Уравнения Максвелла

- Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла
- Ток смещения.
- Уравнения Максвелла в интегральной форме
- Уравнения Максвелла в дифференциальной форме
- Материальные уравнения
- Электромагнитные волны

Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

Основные утверждения, которые поучили при изучении электрических и магнитных поле:

- Электростатическое поле создается *неподвижными зарядами*. *Силовые линии электростатического поля начинаются и заканчиваются на зарядах (или в бесконечности).* Математически запись этого утверждения – теорема Остроградского-Гаусса для электростатических полей:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \cdot dV$$

- *Магнитные заряды отсутствуют, линии индукции магнитного поля замкнуты*. Математическая запись этого утверждения – теорема Гаусса для магнитного поля:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

- *Электростатическое поле потенциально, в нем нет замкнутых линий.*

$$\oint_L E \cdot dl = 0$$

- *Вихревое магнитное поле создается токами, линии индукции замкнутые*

$$\oint_L B \cdot dl = \mu_0 \oint_S J \cdot dS$$

- Этих уравнениях нет явления электромагнитной индукции Фарадея.

Шотландский физик Джеймс Клерк Максвелл в 1860г. Объединил все теоретические и экспериментальные данные он разработал теорию единого электромагнитного поля.

Для учета электрических, магнитных свойств среды и способности

Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

- В электростатике было показано, что работа по перемещение заряда в электростатическом поле равна нулю: $\oint_L E \cdot dl = 0$
- При изучении электрического тока, при наличии сторонних сил, работа по перемещению заряда по замкнутому контуру (цепи) численно равна ЭДС (ε).
- Рассмотрим электрическое поле, возникающее в процессе электромагнитной индукции:

$$\boxed{\varepsilon_i = \oint_L E_i \cdot dl = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}}$$

- *ЭДС электромагнитной индукции равна циркуляции вектора напряженности индуцированного поля по замкнутому контуру, то что циркуляция отлична от нуля, свидетельствует о вихревом характере индуцированного электрического поля и замкнутости его силовых линий.*
- С другой стороны, ЭДС электромагнитной индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока, сквозь поверхность, натянутую на этот контур.
- Максвелл обобщил этот закон на любой произвольно выбранный в пространстве замкнутый неподвижный контур в переменном магнитном поле, так как контур неподвижный, то неподвижна и поверхность , натянутая на этот контур

Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

$$\varepsilon_i = -\oint_L \vec{E}_i \cdot dl = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{\partial}{\partial t}\oint_S B \cdot dS = -\oint_S \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS$$

- Объединяя все положения, получим, что *изменяющееся магнитное поле приводит к появлению вихревого электрического поля:*

$$\boxed{\oint_L \vec{E} \cdot dl = -\oint_S \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS}$$

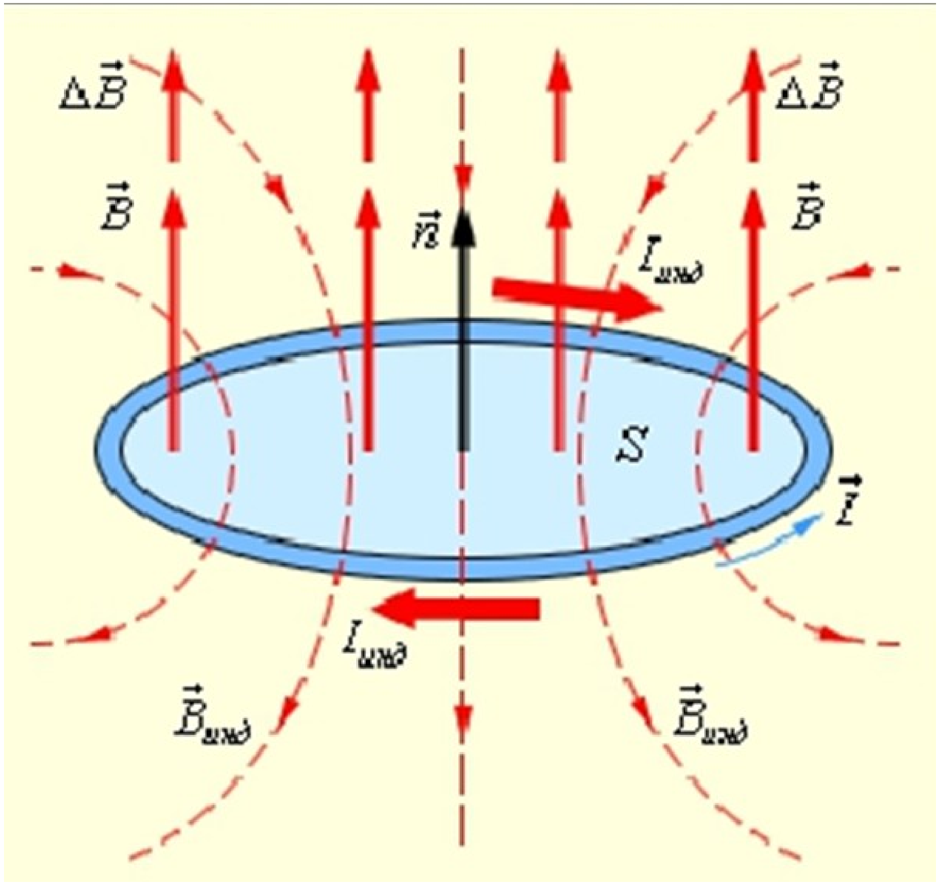
это первое уравнение Максвелла.

