

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

Русланцев Андрей Николаевич

РАЗРАБОТКА МОДЕЛЕЙ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ ВОЛОКНИСТЫХ СЛОЕВ С РАЗЛИЧНОЙ УКЛАДКОЙ

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель
д.ф.-м.н., проф. А.М. Думанский

Москва - 2018



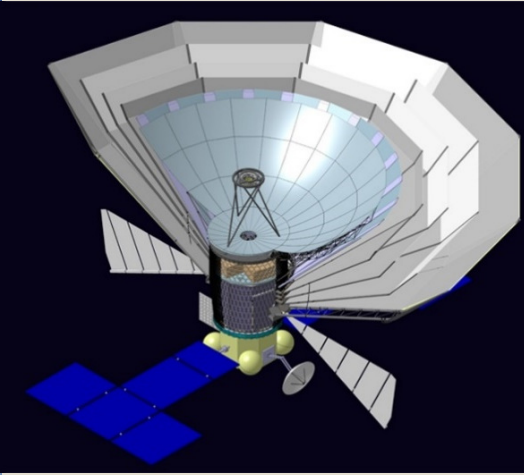
Композиционные материалы

- | | |
|------------------------------|------------------------------------|
| + высокая удельная жесткость | - высокая стоимость |
| + высокая удельная прочность | - склонность к растрескиванию |
| + износостойкость | - гигроскопичность |
| + коррозионная стойкость | - существенная анизотропия свойств |

Существенный вклад в методологию расчета деформирования и разрушения материалов внесли Н.А. Алфутов, Ю.Н. Работнов, S.W. Tsai, E.M. Wu, В.В. Васильев, А.А. Дудченко, А.Н. Полилов, В.А. Комаров, С.А. Лурье, Б.В. Бойцов, В.Г. Дмитриев, А.А. Смердов, И.К. Туркин, Р.А. Каюмов, Б.В. Нерубайло, Л.Н. Рабинский, А.М. Покровский, С.Т. Милейко, В.Н. Скопинский, Н.П. Тютюнников, В.И. Горбачев и др.

Не в полной мере решены вопросы, связанные с работой композиционных материалов при длительных переменных во времени нагрузках, приведены решения для отдельных материалов и схем армирования; отсутствует методология аналитического определения напряженного состояния слоистых композиционных криволинейных балок при изгибе.

Актуальность

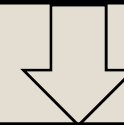


Эксплуатация композитных изделий в экстремальных условиях продолжительного силового воздействия

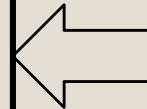
Повышение требований к тактико-техническим характеристикам ЛА



- Повышение скорости полета ЛА
- Увеличение длительности эксплуатации ЛА
- Усложнение обрабатываемых маневров
- Повышение требований к размеростабильности конструкций



- Ужесточение условий эксплуатации узлов и агрегатов конструкций ЛА**
- Повышение уровня эксплуатационных нагрузок (тепловые, силовые и т.д.)
 - Увеличение длительности воздействия нагрузок
 - Изменение характера силовых нагрузок



В сложившихся условиях повышение точности расчета деформирования композиционных материалов при различных видах нагружения может позволить уменьшить избыточные коэффициенты запаса и повысить весовое совершенство конструкций, следовательно, создание новых методов расчета сопротивления волокнистых композиционных материалов деформированию и разрушению с учетом структурных факторов является актуальной задачей

Цель и задачи диссертационной работы

Цель:

Повышение точности расчета сопротивления полимерных слоистых волокнистых слоев с различной укладкой деформированию с учетом комплекса физико-механических характеристик.

Задачи:

1. Разработка расчетной модели деформирования волокнистых полимерных слоев с различной укладкой с учетом физической нелинейности;
2. Разработка расчетной модели деформирования волокнистых полимерных слоев с различной укладкой при сложном напряженном состоянии и переменных во времени нагрузках;
3. Разработка модели, позволяющей определять напряженно-деформированное состояние криволинейной слоистой композитной балки при воздействии изгибающего момента;
4. Проведение механических испытаний образцов из полимерных композиционных материалов для верификации моделей.

Научная новизна:

1. Разработана новая расчетная модель, позволяющая на основе матричной алгебры и соотношений теории слоистых пластин описать анизотропию нелинейных механических характеристик композитных слоистых материалов на основе термореактивных и термопластичных матриц, а также углерод-углеродных композиционных материалов и повысить точность расчета деформирования полимерных слоев с различной укладкой по сравнению с линейными моделями.

