Список литературы:

- Савельев И.В. Курс общей физики в 3-х тт. Т.1 Механика. Молекулярная физика.
- Сивухин Д.В. Общий курс физики Т-1 Механика. Уч. пос. для вузов
- Сивухин Д.В. Общий курс физикиТ-2 Термо-динамика и молекулярная физика. Уч. пос. для вузов
- Трофимова Т. И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов.
- Чертов А. Г., Воробьёв А. А. - Задачник по физике.
- Детлаф А. А., Яворский Б. М. - Курс физики.

- «Физика есть сколь приятная, столь и полезная наука, толкующая свойства тел или предметов, нас окружающих .

Физика научает нас обо всем рассуждать здраво и основательно, а через то самое и необходимо нужна для всякого человека»

Эта выдержка из самого старого учебника по физике - «Краткое руководство к физике, для употребления в народных училищах Российской империи» , изданное по Высочайшему Повелению Царствующей Императрицы Екатерины Второй 1787год.

Греческий алфавит

Α, α	альфа	Ι, ι	йота	Ρ, ρ	ро
Β, β	бета	Κ, κ	каппа	Σ, σ	сигма
Γ, γ	гамма	Λ, λ	лямбда	Τ, τ	тау
Δ, δ	дельта	Μ, μ	мю	Υ, υ	ипсилон
Ε, ε	эпсилон	Ν, ν	ню	Φ, φ, ϕ	фи
Ζ, ζ	дзета	Ξ, ξ	кси	Χ, χ	хи
Η, η	эта	Ο, ο	омикрон	Ψ, ψ	пси
Θ, θ	тета	Π, π	пи	Ω, ω	омега

Элементы векторной алгебры

- ***Вектор -*** направленный отрезок, характеризуется численным значением, модулем, и направлением.
- Любой вектор в декартовой системе координат можно задать тремя компонентами - **проекциями вектора** на оси Ox, Oy, Oz.
- Вектор -
- **Длина вектора** (или его модуль) – число

= .

Умножение вектора на число:

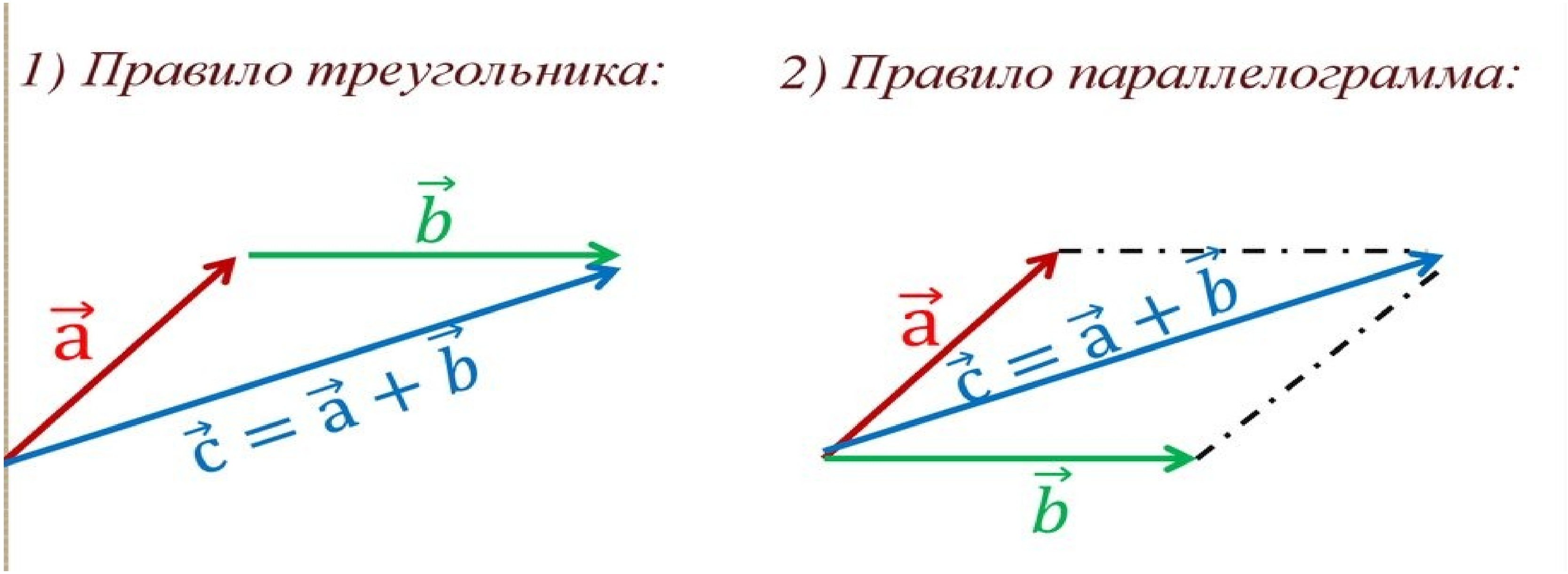
Произведение вектора на число даёт новый вектор =, компоненты которого определяются как , , . Длина вектора равна длине вектора , умноженной на абсолютное значение числа . Векторы и коллиниарны и имеют одно направление, если

Сложение и вычитание векторов

- Суммой двух векторов и   называется вектор

= + ,

компоненты которого определяются как сумма компонент слагаемых: .



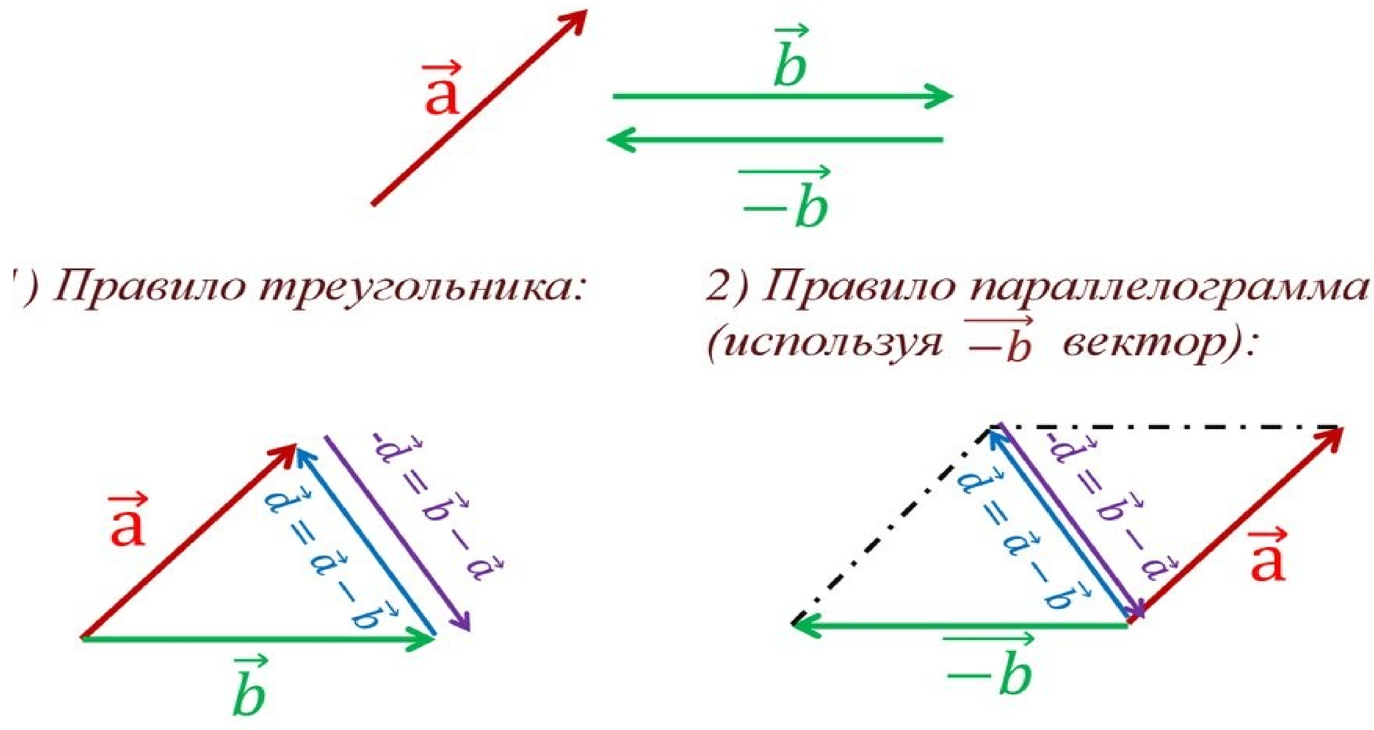
+

Сложение и вычитание векторов

- Разностью двух векторов называется вектор

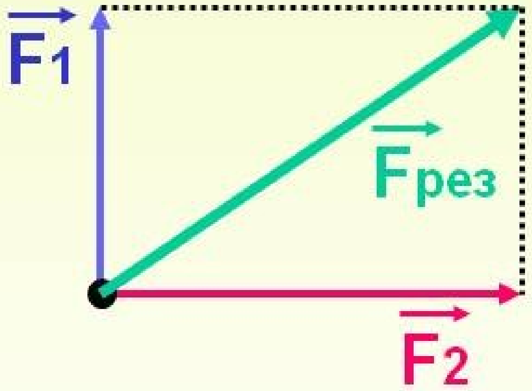
=

компоненты которого определяется как разность компонент вычитаемых : , , .

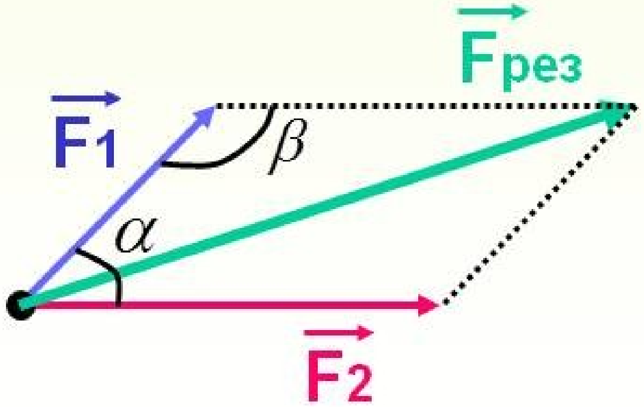


Пример сложения векторов

$$\vec{F}_{рез} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



$$F_{рез} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$



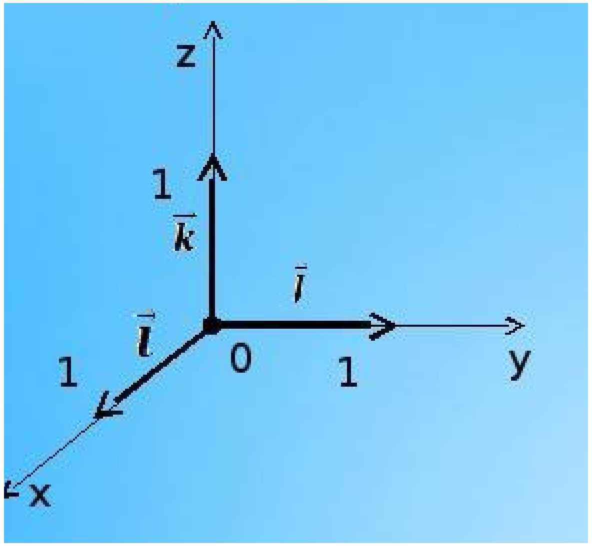
$$F_{рез} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos\beta}$$

$$\alpha = 180^0 - \beta$$

$$\cos\beta = -\cos\alpha$$

$$F_{рез} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$$

Единичный вектор

- ***Единичный вектор*** - вектор с длиной, равной единице: =1.
- Единичный вектор в направлении какого-то вектора равен: .
- Единичные вектора вдоль положительных направлений осей Ox, Oy, Oz - называются ***ортами.***
- 

=

Скалярное произведение двух векторов

- ***Скалярное произведение*** *двух векторов* – ***скаляр*** , модуль которого равен :

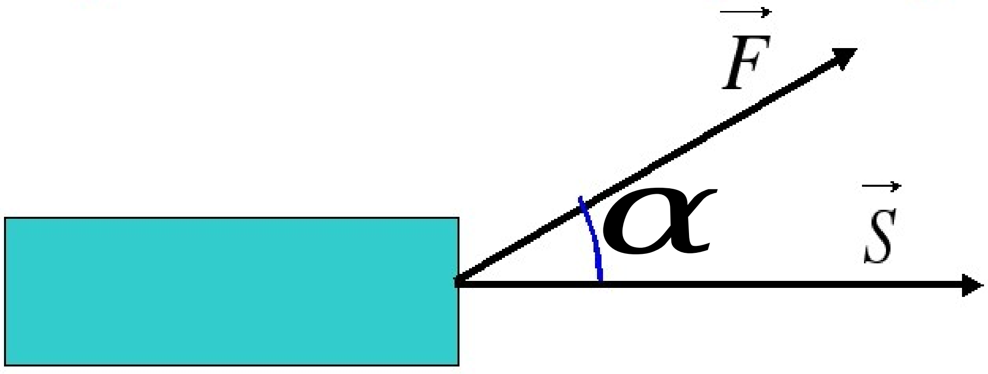
- $(\vec{a}, \vec{b}) = a \cdot b \cdot \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$
- $(\vec{a}, \vec{b}) = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$

- =

Свойства скалярного произведения

- Переместительный закон $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$;
- Распределительный закон $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$;
- Сочетательный закон $\lambda\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \lambda \vec{b} = \lambda (\vec{a} \cdot \vec{b})$;
- $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$;
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \quad (\vec{a} \neq 0, \ \vec{b} \neq 0)$ - критерий ортогональности векторов.

