Общая физика

Механические колебания

КОЛЕБАНИЯ

Колебаниями называются физический процесс, характеризующийся той или иной степенью повторяемости.

В зависимости от физической природы повторяющегося процесса различают механические, электромагнитные, электромеханические и т.д.

- В зависимости от характера воздействия на колеблющуюся систему различают *свободные (или собственные) колебания и вынужденные колебания.*
- ***Свободными*** *называют такие колебания, которые происходят в системе, предоставленной самой себе после того, как ей был сообщен толчок либо она была выведена из положения равновесия*.
- ***Вынужденными*** *называют такие колебания, в процессе которых колеблющаяся система подвергается воздействию внешней периодически изменяющейся силы*.

Простейшим примером по характеру описания являются *гармонические колебания – это такие колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса или косинуса.*

Для колебаний характерно превращение одного вида энергии в

КОЛЕБАНИЯ

По способу возбуждения колебания делятся на:

1) *Свободные (собственные) колебания* – колебания, происходящие за счет первоначально сообщенной энергии, при отсутствии последующего внешнего воздействия.
2) *Вынужденные* – колебания, происходящие при периодическом внешнем воздействии.
3) *Автоколебания* – незатухающие колебания, возникающие и поддерживаемые в диссипативной системе за счет постоянного внешнего источника энергии.

- В колеблющейся системе некоторая физическая величина, характеризующая эту систему претерпевает попеременное увеличение и уменьшение этого параметра.
- *Периодическое движение* – вид движения, при котором одинаковые (или близкие к ним) состояния повторяются через одинаковые промежутки времени, называемые **периодом**.
- Периодическое движение бывает:

- прогрессивным (движение точки по окружности)
- колебательным периодическим движением.

Параметры гармонических колебаний

Гармонические колебания – колебания, при которых параметр, характеризующий систему, описывается гармонической функцией: $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

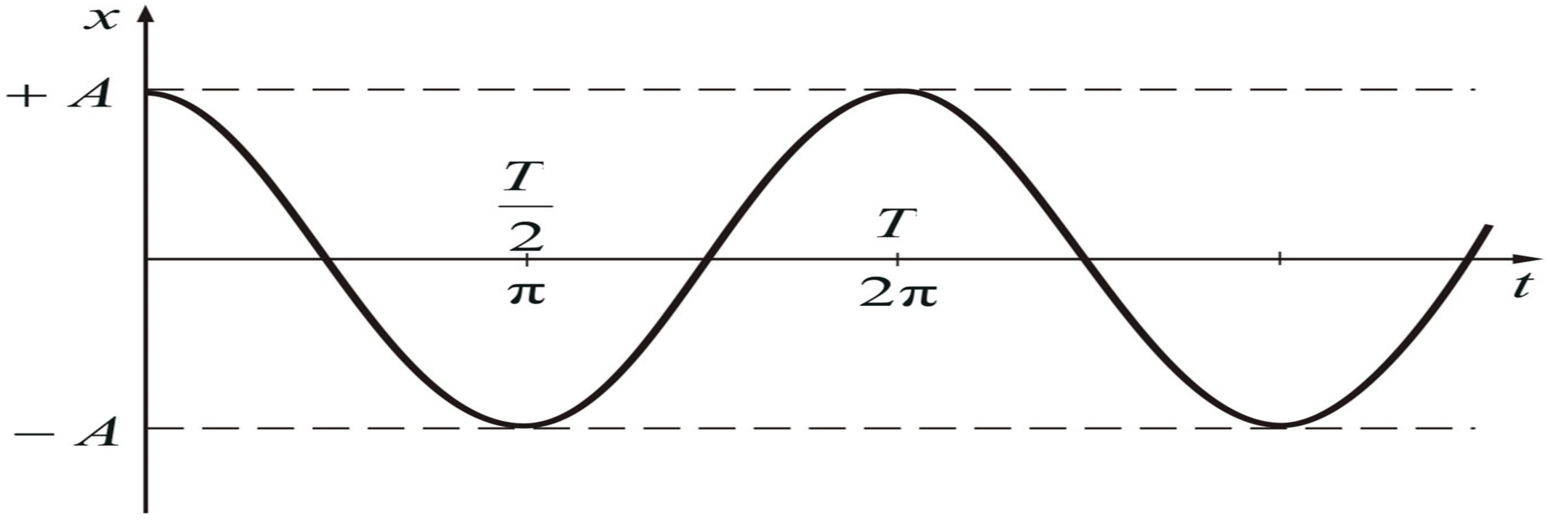
- *Величина наибольшего отклонения системы от положения равновесия называется амплитудой колебаний A.* =A
- Фаза колебаний -
- Начальная фаза -
- Круговая частота (собственная частота) -
- Частота колебаний – число колебаний в единицу времени

Уравнение гармонических колебаний

- *Промежуток времени T, за который фаза колебаний изменится на 2π, называется* периодом колебания. Он определяется из следующего условия

$$(\omega_0(t+T)+\varphi_0)=(\omega_0 t+\varphi_0)+2\pi$$

- *Период* – *наименьший промежуток времени, через который повторяются значения физических величин, характеризующих колебательную систему.*



Кинематика гармонических колебаний

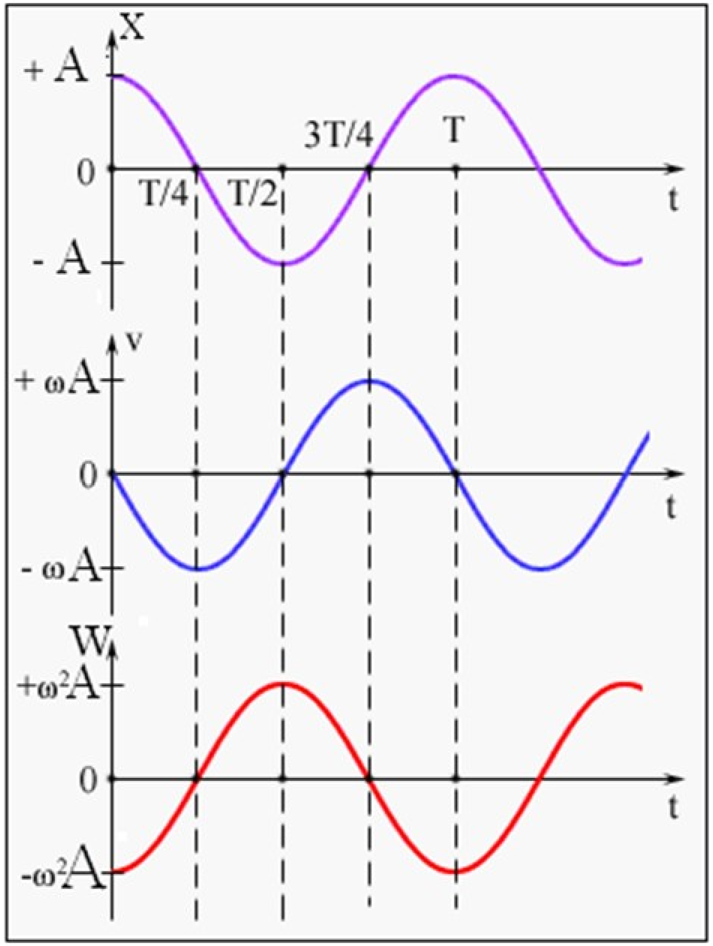
Пусть смещение от положения равновесия при гармонических колебаниях задается величиной -

1. Смещение (координата):

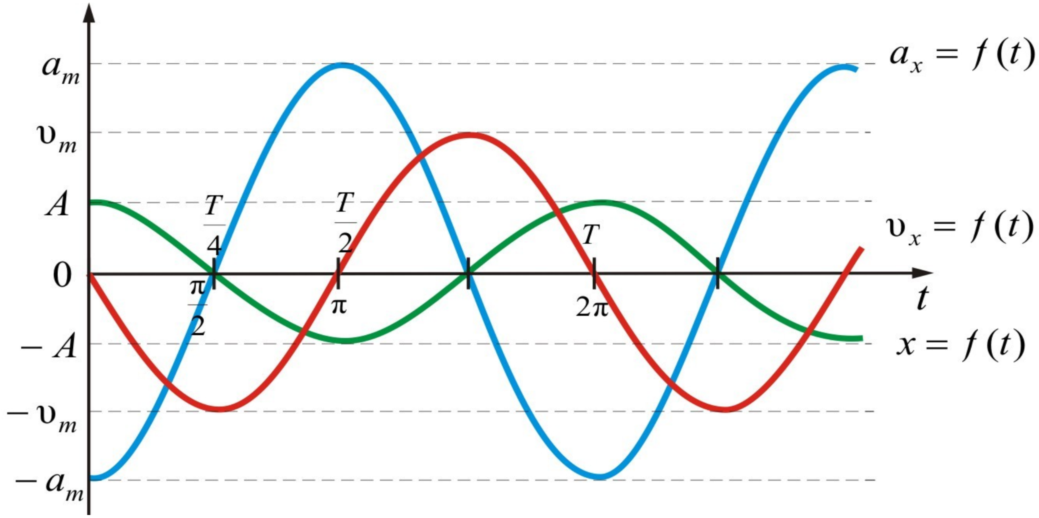
2. Скорость :

3. Ускорение:

a(t)=



Кинематика гармонических колебаний



a(t)=

Скорость колебаний тела максимальна в момент прохождения через положение равновесия и равна нулю, когда смещение максимально.

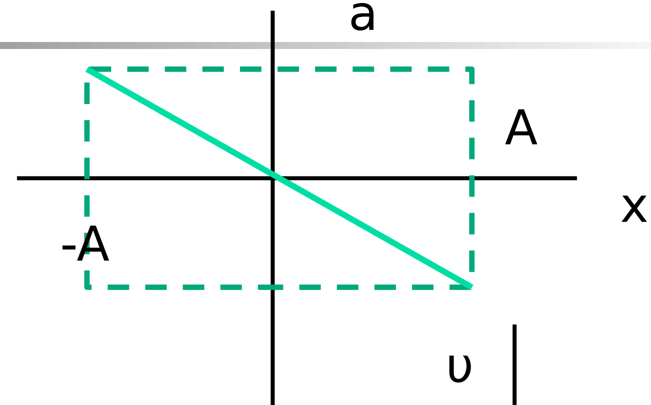
Ускорение равно нулю в момент прохождения положения равновесия, т.е при нулевом смещении, а максимально при максимальном смещении.

