

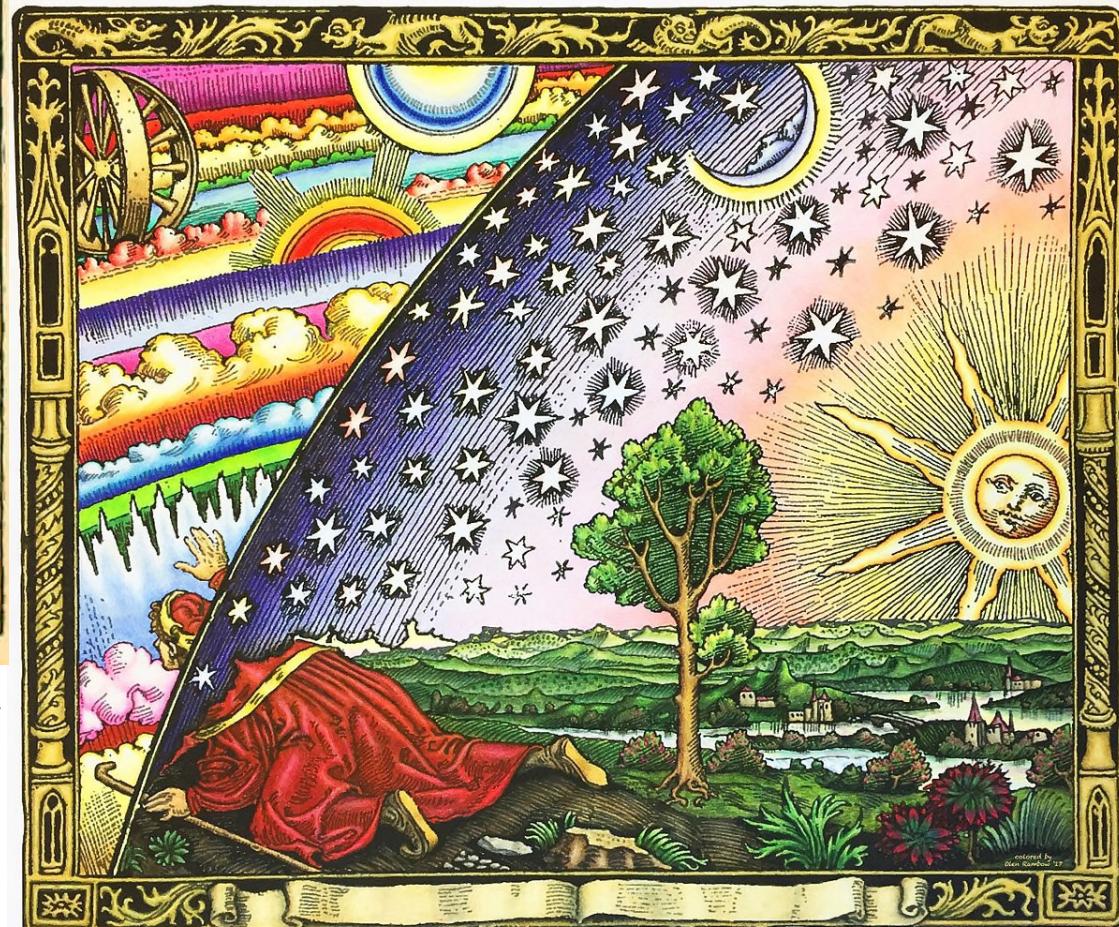
Welche Form hat unser Universum?

Arunima Ray, MPI Mathematik

Die Erdscheibe

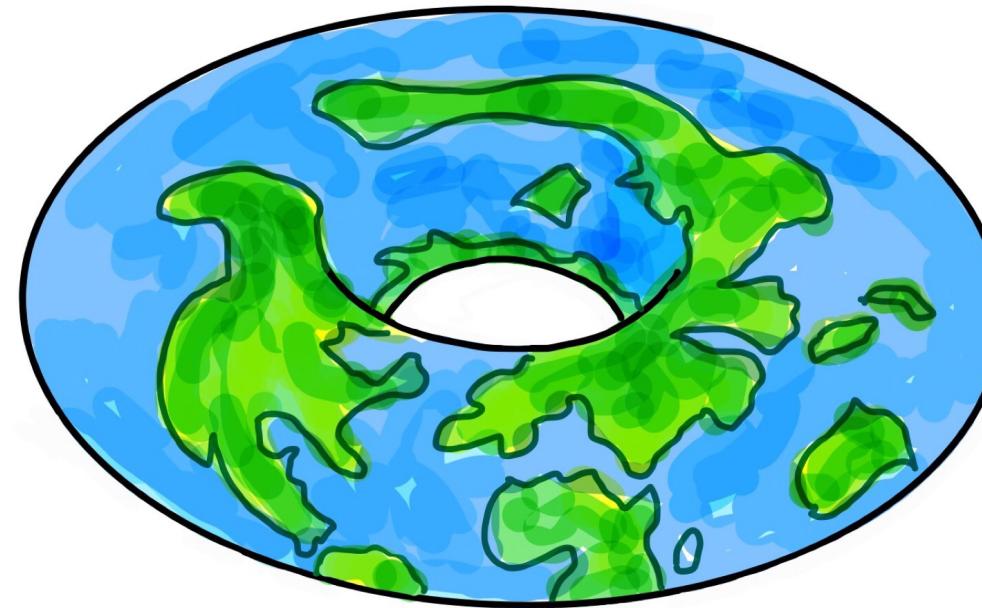


Antar Dayal/Getty images



Flammarions Holzstich, Wikimedia Commons

Der Erdtorus?

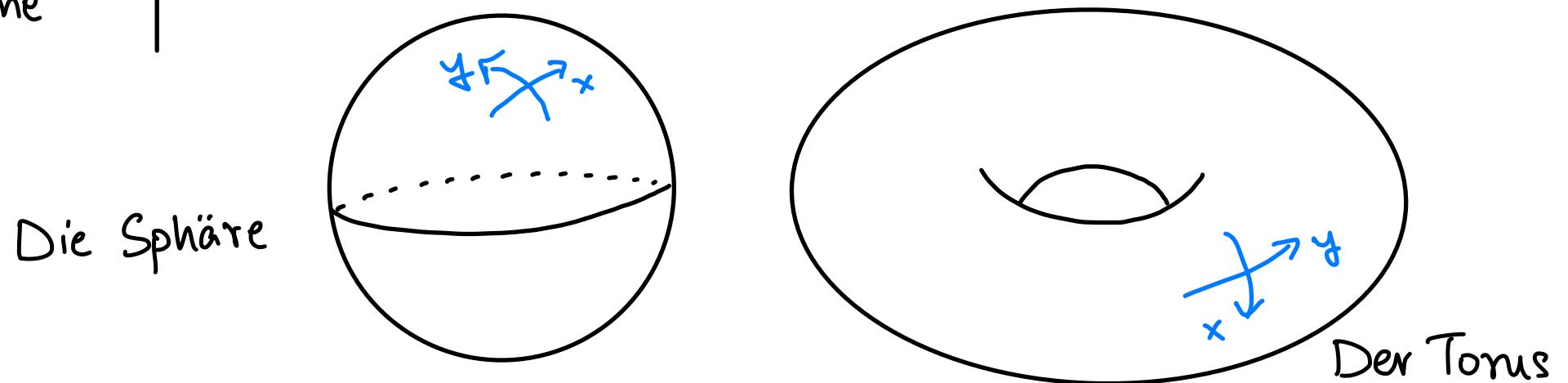
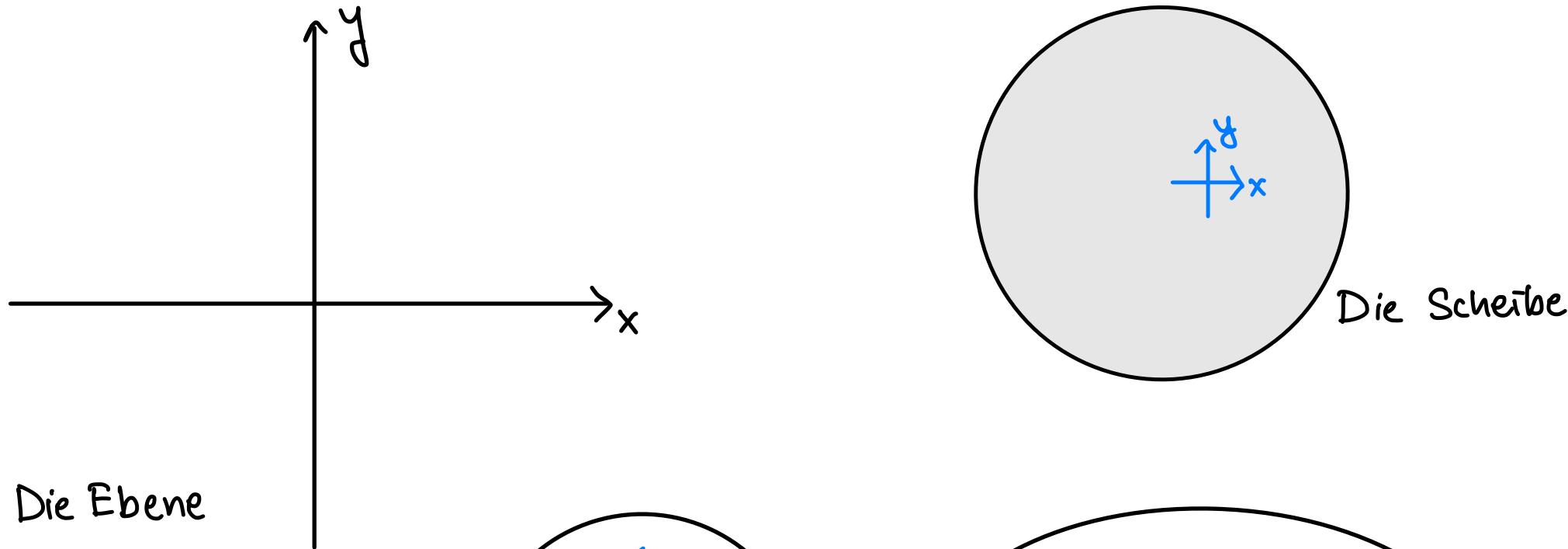


Überblick

- Die wichtigsten Fragen zur Form eines Raums
 - endlich oder unendlich
 - Rand
 - Krümmung
- Verschiedene zwei-dimensionale Räume
- Mögliche Formen des Universums
- Eine vierte Dimension?