Пример применения скалярного произведение векторов в физике.



- ***Скалярное произведение двух векторов:***

=

Векторное произведение векторов

Векторным произведением векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$

называется вектор, обозначаемый $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$

и удовлетворяющий следующим трем условиям:

1) $\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \sin\left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right)$,

2) $\vec{c} \perp \vec{a}, \quad \vec{c} \perp \vec{b};$

3) упорядоченная тройка $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ – правая.

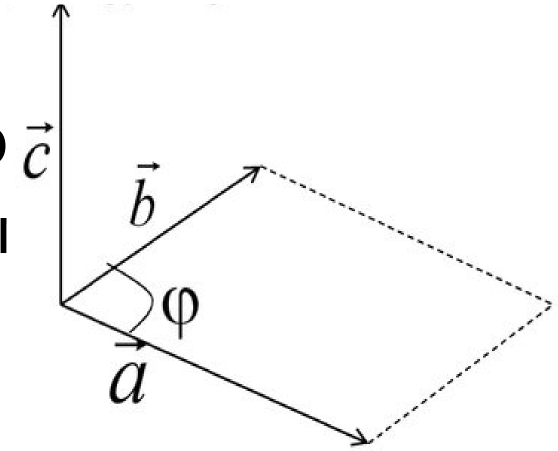
Важно:

Результатом векторного произведения **является вектор**.

Векторное произведение векторов

- Обозначение : = или =

- Геометрическим смыслом длины векторного произведения вектор является площадь параллелограі построенного на векторах .



- **Свойства векторного произведения**
- Переместительный закон $=$ -
- Критерий коллинеарности ||
- Распределительный закон $=$
- Сочетательный закон

Векторное произведение векторов

- Пусть заданы два вектора:

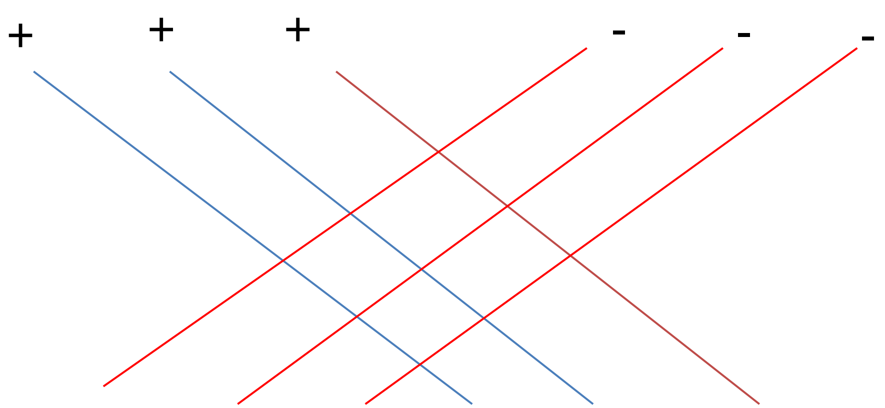
и

- Выражение для векторного произведения через координаты:

)=

=

Векторное произведение ортов: , ,



Производная вектора

- ***Производная вектора*** - это вектор, чьи компоненты равны производным от соответствующих компонент вектора

Например, вектор зависит от времени, тогда:

= + + .

- *Производная скалярного произведения:*

+

- *Производная векторного произведения:*

+

КИНЕМАТИКА

ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

- **1. Основные понятия механики, модели в механике**
- **2. Система отсчета, тело отсчета Кинематическое уравнение движения.**
- **3. Основные параметры кинематики материальной точки**
  - **Путь, перемещение**
  - **Скорость**
  - **Ускорение.**
- **4. Прямая и обратная задача инематики**
- **5. Криволинейное движение. Нормальное и тангенциальное ускорение.**
- **6. Кинематика вращательногое движения вокруг неподвижной оси**

Механика наиболее старый раздел физики начинало относится к III в. до н.э., когда древнегреческий ученый **Архимед** (287 – 312 до н.э.) сформулировал закон рычага и законы равновесия плавающих тел.

Дальнейшее развитие механики связано с именем итальянского физика и астронома **Галилео Галилеем** (1564 – 1642) и окончательно сформулированы английским физиком **Исааком Ньютоном** (1643 – 1727).

Механика Галилея и Ньютона называется классической, т.к. она рассматривает движение макроскопических тел со скоростями, значительно меньшими скорости света в вакууме.

Классические представления в механике существовали до 19 века.

- *Классическая (Ньютонова) механика*

  Архимед, Ньютон, Галилей
- 1905 Альберт Эйнштейн - специальная теория относительности СТО - *релятивистская механика*

  $m\upsilon c$
- В 1925-26 годах Гейзенберг и Шредингер заложили основы *квантовой механики*, рассматривает движение микроскопических тел со скоростями, значительно меньшими скорости света.
- В 1928 Дирак обобщил результаты исследований и создал основу *квантовой релятивистской механики (физика высоких энергий),* изучающей движение микроскопических тел со скоростями близкими к скорости света.

1.Основные понятие механики, модели механике

Механика - часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.

Механическое движение - изменение взаимного положения тел или их частей в пространстве со временем.

Предметом классической механики является механическое движение взаимодействующих между собой макротел при скоростях, много меньше скорости света и в условиях, когда переходом механической энергии в другие ее формы можно пренебречь.

Разделы классической механики

Кинематика
Изучает движение тел,
не рассматривая причины,
которые это движение
обусловливают

Динамика
Изучает законы движения тел
и причины,
которые вызывают или
изменяют это движение

Статика
Изучает законы равновесия
системы тел.
Если известны законы
движения тел,
то из них можно установить и
законы равновесия.

Кинематика (*от греческого слова kinema – движение*) – *раздел механики, в котором изучаются геометрические свойства движения тел без учета их массы и действующих на них сил.*

Динамика (*от греческого dynamis – сила*) изучает движения тел в связи с теми причинами, которые обуславливают это движение.

Статика (*от греческого statike – равновесие*) изучает условия равновесия тел.

Поскольку равновесие – есть частный случай движения, законы статики являются естественным следствием законов динамики и в данном курсе не изучается.

Модели в механике

Материальная точка - ***тело, размерами, формой и внутренним строением которого в данной задаче можно пренебречь*** - **механика материальной точки**

Абсолютно твердое тело - ***тело, деформацией которого в данной задаче можно пренебречь*** - **механика твердого тела**

Сплошная среда – ***тело, структурой которого в данной задаче можно пренебречь*** – **механика сплошных сред.**

Виды движения:

- \- поступательное движение - *движение, при котором любая прямая, связанная с движущимся телом, остается параллельна своему первоначальному положению.*
- \- вращательное движение – *движение, при котором все точки тела двигаются по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.*
- Любое сложное движение можно рассмотреть как комбинацию поступательного и вращательного движения.
- По виду траектории можно разделить на *прямолинейное и криволинейное движение*.

2. Система отсчета. Кинематическое уравнение движения.

Движение тел происходит в пространстве и во времени. *Не существует способов указать положение тела в пустом пространстве.*

Всякое движение *относительно,* поэтому для описания положение тела в пространстве или описания движения тела вводят систему отсчета (СО).

Система отсчета – совокупность системы координат и часов, связанных с телом по отношению к которой изучается движение.

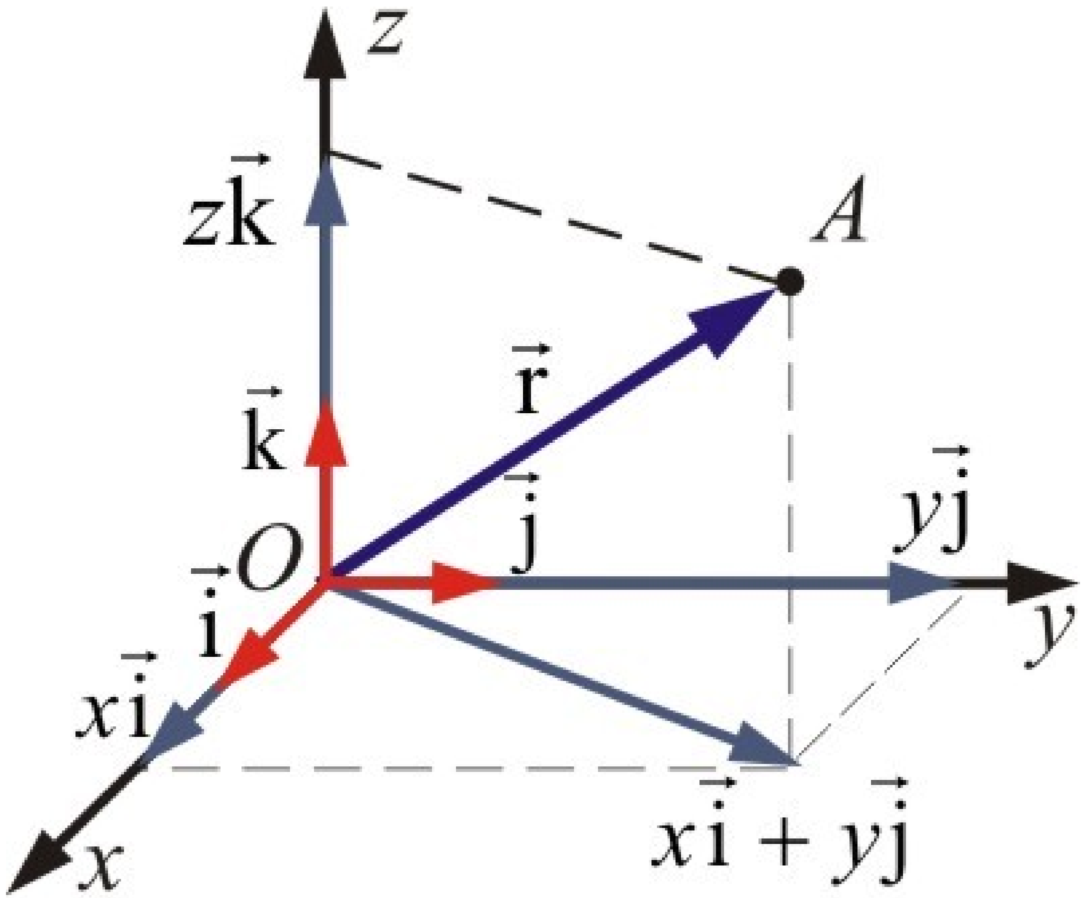
В механике используют три системы координат:

- декартова (прямоугольная),
- цилиндрическая
- сферическая.

Движения тела, как и материи, вообще не может быть вне времени и пространства. Материя, пространство и время неразрывно связаны между собой (нет пространства без материи и времени и наоборот).

Пространство трехмерно, поэтому «естественной» системой координат является, декартова или прямоугольная система координат.

В декартовой системе координат, положение точки ***A*** в данный момент времени по отношению к этой системе характеризуется тремя координатами *x*, *y*, *z* или радиус-вектором ,
проведенным из начала координат в данную точку.