- Если в контуре есть источники ЭДС, то уравнение примет вид:

$$\boxed{\oint_L \vec{E} \cdot dl = -\oint_S \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS + \sum_{k=1}^{N} \varepsilon_k}$$

- Циркуляция как вихревого, так и электростатического поля.
- *Первое уравнение Максвелла показывает, что источником электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющееся во времени магнитное поле*

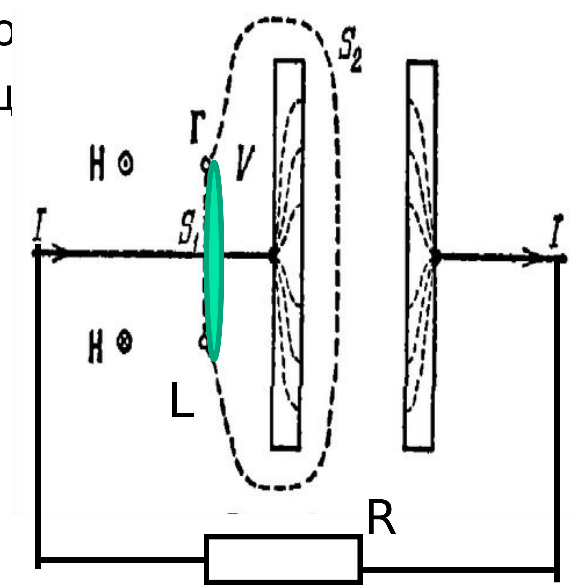
Вихревое электрическое поле
Первое уравнение Максвелла



Ток смещения
Второе уравнения Максвелла

- Теперь надо откорректировать четвертое уравнение (со звездочкой), так как нарушена симметрия между электрическим и магнитным полем.
- Мы установили , что изменение магнитного поля, влечет появление вихревого электрического поля. Можно ожидать, что меняющееся со временем электрическое поле создаст магнитно
- Согласно теореме о циркуляции вектора индукц

магнитного поля (или напряженности магнитного поля) – закон полного тока:



$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_{макро} + I_{микро})$$

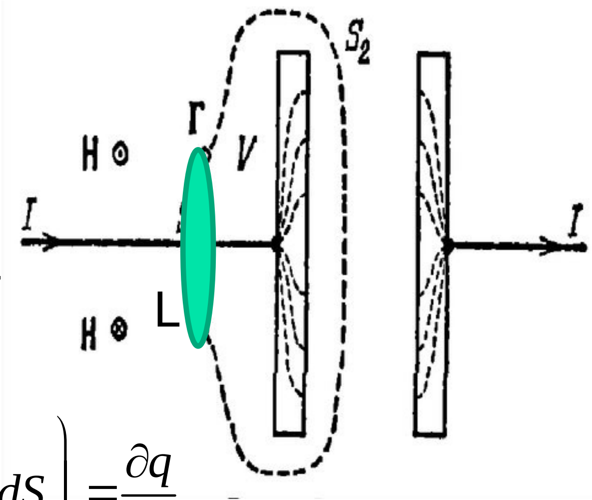
В первом уравнении плотность макротоков, а во втором макро- и микротоки.