Скорость опережает смещение на Ускорение опережает скорость на

Ускорение опережает смещение на Ускорение и смещение совершают колебания в противофазе.

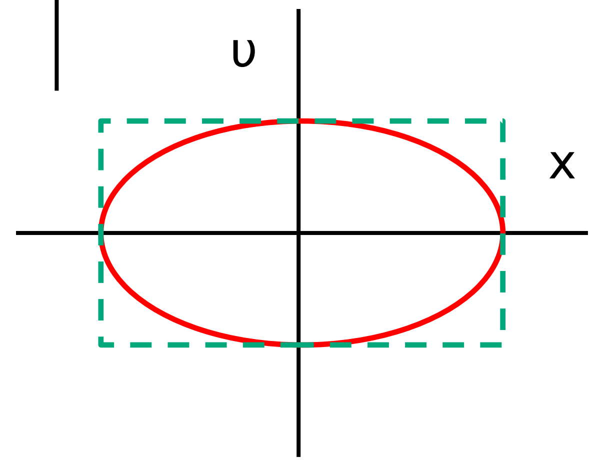
Кинематика гармонических колебаний

- *Связь смещения и ускорения:*

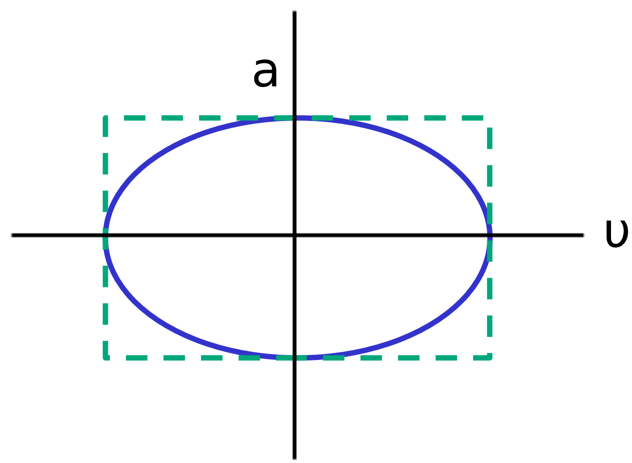


= -

- *Связь смещения и скорости:*



- *Связь скорости и ускорения*



Динамика гармонических колебаний

По второму закону Ньютона, сила действующая на материальную точку массой m:

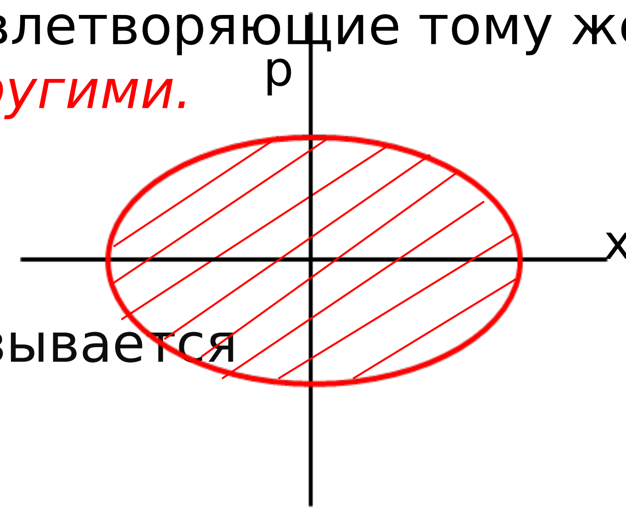
1)

2) направление силы и смещения противоположны .

Такие силы всегда направлены к положения равновесия, называются *возвращающими.* Такая зависимость характерна для упругой силы.

Силы другой физической природы, удовлетворяющие тому же виду зависимости называются *квазиупругими.*

Импульс :



Зависимость импульса от смещения называется ***фазовой траекторией*.**

осциллятора

В классической механике основное уравнение динамики это второй закон Ньютона: Из кинематики гармонических колебаний:

a(t)=   или

=0   - *уравнение одномерного гармонического осциллятора*

Гармонический осциллятор – это система, в которой какая либо величина X , отображающая состояние системы , способна совершать свободные колебания по гармоническому закону.

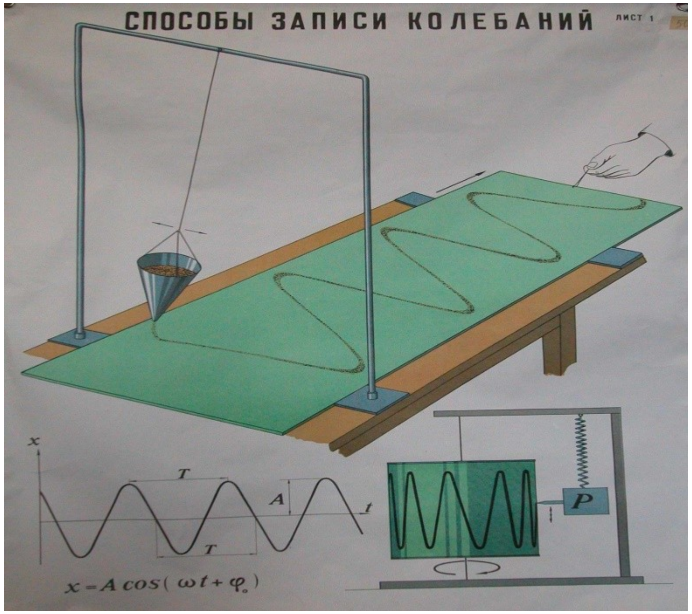
Реализация гармонического осциллятора:

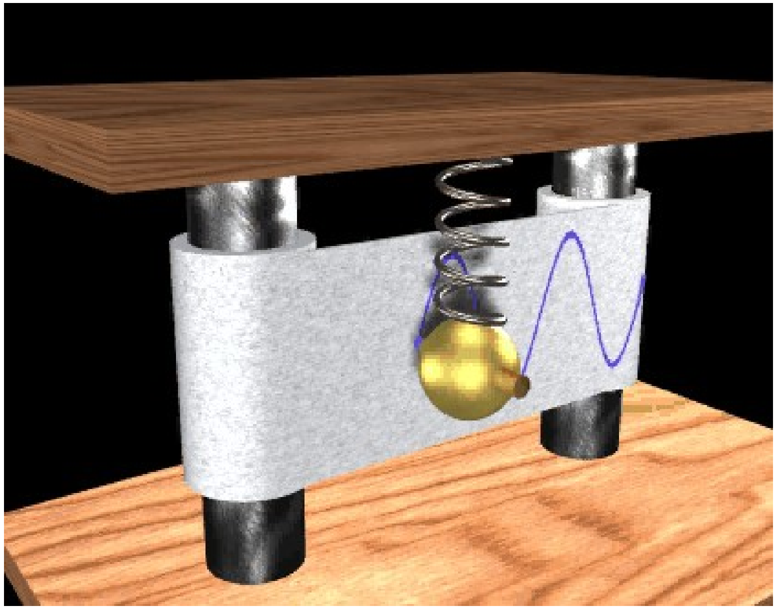
1) Масса на пружине, в пределах малых амплитуд колебания,
2) Крутильный маятник, в пределах малых углов отклонения,
3) Физический и математический маятник, в пределах малых

Гармонический осциллятор

Свойства гармонического осциллятора:

1) Собственная частота не зависит от амплитуды,
2) Если действует несколько возбуждающих сил, то эффект их суммарного действия может быть получен в результате сложения эффектов от каждой силы отдельно (принцип суперпозиции)

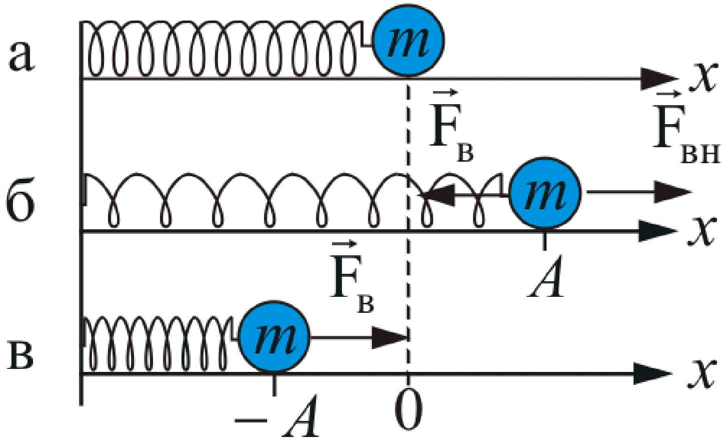




Пружинный маятник

- Простейшим примером системы, где возникают свободные гармонические колебания, является движение тела под действием силы упругости пружины.

Примером такой системы является тело массы *m*, прикрепленное к пружине жесткостью *k*, движущееся по горизонтальной поверхности без трения. В этом случае *x* – растяжение пружины (смещение тела из положения равновесия).



Начало координат выбирается в точке, соответствующей положению конца нерастянутой пружины, поэтому $x=l-l_0$ – растяжение пружины. По закону Гука:

$$F_x=-kx$$

- эта сила и будет возвращающей силой.