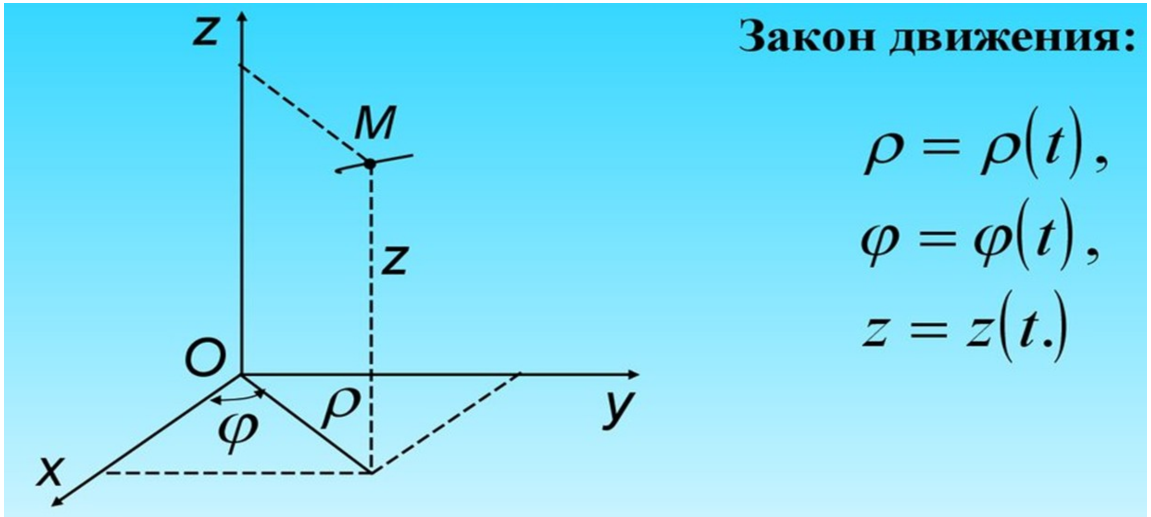


$$\vec{r} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$=$

Цилиндрическая система координат

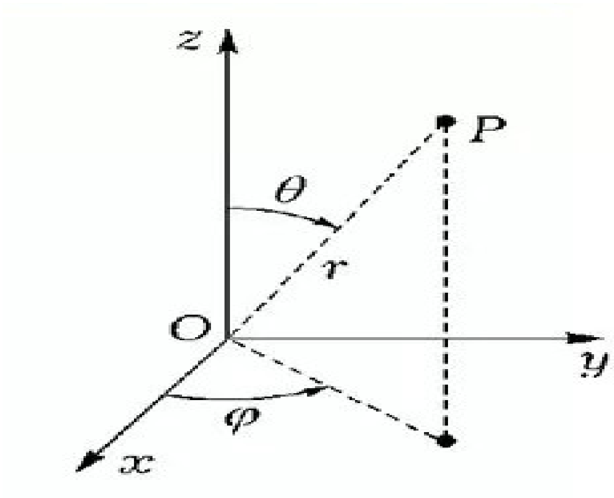
- В цилиндрической системе координат, положение точки М в данный момент времени по отношению к этой системе характеризуется тремя координатами



- Переходы между системами координат:

Сферическая система координат

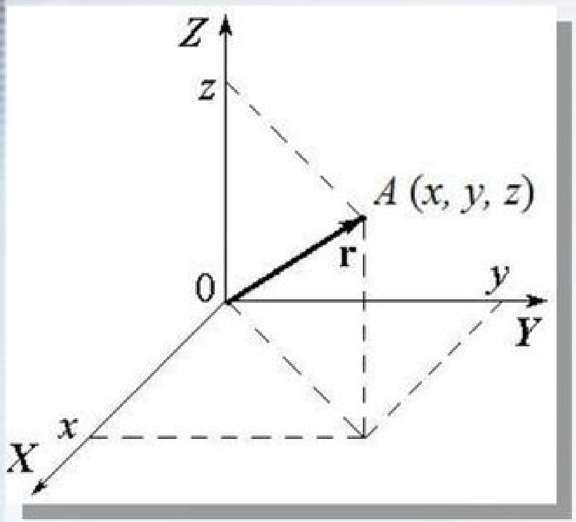
- В сферической системе координат, положение точки М в данный момент времени по отношению к этой системе характеризуется **тремя координатами r, φ, θ.**



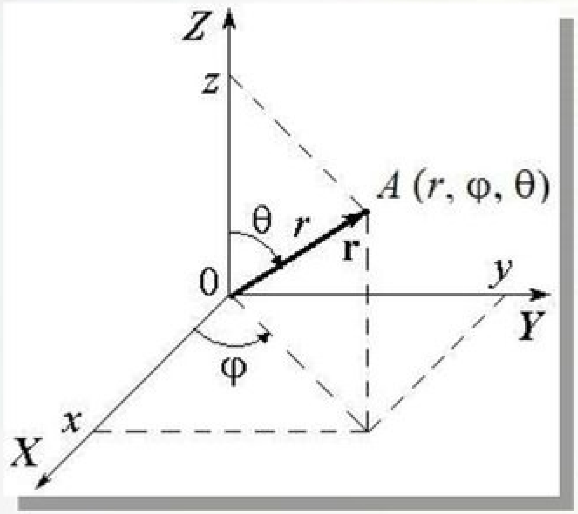
Закон движения:

Переходы между системами координат:

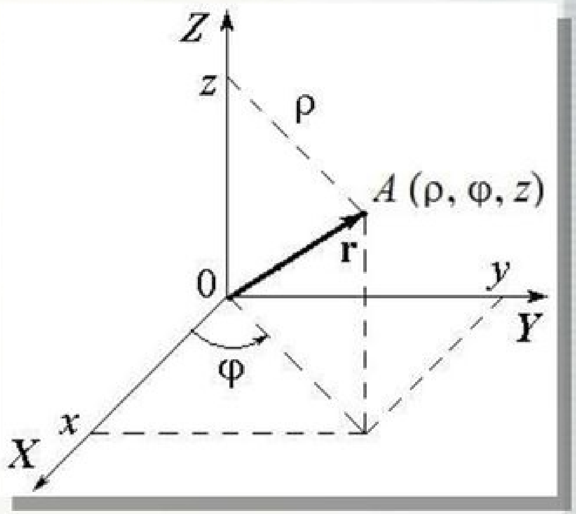
Основные системы координат в пространстве



Декартова (прямоугольная) система координат



Сферическая система координат



Цилиндрическая система координат

Преобразование координат

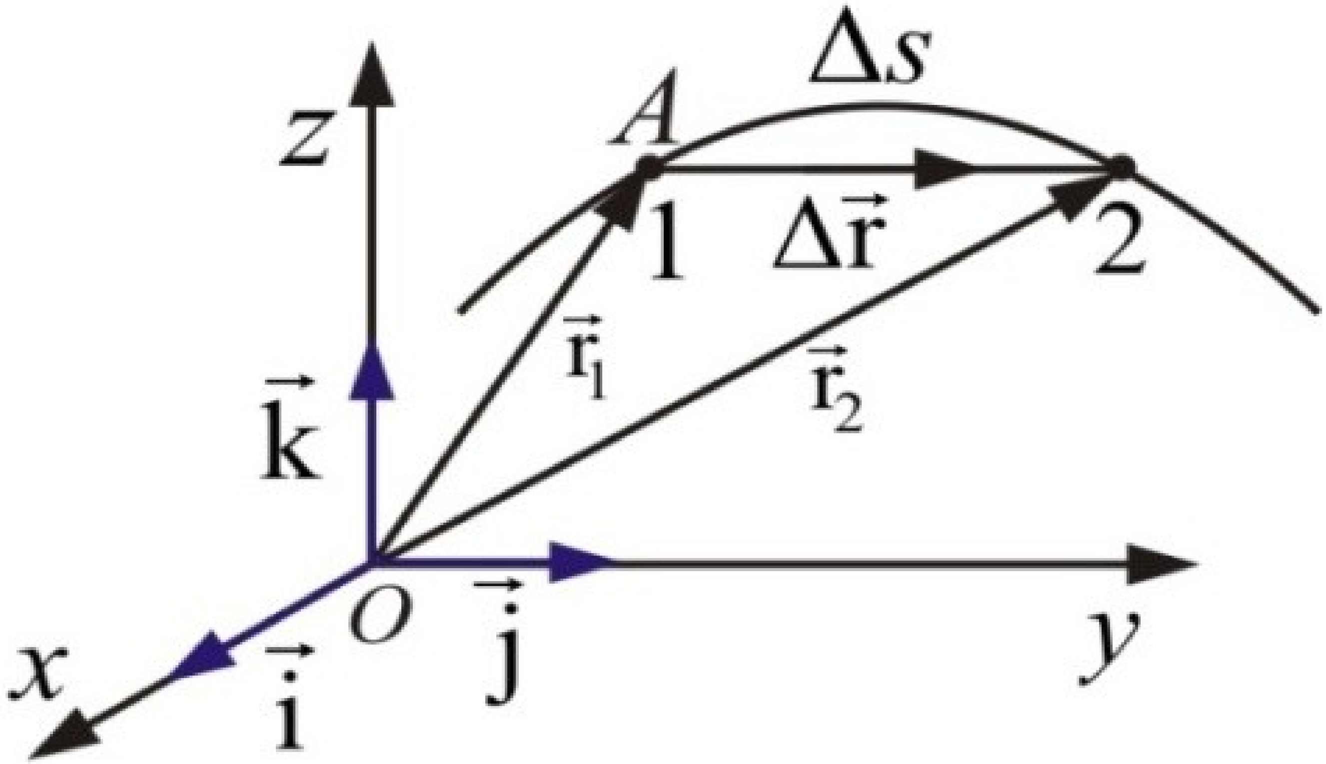
От цилиндрических к декартовым $x = \rho\cos\varphi\,; \quad y = \rho\sin\varphi\,; \quad z = z$

От сферических к декартовым $x = r\sin\theta\cos\varphi\,; \quad y = r\sin\theta\sin\varphi\,; \quad z = r\cos\theta$

•При движении материальной точки её координаты с течением времени изменяются.

• В общем случае её движение определяется **скалярными или векторными уравнениями:**

- *Геометрическое место точек концов радиуса-вектора называется* ***траекторией точки***.



Кинематические уравнения движения материальной точки

Скалярные уравнения:

Эти уравнения эквивалентны ***векторному уравнению:***

где проекции радиуса-вектора на оси координат, а - *единичные векторы (орты),* направленные по соответствующим осям, причем:

, , ,

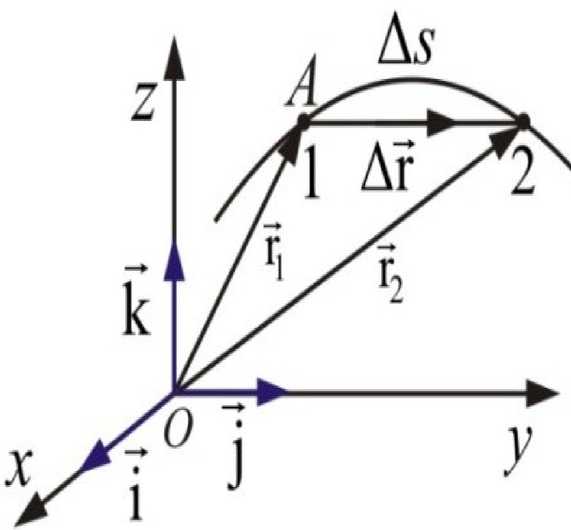
- Эти две формы записи уравнения движения называются ***параметрическими***, так как зависят от параметра t.
- Если из уравнений движения исключить параметр времени, получим ***уравнение траектории.***

Число степеней свободы

– *Число независимых координат, полностью определяющих положение точки в пространстве, называется* ***числом степеней свободы i.***
– Если материальная точка движется в пространстве, то она имеет три степени свободы ***i = 3*** (координаты x, y, z),
– Если она движется на плоскости – две степени свободы, ***i= 2*** .
– Если вдоль линии – одна степень свободы, ***i=1*** .