2. Впервые построена расчетная модель прогнозирования ползучести и релаксации слоистых волокнистых композиционных материалов с различными схемами армирования и связующими, позволяющая при помощи ограниченного набора параметров описать анизотропию наследственно-упругих характеристик материалов с использованием матричных преобразований и соотношений наследственной механики.

3. Впервые предложена аналитическая модель, позволяющая определять уточненное напряженно-деформированное состояние криволинейной композитной слоистой балки при изгибе с переменным по толщине окружным модулем упругости.

Практическая значимость:

1. Построены алгоритмы для численного и аналитического определения и оценки напряженно-деформированного состояния полимерных волокнистых слоев с различной укладкой и применяемыми связующими с учетом физической нелинейности и при переменных во времени нагрузках. Разработанные алгоритмы использованы для оценки изменения формы главного зеркала космического радиотелескопа «Миллиметрон» вследствие ползучести во время хранения.

2. Разработаны алгоритмы, которые позволяют определять напряженно-деформированное состояние криволинейных слоистых балок при изгибе и могут быть использованы для рационального выбора исходных материалов и оценки предельного состояния элементов конструкций. Предложенные алгоритмы использованы для расчета усилий для коррекции формы главного зеркала космического радиотелескопа «Миллиметрон».

3. Результаты экспериментального анализа анизотропии механических характеристик углепластика БМИ-3/3692, изготовленного на основе углеродной ткани и высокотемпературного бисмалеимидного связующего, позволяют уточнить его временные и нелинейные свойства и могут быть использованы при расчетно-экспериментальной отработке характеристик длительного деформирования и разрушения композитных элементов конструкций авиационной и ракетно-космической техники.

Структура диссертационной работы

Введение

Глава 1. Моделирование напряженно-деформированного состояния полимерных композиционных материалов