Если силы имеют другую природу (т.е. не являются силами упругости) то их называют *квазиупругими**. В этом случае k – коэффициент квазиупругой силы.*

Пружинный маятник

При малых деформациях k не зависит от x. Напишем второй закон Ньютона, в проекции на ось x, для этой системы $F_x = -kx = ma_x$

Дифференциальное уравнение, описывающее колебания данной системы:

$$m\ddot{x} = -kx$$

еобразуем это уравнение следующим образом: $\ddot{x} + \dfrac{k}{m}x = 0$

Введя обозначение $\boxed{\omega_0^2 = \dfrac{k}{m}}$

получим окончательный вид линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка, описывающего гармонические колебания:

$$\boxed{\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0}$$

Пружинный маятник

Решение данного уравнения имеет вид:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

ужинный маятник – это гармонический осциллятор с собственной частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

И периодом Т, за который фаза колебаний изменится на 2π:

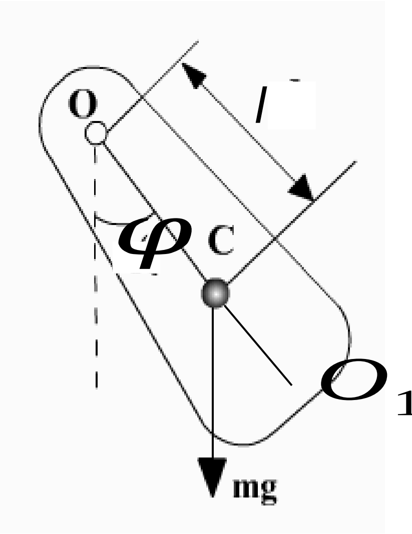
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

по колебаний в единицу времени называется частотой колебания ν

$$\nu = \frac{1}{\mathrm{T}}$$

Физический и математический маятник

Физическим маятником называется абсолютно твердое тело, способное совершать колебания под действием силы тяжести вокруг неподвижной точки, не совпадающе центром инерции.



В состоянии равновесия ОС совпадает с направлением
силы тяжести. При отклонении на угол φ, возникает
возвращающий момент относительно оси О, созданный силой тяжести, равный: или
при малых углах тогда:

где *l* - расстояние от оси вращения до центра масс. Из основного уравнения динамики вращательного движения: ==0,
где Обозначим - собственная частота маятника.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^{\ 2}\varphi = 0$$

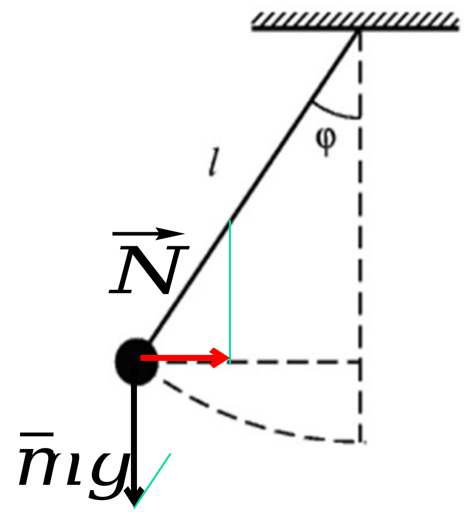
Уравнение гармонического осциллятора
Решение этого уравнения:

Физический и математический маятник

Частный случай физического маятника – математический маятник – точечная масса m, подвешенная в поле силы тяжести к неподвижной точке, на невесомой и нерастяжимой нити, ничтожной массы

Так как вся масса сосредоточена в точке -

Тогда формулы для физического маятника можно преобразовать:



По аналогии физического и математического маятников введем понятие – приведенная длина:

$$\omega_{ф} = \sqrt{\frac{g}{l_{пр}}}$$

Физический и математический маятник

Точка О1 на прямой ОС, находится на расстоянии от точки О равном называется *центром качания.* Точка подвеса О и центр качания физического маятника взаимозаменяемые точки, периоды колебаний относительно этих точек равны, на этом свойстве основаны измерения на оборотном маятнике. Точки О и О1 лежат по разные стороны от центра масс.

Приведенная длина физического маятника – это длина математического маятника с тем же периодом.

Крутильный маятник

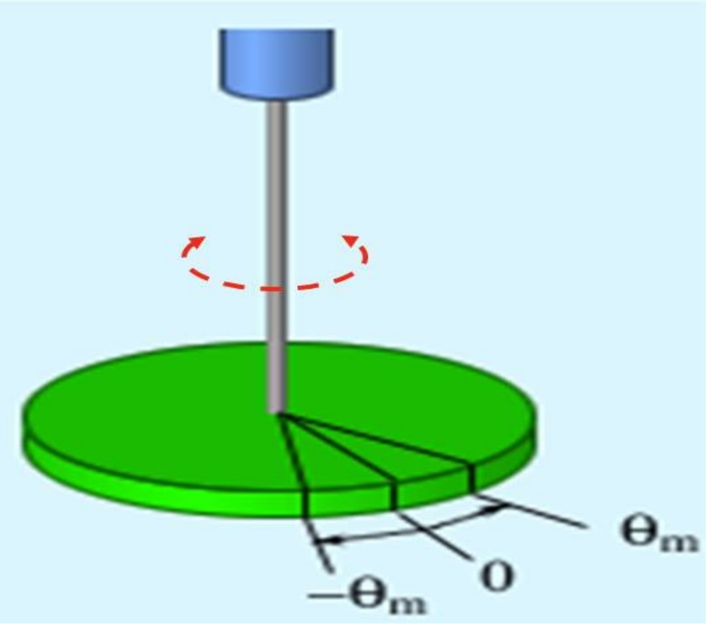
Крутильный маятник - это еще один вид физического маятника.

Момент сил упругости создает возвраща

момент. Используя основное уравнение

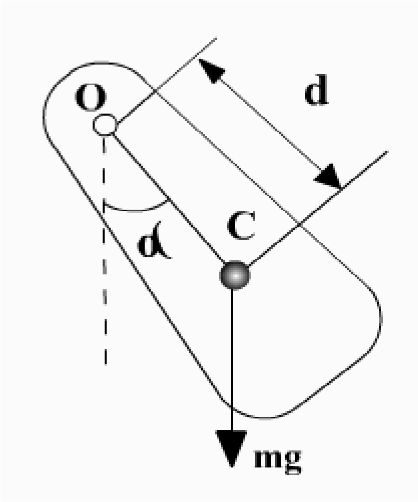
динамики вращательного движения , по

=



Энергия гармонического осциллятора

В процессе колебаний происходит превращение кинетической энергии в потенциальную и обратно, причем в моменты наибольшего отклонения от положения равновесия полная энергия E состоит только из потенциальной, которая достигает своего максимального значения.



Чтобы в гармоническом осцилляторе создать смещение, необходимо совершить работу по преодолению сил упругости (квазиупругих сил).

.

Для гармонического осциллятора:

Энергия гармонического осциллятора

Потенциальная энергия:

=

Кинетическая энергия:

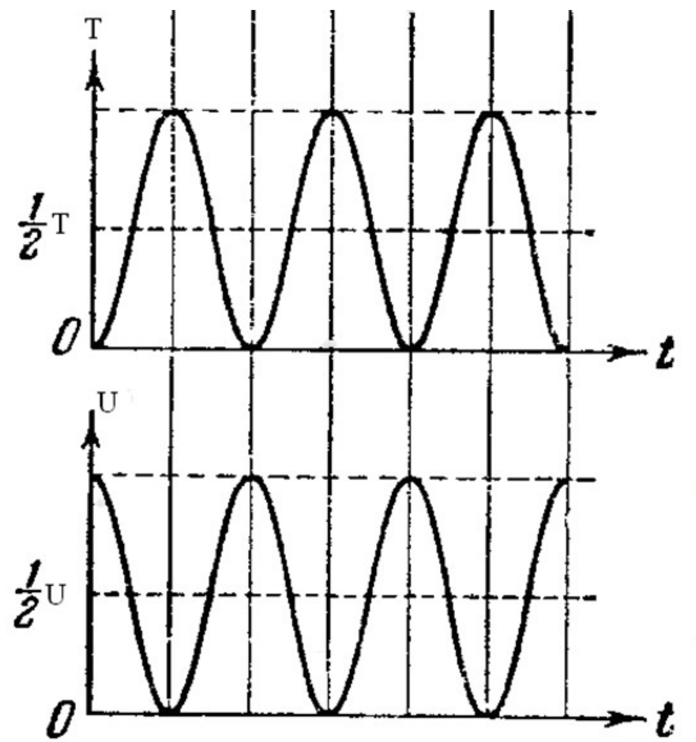
=

Полная механическая энергия:

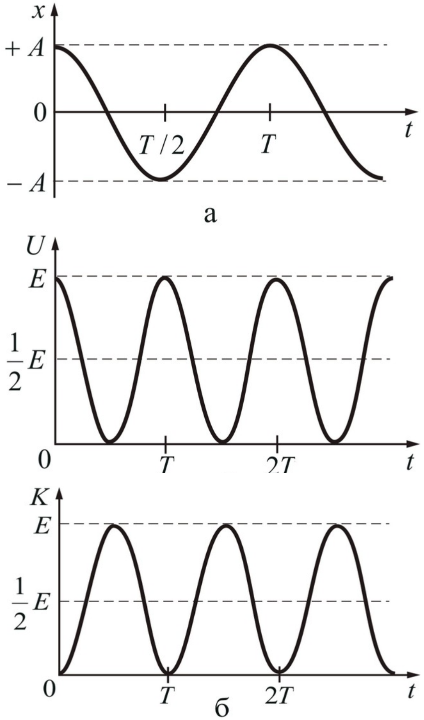
=

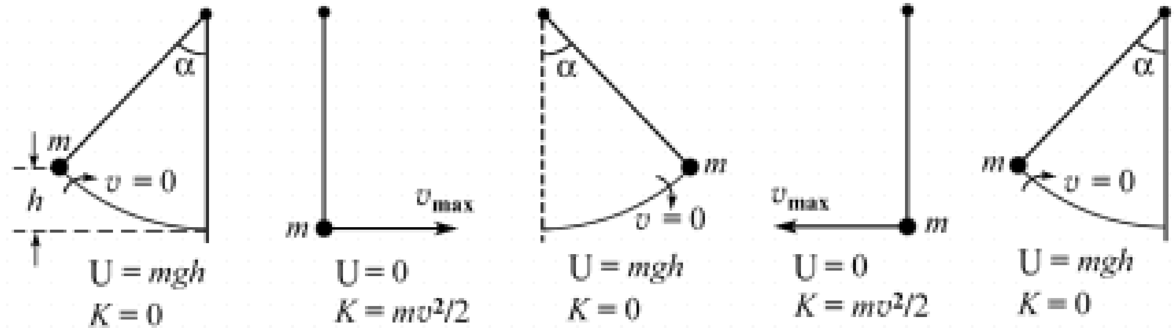
Энергия гармонического осциллятора

- Полная механическая энергия не зависит от времени, остается постоянной:
- Частота колебаний энергии в 2 раза больше, чем у смещения.