3. Основные параметры кинематики материальной точки

Путь, перемещение



Положение точки *A* в пространстве можно задать с помощью радиус-вектора $\mathbf{r}_1$, проведенного из точки отсчета *O* или начала координат. При движении точки А из точки 1 в точку 2 её радиус-вектор изменяется и по величине, и по направлению, т.е. зависит от времени t.

Геометрическое место точек концов радиуса-вектора $\vec{r}_1$ называется *траекторией точки*.

Длина траектории есть путь Δs.

Если точка движется по прямой в одну сторону, то приращение $|\Delta\vec{r}|$ *равно пути* s.

- Пусть за время точка А переместилась из точки 1 в точку 2.
- ***Вектор перемещения*** есть приращение вектора за время t:

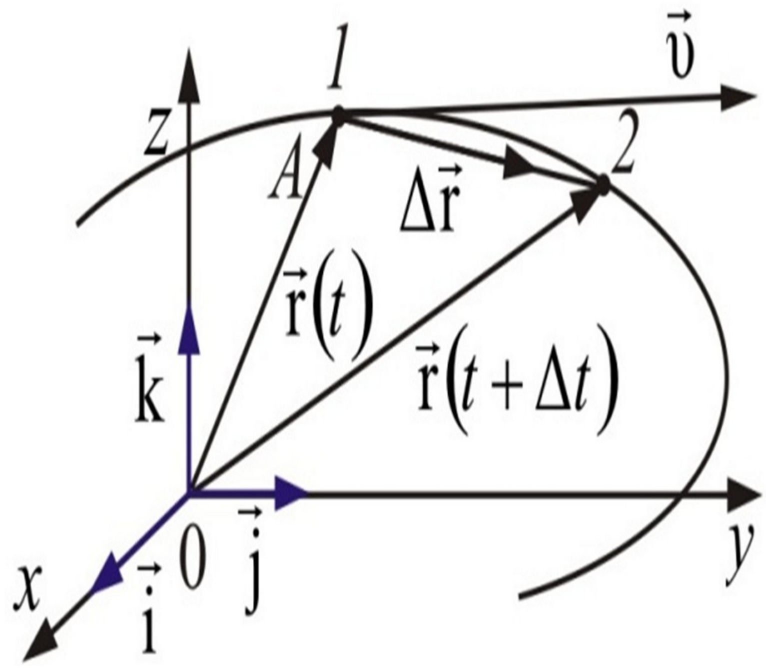
- = +

- +

- Модуль вектора перемещения:

$$\left|\Delta\vec{r}\right| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}.$$

Скорость



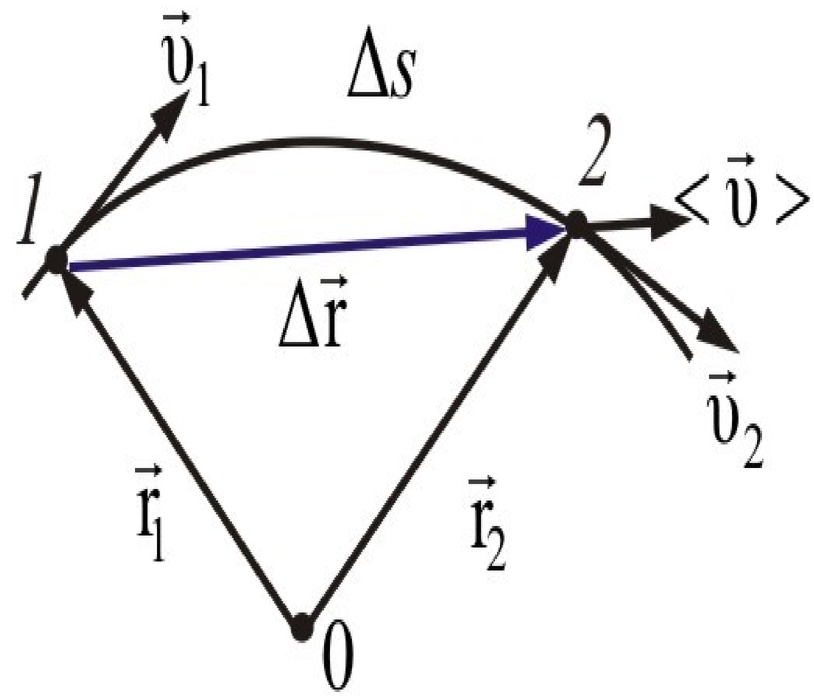
- ***Вектор средней скорости*** определяется как отношение вектора перемещения ко времени t, за которое это перемещение произошло.

$$\boxed{\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \langle \vec{\upsilon} \rangle}$$

- Вектор совпадает с вектором .

Мгновенная скорость в точке 1:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

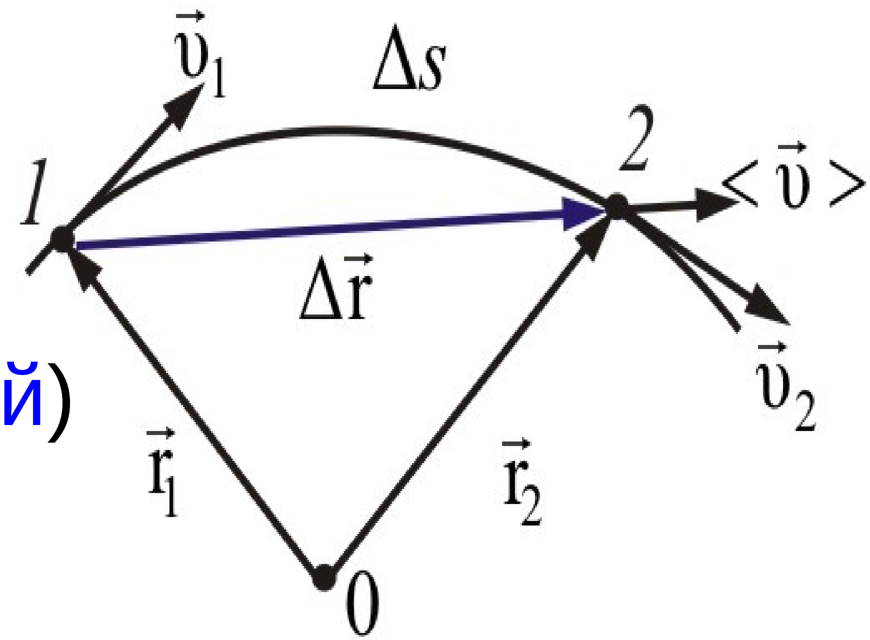


Модуль вектора скорости

$$\upsilon \equiv \left|\vec{\upsilon}\right| = \left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|.$$

Мгновенная скорость υ*-вектор скорости в данный момент времени равен первой производной от* $\vec{r}$ *по времени t и направлен по касательной к траектории в данной точке в сторону движения точки А.*

При *t* 0 т.е. на бесконечно малом участке траектории *S* = *r* (перемещение совпадает с траекторией)



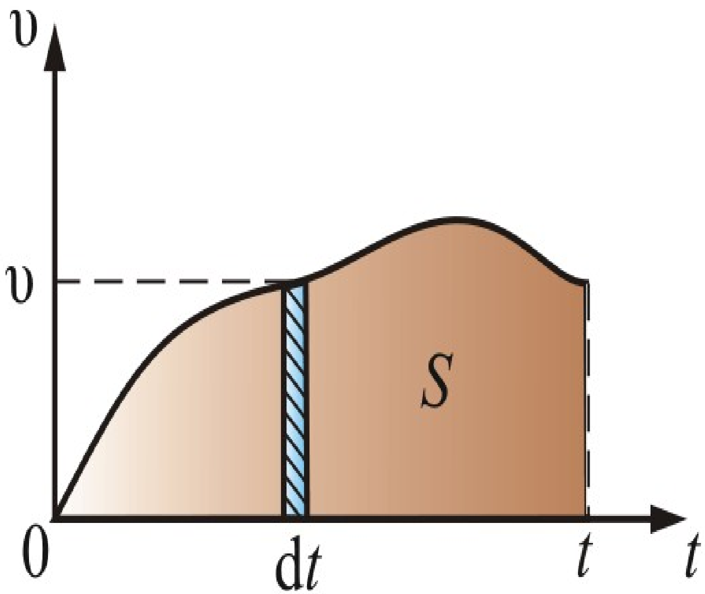
В этом случае мгновенную скорость можно выразить через скалярную величину – ***путь:***

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}; \quad \text{или} \quad \upsilon = \frac{ds}{dt}.$$

Так вычислять скорость проще, т.к. *S* – скаляр

Действие обратное дифференцированию – *интегрирование.*

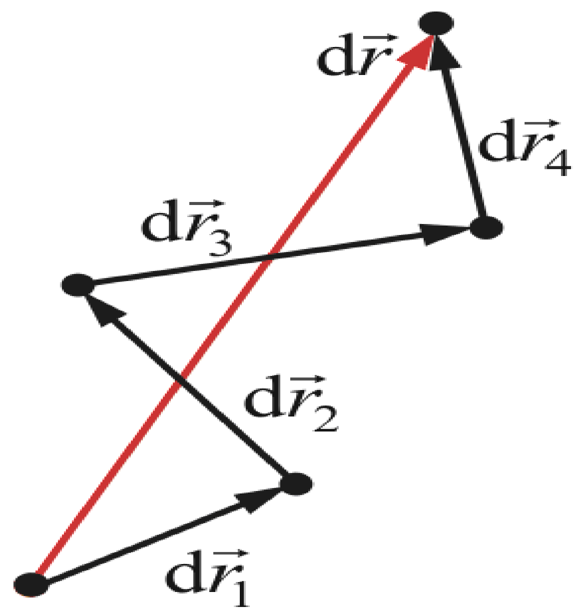
$$ds = \upsilon dt$$ – площадь бесконечно узкого прямоугольника,скорость в интервале времени d*t* постоянная. . Чтобы вычислить весь путь *S* за время *t*, надо сложить площади всех прямоугольников.



$$S = \int_0^t \upsilon dt.$$

Геометрический смысл этого интеграла в том, что ***площадь под кривой есть путь тела за время t.***

Принцип независимости движения (действия сил)



- Если материальная точка участвует в нескольких движениях, то ее *результирующее перемещение* $d\mathrm{r}$ *равно векторной сумме перемещений*, обусловленных каждым из этих движений в отдельности:

$$\boxed{d\mathrm{r} = d\mathrm{r}_1 + d\mathrm{r}_2 + \ldots + d\mathrm{r}_i + d\mathrm{r}_n = \sum_{i=1}^{n} d\mathrm{r}_i,}$$

Так как $\boxed{\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}}$

Тогда $\boxed{\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \ldots + \vec{v}_i + \vec{v}_n}$

$$\boxed{\vec{v} = \sum_{i=1}^{n} \vec{v}_i.}$$

Таким образом, *скорость тоже подчиняется принципу независимости движения.*

Аналогично формулируется принцип независимости действия сил.

В физике существует общий принцип, который называется:

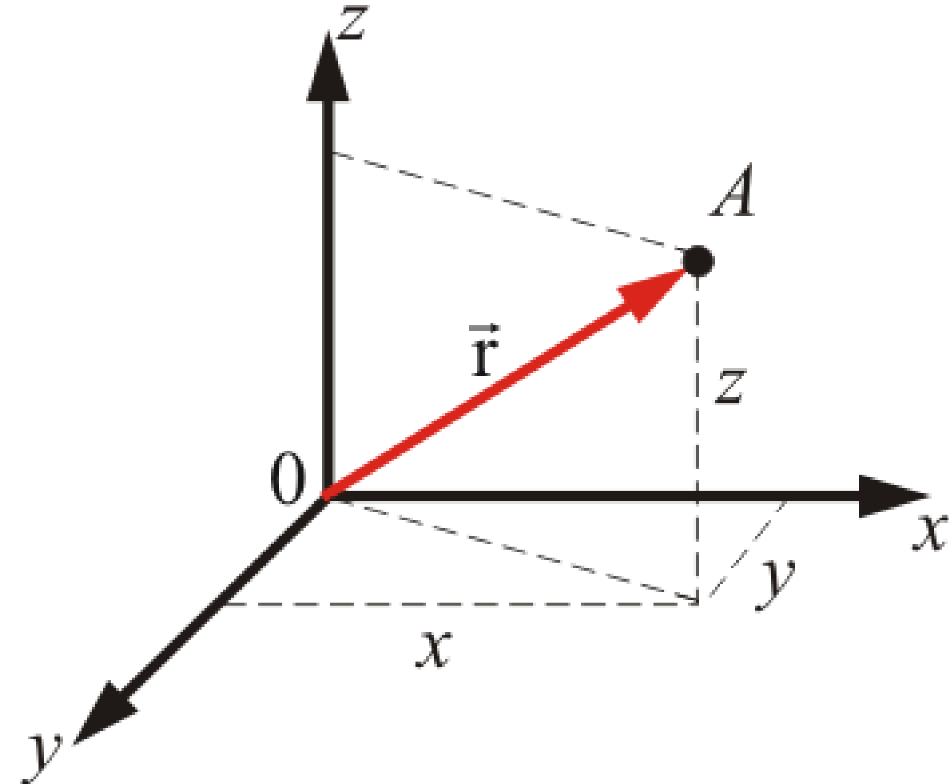
принцип суперпозиции - ***результирующий эффект сложного процесса взаимодействия представляет собой сумму эффектов, вызываемых каждым воздействием в отдельности,*** *при условии, что последние взаимно не влияют друг на друга.*

Принцип суперпозиции играет большую роль во многих разделах физики и техники.