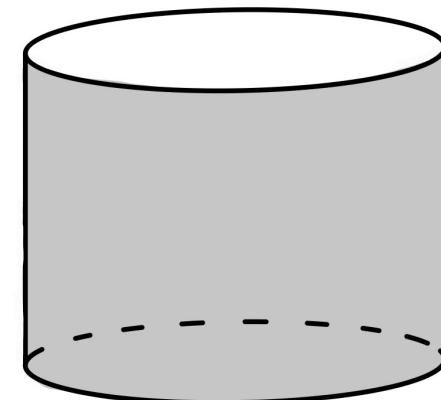
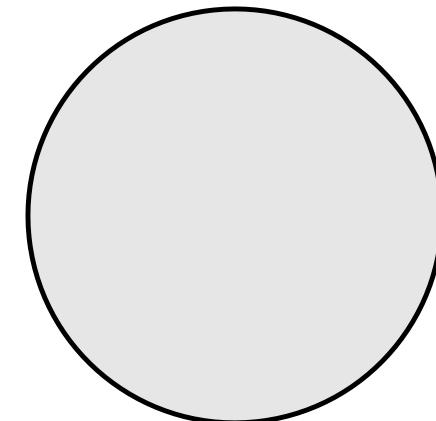
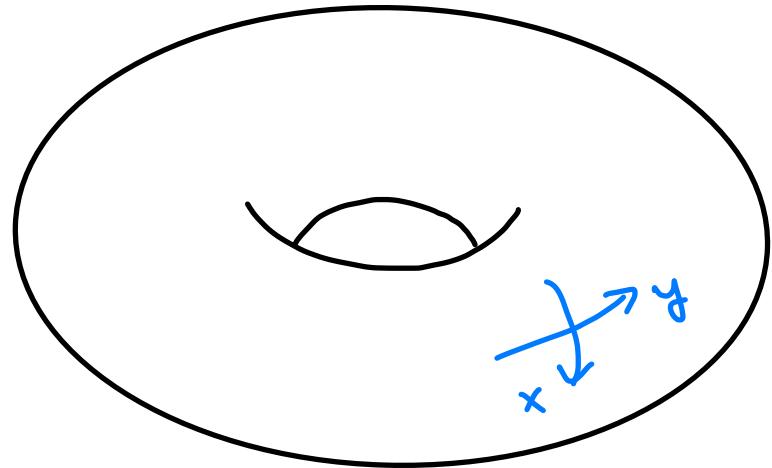
Eigenschaften eines Raums

Unendlich vs endlich



- Die Ebene ist unendlich, aber die Kugelfläche und der Tonus nicht!

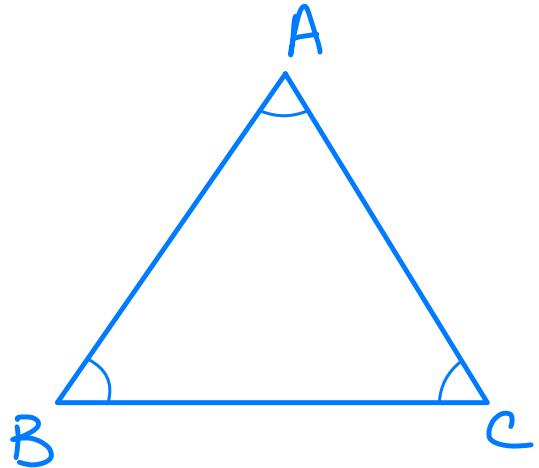
Mit oder ohne Rand



Der Zylinder

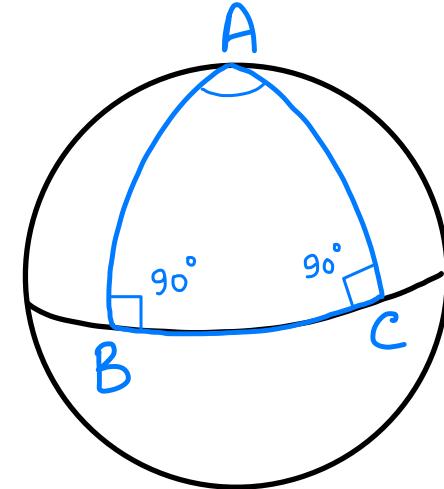
- Der Zylinder hat einen Rand (zwei sogar), aber der Torus hat keinen.

Die Krümmung eines Raums



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

Krümmung der Ebene = 0

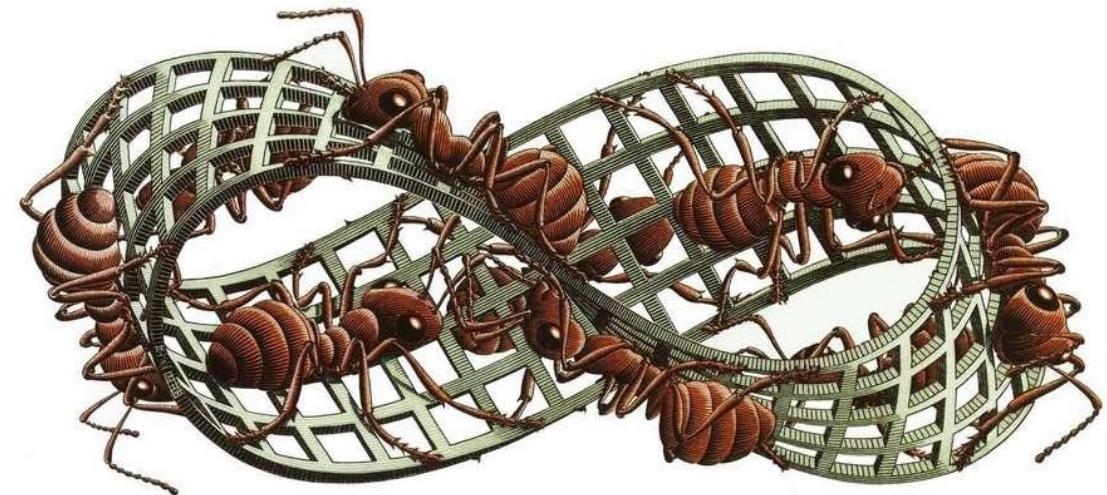
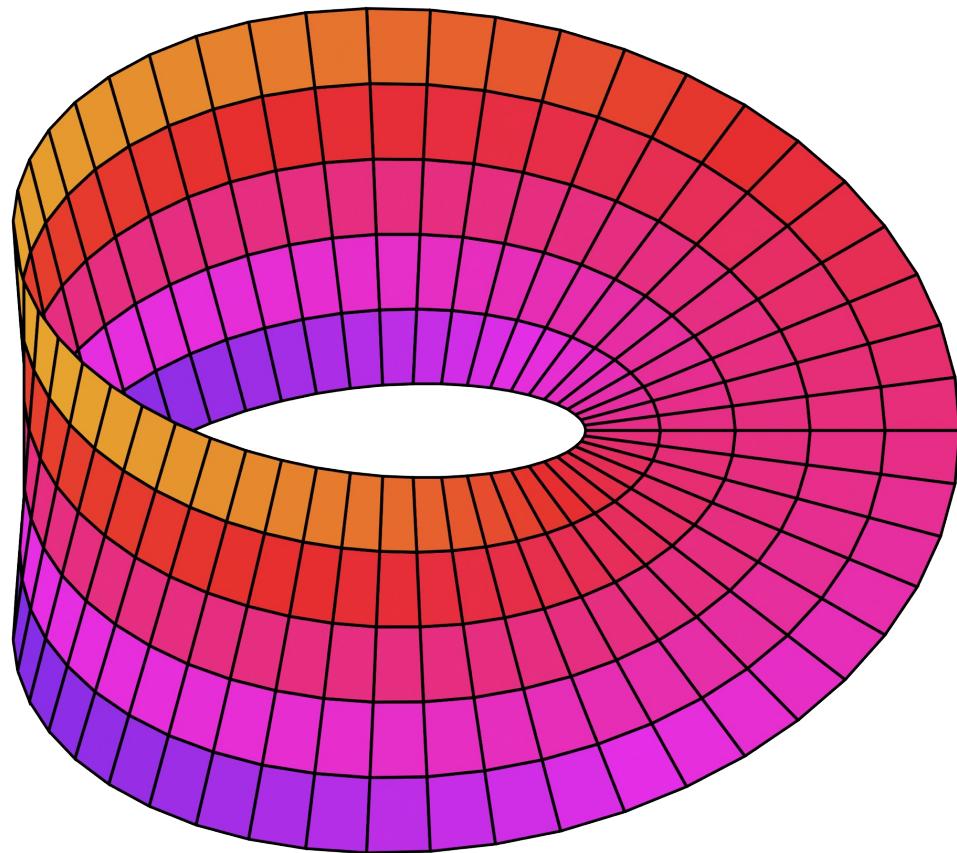


$$\angle A + \angle B + \angle C > 180^\circ$$

Krümmung der Sphäre > 0

- Die Krümmung kann auch negativ sein.