Глава 2. Испытания плоских образцов на растяжение

Глава 3. Нелинейное деформирование полимерных композиционных материалов

Глава 4. Деформирование композиционных материалов при переменных нагрузках

Глава 5. Деформирование криволинейной слоистой балки

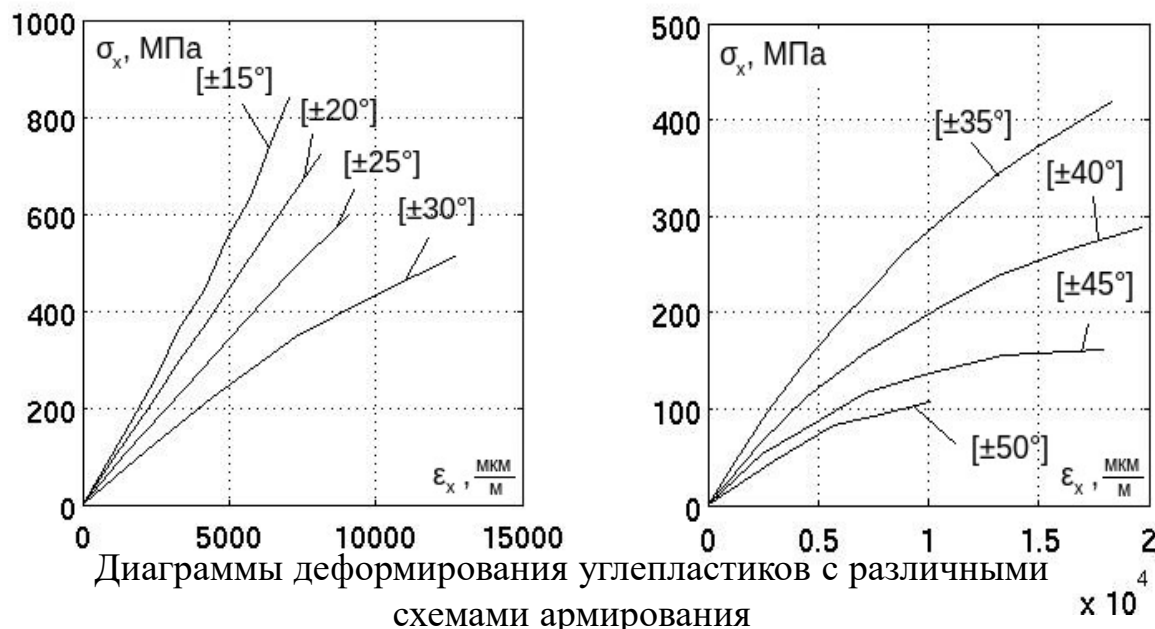
Заключение

Список литературы

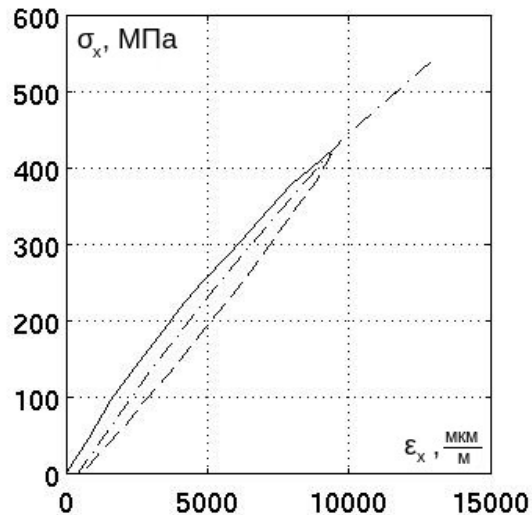
Положения, выносимые на защиту:

1. Модели нелинейного деформирования и сопротивления деформированию полимерных волокнистых слоев с различной укладкой при переменном во времени нагружении, позволяющие учесть влияние схемы армирования и свойств слоя на нелинейные и временные свойства пакета.
2. Модель деформирования слоистой криволинейной композитной балки при изгибе, позволяющая определять напряженно-деформированное состояние элемента конструкции.
3. Экспериментальные данные по анизотропии наследственно-упругих характеристик углепластика БМИ-3/3692.

Экспериментальные кривые деформирования волокнистых композиционных материалов

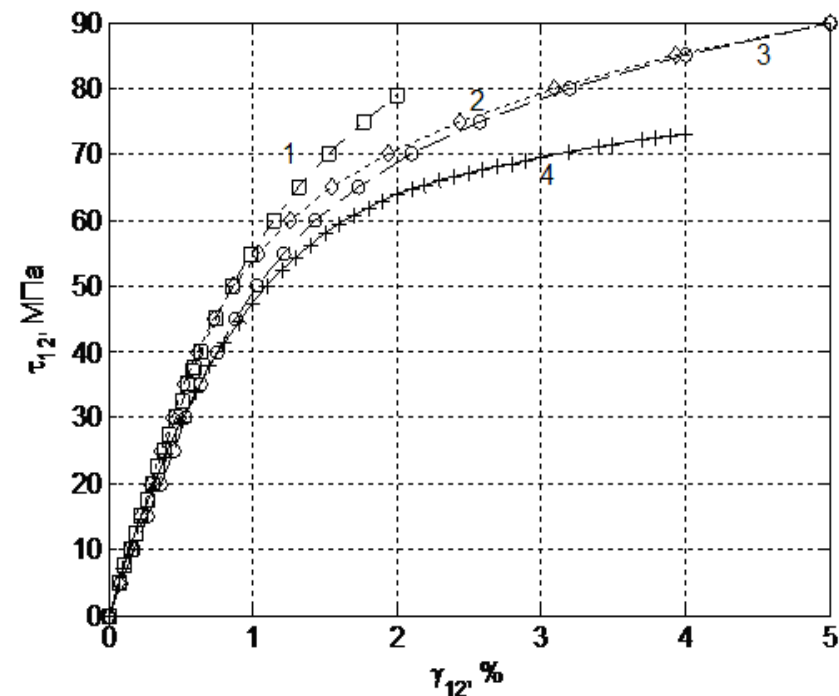


(Лагас П.А. Нелинейный характер зависимости «напряжение-деформация» для слоистых графитоэпоксидных пластиков // Аэрокосмическая техника. 1985. № 4. С. 102-111)



Гистерезис и остаточные деформации при нагружении и разгрузке образца с укладкой $\pm 30^\circ$

(Лагас П.А. Нелинейный характер зависимости «напряжение-деформация» для слоистых графитоэпоксидных пластиков // Аэрокосмическая техника. 1985. № 4. С. 102-111)



Кривые деформирования при сдвиге в плоскости слоя. Углепластики AS4/3501-6 (1), IM7/8552 (2), G40/800 (3), стеклопластик LY556/60 (4)

(WWFE-III)

(Kaddour A.S., Hinton M.J., Li S., Smith P.A. Instructions to contributors of the Third World-Wide Failure Exercise (WWFE-III) Part A. 48 p.)