Энергия гармонического осциллятора





При колебаниях совершающихся под действием потенциальных (консервативных) сил, происходит пере кинетической энергии в потенциальную и наоборот, но сумма в любой момент времени постоянна.

$$U_{max} = mgh = \frac{1}{2}kA^2$$

$$K_{max} = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{1}{2}kA^2$$

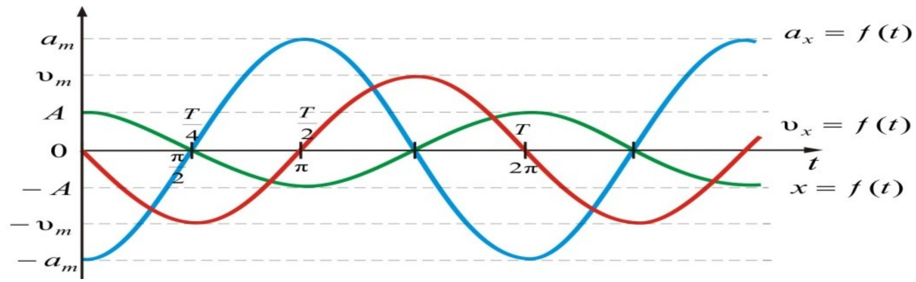
Среднее значение энергии:

Энергия гармонического осциллятора

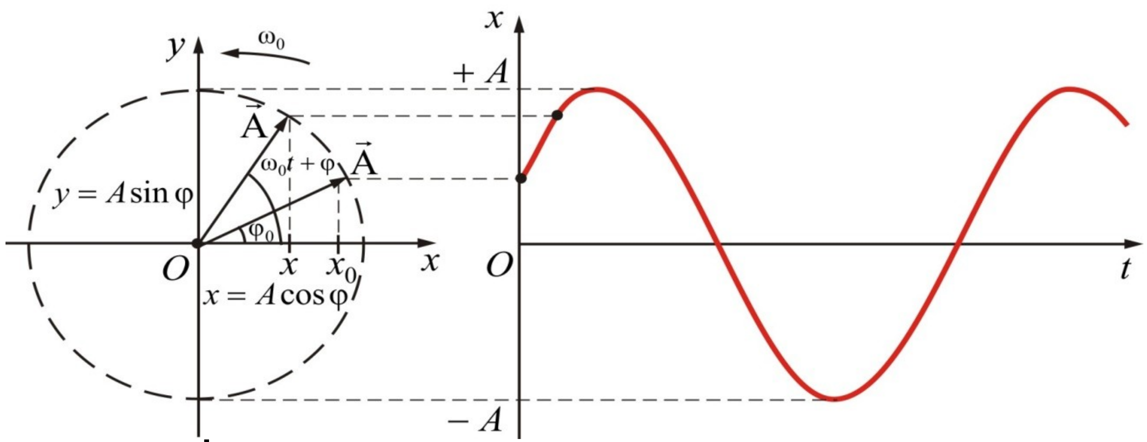
1. Кинетическая и потенциальная энергия – периодические функции времени с периодом, равным половине периода колебаний.
2. Кинетическая и потенциальная энергии колеблются в противофазе: когда кинетическая энергия достигает максимума, значение потенциальной энергии минимально и наоборот,
3. В колебательной системе энергия периодически «перекачивается» из одной формы в другую, а полная энергия сохраняется.
4. Полная энергия колебаний пропорциональна квадрату их амплитуды и квадрату частоты.

Способы представления гармонических колебаний

- *Аналитический* – $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$
- *Графический* –



- *Геометрический* - с помощью вектора амплитуды (метод векторных диаграмм).

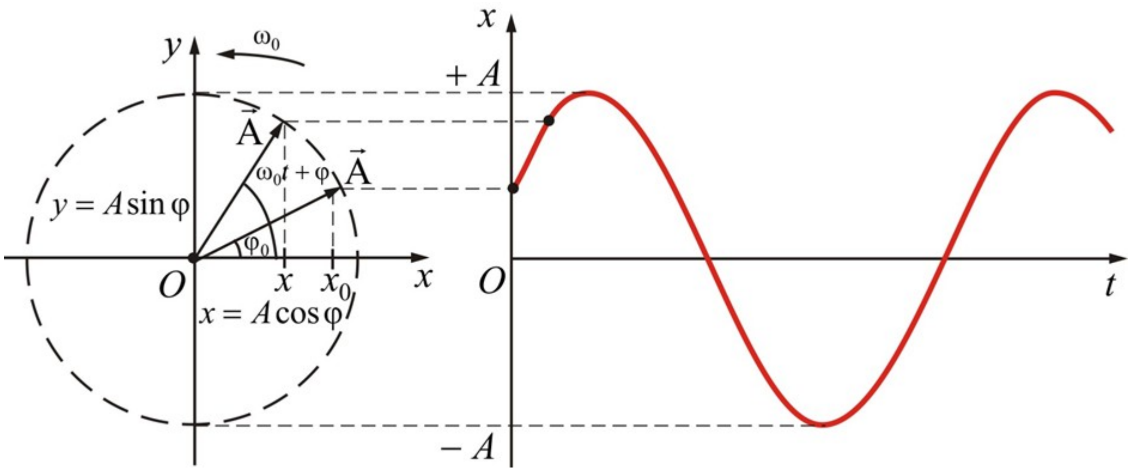


- Комплексная форма

Метод векторных диаграмм

Гармонические колебания представляют геометрически с помощ
ащающегося вектора амплитуды. Из произвольной точки О на оси Х
д углом , равном начальной фазе колебания, откладывают вектор ,
дуль которого равен амплитуде колебаний.

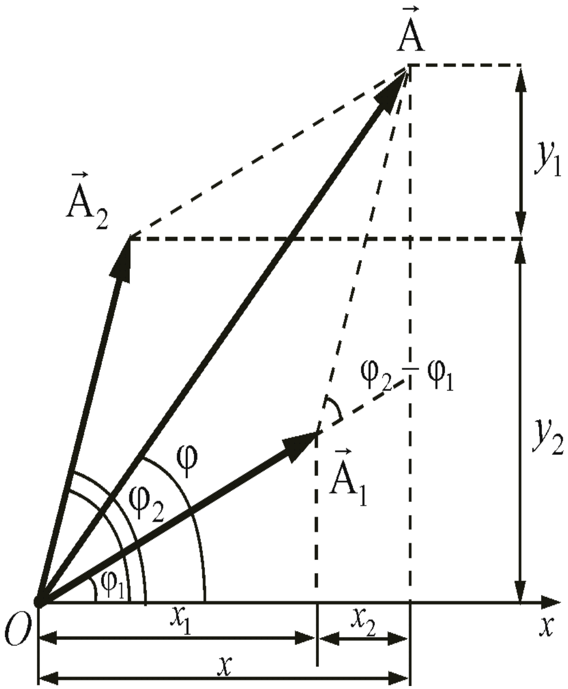
Тогда проекция вектора на ось ОХ задает начальное смещение Если вращать вектор с угловой скоростью тогда в момент времени t вектор образует с осью ОХ угол



, а его проекция

на ось ОХ : Таким образом проекция вектора а ось Х совершает гармонические колебания.

Сложение гармонических колебаний одного направления



Пусть материальная точка одновременно участвует в двух гармонических колебаниях с одинаковой частотой ω, но с разными амплитудами и начальными фазами:

Используя метод векторных диаграмм, так как частота вращения у векторов одинаковы, то разность фаз сохраняется постоянной во времени. Тогда результирующее колебание:

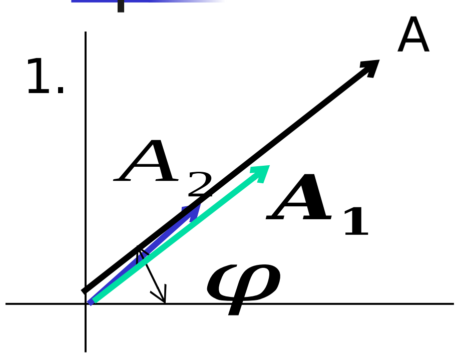
По теореме косинусов:

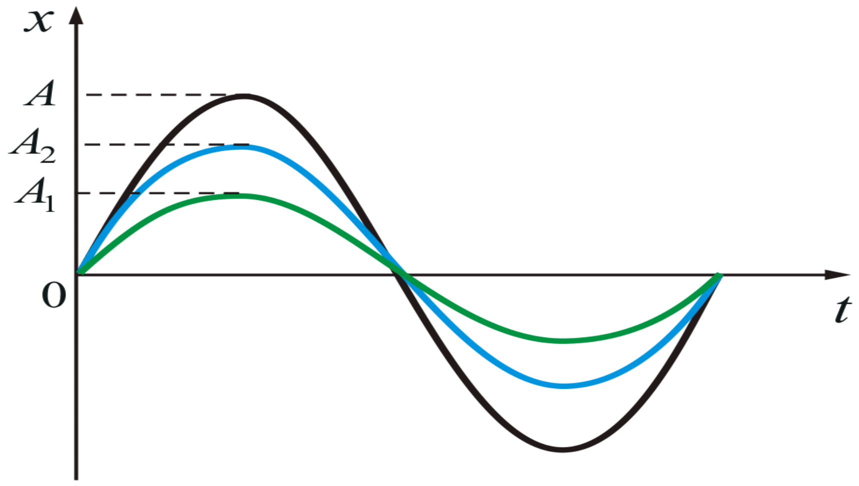
Надо найти A и

$$tg\,\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$

Сложение гармонических колебаний одного направления

1.