Das Möbius-Band ist „unorientierbar“

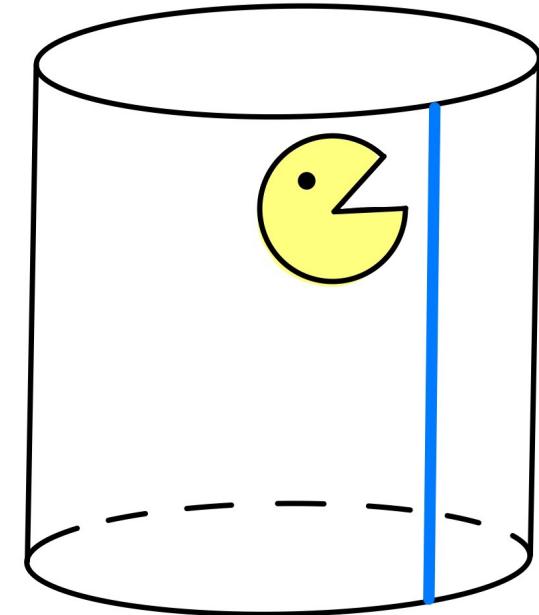
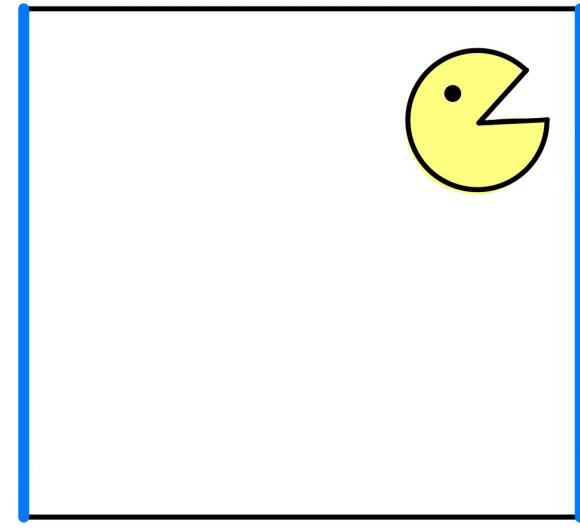


M.C. Escher

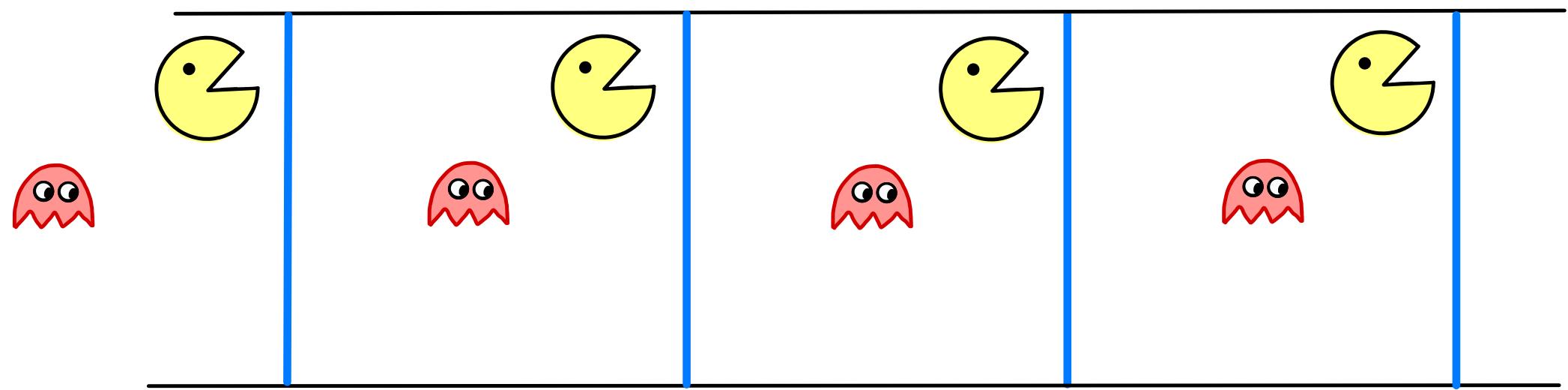
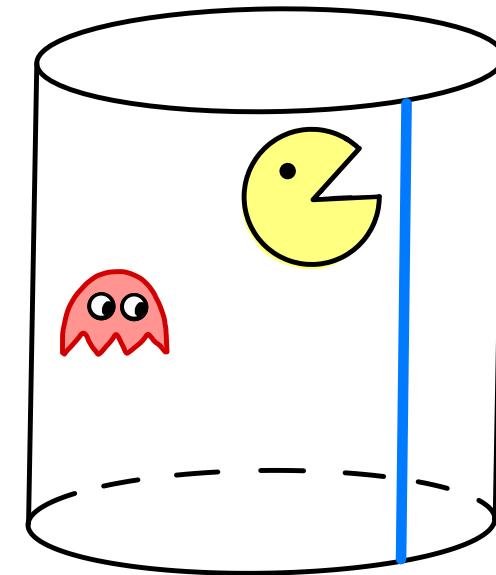
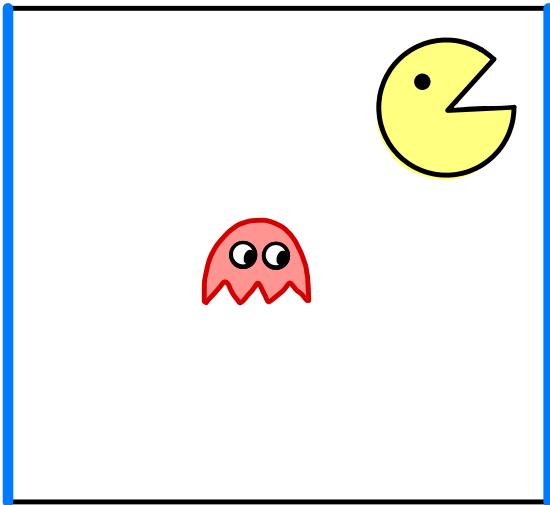
Zwei-dimensionale Räume



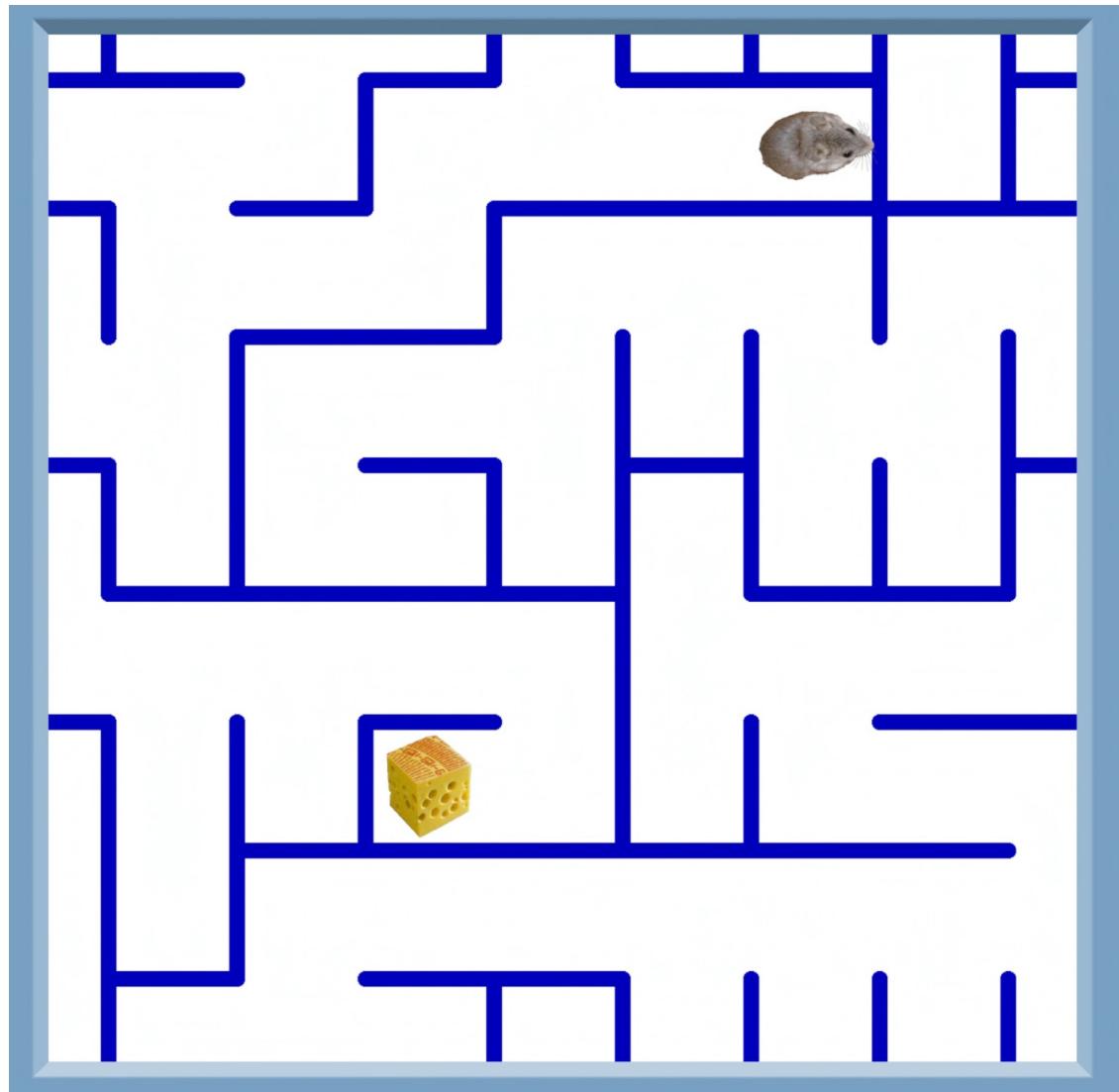
Wie sieht die Welt von PAC-Man aus?



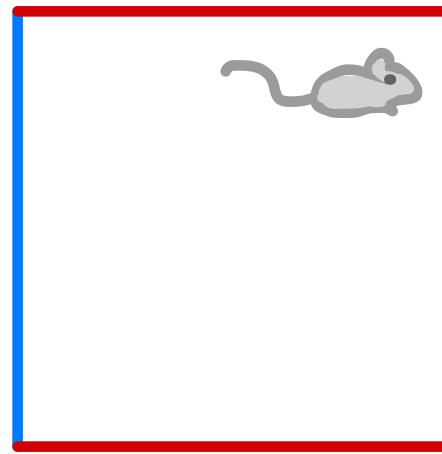
Wie kommt PAC-Man seine Welt vor?