Проекция вектора скорости на оси координат

В векторной форме уравнения записываются легко и кратко. Но для практических вычислений нужно знать проекции вектора на оси координат выбранной системы отсчета.

Положение точки *A* задается радиус-вектором r. Спроецируем вектор r на оси – *x*, *y*, *z*.



Понятно, что *x*, *y*, *z* зависят от времени *t*, т.е. *x*(*t*), *y*(*t*), *z*(*t*). Зная зависимость этих координат от времени (закон движения точки) можно найти в каждый момент времени скорость точки.

Проекции скорости на оси координат

Проекции скорости на координатные оси равны первым производным от координат x, y, z по времени:

$$\boxed{v_x = \frac{dx}{dt}} \qquad \boxed{v_y = \frac{dy}{dt}} \qquad \boxed{v_z = \frac{dz}{dt}}$$

Вектор скорости:

$$\boxed{\vec{\upsilon} = \upsilon_x \vec{i} + \upsilon_y \vec{j} + \upsilon_z \vec{k} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k},}$$

Модуль вектора скорости:

$$\boxed{\upsilon = \sqrt{\upsilon^2_x + \upsilon^2_y + \upsilon^2_z}}$$

Ускорение.

В произвольном случае движения скорость не остается постоянной. *Быстрота изменения скорости по величине и направлению характеризуется* ***ускорением***:

$$\vec{a} = \frac{d\upsilon}{dt}$$

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \frac{d\upsilon_x}{dt}\vec{i} + \frac{d\upsilon_y}{dt}\vec{j} + \frac{d\upsilon_z}{dt}\vec{k},$$

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k},$$

Ускорение величина векторная.

Модуль ускорения:

4. Прямая и обратная задача кинематики

Прямая задача кинематики заключается в нахождении скорости и ускорения по перемещению тела $r(t)$.

По определению:

$$\upsilon(t) = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \qquad a(t) = \frac{\mathrm{d}\upsilon(t)}{\mathrm{d}t}$$

Обратная задача кинематики заключается в том, что по известному значению ускорения a(t) найти скорость точки и восстановить траекторию движения r(t).

При равномерном движении

$$s = \int_0^t \upsilon \mathrm{d}t = \upsilon t$$

При движении с постоянным ускорением:

$$\upsilon = \upsilon_0 \pm at \qquad S = \upsilon_0 t \pm \frac{at^2}{2}.$$

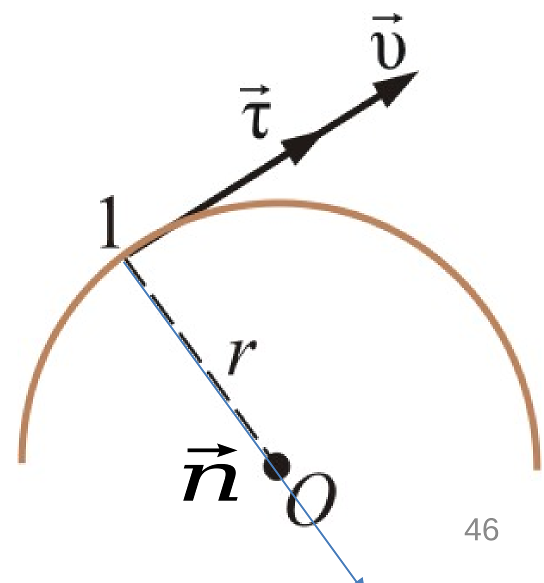
Прямая и обратная задачи кинематики

- Из определения ускорения : = = проинтегрируем это выражение:
- =dt или =dt
- или -
- Из определения скорости : dt - проинтегрируем
-
-

5. Криволинейное движение. Тангенциальное и нормальное ускорение

При криволинейном движении, когда вектора скорости и ускорения не совпадают по направлению, так скорость направлена по касательной к траектории, а ускорение под углом – в сторону вогнутости траектории. Удобно выбрать ***естественную систему*** отсчета, которую жестко связывают с телом. Одна ось – направлена по касательной к траектории в направлении движения, как скорость, другая ось *n* – перпендикулярна первой оси, направлена к центру кривизны траектории.

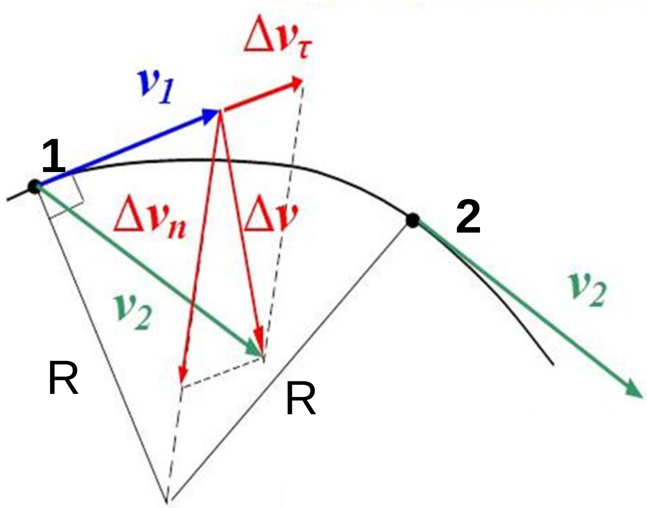
Введем *единичный вектор* τ ,связанный с точкой 1 и направленный по касательной к траектории движения точки 1 (вектора $\vec{\tau}$ и в точке 1 совпадают).



Тогда можно записать:

= , где – модуль скорости

Криволинейное движение.
Тангенциальное и нормальное ускорение



Материальная точка перемещается из точки 1 в точку 2 за время , при этом скорость точки меняется как по величине, так и по направлению.

- изменение по величине

- изменение по направлению

+

- По определению ускорение – ===

- Из этих формул видно: = и

- *тангенциальное* ускорения, совпадает с направлением вектора в данной точке,

- *нормальное* ускорение (центростремительное)

Тангенциальное ускорение

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau}$$

или по модулю

$$|a_\tau| = \frac{d\upsilon}{dt}$$

a_τ - показывает *изменение вектора скорости по величине:*

- если $\frac{d\upsilon}{dt} > 0$, a_τ направлено в ту же сторону, что и вектор υ, т.е. ускоренное движение;

- если $\frac{d\upsilon}{dt} < 0$, то a_τ направлено в противоположную сторону от υ, т.е. замедленное движение;

- при, $\frac{d\upsilon}{dt} = 0$ $a_\tau = 0$ –движение с $\upsilon = \mathrm{const}$

- с постоянной по модулю скоростью.

Нормальное ускорение

$$\vec{a}_n = \upsilon\frac{d\vec{\tau}}{dt}.$$

или по модулю

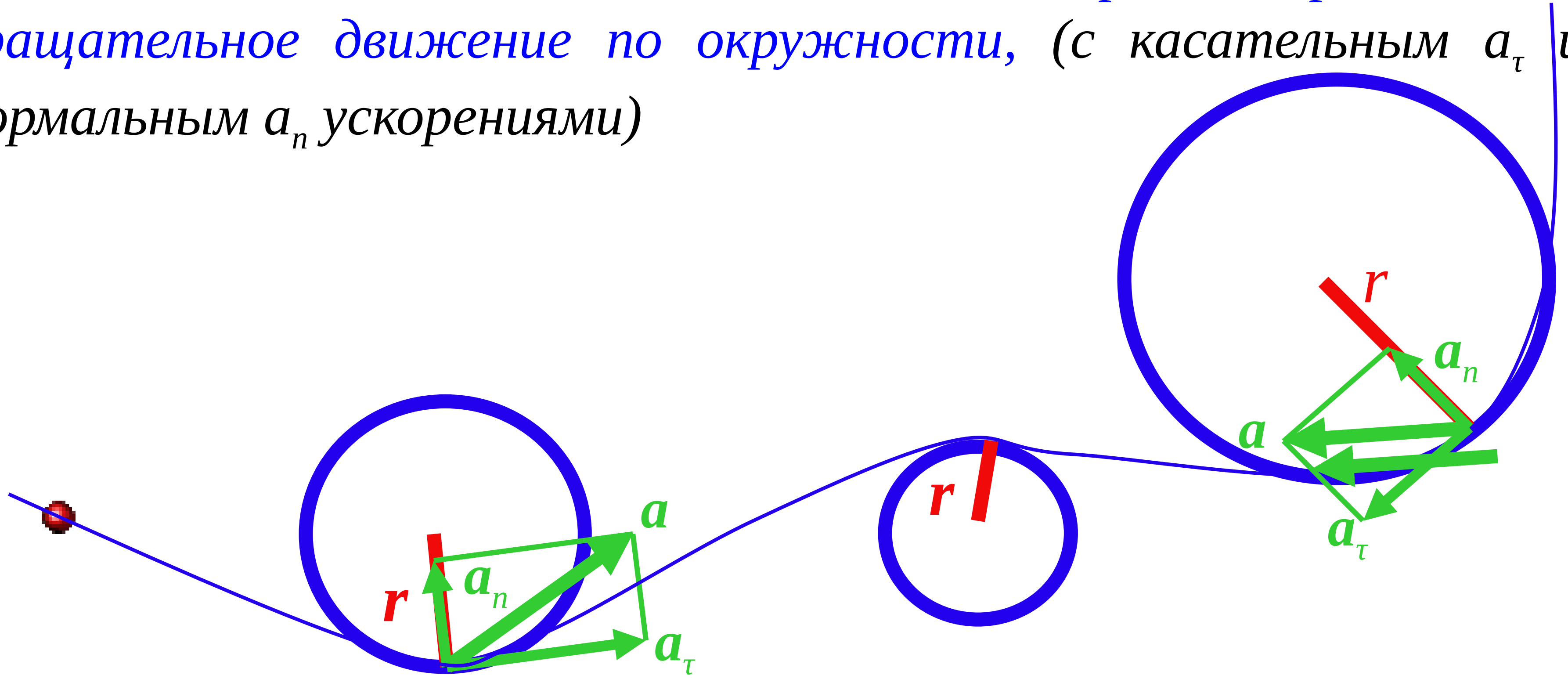
$$=$$

Быстрота изменения направления касательной $(d\vec{\tau}/dt)$ к траектории определяется скоростью движения точки по окружности и степенью искривленности траекторий. Направлено к центру кривизны.