- Применим эту теорему к случаю, когда предварительно заряженный конденсатор, разряжается через внешнее сопротивление. На контур L можно натянуть любую поверхность

$$S_1 S_2$$

Ток смещения
Второе уравнения Максвелла

- Через поверхность S_1 течет ток, а через поверхность S_2 не течет. Получается, что циркуляция зависит от выбора поверхности. Поверхность S_2 пронизывается только электрическим полем, по теореме Гаусса поток вектора индукции через замкнутую поверхность S_2 равен:



$$\Phi_D = \oint_{S_2} D \cdot dS = q_{своб}$$

Продифференцируем это равенство по времени: $\frac{\partial}{\partial t}\left(\oint_{S_2} \vec{D} \cdot dS\right) = \frac{\partial q}{\partial t}$

Если поверхность S_2 неподвижная и не деформируется, то изменение потока связано с изменением индукции магнитного поля D, запишем:

- теорема Гаусса

$$\oint_S \vec{D} \cdot dS = \frac{\partial q}{\partial t} \rightarrow (1)$$

- уравнение непрерывности

$$\oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial q}{\partial t} \rightarrow (2)$$

Сложим эти два уравнения:

$$\oint \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \cdot d\vec{S} = 0 \rightarrow (3)$$

Ток смещения
Второе уравнение Максвелла

$$\oint\left(\vec{j}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}=0 \rightarrow (3)$$

Это уравнение аналогично уравнению непрерывности для постоянного тока. Откуда видно, что кроме плотности тока проводимости, имеется еще одно слагаемое - $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ - размерность этого слагаемого, соответствует плотности тока.

Максвелл ввел понятие *тока смещения* - $\boxed{\vec{j}_{см}=\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$ *- плотность тока смещения в данной точке пространства равна скорости изменения вектора электрического смещения в этой точке.*

Током смещения сквозь замкнутую поверхность называется физическая величина численно равная потоку вектора плотности тока смещения сквозь эту поверхность:

$$I_{см}=\oint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}=\oint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

, тогда для полного тока :

$$\vec{j}_{полн}=\vec{j}_{пров}+\left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)$$

Из уравнения *линии полного тока являются непрерывными, в отличии от тока проводимости. Токи проводимости замыкаются токами смещения*.

Ток смещение
Второе уравнение Максвелла

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \left(j + \frac{\partial D}{\partial t} \right) \cdot dS$$

Это уравнение справедливо всегда.

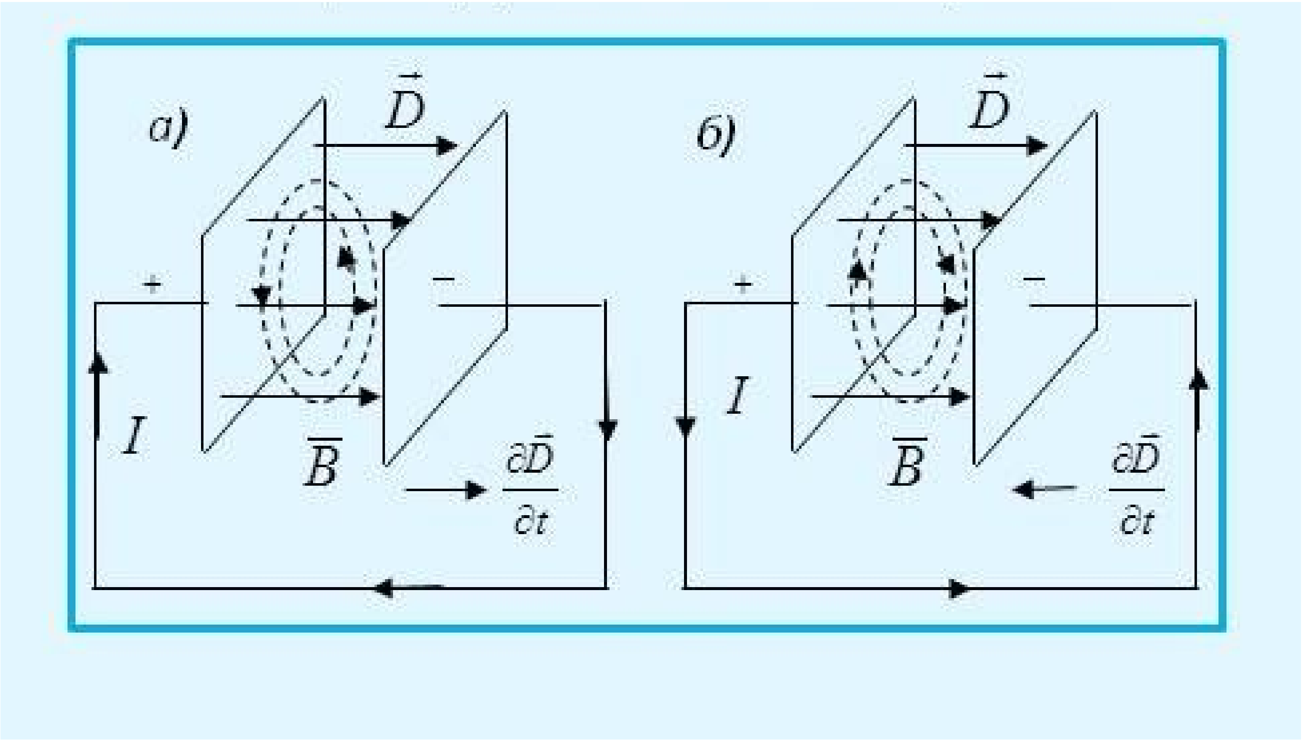
- Ток смещения, как и ток проводимости способен создавать магнитное поле.