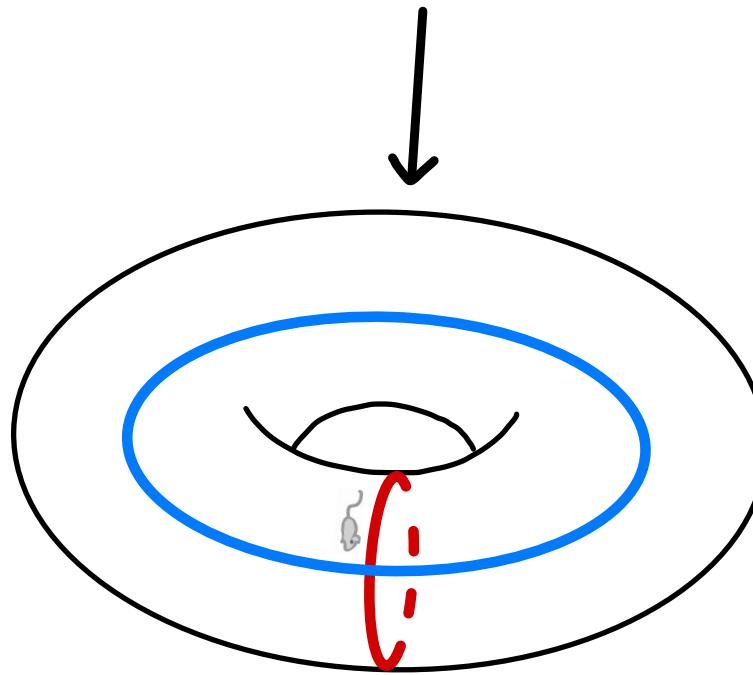
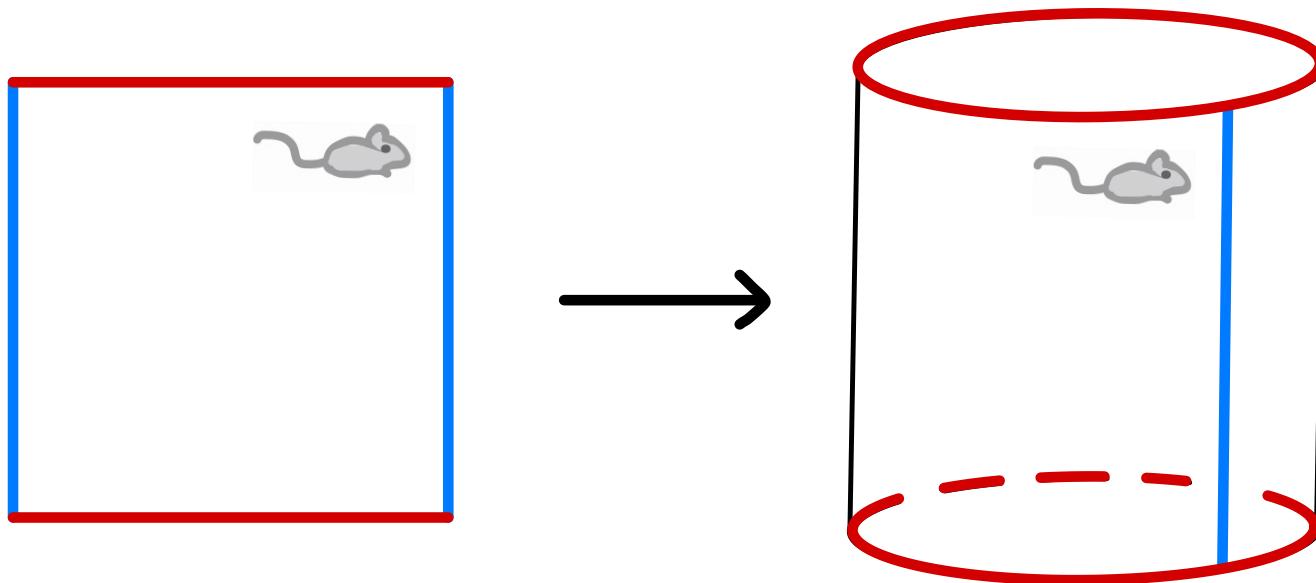
Wie sieht die Welt der Maus aus?



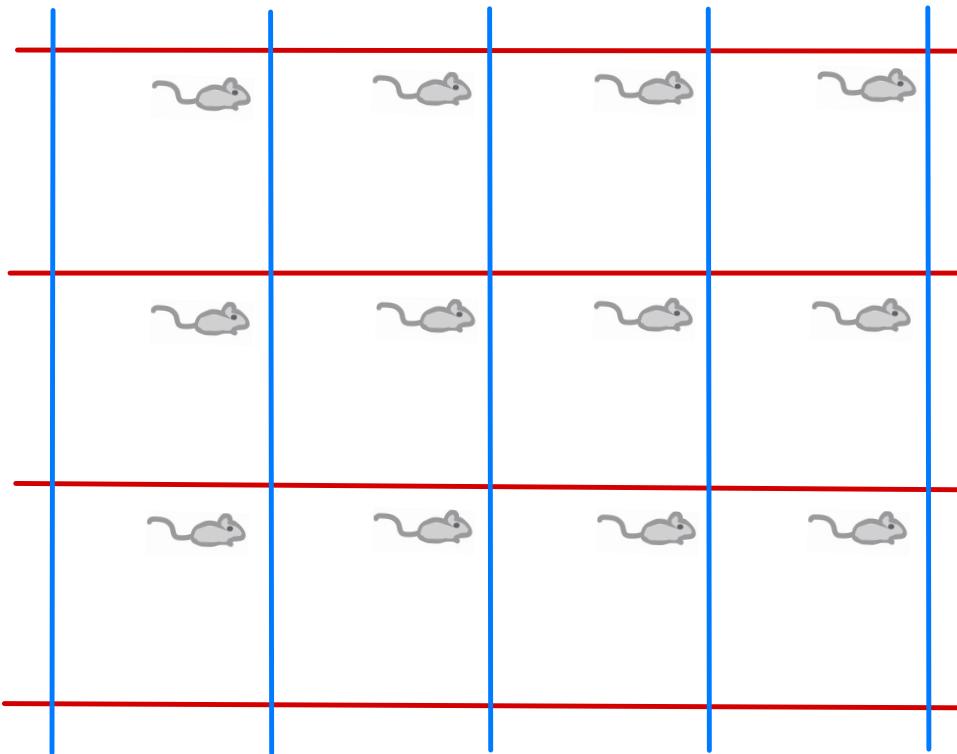
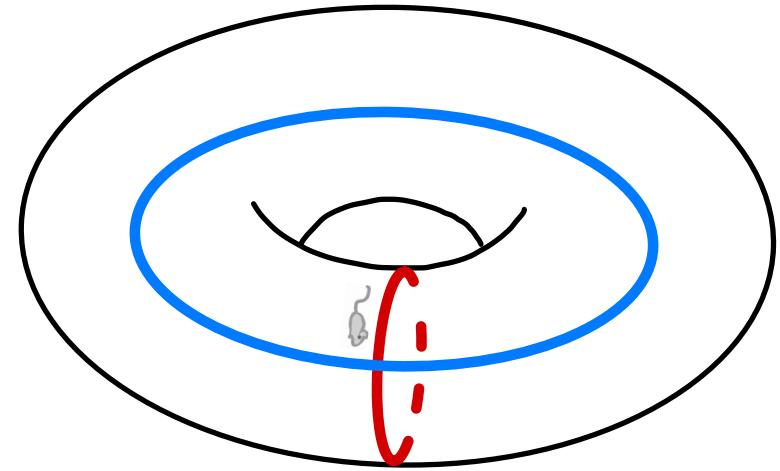
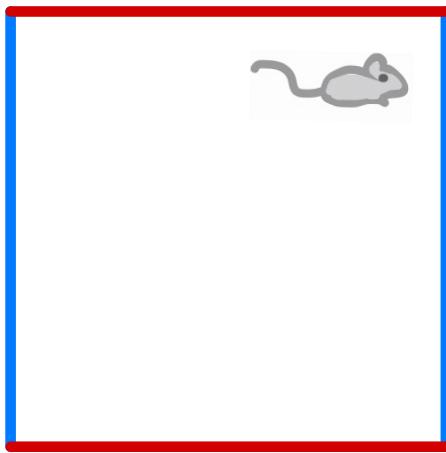
<https://www.geometrygames.org>



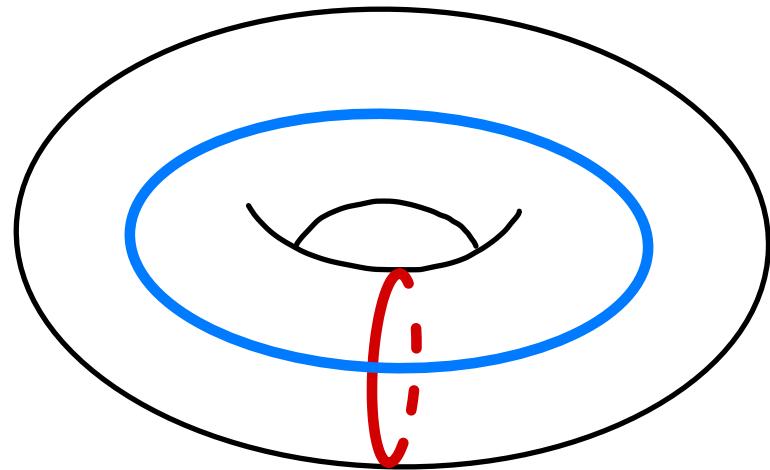
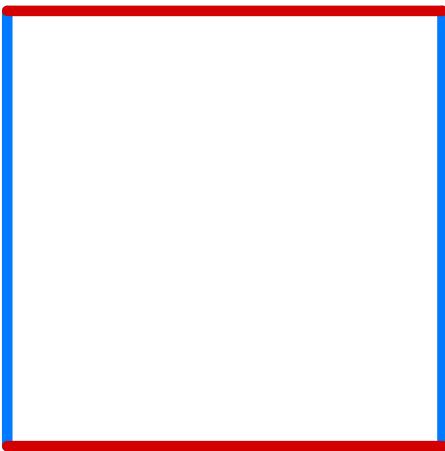
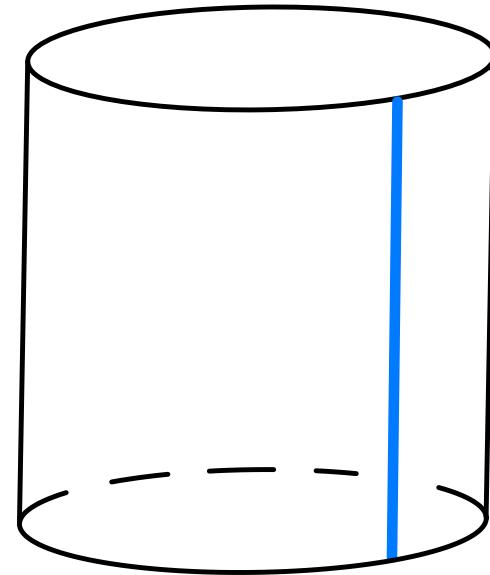
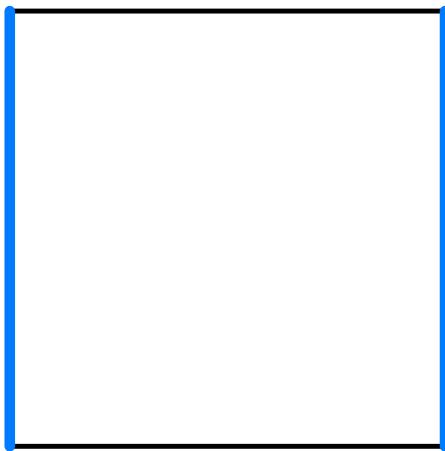
Wie sieht die Welt der Maus aus?