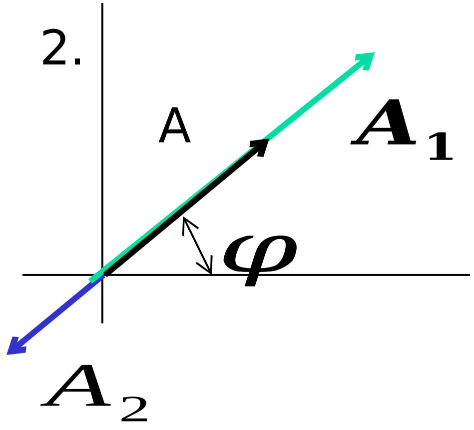


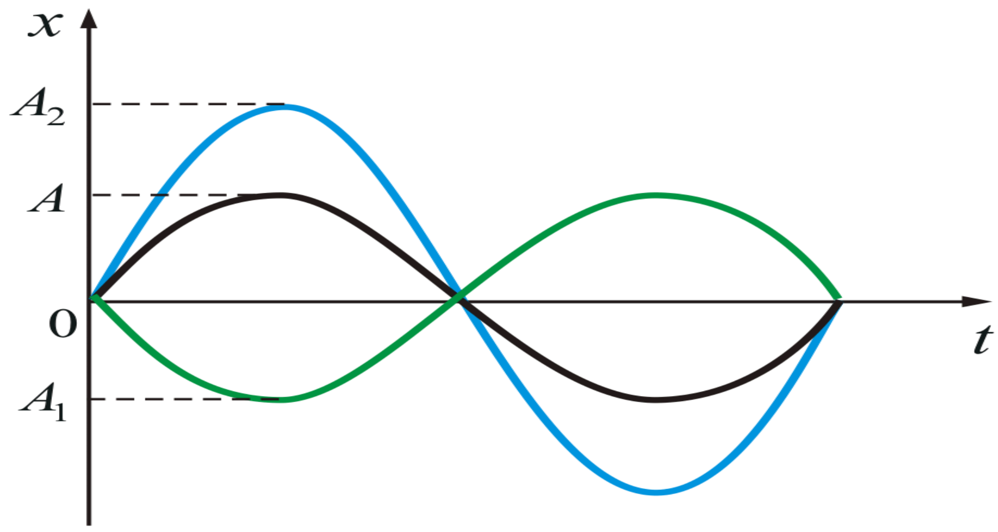
Рассмотрим частные случаи:

Колебания синфазные (в одной фазе) :

Сложение гармонических колебаний одного направления

2.





Рассмотрим частный случай когда

Колебания в противофазе

Сложение гармонических колебаний одного направления

3. Разность фаз изменяется во времени произвольным образом

- такие колебания называются *некогерентными колебаниями*.

Здесь интересен случай, когда частоты близки , этот случай называют *биениями.*

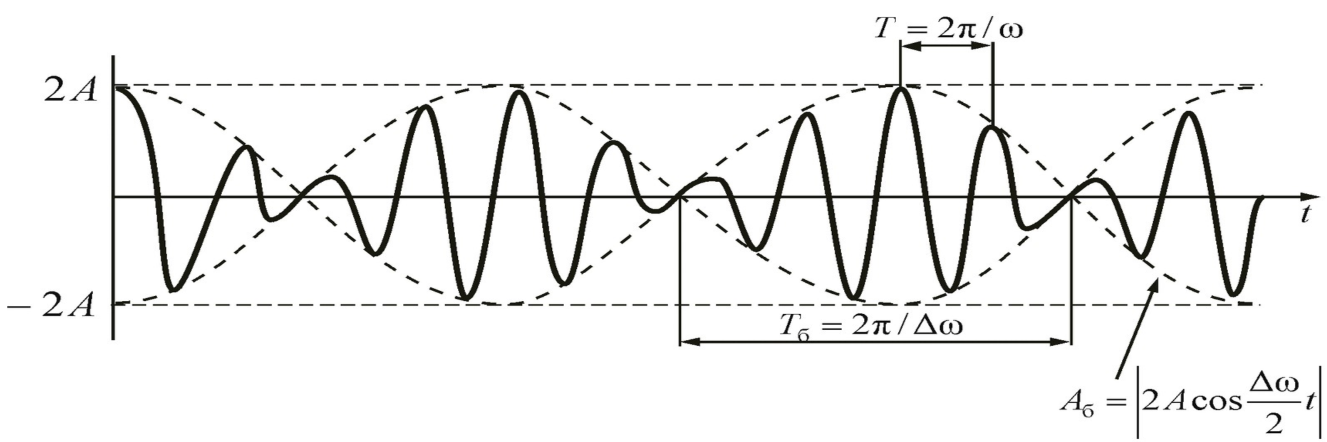
Сложение колебаний с близкими частотами. Биение.

- Пусть материальная точка участвует в двух гармонических колебаниях с разными частота) и разными амплитудами Так как вектора вращаются с разными скоростями, то угол меняется во времени. Меняется и результирующая амплитуда. Для упрощения расчетов, рассмотрим колебания с нулевой начальной фазой.
- Тогда   и
-

Сложение колебаний с близкими частотами. Биение.

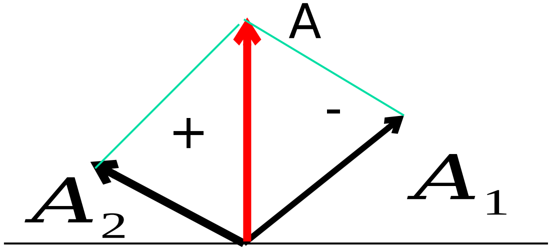
- Если
- Тогда результирующее колебание: амплитуда результирующего колебания зависит от времени:

, тогда результирующее колебание можно записать:



Сложение колебаний с близкими частотами. Биение.

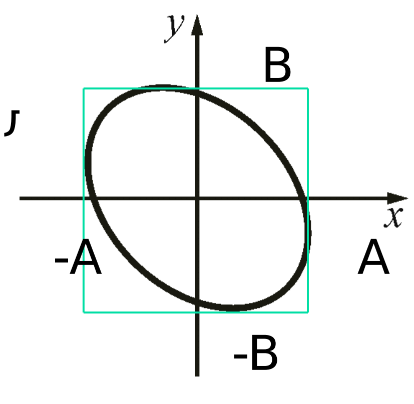
- Результирующее колебание можно рассматривать как гармоническое колебание со средней частотой и медленно меняющейся амплитудой на графике пунктирная линия. *Колебания такого типа называются модулированные.*
- Колебания амплитуды с частотой , возникающие при сложении двух колебаний с близкими частотами, называются *биениями .*
- *Биение - эффект периодической пульсации амплитуды, при сложении двух гармонических колебаний одного направления*
- Частота азывается *циклической частотой биений.*
- *Период биений -*
- Метод биений используется для настройки музыкальных инструментов, анализа слуха и т.д.



- Любые сложные периодические колебания можно представить в виде суперпозиции одновременно совершающихся гармонических колебаний с различными амплитудами, начальными фазами, а также частотами кратными циклической частоте ω:
-)
- Слагаемые ряда Фурье, определяющие гармонические колебания с частотами , 2, 3, ..., называются *первой (или основной), второй, третьей и т.д. гармониками сложного периодического колебания.*

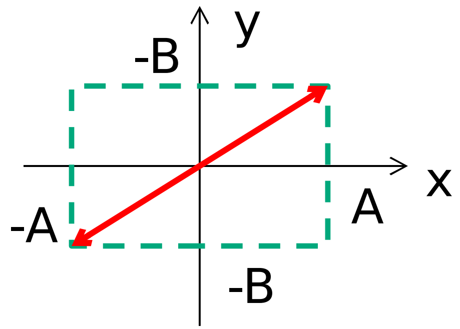
Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

- Пусть материальная точка одновременно совершает гармонические колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях (x и y) с одинаковой частотой а разными амплитудами и начальными фазами.
-
-
-
- Это уравнение эллипса (колебания называют эл
поляризованными.



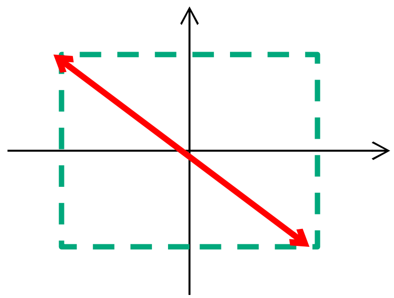
Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

Частные случаи:

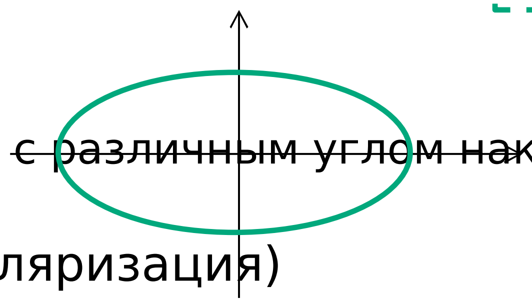


Колебания проходят вдоль линии (линейно поляризованные)