$$\boxed{D = \varepsilon_0 E + P_e \Rightarrow \; j_{см} = \frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial P_e}{\partial t}}$$

- Первое слагаемое – ток смещения в вакууме, второе – ток связанный с поляризацией, обусловлен движением связанных зарядов.
- Принципиально новое утверждение Максвелла, что часть тока смещения $\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$, которая не связана с движением зарядов, а обусловлена только изменением электрического поля, также возбуждает магнитное поле, даже в вакууме.

- *Второе уравнение Максвелла показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменным электрическим полем.*

Ток смещения
Второе уравнения Максвелла



При зарядке конденсатора (рис. а) ток течет от правой обкладки к левой, поле в конденсаторе усиливается $\frac{\partial D}{\partial t} > 0$, и направление векторов $\frac{\partial D}{\partial t}$ и $j_{смещ}$ совпадают.

Уравнения Максвелла в интегральной форме

$$1)\; \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{j}_{пров} \cdot d\vec{S} + \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- Закон полного тока

$$2)\; \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- Закон электромагнитной индукции

$$3)\; \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho \cdot dV = q_{своб}$$

- Теорема Гаусса

$$4)\; \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

- Теорема Гаусса

Материальные уравнения:

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

- Для полей в веществе надо добавить *материальные уравнения*, которые характеризуют электрические и магнитные свойства среды

$$E = E_{эл} + E_{стор}$$

Уравнения Максвелла в интегральной форме

- Уравнения Максвелла силовыми и энергетическими соотношениями:

$$F = qE + q\left[v \times B\right]$$

- сила Лоренца, действующая на частицу в электрическом и магнитном поле

$$w = \frac{1}{2}\left(\vec{D} \cdot E + B \cdot H\right)$$

- плотность энергии электромагнитного поля

- И граничными условиями:

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2} \leftrightarrow D_{n1} = D_{n2}$$

$$H_{\tau 1} = H_{\tau 2} \leftrightarrow B_{n1} = B_{n2}$$

Уравнения Максвелла для стационарных полей

- Если же поля *стационарны* $(E = const)$ и $(B = const)$, то уравнения Максвелла распадаются на две группы независимых уравнений:

$$\oint E\,dl = 0 \qquad \oint D\,dS = 0$$

$$\oint H\,dl = I \qquad \oint B\,dS = 0$$

- В этом случае электрическое и магнитное поля независимы друг от друга, что позволяет изучить сначала постоянное электрическое поле, а затем независимо от него и постоянное магнитное поле.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

Для перехода от интегральной к дифференциальной форме, вспомним некоторые понятия из векторного анализа:

- Оператор «дивергенция» – под дивергенцией векторного поля $\vec{A}(x,y,z)$ понимается скалярное поле вида:

$$div\,\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$div\,\vec{A} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\oint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}}{\Delta V} \rightarrow \boxed{\oint_S A_n dS = \int_V div\,\vec{A} \cdot dV}$$

- связь дивергенции векторного поля с потоком этого поля

$$\oint_S D_n dS = q_{своб} = \int_V \rho dV = \int_V div\,\vec{D} \cdot dV$$

$$\boxed{div\,\vec{D} = \rho \leftrightarrow div\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

div – расхождение (лат), описывает конфигурацию силовых линий типа «ежа», расходящихся из точки (где имеется электрический