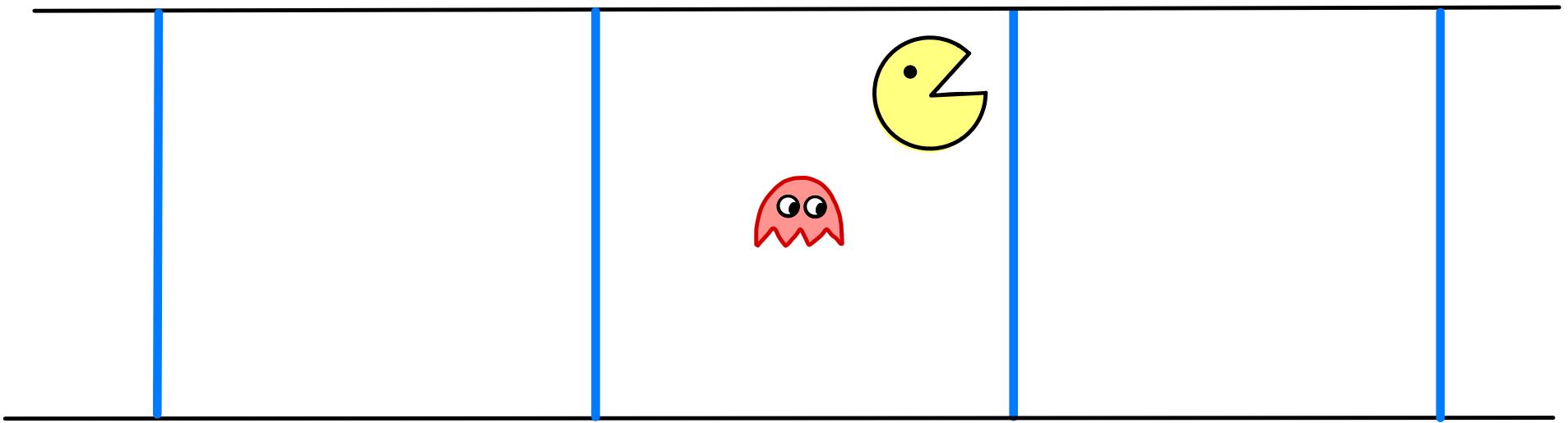
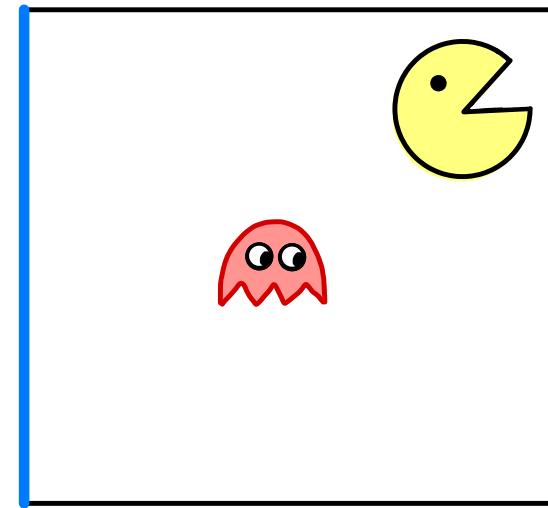
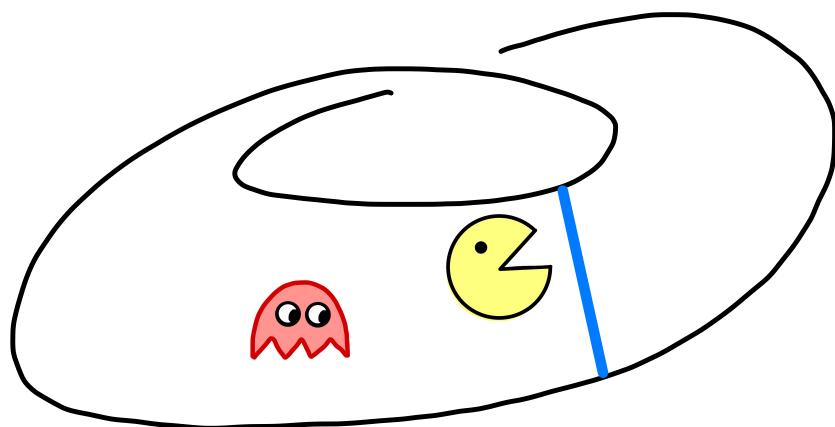
Wie kommt der Maus ihre Welt vor?



Zwei-dimensionale Räume



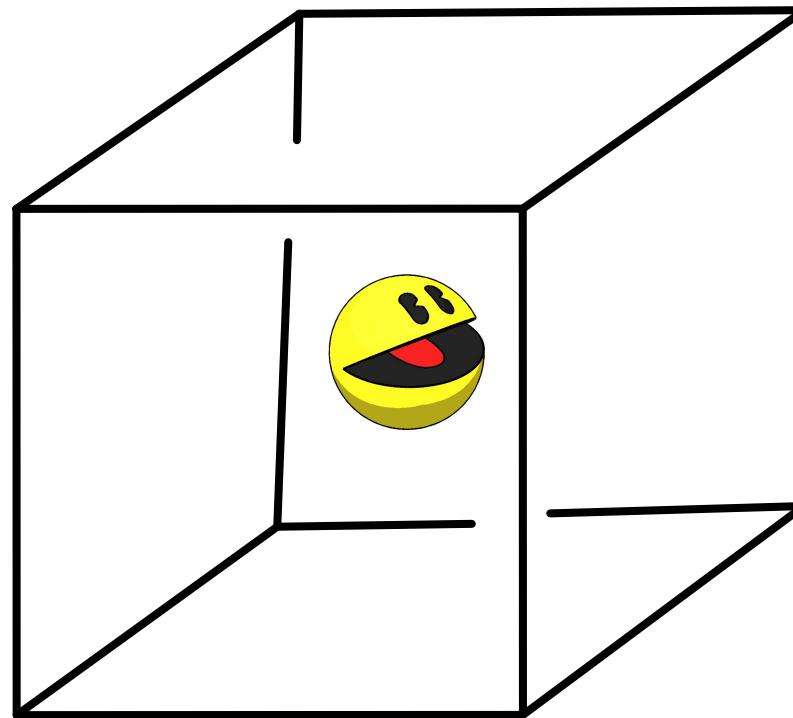
Was sähe PAC-Man, wenn er auf dem Möbius-Band wohnte?