Ускорение при произвольном движении

При произвольном движении материальной точки величина **r** будет равна радиусу некоторой моментальной (т.е. соответствующей данному моменту времени) окружности

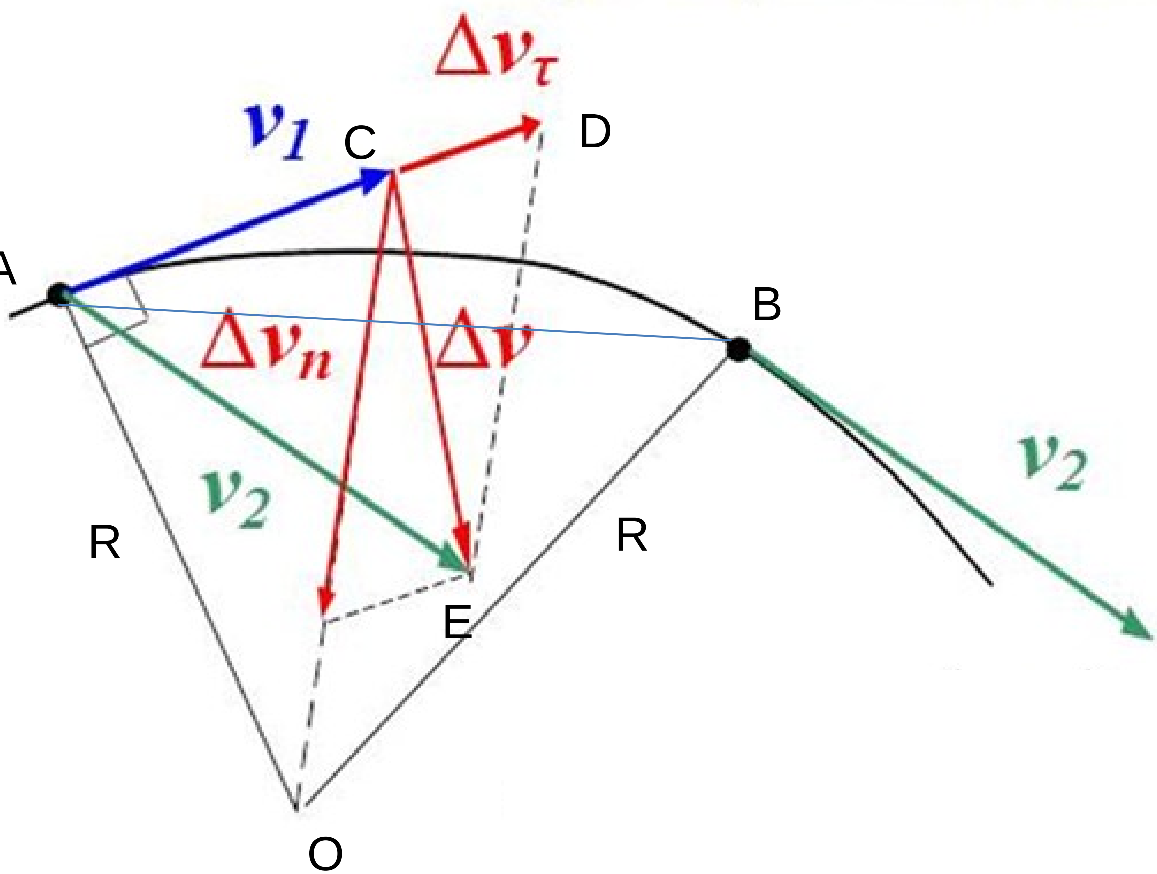
В любой точке траектории движение материальной точки можно рассматривать как вращательное движение по окружности, (с касательным a_τ и нормальным a_n ускорениями)

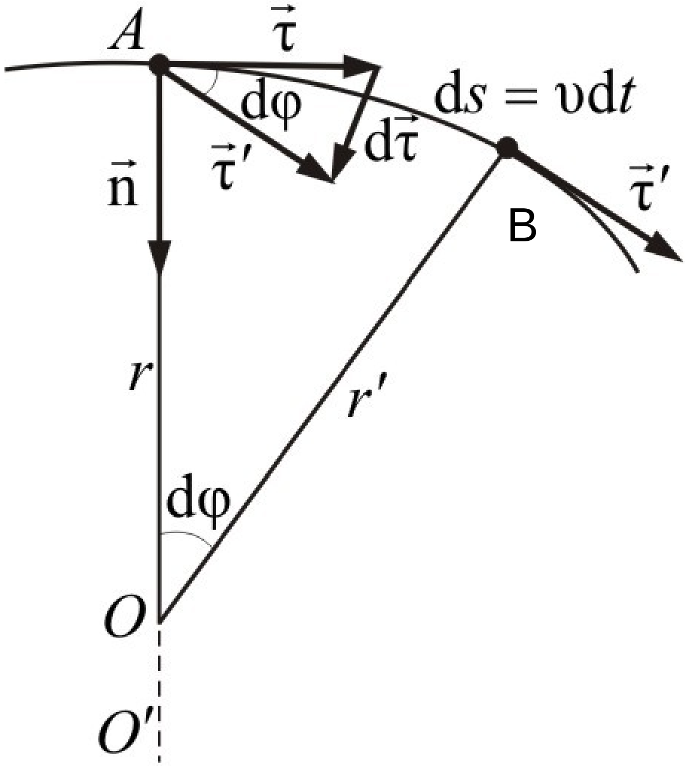


При приближается к точке A, длина дуги AB с некоторым радиусом R будет приближаться к хорде AB. Из подобия треугольников AOB и ADE

Если

$$\vec{a}_n = \upsilon \cdot \frac{\overrightarrow{d\tau}}{dt}$$





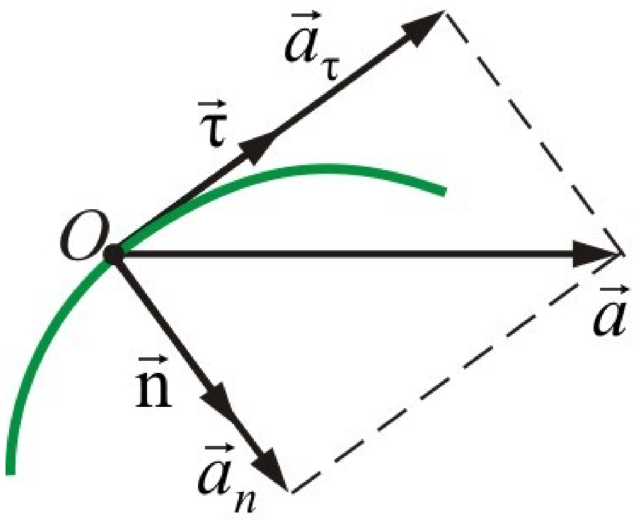
Скорость изменения направления касательной можно выразить как произведение скорости изменения угла на единичный вектор n , показывающий направление изменения угла.

$\vec{n}$ Т.о. – единичный вектор, направленный перпендикулярно касательной в данной точке, т.е. по радиусу кривизны к центру кривизны.

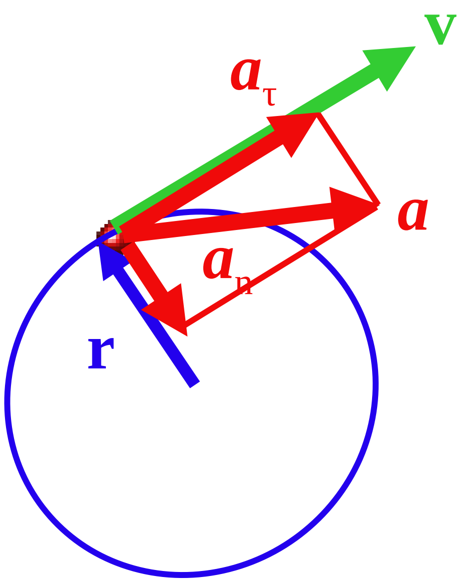
Приращение единичного вектора (τ) - = $$\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{d\varphi}{dt}\vec{n}$$

Из треугольника ОАВ , тогда = = - *нормальное ускорение или центростремительное* т.к. направлено оно к центру кривизны, перпендикулярно .

Суммарный вектор ускорения при движении точки вдоль плоской кривой равен:



$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \frac{\upsilon^2}{r}\vec{n}.$$



Модуль полного ускорения равен:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

Классификация движения в зависимости от и

– равномерное прямолинейное движение;

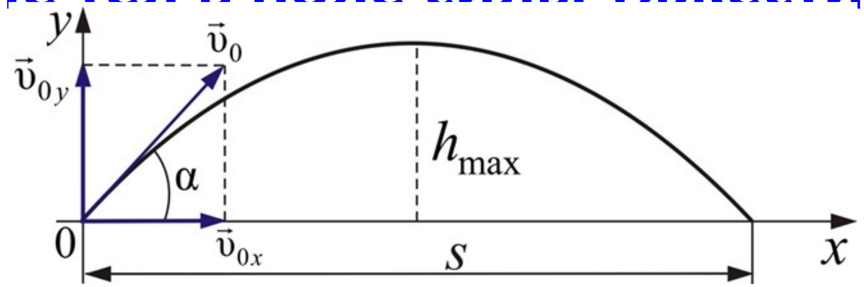
- прямолинейное равнопеременное движение

– прямолинейное с переменным ускорением

, если R=const **– равномерное движение по окружности**

-

Движение тел в поле силы тяжести Земли



- Ось – X
- Начальные условия:
- Уравнение движения:

 – равномерное движение вдоль оси X

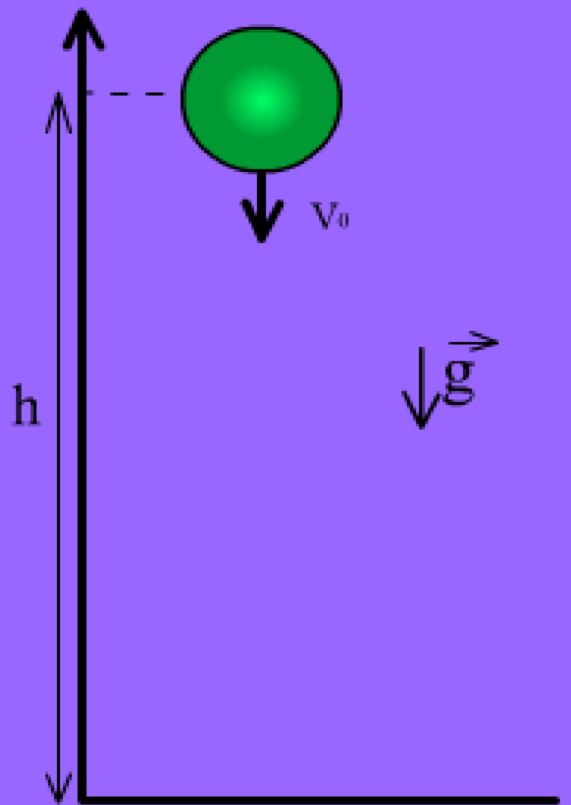
t

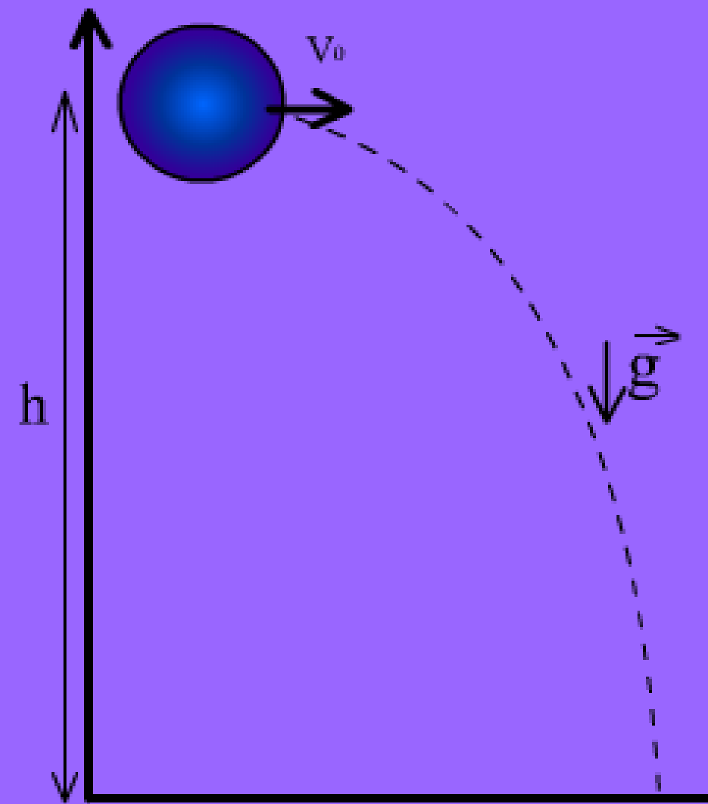
- Ось – Y
- Начальные условия:
- Уравнение движения:

Уравнение траектории:

максимальная дальность полёта

Координата максимальной высоты подъёма





$$y = h_{0y} + \upsilon_{0y} t + \frac{g_y t^2}{2}$$

$$y = h_{0y} + \upsilon_0 t \sin\alpha + \frac{g_y t^2}{2}$$

$h_{0y} = 0;\ \upsilon_{0y} = 0;\ g_y = g;\ y = h$

$h_{oy} = 0;\ y = h;\ g_y = g;\ \alpha = 0 \Rightarrow \sin\alpha = 0$

$h = \dfrac{gt^2}{2}$ $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ **время падения в обоих случаях зависит от высоты**

Кинематика твердого тела

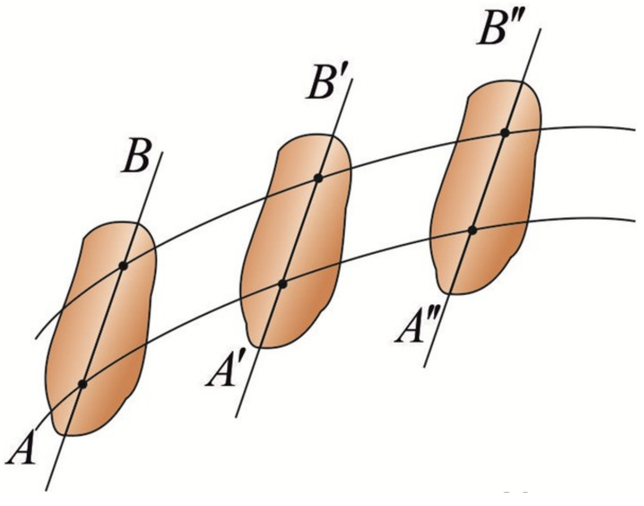
Различают пять видов движения твердого тела:

- поступательное;
- вращательное вокруг неподвижной оси;
- плоское;
- вокруг неподвижной точки;
- свободное.