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

- Оператор «ротор» – под ротором векторного поля

$$rot\,\vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\vec{k}$$

$$rot\,\vec{A} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\oint_L \vec{A} \cdot d\vec{l}}{\Delta S} \to$$

$$\boxed{\oint_L A_l \cdot dl = \int_S \left(rot\,\vec{A}\right)_n dS}$$

Теорема Стокса: циркуляция вектора по замкнутому контуру равна потоку ротора вектора

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} \cdot dS = \int_S rot\,\vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\boxed{rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

rot – вращение – кольцеобразные силовые линии вокруг источника (тока или полей меняющихся во времени)

Уравнение Максвелла в дифференциальной форме

- Для векторов ***H*** и ***B*** :

$$\oint_L \vec{H} \cdot dl = \int_S \left(j_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot dS = \int_S rot\,H \cdot dS$$

$$\boxed{rot\,\vec{H} = \left(j_{\text{пр}} + \frac{\partial D}{\partial t} \right)}$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot dl = \mu_0 \sum_i I_i = \mu_0 \int_S j \cdot dS$$

$$\boxed{rot\,\vec{B} = \mu_0 \left(j + j_{\text{см}} \right)}$$

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

- Уравнения Максвелла можно представить в дифференциальной форме:

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \qquad \nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$rot\, E = -\partial B / \partial t \qquad div\, D = \rho$$

- Эти уравнения говорят о том, что электрическое поле может возникнуть по двум причинам. Во-первых, его источником являются электрические заряды, как сторонние, так и связанные. Во-вторых, поле образуется всегда, когда меняется во времени магнитное поле.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \partial \vec{D} / \partial t \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$rot\, H = j + \partial D / \partial t \qquad div\, B = 0$$

- Эти уравнения говорят о том, что магнитное поле может возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями, либо тем и другим одновременно.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

- Если среда диэлектрическая или вакуум, в такой среде нет свободных зарядов $\rho = 0$ и токов проводимости $\overrightarrow{j_{\text{пр}}} = 0$:

$$\nabla \times E = -\partial B / \partial t \qquad \nabla \cdot B = 0$$

$$\nabla \times H = \partial D / \partial t \qquad \nabla \cdot D = 0$$

- Представим себе, что заряды и токи отсутствуют. Видно, что если поля не являются статическими, то есть зависят от времени, то имеется вихревое электрическое и магнитное поля ($rot \neq 0$) . Распространение полей без зарядов и токов это и есть электромагнитная волна (ЭМВ)

- *Предсказание ЭМВ стало одним из величайших открытий теории Максвелла.*

Электромагнитные волны

К юбилею Максвелла один из научных журналов написал:

- «И сказал Бог:

$$div\vec{D} = \rho$$

$$div\vec{B} = 0$$

$$rot\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$$

$$rot\vec{B} = \mu_0\left(\vec{j} + \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$$

и стал «СВЕТ»

- Свет – электромагнитная волна.
- ЭМВ обладают широким диапазоном частот (и длин волн) -

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

где с- скорость ЭМВ в вакууме.

Электромагнитные волны

Запишем уравнения Максвелла для среды, где нет свободных зарядов и током проводимости, с учетом, что :

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 E \quad \text{и} \quad B = \mu\mu_0 H$$

$$1) \nabla \cdot \vec{E} = 0 \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$2) \nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \times \vec{B} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Умножим обе части этих уравнений векторно слева на оператор набла:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla \times \vec{B}\right) = -\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{B} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla \times \vec{E}\right) = -\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Левая часть этих уравнений двойное векторное произведение, которое можно преобразовать, используя правило:

$$a \times b \times c = b\left(a \cdot c\right) - c\left(a \cdot b\right)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla\left(\nabla \cdot \vec{E}\right) - \vec{E}\left(\nabla \cdot \nabla\right) = -\Delta \vec{E}$$

С учетом уравнения 1), первое слагаемое равно нулю.

Введем оператор дельта - Δ

$$\Delta = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Электромагнитные волны

- Получим уравнения:

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \leftrightarrow \Delta B = \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

Волновое уравнение ЭМВ произвольного направления

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

- фазовая скорость

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$$

- Электродинамическая постоянная, совпадает со скоростью ЭМВ в вакууме

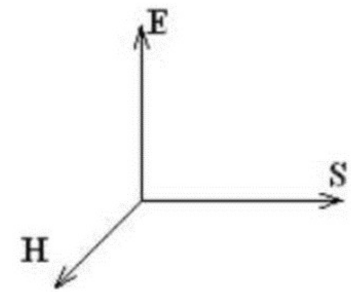
- Уравнение вида: $\Delta f = \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ называется волновым уравнением