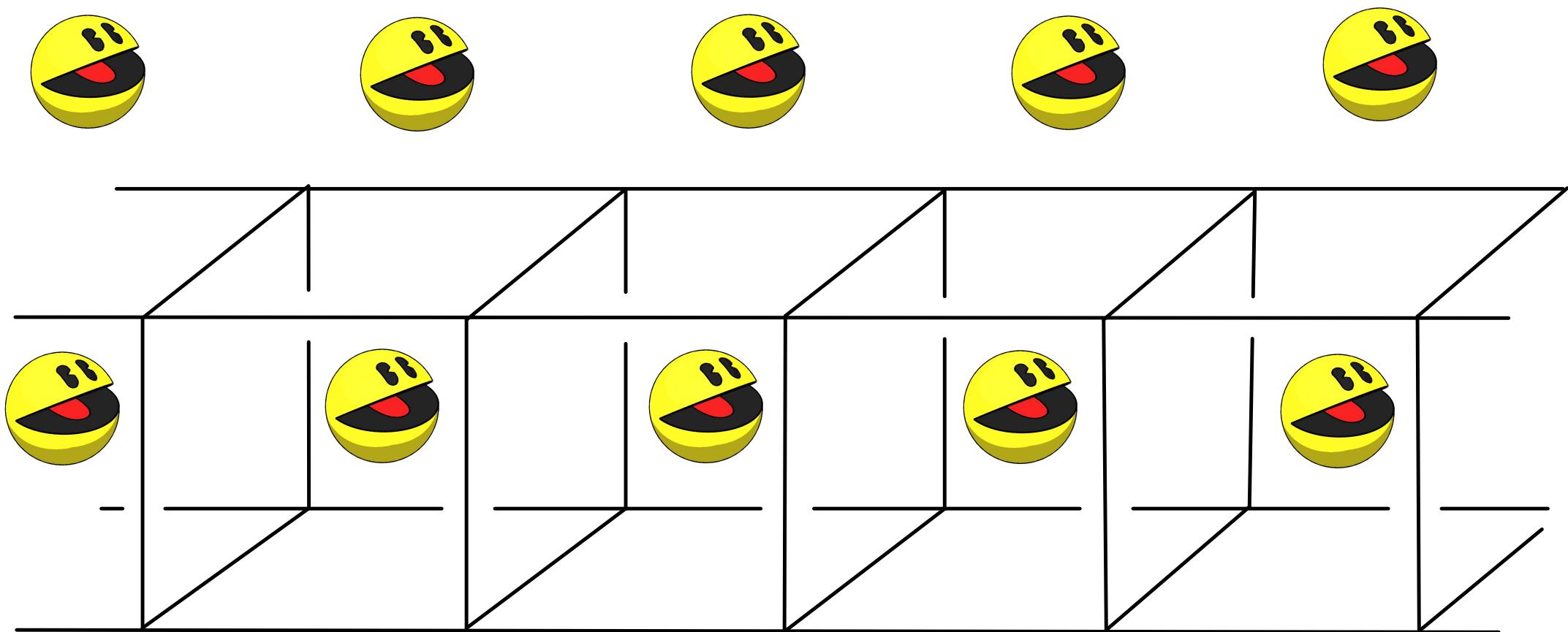
Drei-dimensionale Räume



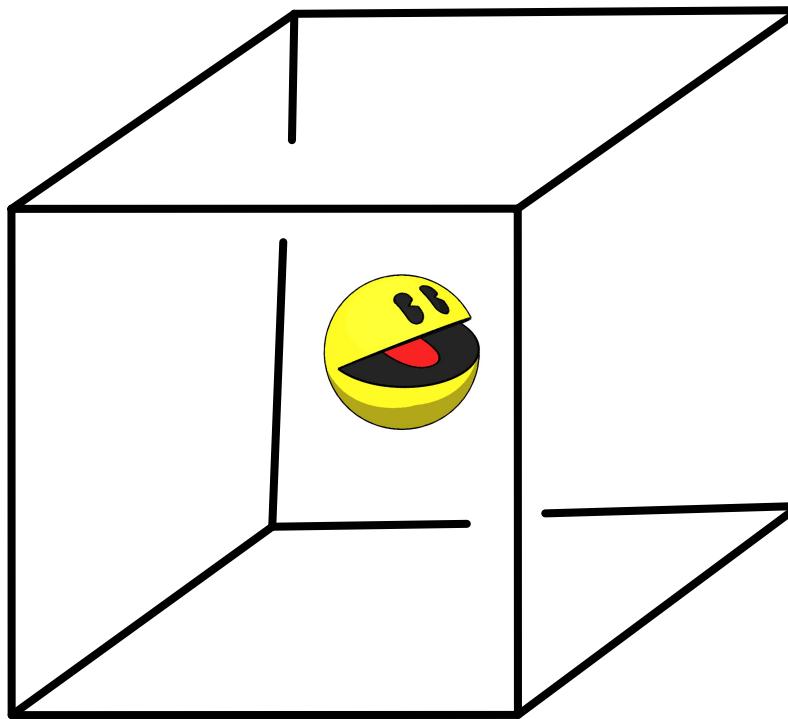
Der drei-dimensionale Torus



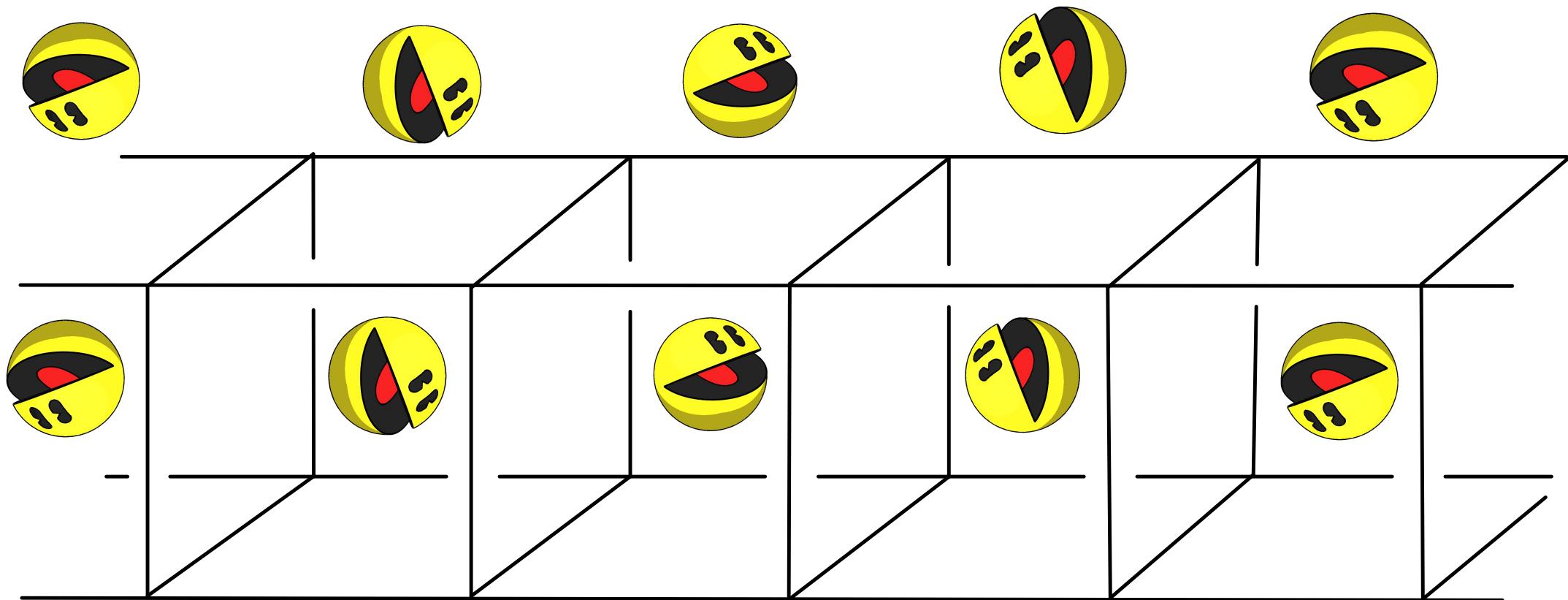
Der drei-dimensionale Torus



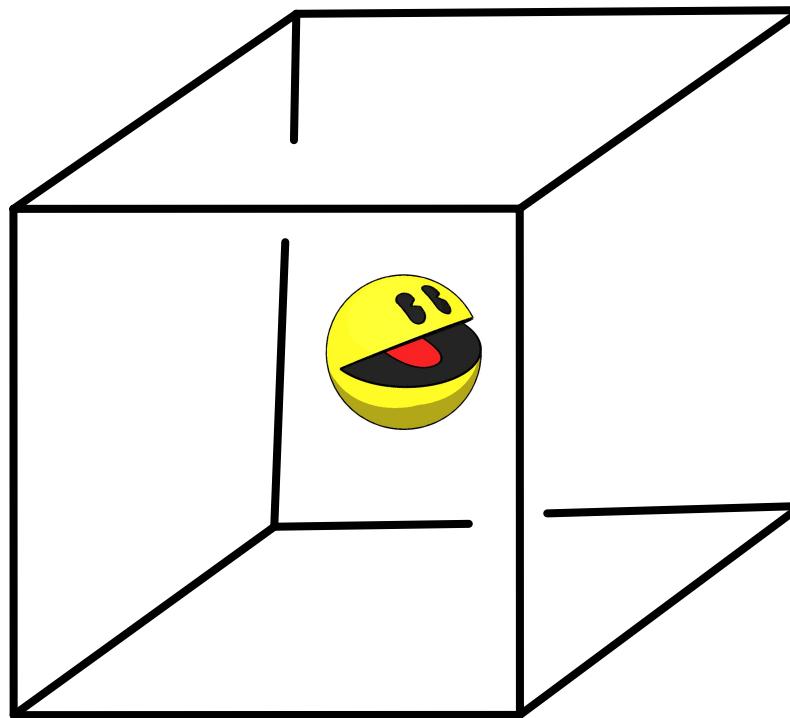
Andere drei-dimensionale Räume: Vierteldrehraum



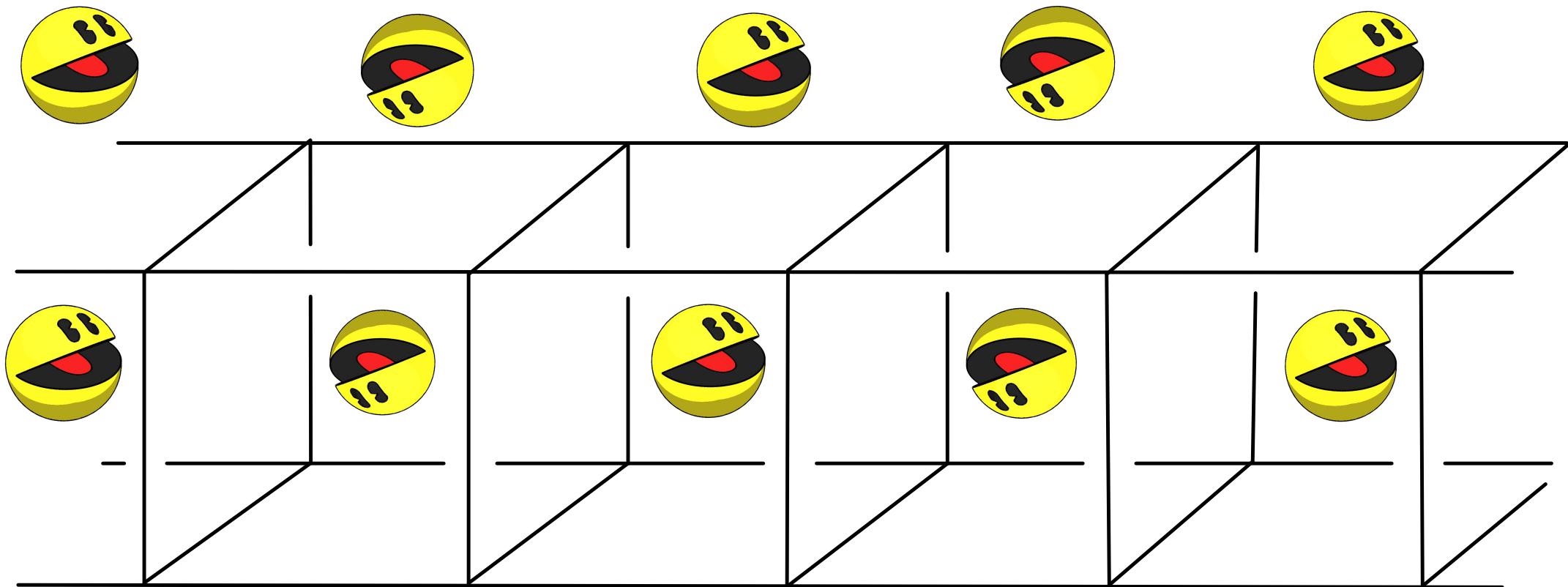
Andere drei-dimensionale Räume: Vierteldrehraum