Поступательное **движение *и* *вращательное* движение вокруг оси – основные виды движения твердого тела.**

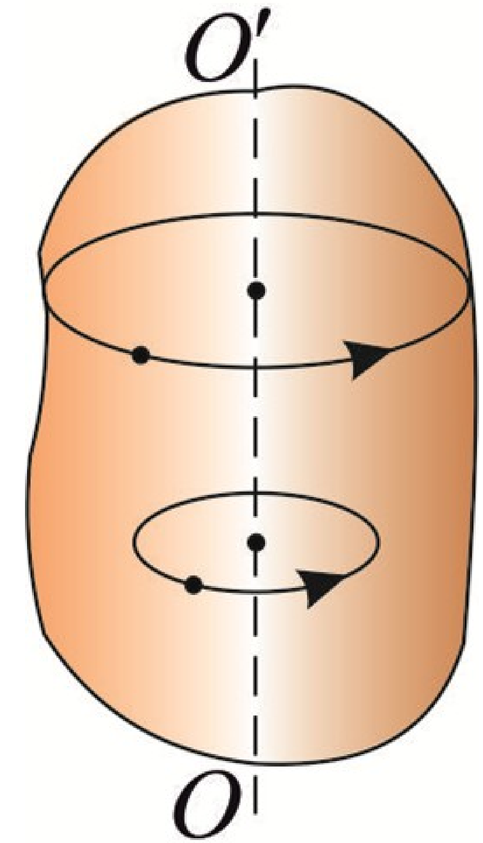
Остальные виды движения твердого тела можно свести к одному их этих основных видов или к их совокупности.

Поступательное движение – это такое движение твердого тела, при котором любая прямая, связанная с телом, остается параллельной своему начальному положению и при этом, все точки твердого тела совершают *равные перемещения.*



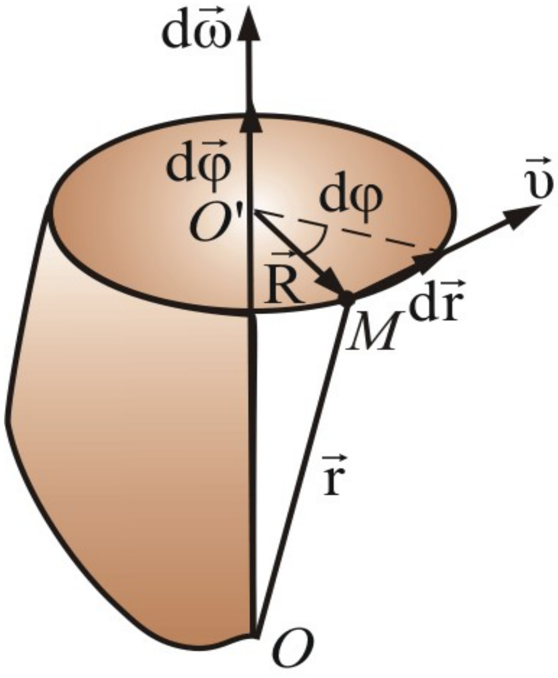
Скорости и ускорения *всех точек* твердого тела в данный момент времени *t* одинаковы. Это позволяет свести изучение поступательного движения твердого тела к изучению движения отдельной точки, т.е. к задаче кинематики материальной точки, подробно рассмотренной в прошлом разделе.

При вращательном движении все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой OO', называемой ***осью вращения .*** Из определения вращательного движения ясно, что понятие вращательного движения для материальной точки неприемлемо.



6. Кинематика вращательного движения

Движение твердого тела, при котором две его точки O и O' остаются неподвижными, называется **вращательным движением вокруг неподвижной оси**, *а неподвижную прямую OO' называют* ***осью вращения***. Пусть абсолютно твердое тело вращается вокруг неподвижной оси *OO'* .



За малый промежуток времени повернулось на угол . Удобно использовать полярную систему координат. По аналогии с поступательным движением введём кинематические параметры:

1. Положение точки характеризует :

- ***Радиус –вектор*** -
- ***Угол поворота*** - (,
- или длина дуги

- Радиан – это угол, который опирается на дугу окружности длиной R.

Уравнение движения

- Полярная система
- Декартова

$r = const$

Уравнение траектории :

По аналогии с поступательным движением:

- - угол поворота -за время *dt* – ***угловой путь***. Удобно ввести – вектор элементарного поворота тела, численно равный и направленный вдоль оси вращения OO' так, чтобы глядя вдоль вектора мы видели вращение по часовой стрелке (направление вектора и направление вращения связаны
- ***правилом буравчика.***

Пусть за малый промежуток времени тело повернулось на угол , по аналогии с поступательным движением , быстрота поворота характеризуется ***угловой скоростью:***

- Вращение с *постоянной угловой скоростью* называется *равномерным.*

– называется *круговой или циклической частотой вращения.*

При равномерном движении по окружности можно ввести понятие - *период Т – время одного оборота ,*

= *с*

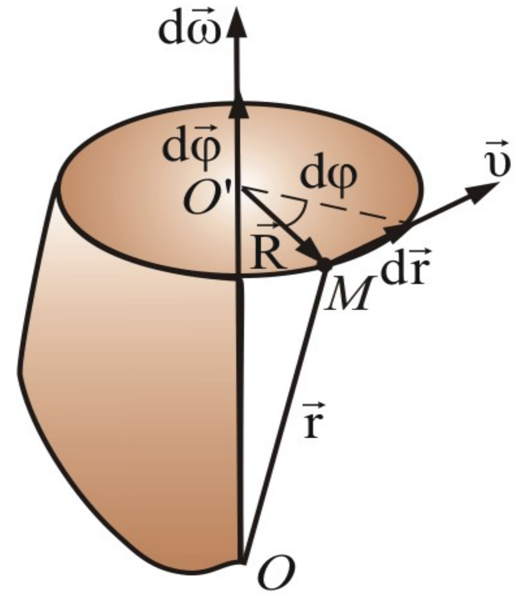
- =

- ***Частота обращения (частота)*** $-$ число оборотов в единицу времени:

- $=$ Гц, $=2$

Если вращение неравномерное, то $-$ угловая скорость.

Угловой скоростью называется *вектор* $\vec{\omega}$ *численно равный первой производной от угла поворота по времени* и направленный вдоль оси вращения в направлении $d\vec{\varphi}$ ($d\vec{\varphi}$ и $\vec{\omega}$ всегда направлены в одну сторону).



$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Связь линейной и угловой скорости

Пусть – линейная скорость точки М. За промежуток времени dt точка М проходит путь $dr = \upsilon dt$. В то же время $dr = R d\varphi$ (- центральный угол). Тогда,

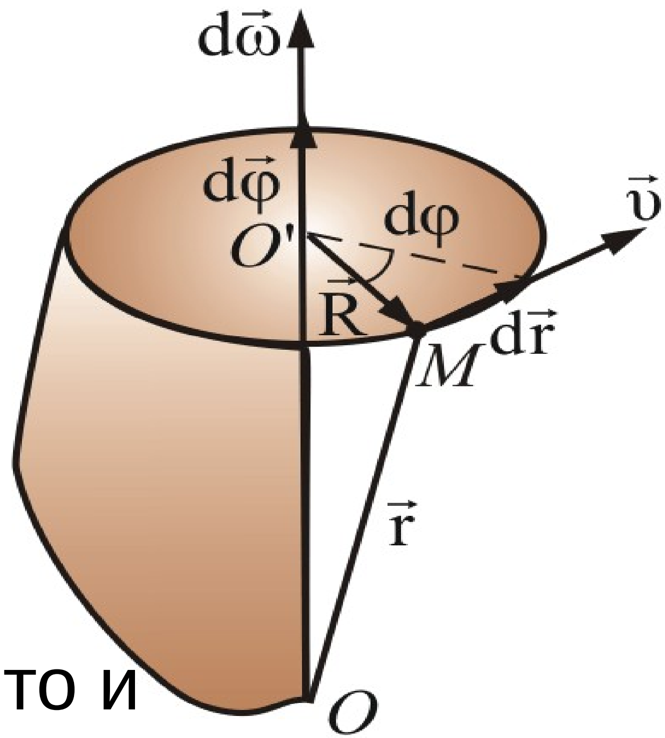
$$\upsilon = \frac{dr}{dt} = \frac{R d\varphi}{dt} = \omega R$$

$$\upsilon = \omega R$$

Связь линейной и угловой скорости

$$\upsilon = \omega R$$

$$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}, \vec{R}]$$



Вектор ортогонален к векторам
и и направлен в ту же сторону, что и векторное произведение

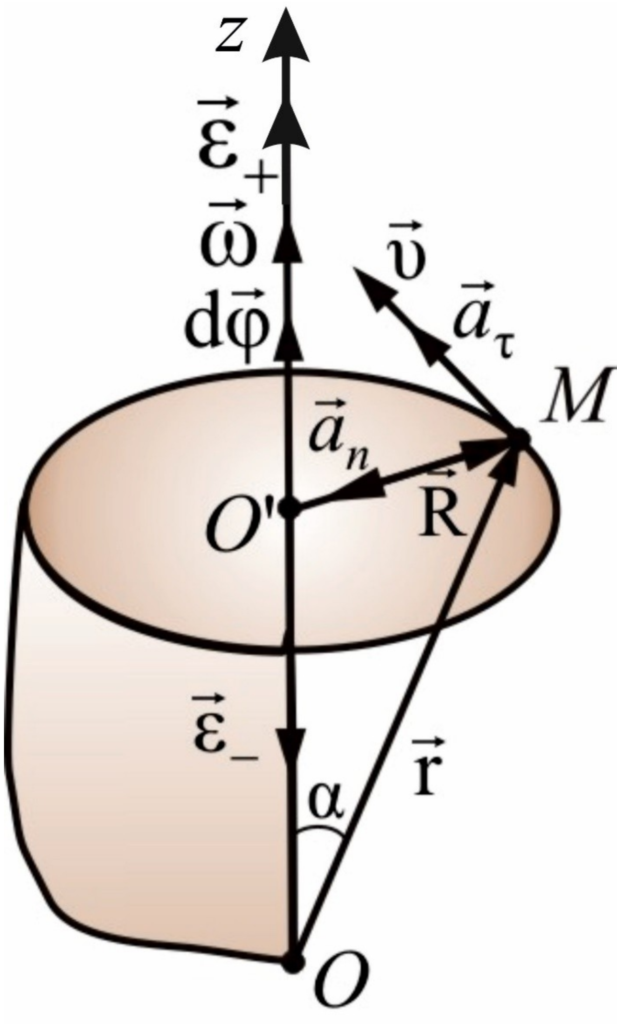
$$[\vec{\omega}, \vec{R}]$$

Введем вектор ***углового ускорения*** ε *для характеристики неравномерного вращения тела*:

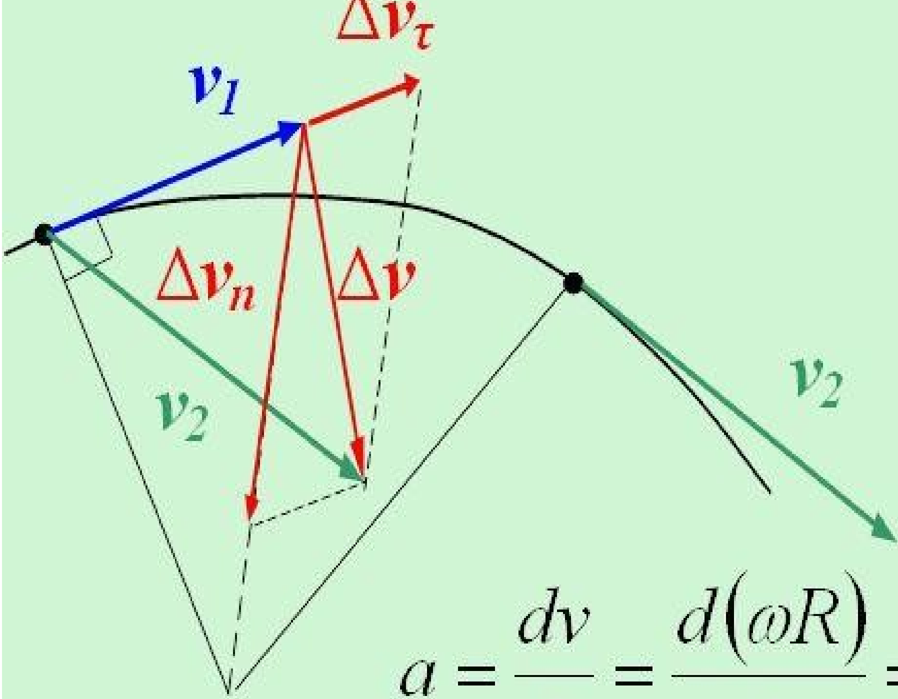
$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Вектор ε_+ направлен в ту же сторону, что и ω при ускоренном вращении $\left(\frac{d\omega}{dt} > 0\right)$

а ε_- направлен в противоположную сторону при замедленном вращении $\left(\frac{d\omega}{dt} < 0\right)$



Нормальное и тангенциальное ускорения при криволинейном движении



Разложим вектор Δv на две составляющие.

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1;$$

$$\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_\tau + \Delta\vec{v}_n.$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{d\omega}{dt}R + \omega\frac{dR}{dt} =$$

$$= \varepsilon R + \omega v = \varepsilon R + \omega\omega R = \varepsilon R + \omega^2 R = \underbrace{\varepsilon R}_{a_\tau} + \underbrace{\frac{v^2}{R}}.$$

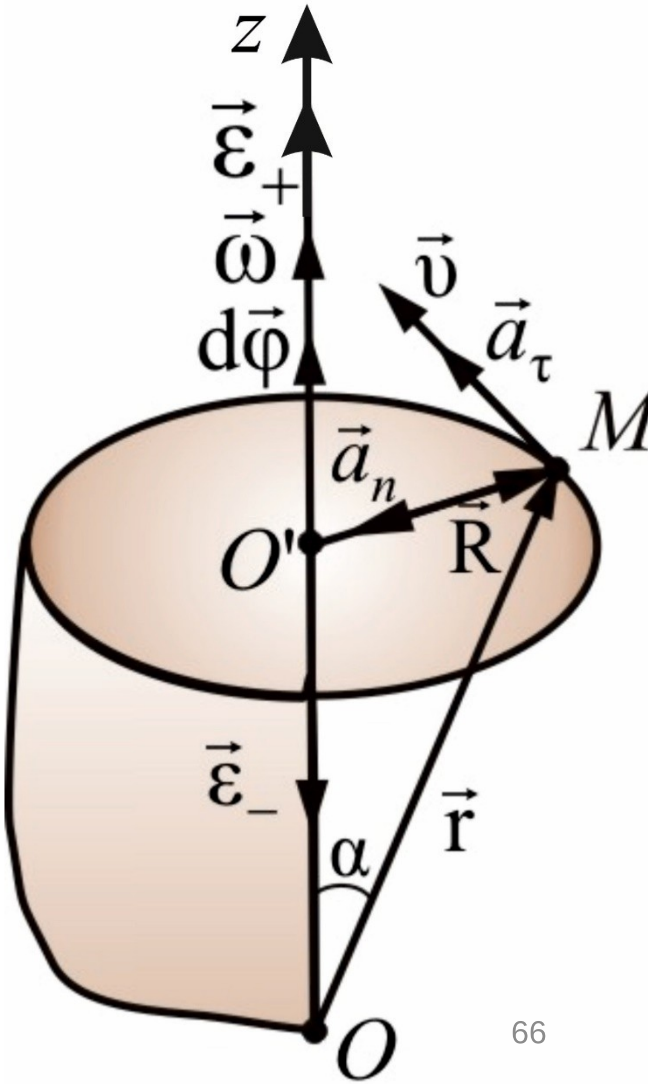
Выразим нормальное и тангенциальное ускорения точки *M* через угловую скорость и угловое ускорение:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) = R\frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon;$$

$$a_\tau = R\varepsilon;$$

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R.$$

$$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2\nu^2 R$$



Формулы простейших случаев вращения тела вокруг неподвижной оси:

- равномерное вращение $\varepsilon = 0;$ $\omega = \mathrm{const};$

$$\boxed{\varphi = \varphi_0 \pm \omega t;}$$

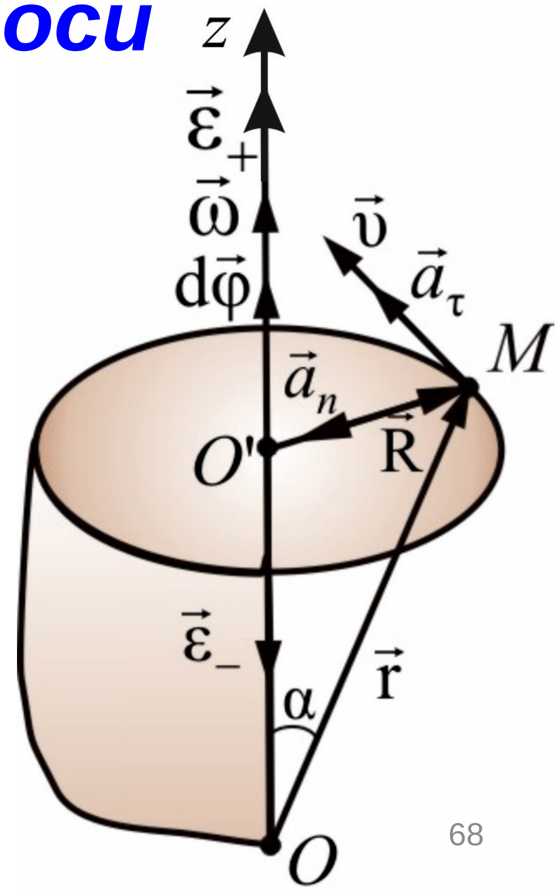
- равнопеременное вращение $\varepsilon = \mathrm{const};$

$$\boxed{\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t}$$

$$\boxed{\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}}$$

Обратите внимание.

Все кинематические параметры, *характеризующие вращательное движение* (*угловое ускорение, угловая скорость и угол поворота*) **направлены вдоль оси вращения.**



Связь между линейными и угловыми величинами при вращательном движении:

$$s = R\varphi$$

$$\upsilon = R\omega$$

$$a = a_\tau + a_n$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

$$a_n = \upsilon^2 / R = \omega^2 R$$

$$a_\tau = R \cdot \varepsilon.$$

$$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 \nu^2 R$$

Поступательное движение

$$\upsilon = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}$$

$$a = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}$$

$$\upsilon = \upsilon_0 \pm at$$

$$S = \upsilon_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

$$S = \int_0^t \upsilon \mathrm{d}t$$

Вращательное движение

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$$

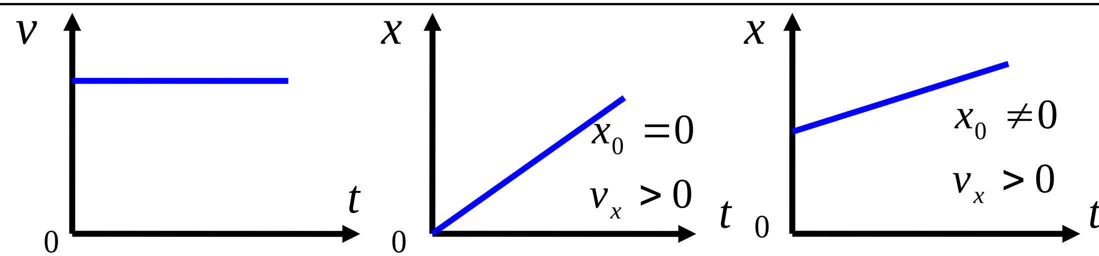
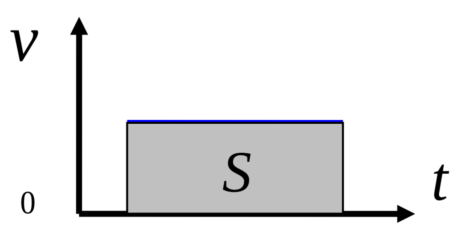
$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

$$\varphi = \int_0^t \omega \mathrm{d}t$$

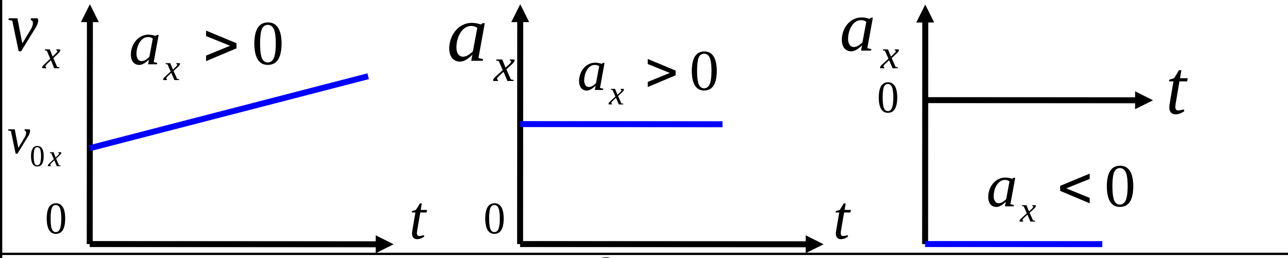
Примеры различных видов движения

Равномерное прямолинейное движение $\upsilon = const$ – материальная точка за любые равные промежутки времени совершает равные перемещения.	
Скорость $\vec{\upsilon} = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$	Вектор скорости совпадает по направлению с вектором перемещения и в каждой точке траектории направлен вдоль траектории
$x = x_0 + \upsilon_x t$	Кинематическое уравнение равномерного движения материальной точки вдоль оси x
Графики	
Вычисление пройденного пути	 $\boxed{S = \upsilon \Delta t}$ $\boxed{S = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon\, dt}$

Равнопеременное прямолинейное движение $a = const$ – скорость материальной точки за равные промежутки времени изменяется на равные величины, т.е. движение с постоянным по модулю и направлению ускорением.

Равноускоренное прямолинейное движение – Движение, при котором направление вектора ускорения совпадает с направлением вектора скорости точки. Модуль скорости с течением времени возрастает.

Равнозамедленное прямолинейное движение – Движение, при котором направление вектора ускорения противоположно направлению вектора скорости точки. Модуль скорости с течением времени уменьшается.

Скорость	$\upsilon = \upsilon_0 \pm at$
Проекция вектора скорости на ось *Ox*	$v_x = v_{0x} \pm a_x t$
Графики	
Пройденный путь	$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$
Вектор перемещения	$\Delta\vec{r} = \vec{v}_0 \Delta t + \frac{a(\Delta t)^2}{2}$