
Front matter

lang: ru-RU title: Лабораторная работа 4 subtitle: Модель гармонических колебаний author:

- Бабенко Артём Сергеевич, НФИбд-01-21, 1032216432 institute:
- Российский университет дружбы народов, Москва, Россия date: 27.02.2024

i18n babel

babel-lang: russian babel-otherlangs: english

Formatting pdf

toc: false toc-title: Содержание slide_level: 2 aspectratio: 169 section-titles: true theme: metropolis header-includes:

- \metroset{progressbar=frametitle,sectionpage=progressbar,numbering=fraction}
- '\makeatletter'

- '\beamer@ignorenonframefalse'
- '\makeatother'

Цель работы

Научиться строить фазовый портрет гармонического осциллятора и решать уравнения гармонического осциллятора для разных случаев.

Теоретическое введение

Гармонический осциллятор — система, которая при смещении из положения равновесия испытывает действие возвращающей силы F, пропорциональной смещению x.

Гармоническое колебание - колебание, в процессе которого величины, характеризующие движение (смещение, скорость, ускорение и др.), изменяются по закону синуса или косинуса (гармоническому закону).

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Значение фазовых координат x, y в любой момент времени полностью определяет состояние системы. Решению уравнения движения как функции времени отвечает гладкая кривая в фазовой плоскости. Она называется фазовой траекторией. Если множество различных решений (соответствующих различным начальным условиям) изобразить на одной фазовой плоскости, возникает

общая картина поведения системы. Такую картину, образованную набором фазовых траекторий, называют фазовым портретом.

Выполнение лабораторной работы

Вариант № 3

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x}+10x=0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x}+0.5\dot{x}+4x=0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x}+2\dot{x}+12x=\cos(12t)$

На интервале $t\in[0;\ 60]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0=0, y_0=0$

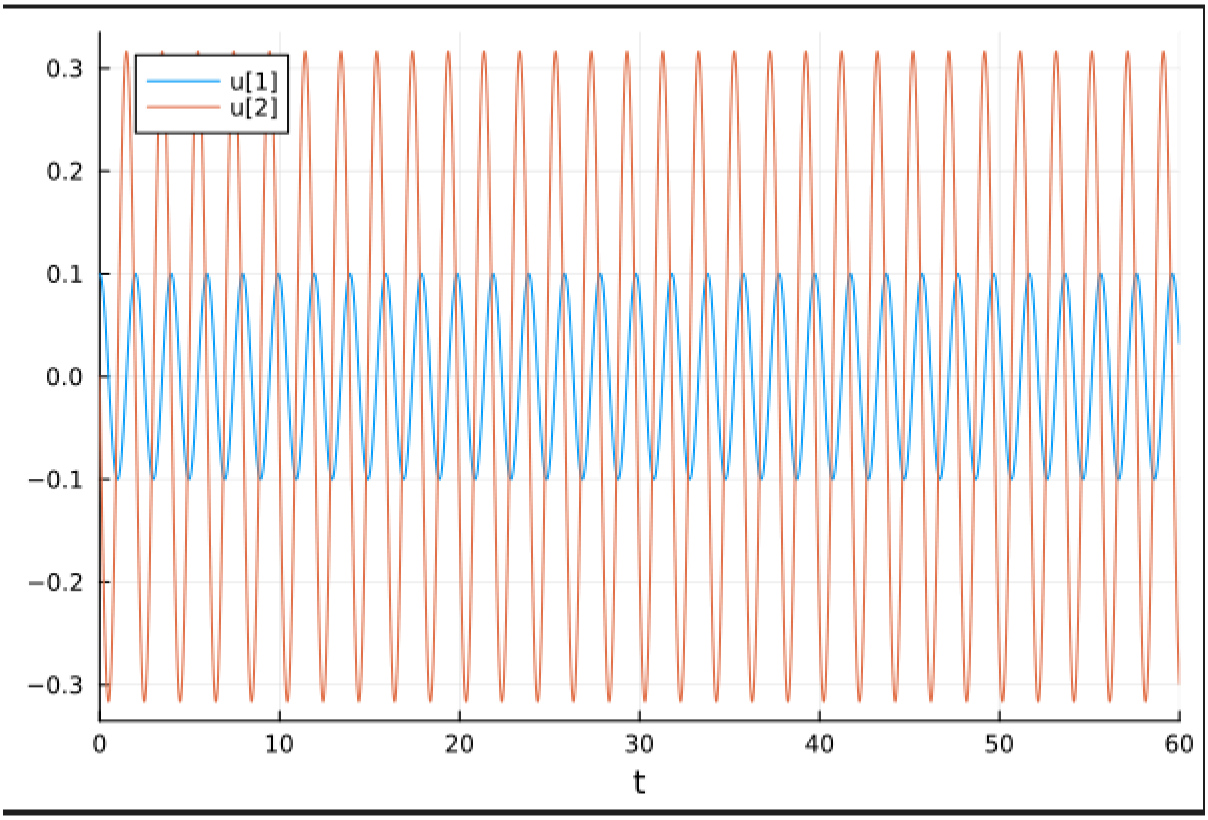
Код на Julia для первого случая:

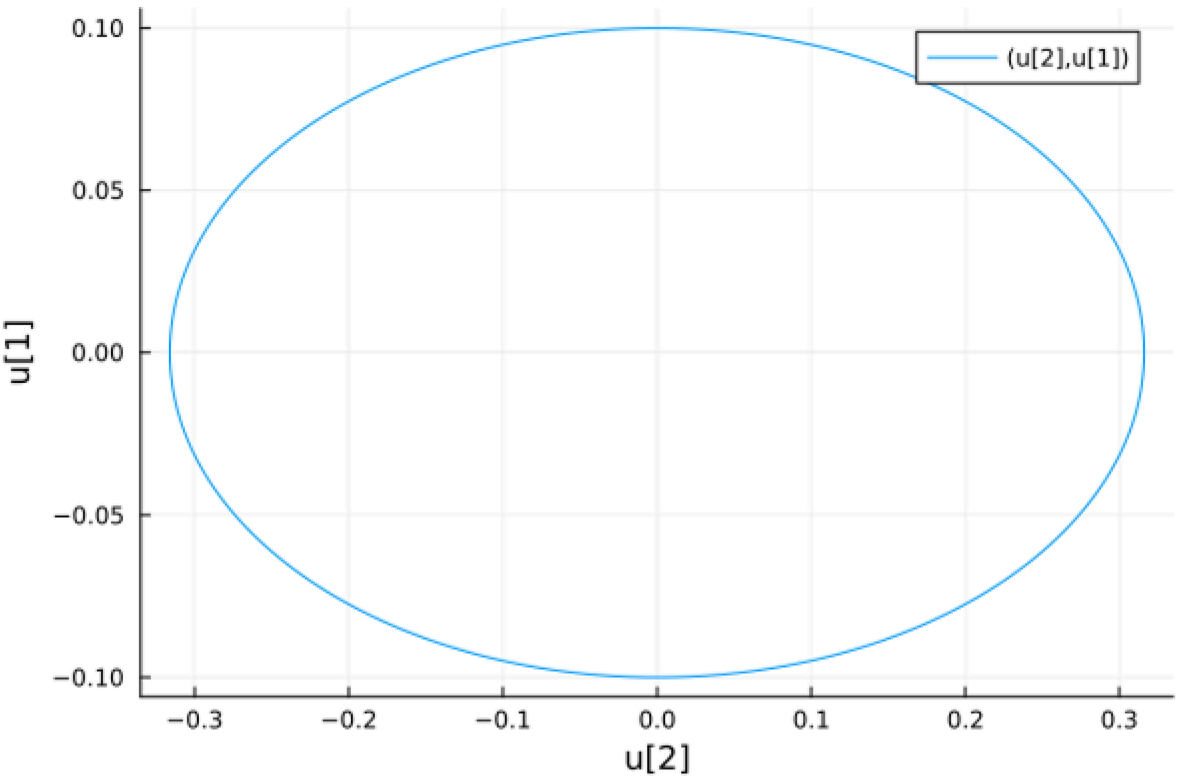
Lab04_01 – Блокнот

Файл Правка Формат Вид Справка

```
#case 1
# x'' + 10x = 0
using DifferentialEquations

function lorenz!(du, u, p, t)
    a = p
    du[1] = u[2]
    du[2] = -a*u[1]
end

const x = 0.1
const y = 0.0
u0 = [x, y]

p = (10.0)
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

using Plots; gr()

#решение системы уравнений
plot(sol)
savefig("lab04_julia_01.png")

#фазовый портрет
plot(sol, idxs=(2,1))
savefig("lab04_julia_01_phase.png")
```