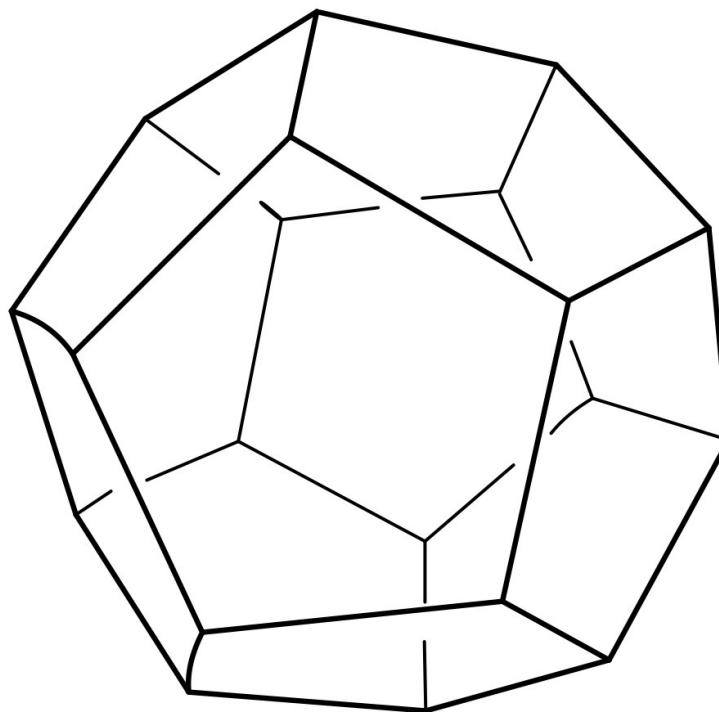
Andere drei-dimensionale Räume: Halbdrehraum



Andere drei-dimensionale Räume: Halbdrehraum

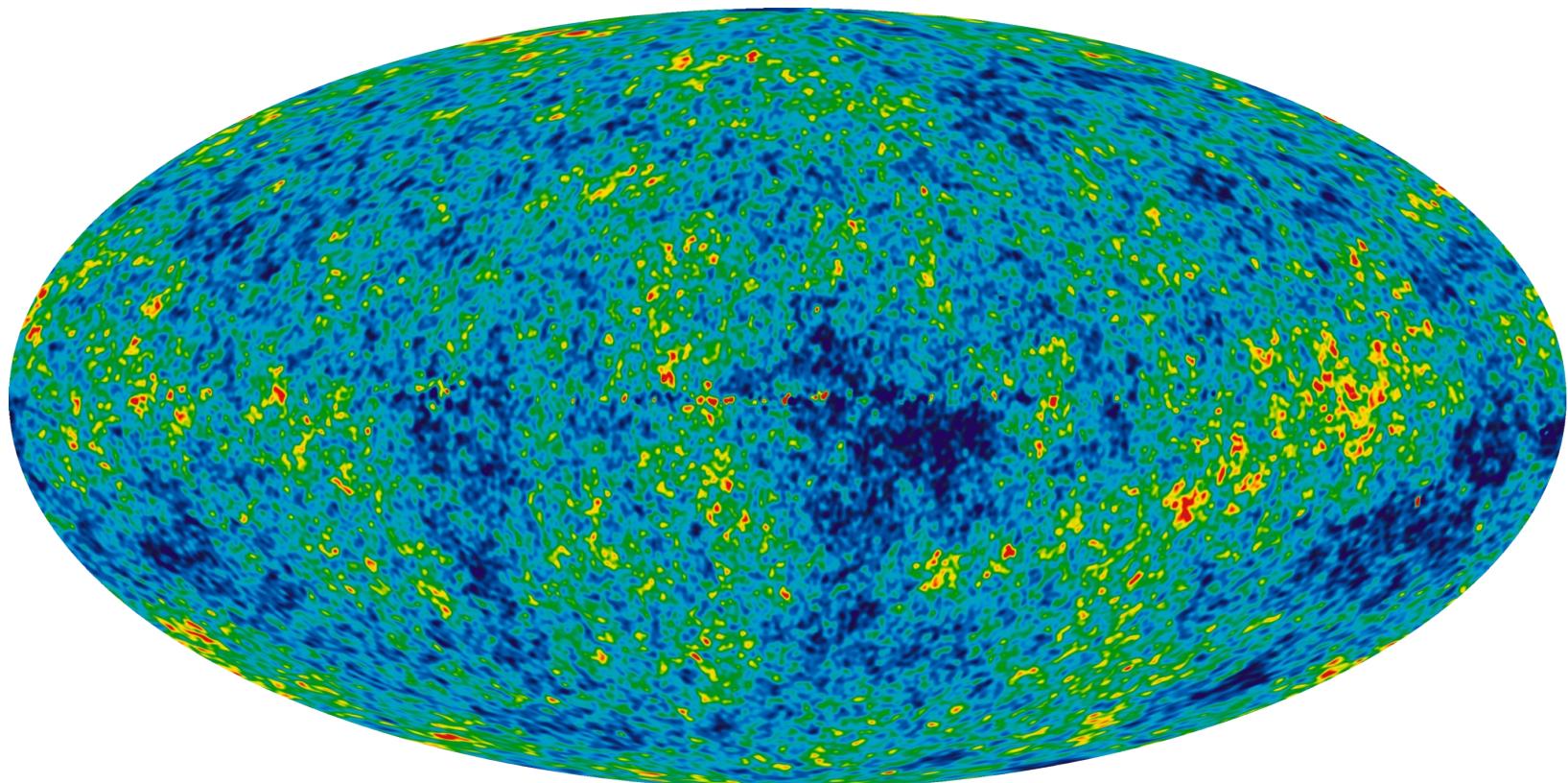


Andere drei-dimensionale Räume: Poincaré-Raum



Welche Form hat unser Universum?

Die Krümmung des Universums

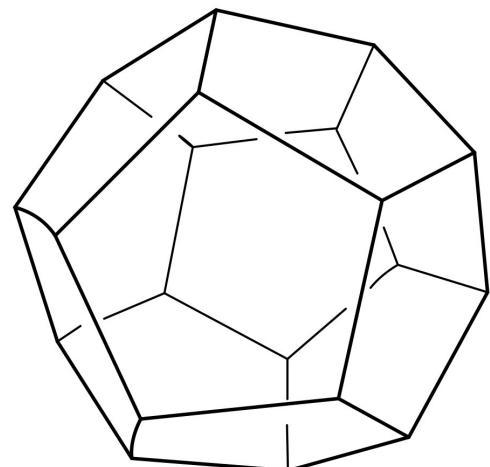


Hintergrundstrahlung, Wilkinson Microwave Anisotropy Probe

- Krümmung ist überall gleichwertig und ≈ 0 .

Die Form des Universums

- Krümmung = 0 \Rightarrow wenn unendlich, 4 Möglichkeiten
wenn endlich, 6 Möglichkeiten
zB Torus, Vierteldrehraum,
Halbdrehraum,...
- Krümmung > 0 , sehr klein \Rightarrow endlich!



wahrscheinlich Poincaré-Raum
(aber unendlich viele Möglichkeiten)

Die vierte Dimension?

Raum und Zeit

- Das Universum und die Zeit bilden einen vier-dimensionalen Raum
- Wie viele vier-dimensionale Räume sind möglich?
- Es gab einen „Big Bang“. Wird es einen „Big Crunch“ geben?

Zusammenfassung

- Räume können endlich oder unendlich sein
einen oder keinen Rand haben
 >0 $=0$ <0 gekrümmt sein
- Wenn das Universum flach ist, gibt es 10 mögliche Formen.
- Zeit und Raum bilden einen vier-dimensionalen Raum.
Was sind die möglichen Formen?

Mehr!

<https://www.geometrygames.org/>

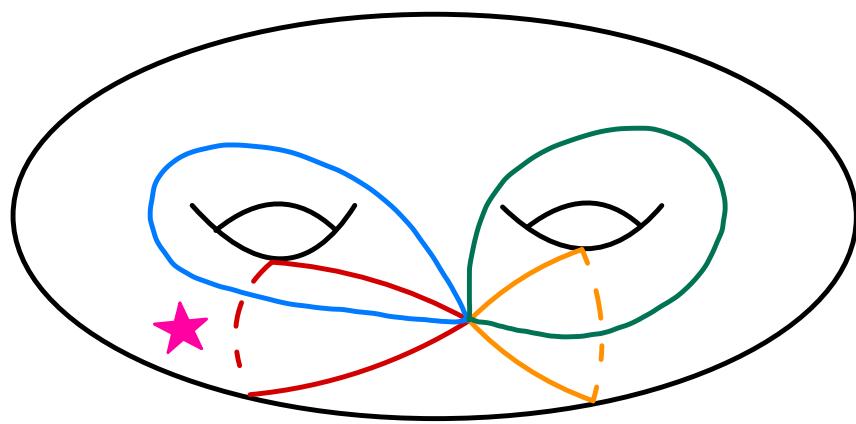
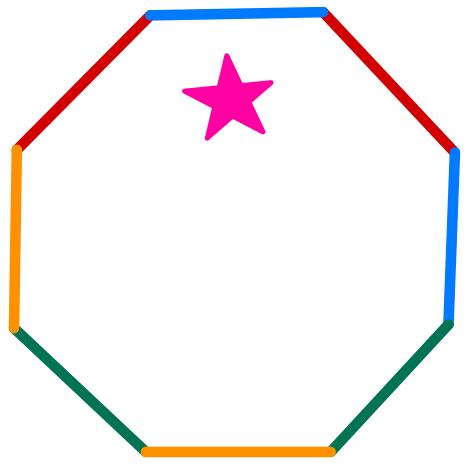
Flächenland, Edwin A. Abbott