- - колебания противофазные



- - эллипс (

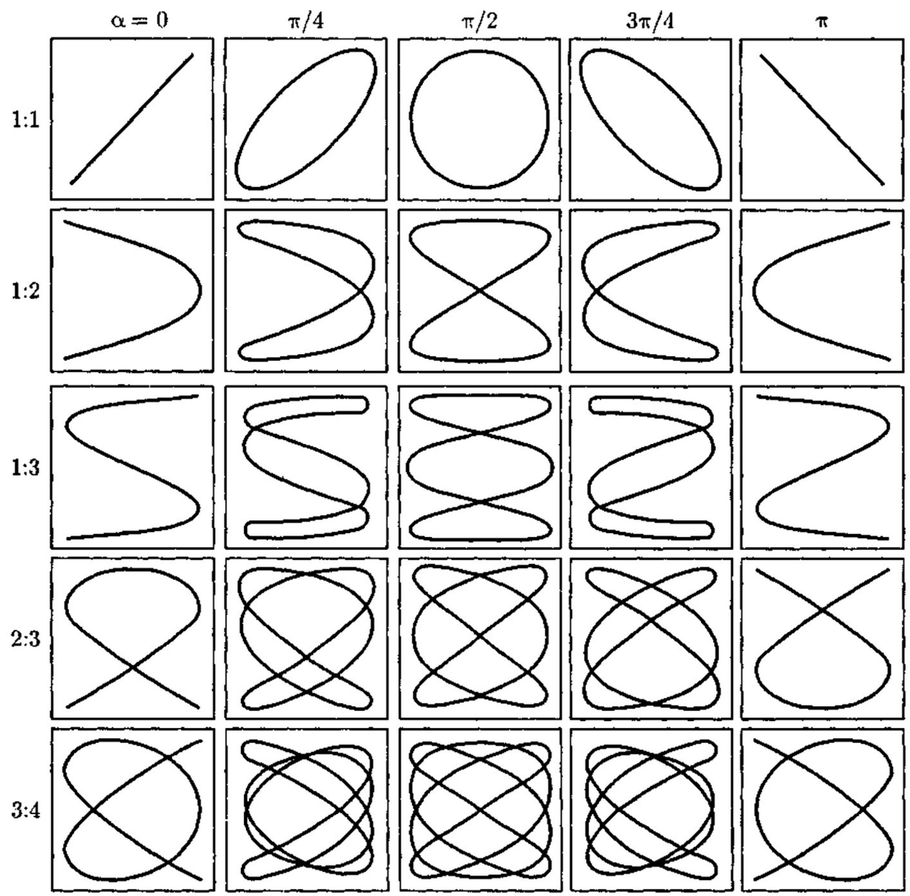


Все остальные разности фаз дают эллипсы с различным углом наклона относительно осей координат.

Если A=B - окружность (круговая поляризация)

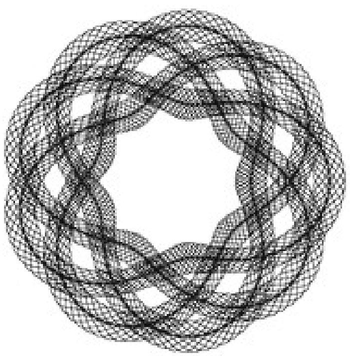
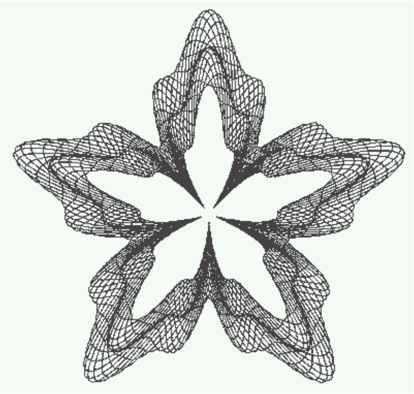
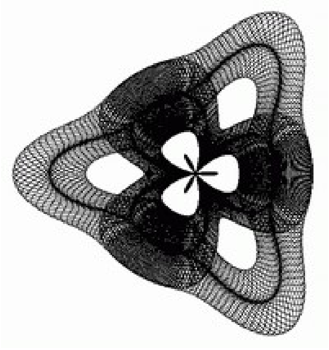
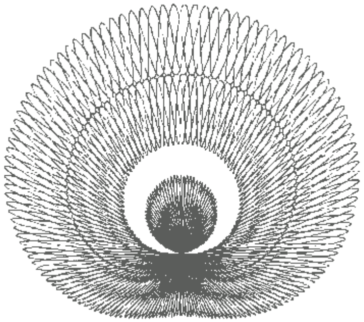
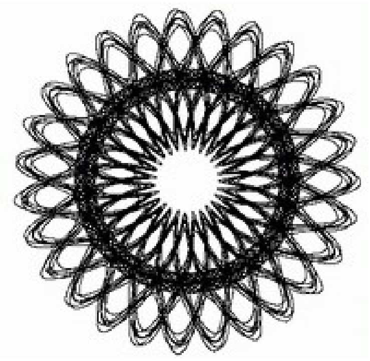
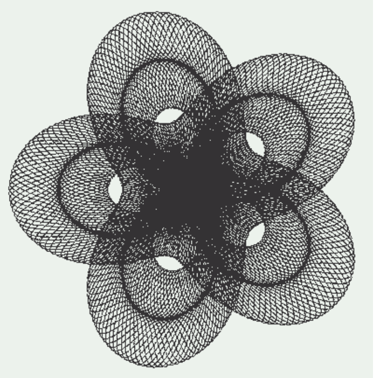
Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

- Фигуры, получаемые при сложении взаимно перпендикулярных колебаний разных частот и разных начальных фазах, называются *фигурами Лиссажу*.



Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

фигуры Лиссажу

Комплексная форма представления ГК

- Уравнение гармонических колебаний:
- Сделаем замену:
- Продифференцировав, получим:
- Уравнение примет вид:
- После сокращения на экспоненту:

характеристическое уравнение, корни которого дадут общее решение

однородного дифференциального уравнения.

- Корни характеристического уравнения - мнимые:
- Общее решение однородного дифференциального уравнения:
- В силу вещественности функции получим (
- В результате коэффициенты:

Комплексная форма представления ГК

- Представим их в комплексной форме

  где в качестве модуля выбрано значение A/2:
  и
- Тогда выражение для функции имеет вид:

- Из формулы Эйлера: и

- Получаем выражение для гармонических функций:
)   и
- Выражение для функции x приобретает вид:

 - гармоническое колебание

Свободные затухающие колебания.

Свободные затухающие колебания – это колебания, амплитуда которых из-за потери энергии с течением времени уменьшается. Причина – диссипация (рассеяние) механической энергии в реальных колебательной системе. При движении в среде на тело действуют силы сопротивления, которые замедляют движение. При этом энергия переходит в немеханические виды, например, тепло. Такая ситуация возникает, например, при движении тела в вязкой среде, жидкости или газе.

Рассмотрим такую систему, например, пружинный маятник , массой m, на который действует сила сопротивления, которая пропорциональна величине скорости. По второму закону Ньютона:

+

Свободные затухающие колебания

$\ddot{x}+2\beta\dot{x}+\omega_0^{\ 2}x=0$ *уравнение осциллятора с затуханием*

- *решение уравнения*

выполняется, при малых затуханиях при небольшой силе трения)

- частота затухающих колебаний, из-за действия сил трения при малых затуханиях

Время затухания:

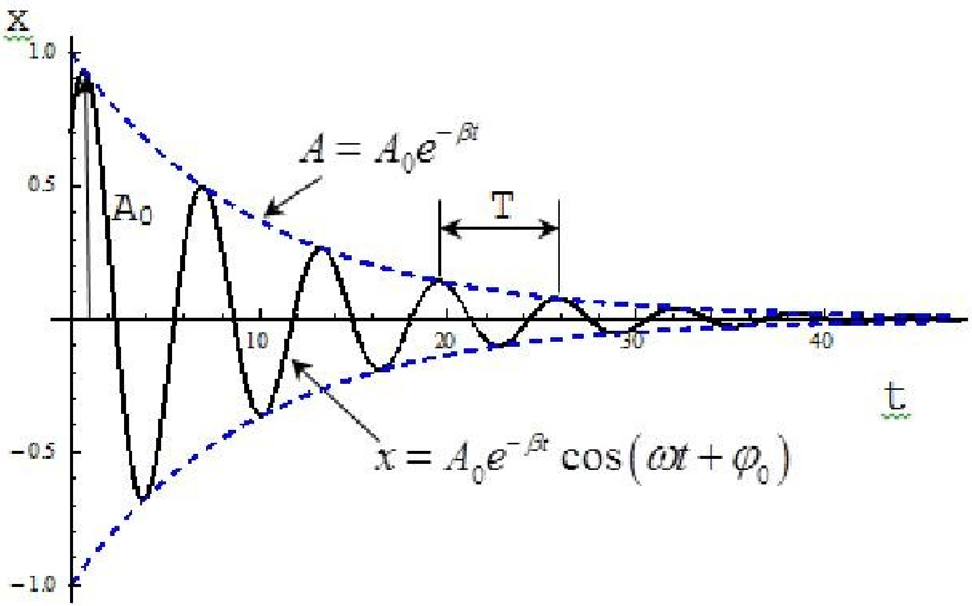
= - частота затухающих колебаний

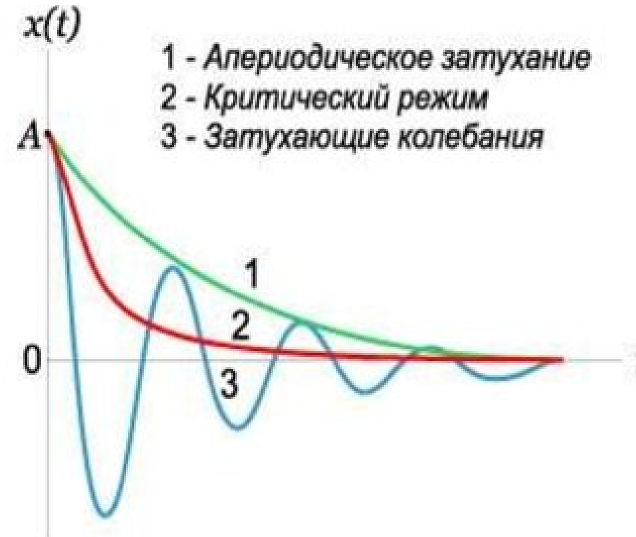
мплитуда затухающих колебаний меняется со временем:

Период и частоту затухающих колебаний называют *условными*, так как процесс
не является периодическим, так как не повторяется одно и то же

Свободные затухающие колебания

Условный период затухающих колебаний:





- апериодический режим

и увеличении коэффициента затухания, растет период затухающих колеба

, частота затухающих колебаний равна нулю, а период обращается

есконечность.

ижение перестает быть периодическим - переход в *апериодический режи*

Свободные затухающие колебания

Отличие колебательного процесса от апериодического в следующем: при колебаниях, тело, возвращающееся в положении равновесия, имеет запас кинетической энергии. В случае апериодического движения энергия тела при возвращении в положение равновесия оказывается израсходованной на преодоление сил сопротивления трения.