$f = f(x, y, z)$ - *уравнение волны или волновая функция*

Электромагнитные волны

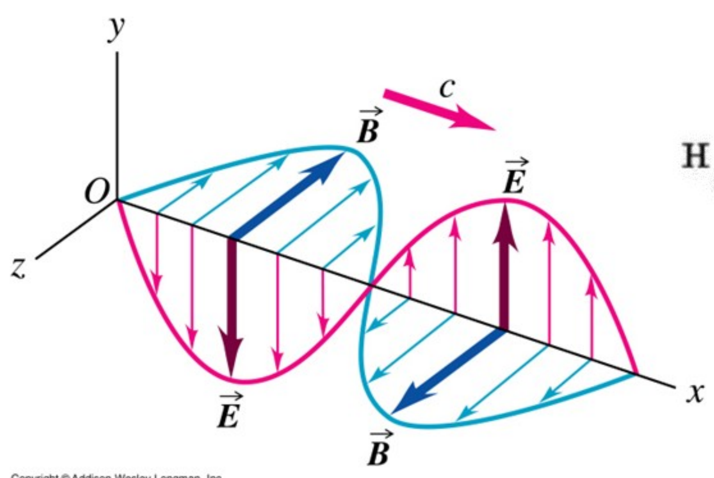
Согласно волновым уравнениям возможно существование и распространение электрической и магнитной волн свободном пространстве с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью μ (в частности в вакууме). Однако поля $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в этих волнах не являются независимыми, а связаны уравнениями Максвелла, поэтому в природе существуют только электромагнитные волны, в которых изменяющееся электрическое поле, порождает изменяющееся во времени магнитное поле, и наоборот.

Из уравнений Максвелла можно получить уравнения, описывающие ЭМВ, распространяющуюся вдоль оси «х».



$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}$$



Электромагнитные волны

- Простейшее решение этих уравнений:

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \alpha) = E_m \cos(\omega(t - \frac{x}{\upsilon}) + \alpha)$$

- Волны такого вида называются *плоскими монохроматическими или гармоническими.*

$$H_z = H_m \cos(\omega t - kx + \alpha)$$

- $E_m(H_m)$ - амплитуда волны,
- $\Phi = (\omega t - kx + \alpha)$ - фаза волны, α - начальная фаза,
- x - координата поверхности постоянной фазы, Ф=const в момент t,
- υ - фазовая скорость волны,
- $\omega = 2\pi\nu = 2\pi / T$ - циклическая частота колебаний в волне,
- $\nu = 1/T$ - частота , Гц,
- T - период колебаний
- $k = \omega / \upsilon$ - волновое число или постоянная распространения

Электромагнитные волны

Обычно под волной понимают распространение колебаний в пространстве. В общем случае *волна* – это распространение в пространстве любого возмущения среды или поля (акустические, механические, ЭМВ).

Особенностью волновых процессов является перенос энергии в волне без переноса вещества.

По форме различают : 1) одиночные или импульсные волны, 2) цуг волны или обрывок синусоиды, 3) гармонические или монохроматические волны, представляющие собой бесконечную синусоиду.

В зависимости от направления колебаний в волне различают 1) продольные и 2) поперечные волны. В продольных волнах частицы среды совершают колебания в направлении распространения волны (звук в газе), в поперечных – в направлении перпендикулярном распространению (чисто поперечная ЭМВ).

Волны различают по *типу волновой поверхности*: плоские, сферические, цилиндрические волны.

Волновая поверхность – это геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе. *Волновой фронт* – геометрическое место точек, до которых доходят колебания в момент времени t.

