = [u[2] for u in sol.u]
```

```
T = [t for t in sol.t]
```

```
plt2 = plot(
```

```
    dpi=300,|
```

```
    legend=true)
```

```
plot!(
```

```
    plt2,
```

```
    T,
```

```
    X,
```

```
    label="Численность жертв",
```

```
    color=:red)
```

```
plot!(
```

```
    plt2,
```

```
    T,
```

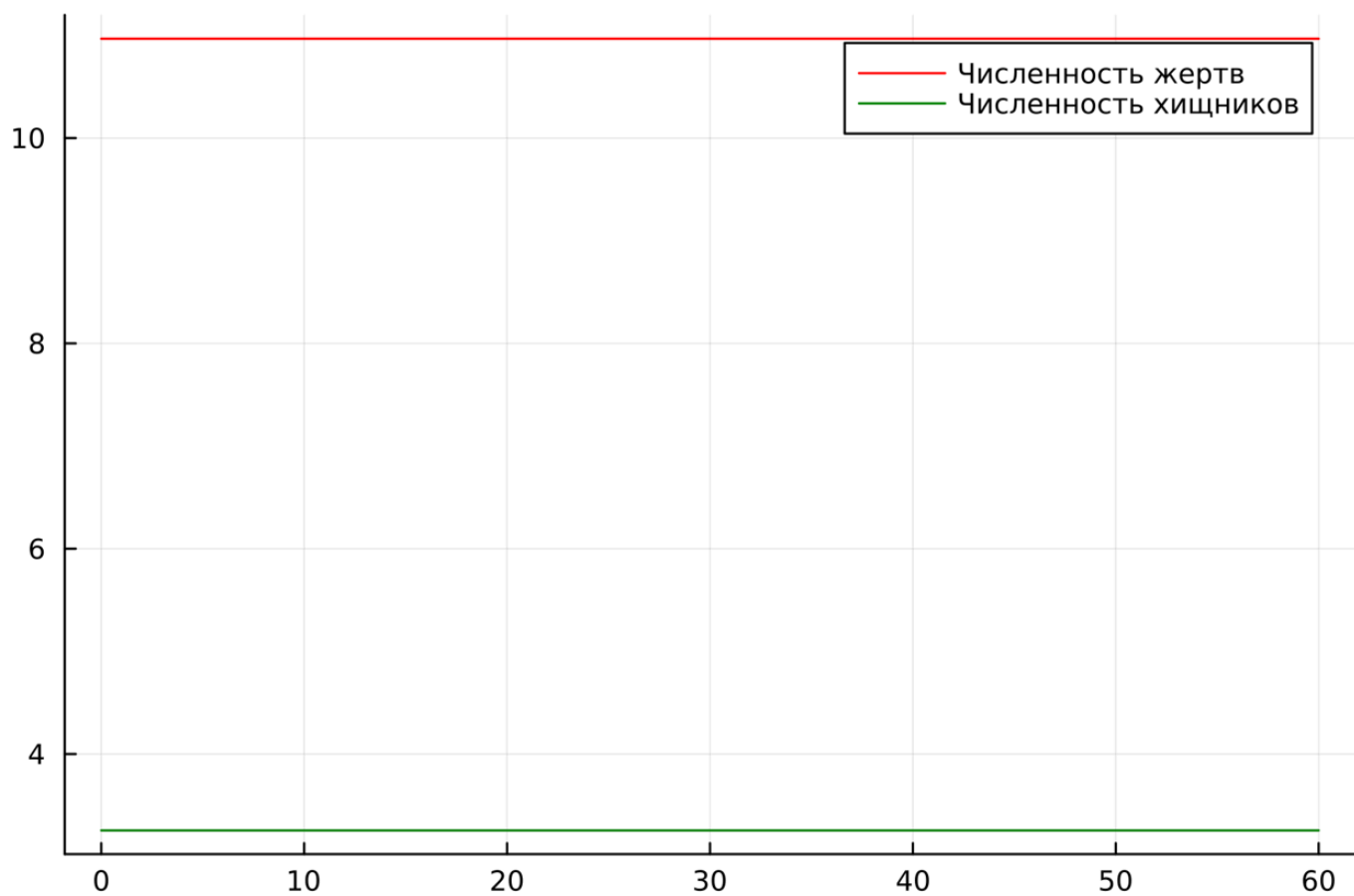
```
    Y,
```

```
    label="Численность хищников",
```

```
    color=:green)
```

```
savefig(plt2, "lab05 3.png")
```

такой график получился:



Написал код на OpenModelica:

```
1  model lab05_01
2
3  Real a = 0.14;
4  Real b = 0.043;
5  Real c = 0.34;
6  Real d = 0.031;
7  Real x;
8  Real y;
9
10 initial equation
11 x = 8;
12 y = 13;
13
14 equation
15 der(x) = -a*x + b*x*y;
16 der(y) = c*y - d*x*y;
17
18 end lab05_01;
```

Программа выдала следующие результаты: график зависимости численности хищников от численности жертв:



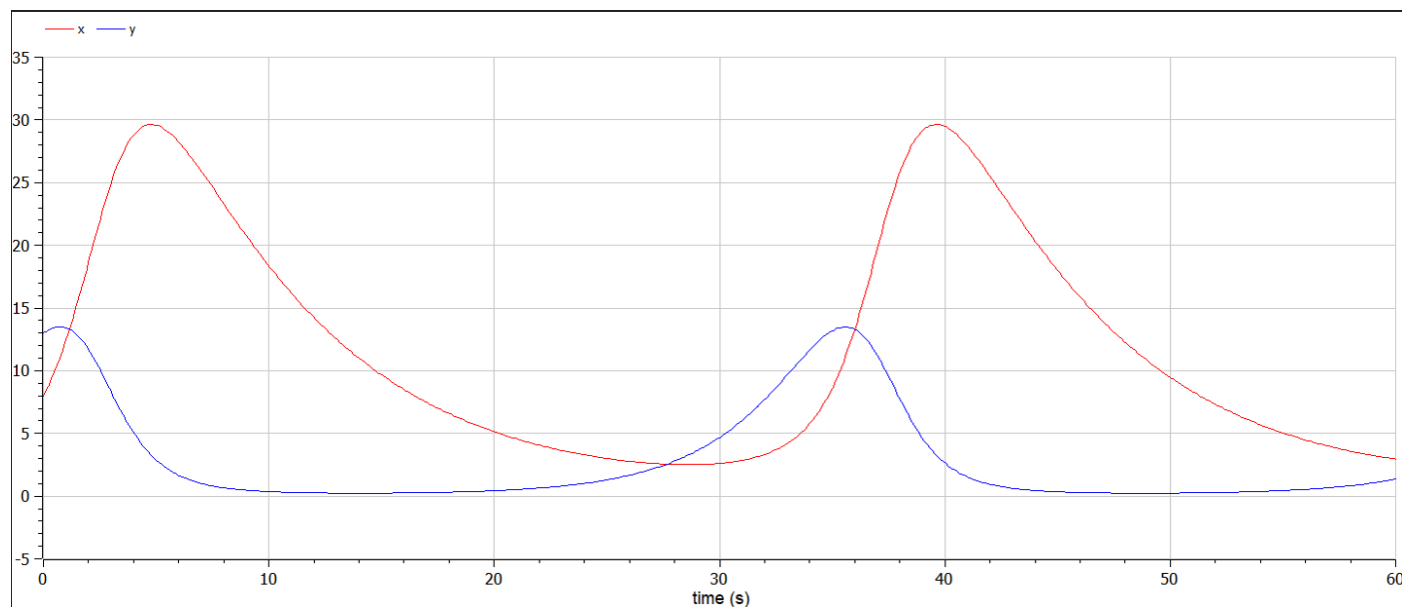
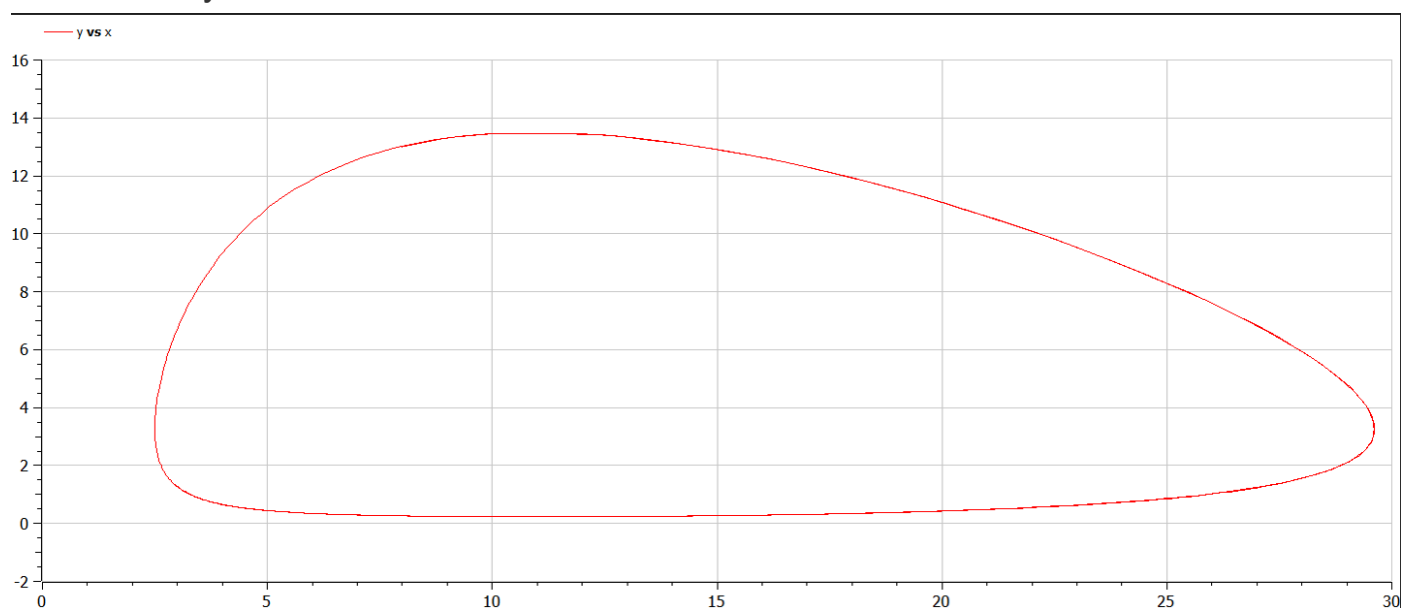
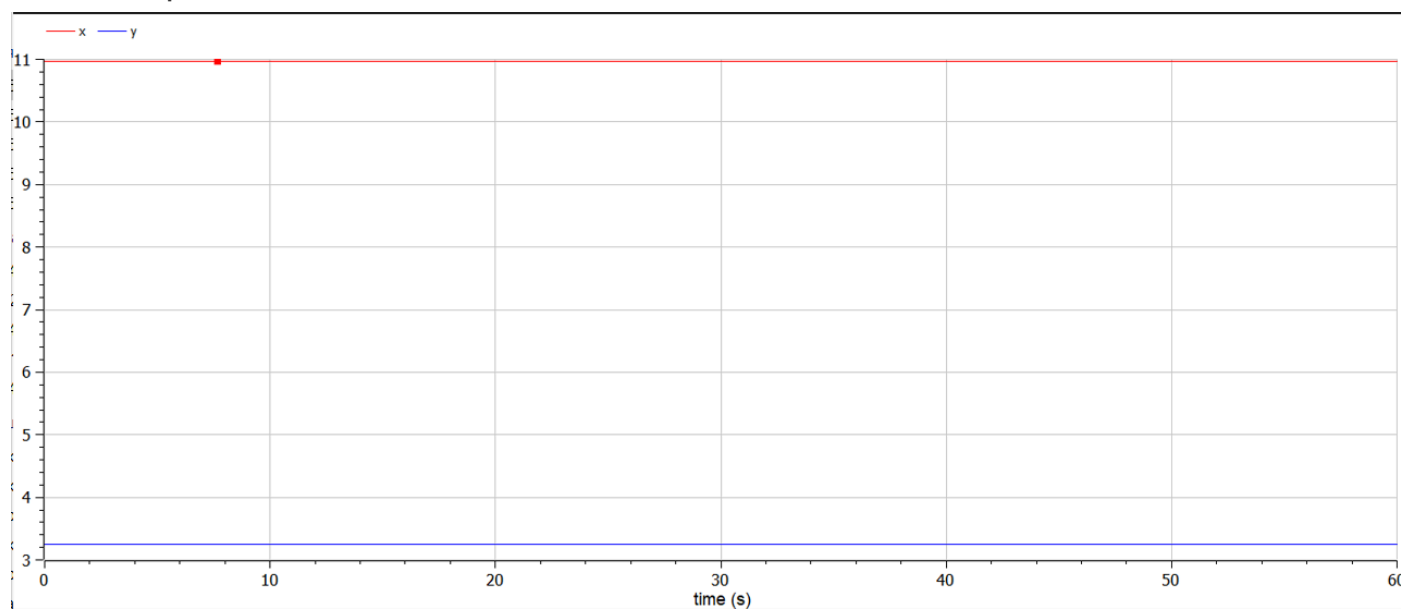


график изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях:



стационарное состояние системы:



# Выводы

Я научился строить график зависимости численности хищников от численности жертв, график изменения численности хищников и численности жертв при различных начальных условиях. Научился находить стационарное состояние системы.

## Список литературы{.unnumbered}

---

1. Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
2. Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
3. Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
4. Бутиков И. Е. Собственные колебания линейного осциллятора. 2011.