Das Zeiträtsel, Madeleine L'engle

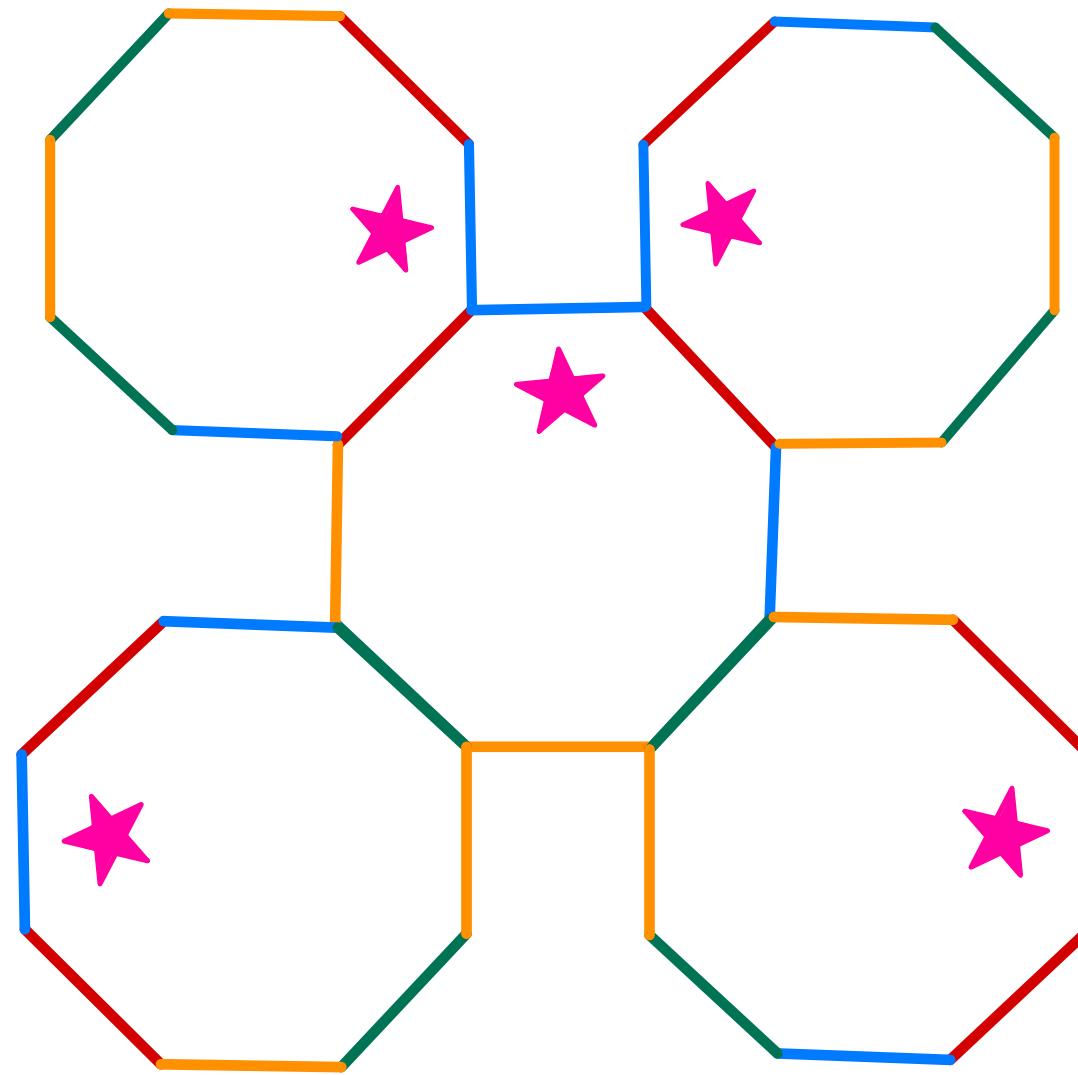
The shape of space, Jeff Weeks

Shape, Jordan Ellenberg

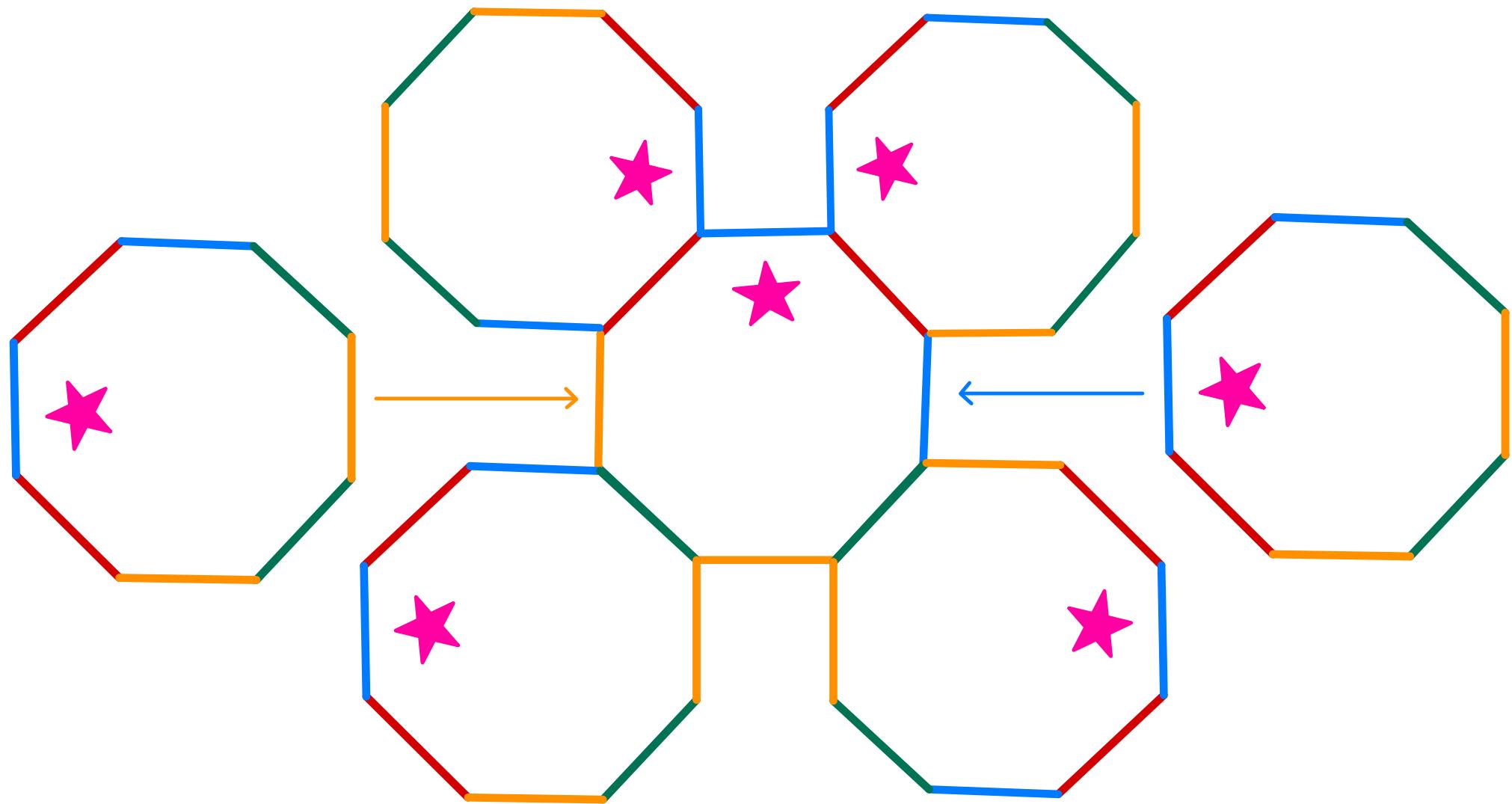
Andere zwei-dimensionale Räume



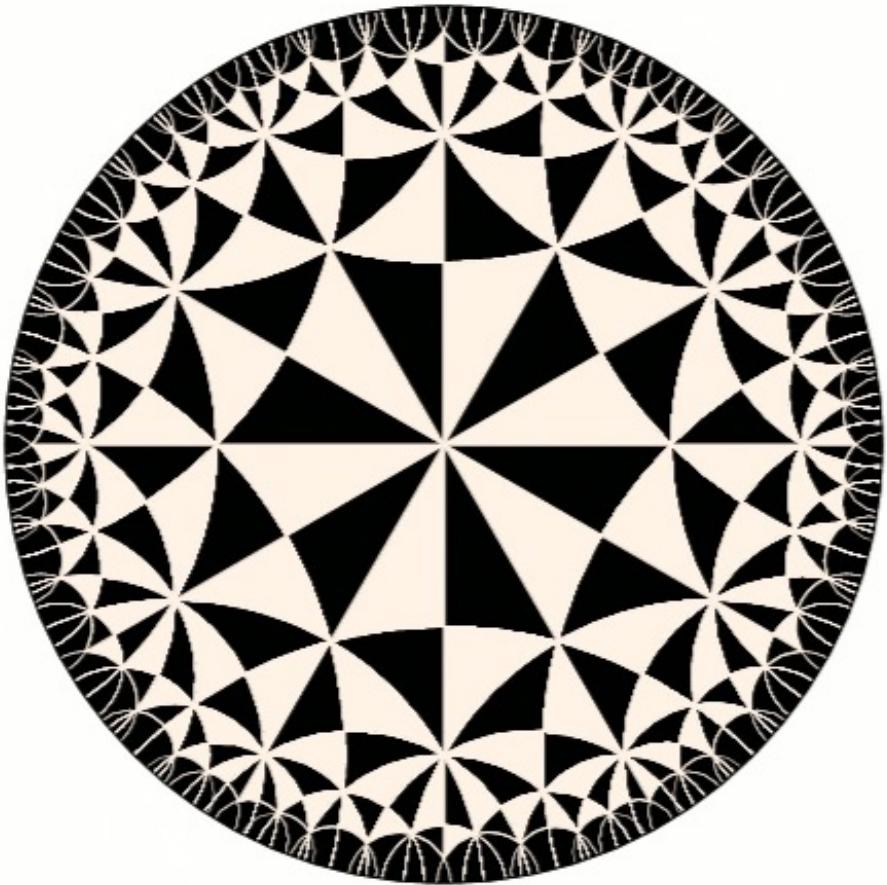
Andere zwei-dimensionale Räume



Andere zwei-dimensionale Räume



Andere zwei-dimensionale Räume



Coxeter



Circle Limit III, M.C. Escher

Krümmung < 0