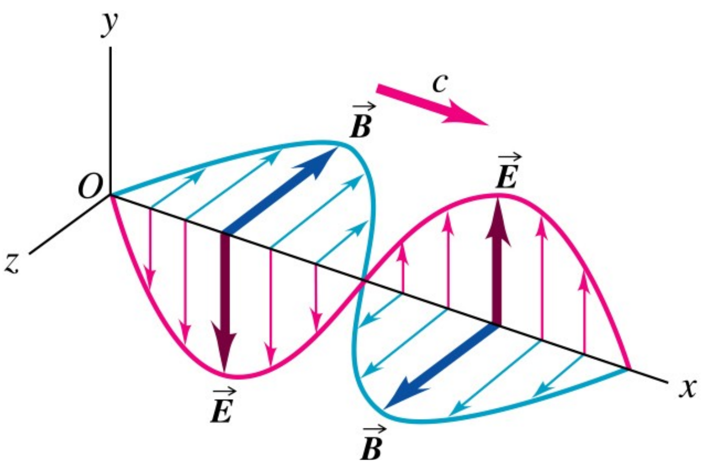
Свойства ЭМВ

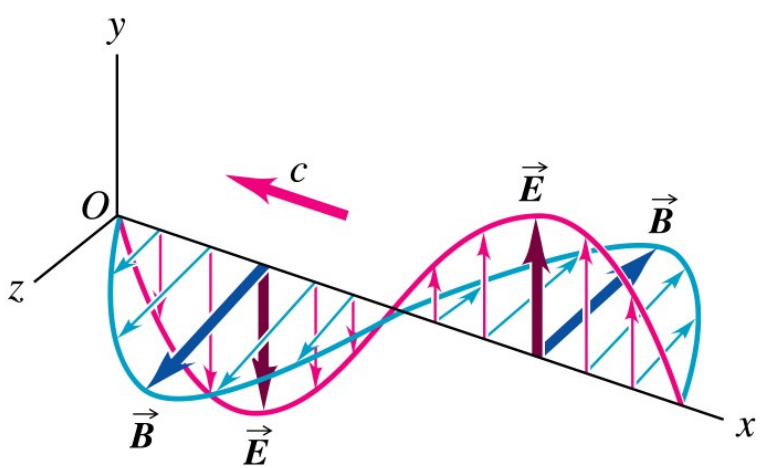
- \- ЭМВ в среде с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью μ распространяется с фазовой скоростью:

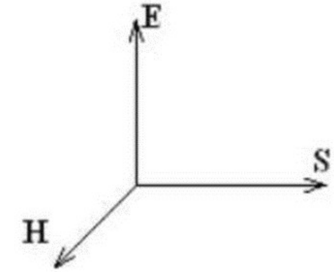
$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n}$$

$n = \frac{c}{\upsilon} = \sqrt{\varepsilon\mu}$ - это абсолютный показатель преломления среды.

- Вектора $\vec{E}$, $\vec{B}$ и υ в ЭМВ взаимно перпендикулярны и образуют правовинтовую тройку.





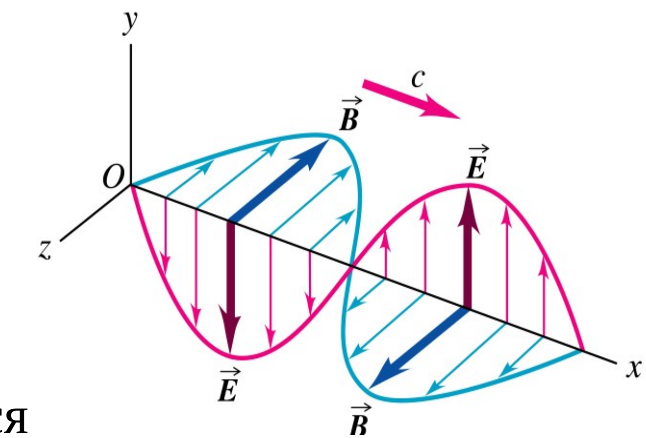


Свойства ЭМВ

- В ЭМВ мгновенные значения векторов E и B всегда колеблются в одинаковых фазах, причем между мгновенными значениями E и B в любой точке существует определенная связь, а именно $E = \upsilon B$, или

$$E = \upsilon B \leftarrow \upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}} \leftarrow B = \mu\mu_0 H$$

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H$$



- Это значит, что E и H (или B) одновременно достигают максимума, одновременно обращаются в нуль , то есть колеблются синфазно. $E_m = \upsilon B_m \rightarrow \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E_m = \sqrt{\mu\mu_0} H_m$

- ЭМВ обладают *объемной плотностью энергии,* мгновенное значение которой равно:

$$w = w_{эл} + w_{маг} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = \frac{EH}{\upsilon}$$

Свойства ЭМВ

- С учетом того, что $E = E_m \cos\omega t \leftrightarrow H = H_m \cos\omega t$.