Характеристики затухающих колебаний

1. Частота затухающих колебаний - $\omega = \sqrt{\omega_0{}^2 - \beta^2}$

2. Амплитуда -

3. Коэффициент затухания - $=$ - величина обратная промежутку
времени, за который амплитуда уменьшается в е-раз.

4. Время релаксации (время затухания): -
- *время, за которое амплитуда колебаний уменьшится в е-раз.*

5. Логарифмический декремент затухания:
$=$
Обратно пропорционален числу колебаний, за которое амплитуда колебаний уменьшается в е-раз

Характеристики затухающих колебаний

- Добротность колебательной системы – безразмерная величина на отношение энергии колебательной системы в произвольный момент времени t, к убыли этой энергии период:

- При малых значениях логарифмического декременты затухания

принимая

Большим значениям добротности соответствует слабое затухание.

Характеристики затухающих колебаний

Последующие наибольшие отклонения в какую-либо сторону (например A’, A”, A”’ и т.д.) образуют геометрическую прогрессию. Действительно, если

$$A' = A_0 e^{-\beta t}, \text{ то}$$

$$A'' = A_0 e^{-\beta(t+T)} = A' e^{-\beta T}, \quad A''' = A_0 e^{-\beta(t+2T)} = A'' e^{-\beta T}$$

Вообще, отношение значений амплитуд, соответствующих моментам времени, отличающимся на период, равно

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}$$

Это отношение называют декрементом затухания, а его логарифм – логарифмическим декрементом затухания:

$$\lambda = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T$$

Характеристики затухающих колебаний

Выразив β через λ и Т, закон убывания амплитуды можно записать в виде:

$$\mathrm{A} = \mathrm{A}_0 e^{-\frac{\lambda}{\mathrm{T}}t}$$

За время τ, за которое амплитуда уменьшается в e раз, система успевает совершить $\mathrm{N_e}=\tau/\mathrm{T}$ колебаний. Из условия $e^{-\lambda\frac{\tau}{\mathrm{T}}} = e^{-1}$ получается, что

$$\lambda\frac{\tau}{\mathrm{T}} = \lambda \mathrm{N}_e = 1$$

Следовательно, логарифмический декремент затухания обратен по величине числу колебаний, совершаемых за то время, за которое амплитуда уменьшается в *е* раз.

характеристики колебательной системы часто употребляется также вели

$$\mathrm{Q} = \frac{\pi}{\lambda} = \pi \mathrm{N}_e$$

называемая *добротностью* колебательной системы. Как видно из ее определения, добротность пропорциональна числу колебаний N_e, совершаемых системой за то время τ, за которое амплитуда колебаний уменьшается в *е* раз.

Характеристики затухающих колебаний

Найдем импульс системы, совершающей затухающие колебания. Продифференцировав зависимость, смещение в затухающих колебаниях по времени и умножив полученный результат на массу m, получим:

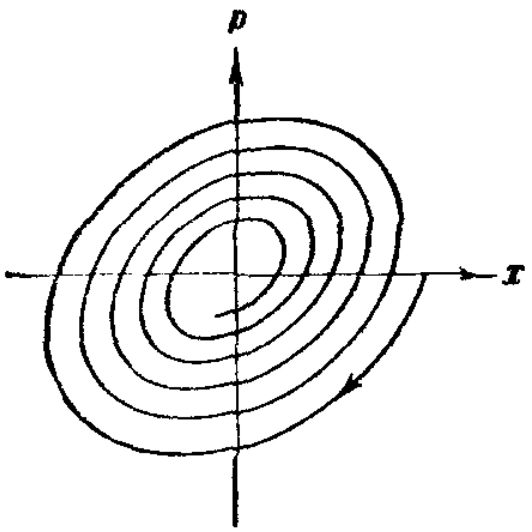
$$p = m\dot{x} = -\mathrm{mA}_0 e^{-\beta \mathrm{t}}\left[\beta\cos(\omega \mathrm{t}+\varphi_0)+\omega\sin(\omega \mathrm{t}+\varphi_0)\right]$$

Это выражение может быть преобразовано к виду

$$p = p_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi_0+\psi)$$

Если бы не множитель $e^{-\beta t}$ то, исключив t из этих уравнений, мы получили бы в координатах x и p уравнение эллипса, повернутого по отношению к координатным осям. Наличие экспоненциального множителя приводит к тому, что эллипс превращается в скручивающуюся спираль. Эта спираль и представляет собой фазовую траекторию затухающего колебания. Она будет наклонена по отношению к координатным осям тем сильнее, чем больше коэффициент затухания

Характеристики затухающих колебаний



При затухающих колебаниях энергия системы расходуется на преодоление сопротивления среды. Если восполнять эту убыль энергии, колебания станут незатухающими. Пополнение энергии системы может осуществляться за счет толчков извне, однако эти толчки должны сообщаться системе в такт с ее колебаниями, иначе они могут уменьшить колебания системы и даже прекратить их совсем.

Можно сделать так, чтобы колеблющаяся система сама управляла внешним воздействием, обеспечивая согласованность сообщаемых ей толчков со своим движением. Такая система называется *автоколебательной*, а совершаемые ею незатухающие колебания – *автоколебаниями*.

Вынужденные колебания. Резонанс

Чтобы в реальной колебательной системе существовали незатухающие колебания, надо компенсировать потери энергии. Такая компенсация возможна если колебательная система подвергается воздействию *внешней периодической силы*, то возникают *вынужденные колебания*, имеющие незатухающий характер.

Вынужденные колебания следует отличать от автоколебаний. В случае автоколебаний в системе предполагается специальный механизм, который в такт с собственными колебаниями "поставляет" в систему небольшие порции энергии из некоторого резервуара энергии. Тем самым поддерживаются собственные колебания, которые не затухают. В случае автоколебаний система как бы сама себя подталкивает.

В случае вынужденных колебаний система подталкивается *посторонней силой*. Особый интерес представляет случай, когда внешняя сила, изменяется по гармоническому закону с частотой ω, воздействует на колебательную систему, способную совершать собственные колебания на некоторой частоте ω_0.

В случае механических колебаний эта внешняя сила – вынуждающая

Вынужденные колебания. Резонанс

Тогда, например для пружинного маятника, из второго закона Ньютона для пружинного маятника, на который действует периодически изменяющаяся сила, будет иметь вид: $$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos\omega t$$

Разделив это уравнение на *m*, и перенеся члены с *x* и в левую часть, получим *неоднородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка:*

где ,

– частота вынуждающей силы.

Вынужденные колебания. Резонанс

Это уравнение - линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Решение его состоит из *общего решения* для однородного уравнения:

и *частного решения* неоднородного уравнения, которое имеет вид:

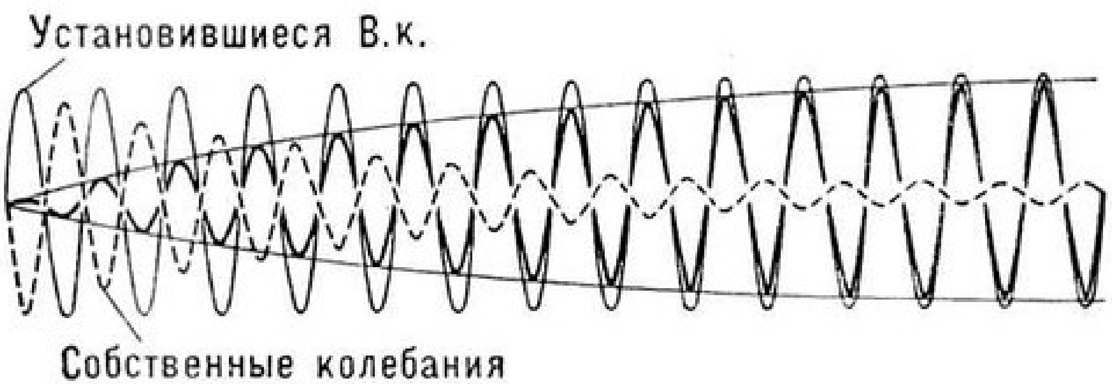
где ,

Первое слагаемое в правой части этой формулы представляет свободные колебания, их частота ω определяется внутренними свойствами системы, а амплитуда A_0 и фаза φ' — начальными условиями и внешними воздействиями. Второе слагаемое, называемое *вынужденными колебаниями*, обусловлено наличием внешней (вынуждающей) силы.

Вынужденные колебания. Резонанс

Первое слагаемое в этом выражении играет заметную роль только в начальной стадии процесса, при так называемом установлении колебаний. С течением времени из-за экспоненциального множителя роль первого слагаемого все больше уменьшается, и по прошествии достаточного времени им можно пренебречь, сохраняя лишь второе слагаемое.

X(t) =



Вынужденные колебания.

Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы приводит к тому, что при некоторой определенной для данной системы частоте амплитуда колебаний достигает максимального значения. Колебательная система оказывается особенно отзывчивой на действие вынуждающей силы при этой частоте. Это явление называется *резонансом*, соответствующая частота – *резонансной частотой*.

Чтобы определить резонансную частоту $\omega_{рез}$, нужно найти максимум функции определяющей зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы. Продифференцировав выражение

$$A(t) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$$

по ω и приравняв нулю, получим условие, определяющее $\omega_{рез}$:

$$-4\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\omega + 8\beta^2\omega = 0$$

Вынужденные колебания. Резонанс

Резонансом называется явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к частоте , равной или близкой к собственной частоте колебательной системы.

Резонансной частотой называется частота, при которой амплитуда смещения достигает максимума:

Резонансная амплитуда:

=

При амплитуда достигает предельного значения:

(для механических колебаний).