Результаты:

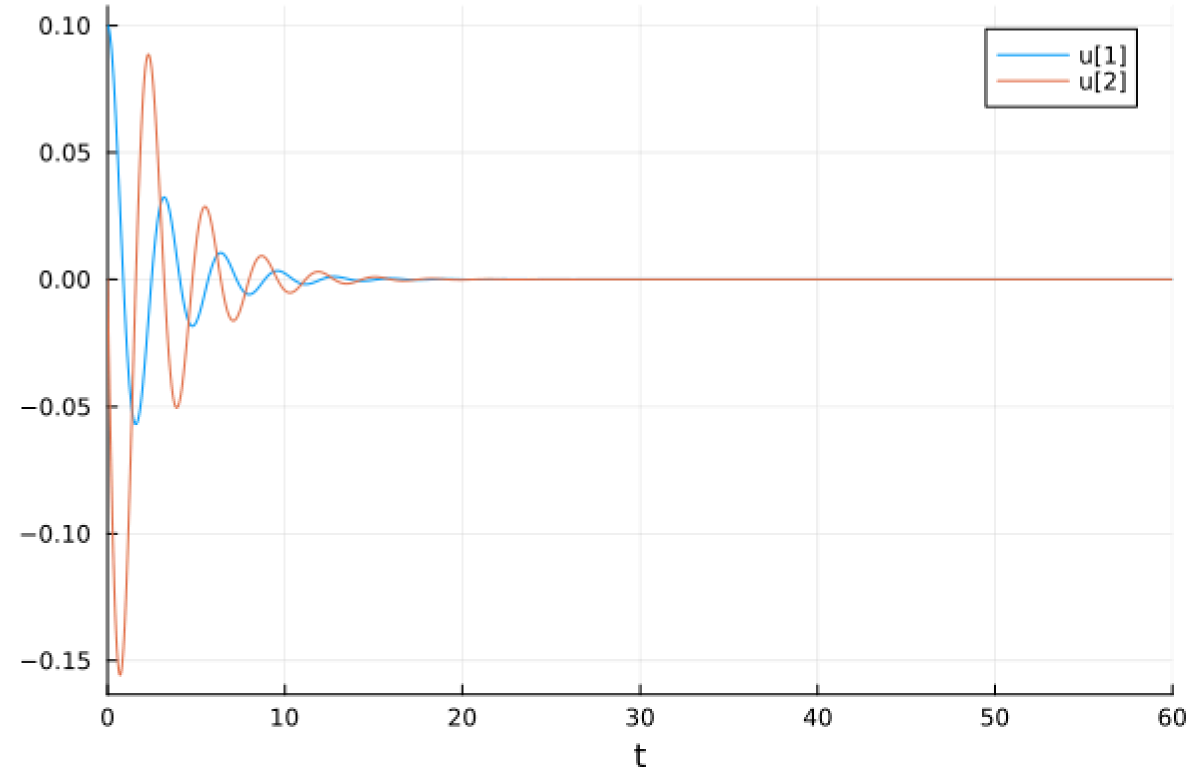


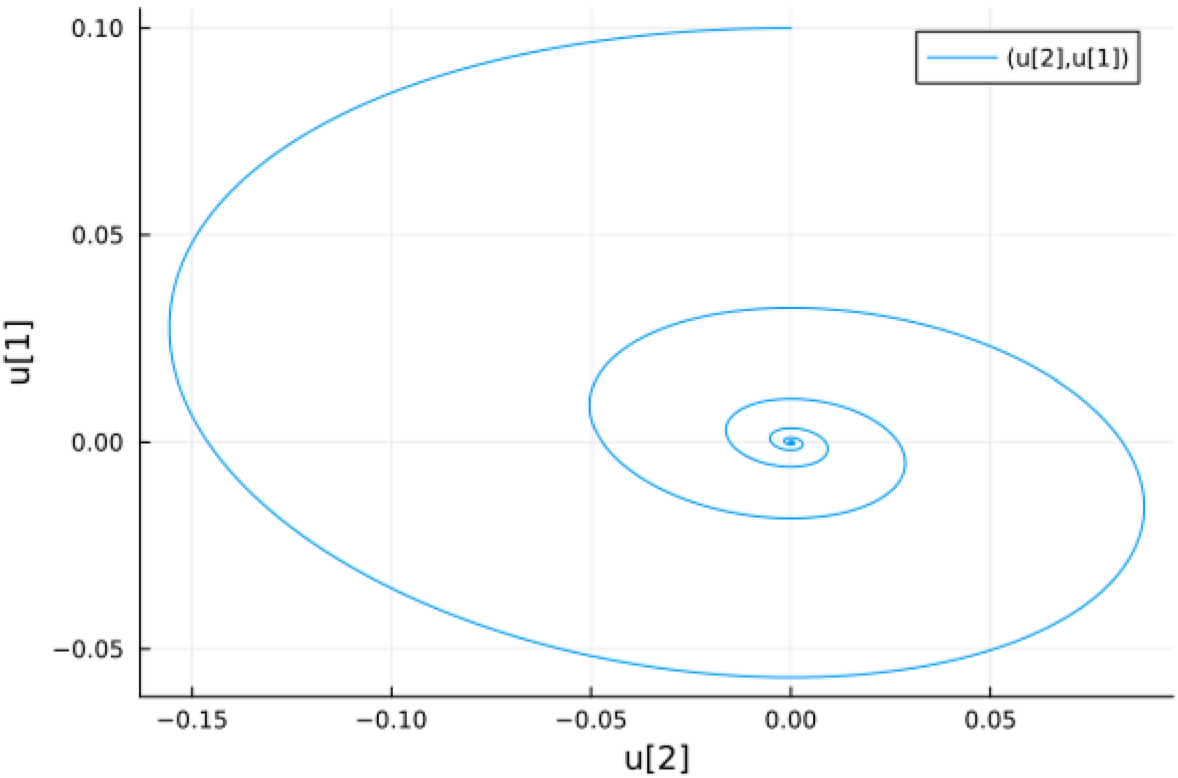


Код на Julia для второго случая:

```
#case 2
# x'' + 0.5x' + 4x = 0
using DifferentialEquations

function lorenz!(du, u, p, t)
    a,b = p
    du[1] = u[2]
    du[2] = -a*du[1] - b*u[1]
end

const x = 0.1
const y = 0.0
u0 = [x, y]

p = (sqrt(0.5), 4.0)
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

using Plots; gr()

#решение системы уравнений
plot(sol)
savefig("lab04_julia_02.png")

#фазовый портрет
plot(sol, idxs=(2,1))
savefig("lab04_julia_02_phase.png")
```

Результаты:





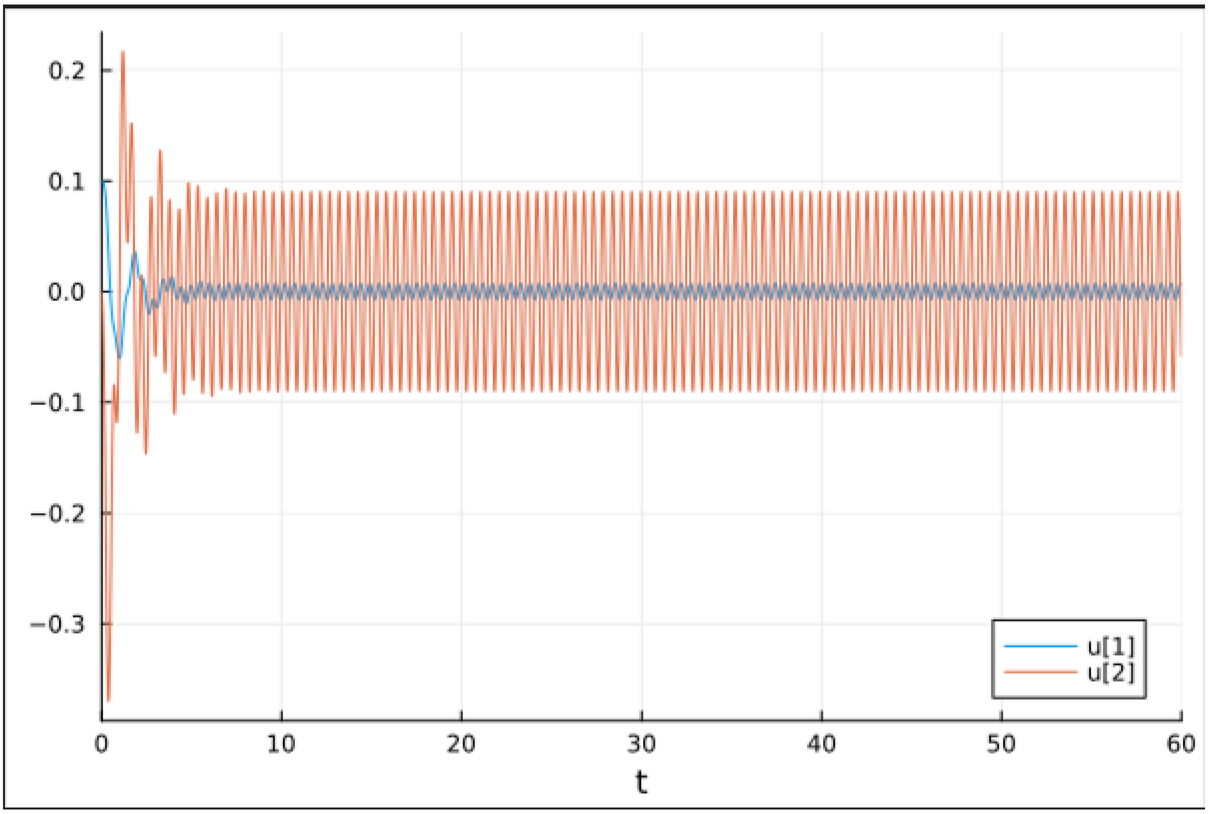
Код на Julia для третьего случая:

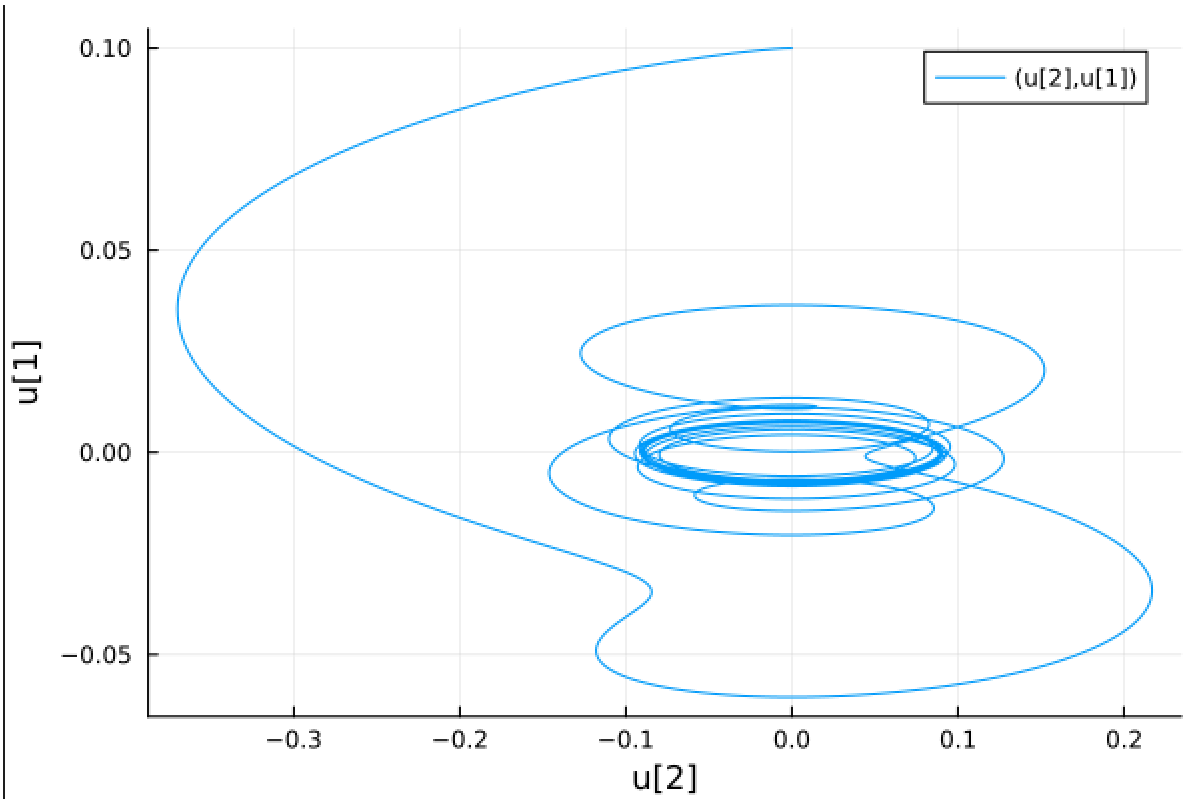
Lab04_03 – Блокнот

Файл Правка Формат Вид Справка

```
#case 3
# x'' + 2x' + 12x = cos(12t)
using DifferentialEquations

function lorenz!(du, u, p, t)
    a,b = p
    du[1] = u[2]
    du[2] = -a*du[1] - b*u[1] + cos(12*t)
end

const x = 0.1
const y = 0.0
u0 = [x, y]

p = (sqrt(2), 12.0)
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

using Plots; gr()

#решение системы уравнений
plot(sol)
savefig("lab04_julia_03.png")

#фазовый портрет
plot(sol, idxs=(2,1))
savefig("lab04_julia_03_phase.png")
```

Результаты:

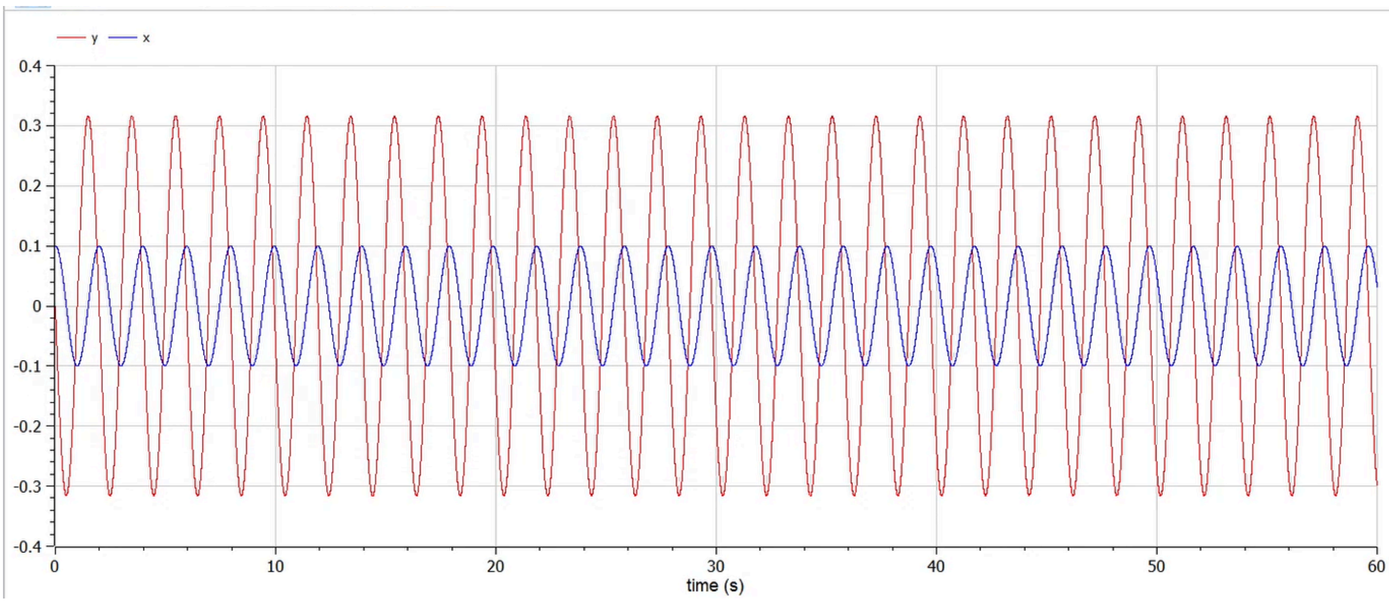




Код для первого случая на OpenModelica:

```
//case1: x''+10.0x = 0
model lab04_case01
//x'' + g* x' + w^2* x = f(t)
//w - частота
//g - затухание
parameter Real w = sqrt(10.0);
parameter Real g =0;

parameter Real x0 = 0.1;
parameter Real y0 = 0.0;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

// f(t)
function f
input Real t ;
output Real res;
algorithm
res := 0;
end f;

equation
der(x) = y;
der(y) = -w*w*x - g*y + f(time);
end lab04_case01;
```

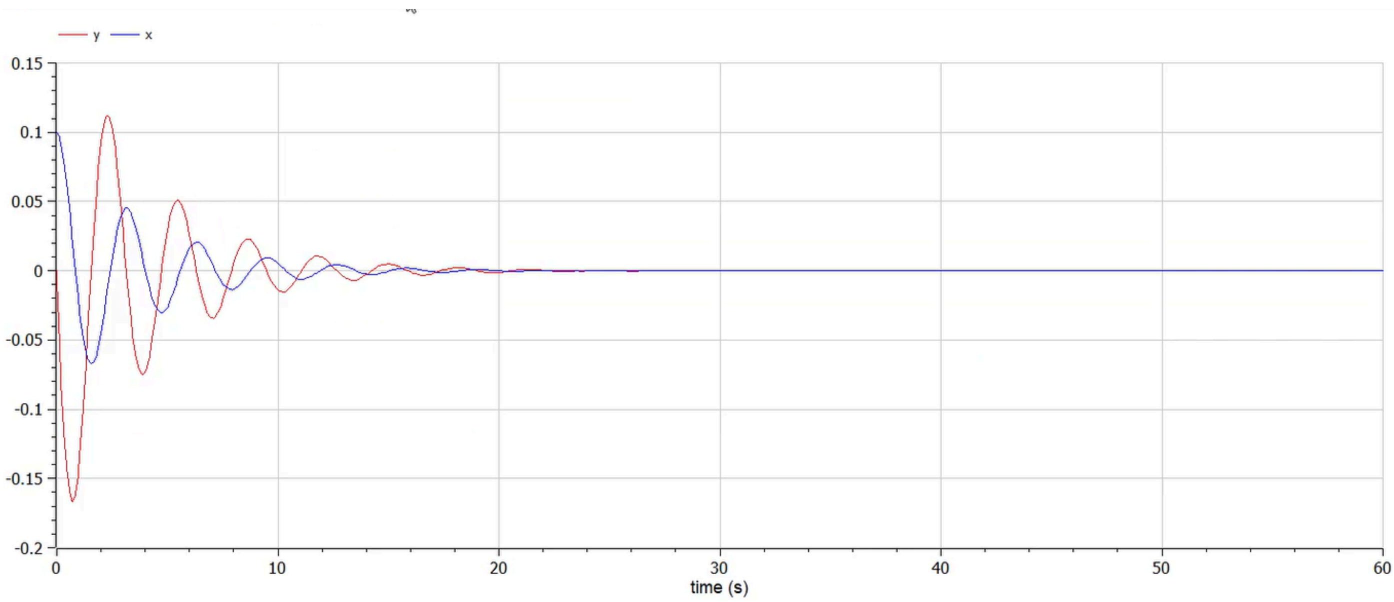
Результат:



Код для второго случая:

```
//case2: x''+0.5x' + 4x = 0
model lab04_case02
//x'' + g* x' + w^2* x = f(t)
//w - частота
//g - затухание
parameter Real w = sqrt(4.0);
parameter Real g = 0.5;

parameter Real x0 = 0.1;
parameter Real y0 = 0.0;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

// f(t)
function f
input Real t ;
output Real res;
algorithm
res := 0;
end f;

equation
der(x) = y;
der(y) = -w*w*x - g*y + f(time);
end lab04_case02;
```

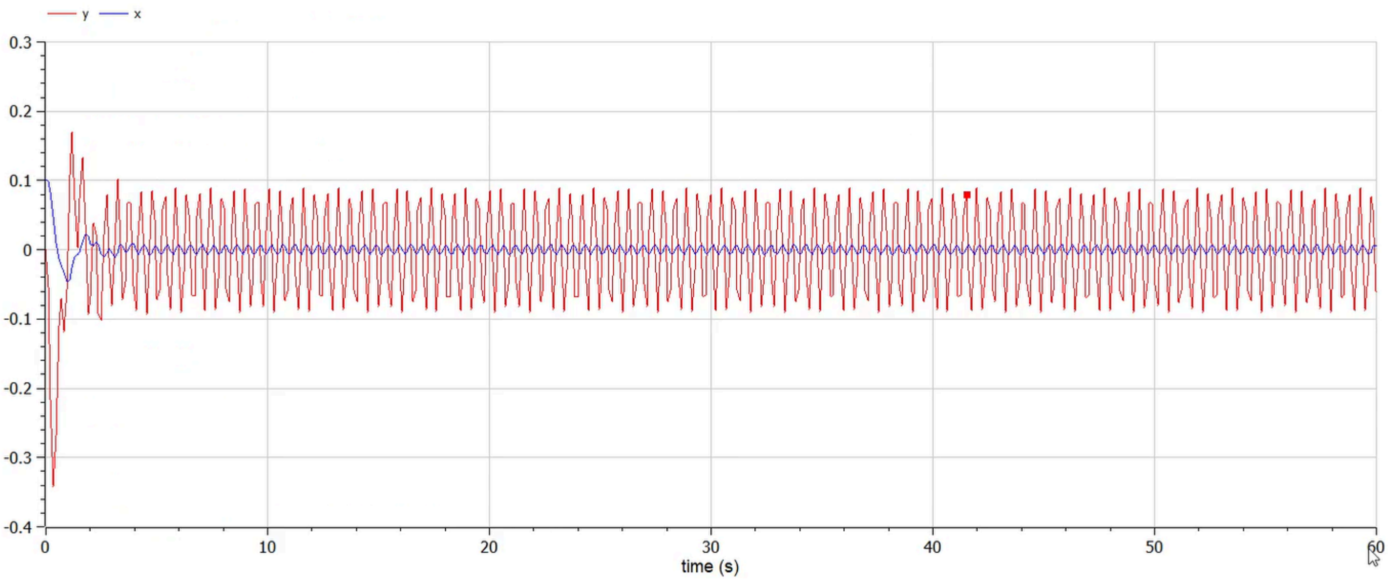
Результат:



Код для третьего случая:

```
//case3: x''+ 2x' + 12x = cos(12t)
model lab04_case03
//x'' + g* x' + w^2* x = f(t)
//w - частота
//g - затухание
parameter Real w = sqrt(12.0);
parameter Real g = 2.0;

parameter Real x0 = 0.1;
parameter Real y0 = 0.0;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

// f(t)
function f
input Real t ;
output Real res;
algorithm
res := cos(12*t);
end f;

equation
der(x) = y;
der(y) = -w*w*x - g*y + f(time);
end lab04_case03;
```

Результат:



Вывод

Я научился строить фазовый портрет гармонического осциллятора и решать уравнения гармонического осциллятора для разных случаев с помощью Julia и OpenModelica.

Список литературы

1. Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/
2. Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/
3. Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/
4. Бутиков И. Е. Собственные колебания линейного осциллятора. 2011.