Средние по времени значения:

$$\left\langle \cos^2\omega t\right\rangle = \left\langle \sin^2\omega t\right\rangle = \frac{1}{2} \rightarrow \left\langle E^2\right\rangle = \frac{E_m^2}{2}, \left\langle H^2\right\rangle = \frac{H_m^2}{2}$$

Среднее значение объемной плотности энергии в ЭМВ:

$$\langle w\rangle = \varepsilon\varepsilon_0\left\langle E^2\right\rangle = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 H_m^2}{2} = \frac{E_m H_m}{2\upsilon}$$

- Энергия волны: $W = w \cdot V$.
- Через единицу площади в единицу времени ЭМВ переносит энергию:

$$S = w \cdot \upsilon = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 \upsilon = \mu\mu_0 H^2 \upsilon = E \cdot H \left[\frac{Дж}{м^2 с}\right]$$

- S – плотность поток энергии в волне.

$$\boxed{S = w\upsilon = E \times H}$$

Вектор $\vec{S}$ - вектор Умова-Пойтинга.

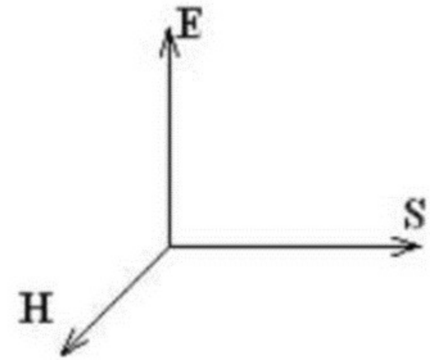
Он указывает направление переноса энергии в волне.

- *Среднее повремени значение вектора Умова-Пойтинга – называется интенсивностью волны.*

Свойства ЭМВ

- *Интенсивность:*

$$I = \langle S \rangle = \langle w \rangle \upsilon = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2}{2}\upsilon = \frac{\mu\mu_0 H_m^2}{2}\upsilon$$



$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}\langle E^2 \rangle = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}E_m^2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}H_m^2 = \frac{E_m H_m}{2}$$

- ЭМВ с энергией W обладает *импульсом*: $K = \frac{W}{\upsilon}$
- *Плотность импульса волны* (импульс единицы объема волны) равна

$$K_{ед.об.} = \frac{w}{\upsilon} = \frac{S}{\upsilon^2} \rightarrow \vec{K}_{ед.об.} = \frac{\vec{S}}{\upsilon^2}$$

Диапазоны электромагнитных волн

Диапазон	Длина волны λ, нм	$E_ф$, эВ
γ - излучение	<0,0012	$>10^6$
Рентгеновское излучение	0,0012...12	$100 ... 10^6$
Ультрафиолетовое излучение	12...380	3,2...100
Видимое излучение	380...760	1,6...3,2
Инфракрасное излучение	$760 ... 10^6$	$1{,}2 \cdot 10^{-3} ... 1{,}6$
Радиоволны	$>10^6$	$<1{,}2 \cdot 10^{-3}$

Спектр видимого излучения

Спектр	**распределение интенсивности ЭМ волн по длинам или частотам**
Монохроматическая волна	**волна, имеющая постоянную амплитуду и постоянную частоту**

	Цвет	Длина волны λ, нм
Каждый	Красный	620...760
Охотник	Оранжевый	590...620
Желает	Желтый	560...590
Знать	Зеленый	500...590
Где	Голубой	480...500
Сидит	Синий	450...480
Фазан	Фиолетовый	380...450

Система уравнений Максвелла

В интегральной форме:

$$\oint_L (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = -\int_S \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, d\mathbf{S} \right)$$

$$\oint_L (\mathbf{H}, d\mathbf{l}) = \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, d\mathbf{S} \right)$$

$$\oint_S (\mathbf{D}, d\mathbf{S}) = \int_V \rho \, dV$$

$$\oint_S (\mathbf{B}, d\mathbf{S}) = 0$$

В дифференциальной форме:

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{D} = \rho$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{B} = 0$$

Симметрия уравнений Максвелла

- **Уравнения Максвелла выполняются во всех инерциальных системах отсчета.** Они являются релятивистски инвариантными. Это есть следствие принципа относительности, согласно которому все инерциальные системы отсчета физически эквивалентны друг другу. Факт инвариантности уравнений Максвелла (относительно преобразований Лоренца) подтверждается многочисленными опытными данными.
- Уравнения Максвелла не симметричны относительно электрического и магнитного полей. Это обусловлено тем, что в природе существуют электрические заряды, но нет зарядов магнитных. Вместе с тем в нейтральной однородной непроводящей среде, уравнения Максвелла приобретают симметричный вид

$$\nabla \times E = -\partial B / \partial t \qquad \nabla \cdot D = 0$$

$$\nabla \times H = \partial D / \partial t \qquad \nabla \cdot B = 0$$