При

Вынужденные колебания. Резонанс

Данное уравнение имеет три решения: ω=0 и $\omega = \pm\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$

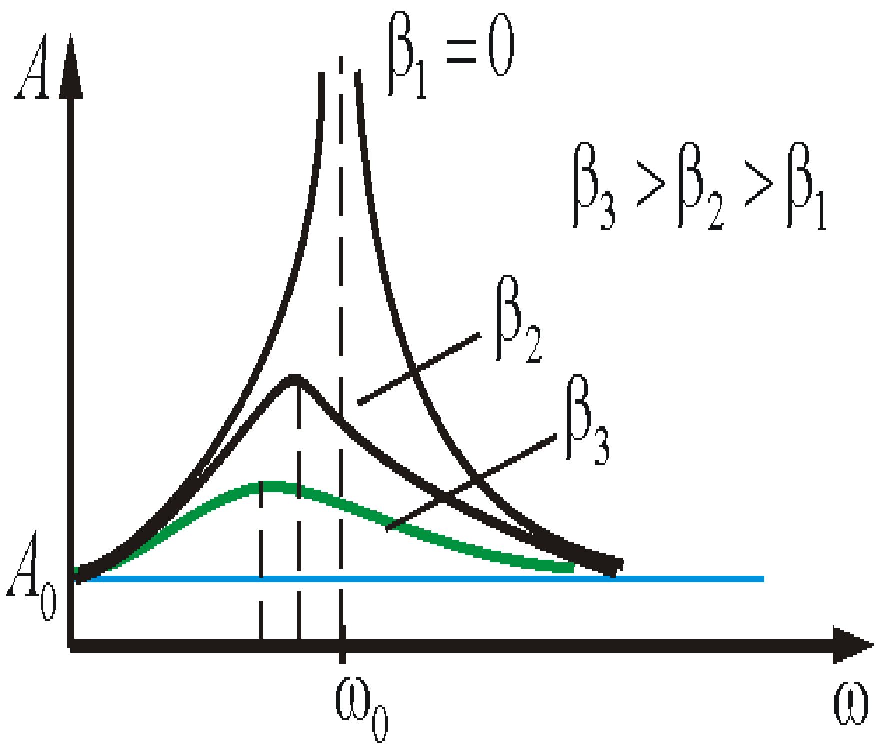
.

Решение равное нулю, соответствует максимуму знаменателя. Из остальных двух решений отрицательное не подходит, как не имеющее физического смысла. В результате, для резонансной частоты получается значение:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

Если частота ω внешней силы приближается к собственной частоте ω, возникает резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний. Это явление называется *резонансом*. Зависимость амплитуды *A* вынужденных колебаний от частоты ω вынуждающей силы называется *резонансной характеристикой* или *резонансной кривой*.

Вынужденные колебания. Резонанс



При очень большом затухании выражение для резонансной частоты становится мнимым. Это означает, что при этих условиях резонанс не наблюдается – с увеличением частоты амплитуда вынужденных колебаний монотонно убывает.

1) При стремлении ω к нулю все кривые приходят к одному и тому же, отличному от нуля, предельному значению, равному :

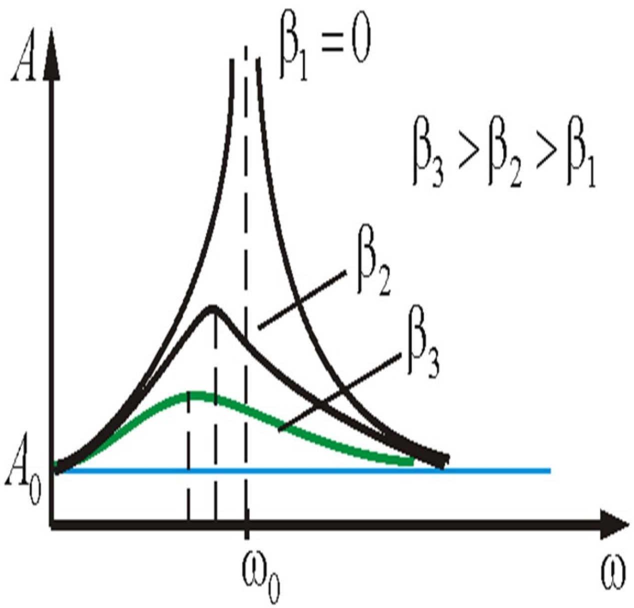
Это значение представляет собой смещение из положения равновесия, которое получает система под действием постоянной силы величины F_0 . Статическая амплитуда, колебания не совершаются .

Вынужденные колебания. Резонанс

2) При амплитуда растет и при амплиту$\omega < \omega_0$да резко возрастает (– *резонанс* . $\omega = \omega_0$

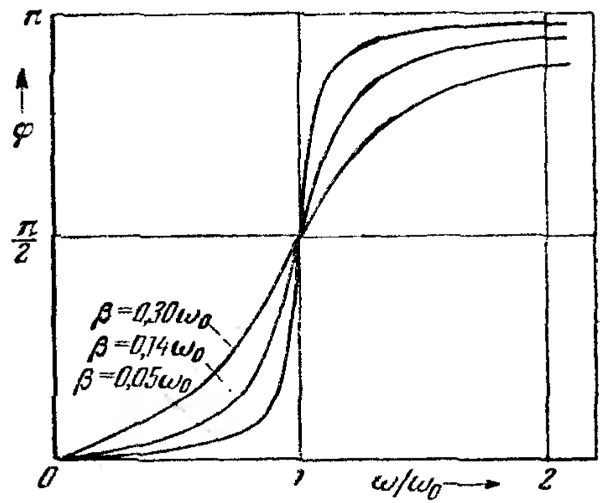
При дальнейшем увеличении - амплитуда опять уменьшается.

3) При - - резонансная частота.



При резонансе амплитуда $A_{рез}$ колебания может во много раз превосходить амплитуду А колебаний свободного конца пружины, вызванного внешним воздействием. В отсутствие трения амплитуда вынужденных колебаний при резонансе должна неограниченно возрастать. В реальных условиях амплитуда установившихся вынужденных колебаний определяется условием: работа внешней силы в течение периода колебаний должна равняться потерям механической энергии за то же время из-за трения. Чем меньше трение (т. е. чем выше добротность *Q* колебательной системы), тем больше амплитуда вынужденных колебаний при резонансе. У колебательных систем с не очень высокой добротностью (< 10) резонансная частота несколько смещается в сторону низких частот

Вынужденные колебания. Резонанс



Фазовые резонансные кривые – зависимость сдвига фаз между смещением и вынуждающей силой от частоты.

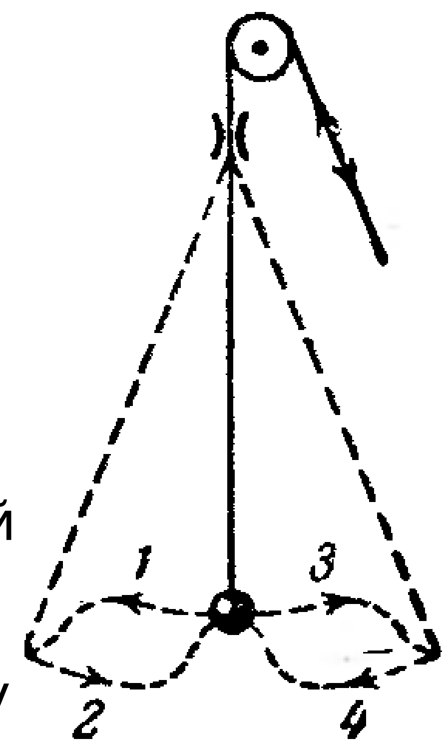
При независимо от значения коэффициента затухания β, φ=π/2.

При дальнейшем увеличении частоты сдвиг фаз возрастает и при , то есть фаза колебаний противоположна фазе вынуждающей силы.

Вынужденные колебания. Резонанс

Оказывается, существует иной вид воздействия извне, с помощью которого можно сильно раскачать систему.

- *Этот вид воздействия заключается в совершаемом в такт с колебаниями периодическом изменении какого-либо параметра системы, вследствие чего само явление называется параметрическим резонансом.*



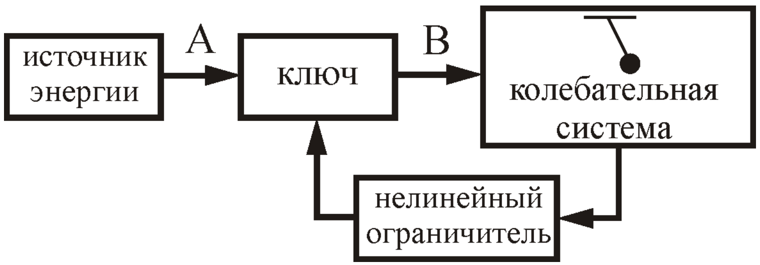
Простейшим примером системы, в которой возможен параметрический резонанс, является простейший маятник – шарик на нитке. Если периодически изменять длину маятника l, увеличивая ее в моменты, когда маятник находится в крайних положениях, и уменьшается в моменты, когда маятник находится в среднем положении, то маятник сильно раскачается.

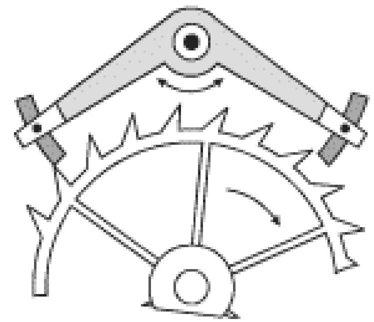
Вынужденные колебания. Резонанс

- Увеличение энергии маятника при этом происходит за счет работы, которую совершает сила, действующая на нить. Сила натяжения нити при колебаниях маятника непостоянна: она меньше в крайних положениях, когда скорость обращается в нуль, и больше в среднем положении, когда скорость маятника максимальна. Поэтому отрицательная работа внешней силы при удлинении маятника оказывается меньше по величине, чем положительная работа, совершаемая при укорочении маятника. В итоге работа внешней силы за период оказывается больше нуля.

Автоколебания

- Классическим примером автоколебательной системы служат механические часы с маятником и гирями





- Принцип работы всех автоколебательных систем можно понять, обратившись к схеме.
- Периодическим поступлением энергии в колебательную систему от источника энергии по каналу АВ управляет сама колебательная система посредством обратной связи.
- В конструкции часового механизма присутствует специальное устройство – анкер, выполняющий роль ключа. Этот анкер, представляющий собой коромысло, приводится в колебание самим маятником часов. Важно отметить, что любая автоколебательная система нелинейна.