Подходы к моделированию нелинейного деформирования

Соотношения Рамберга-Осгуда

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} + \alpha \left(\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}^y} \right)^n$$

Соотношения теории пластичности

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad 2f(\sigma_{ij}) = B_{22}s_{22}^2 + B_{33}s_{12}^2 = \left[a\varphi(\xi_p) \right]^2$$

Полиномиальная аппроксимация

$$\varepsilon_i = C_{1i}\sigma_i + C_{2i}\sigma_i^2$$

Соотношения в виде дифференциальных уравнений

$$\sigma_x = n_{ij}\sigma_{ij}^T + \frac{g_{ij}n_x}{h_{ij}} \left(1 - e^{\frac{h_{ij}\varepsilon_{ij}^p}{m_{ij}}} \right) + K \left(\frac{\varepsilon_{ij}^p}{m_{ij}} \right)^N \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{ij}^p}{m_{ij}} \right)^M$$

Эндохронная теория

$$\{\sigma\} = \int_0^z \left[C(z - z') \right] \frac{d\varepsilon}{dz'} dz'$$

$$dz = d\xi / f(\xi)$$

$$\begin{aligned} (d\xi)^2 = & R_{11}d\varepsilon_0^2 + R_{12} \left[d\gamma_{12}^2 - 4d\varepsilon_{11}d\varepsilon_{22} \right] + \\ & + 2R_{13}d\varepsilon_0d\varepsilon_{33} + R_{33}d\varepsilon_{33}^2 + R_{22} \left[d\gamma_{13}^2 + d\gamma_{23}^2 \right] \end{aligned}$$

Модель нелинейного деформирования

Матрица жесткости слоя

$$\sigma_1 = g_{11}\varepsilon_1 + g_{12}\varepsilon_2$$

$$\sigma_2 = g_{12}\varepsilon_1 + g_{22}\varepsilon_2$$

$$\tau_{12} = \psi(\gamma_{12})$$

$$G_{12} = G_{12}^0 - I_g f$$

$$G_{12}^0 = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & 0 \\ g_{12} & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{66} \end{pmatrix} \quad I_g = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f = \Delta g_{66}^{(1)} \cdot H(\gamma_{12} - \gamma_{12}^{(1)}) + \Delta g_{66}^{(2)} \cdot H(\gamma_{12} - \gamma_{12}^{(2)})$$

$$f = k(\gamma_{12} - \gamma_{12}^{(1)})^n H(\gamma_{12} - \gamma_{12}^{(1)})$$

Матрица жесткости пакета

$$G_{xy} = \sum T_i G_{12} T_i^T \bar{h}_i = \\ = G_{xy}^0 - \tilde{G}_{xy} f = G_{xy}^0 (I - S_{xy}^0 \tilde{G}_{xy} f)$$

$$[A] = S_{xy}^0 \tilde{G}_{xy}$$

$$G_{xy} = G_{xy}^0 (I - Af)$$

Определение матрицы податливости пакета

$$S_{xy} = [G_{xy}^0 (I - Af)]^{-1} = (I - Af)^{-1} S_{xy}^0$$

$$A = Q \text{diag}(\lambda_i) Q^{-1}$$

$$(I - Af)^{-1} = Q(I - Df)^{-1} Q^{-1} = Q \text{diag}\left(\frac{1}{1 - \lambda_i f}\right) Q^{-1}$$

Матрица податливости пакета

$$S_{xy} = Q \text{diag}\left(\frac{1}{1 - \lambda_i f}\right) Q^{-1} S_{xy}^0$$

Вычисление деформаций

$$\varepsilon_x^{(i+1)} = \varepsilon_x^{(i)} + s_{xx}^{(i)} [\sigma_x^{(i+1)} - \sigma_x^{(i)}]$$

$$\varepsilon_y^{(i+1)} = \varepsilon_y^{(i)} + s_{xy}^{(i)} [\sigma_x^{(i+1)} - \sigma_x^{(i)}]$$

Идентификация упругих характеристик слоистых полимерных композитов

Минимизация невязки

$$\Phi = \sum_{i=1}^N (g_i^p - g_i^{\vartheta})^2$$

$$\lim \Phi = 0 \quad \text{при } |g_i^p - g_i^{\vartheta}| \rightarrow 0$$

$$\Phi > 0 \quad \text{при } g_i^p \neq g_i^{\vartheta}$$

Идентификация элементов матрицы жесткости слоя

$$\{G_{\Sigma}^{\vartheta}\} = [A_0] \{G_0\}$$

$$\{G_0\} = \{g_{11}, g_{22}, g_{12}, g_{66}\}^T$$

$$\{G_0\} = [R] \{G_{\Sigma}^{\vartheta}\}$$

$$[R] = \left([A]^T [A] \right)^{-1} [A]^T$$

Материал	E_1 , ГПа	E_2 , ГПа	G_{12} , ГПа	ν_{12}
КМУ-4Л	150	4,0	3,3	0,32
БМИ-3/3692	84	80,0	7,5	0,04
Стеклопластик	137	9,5	5,0	0,30

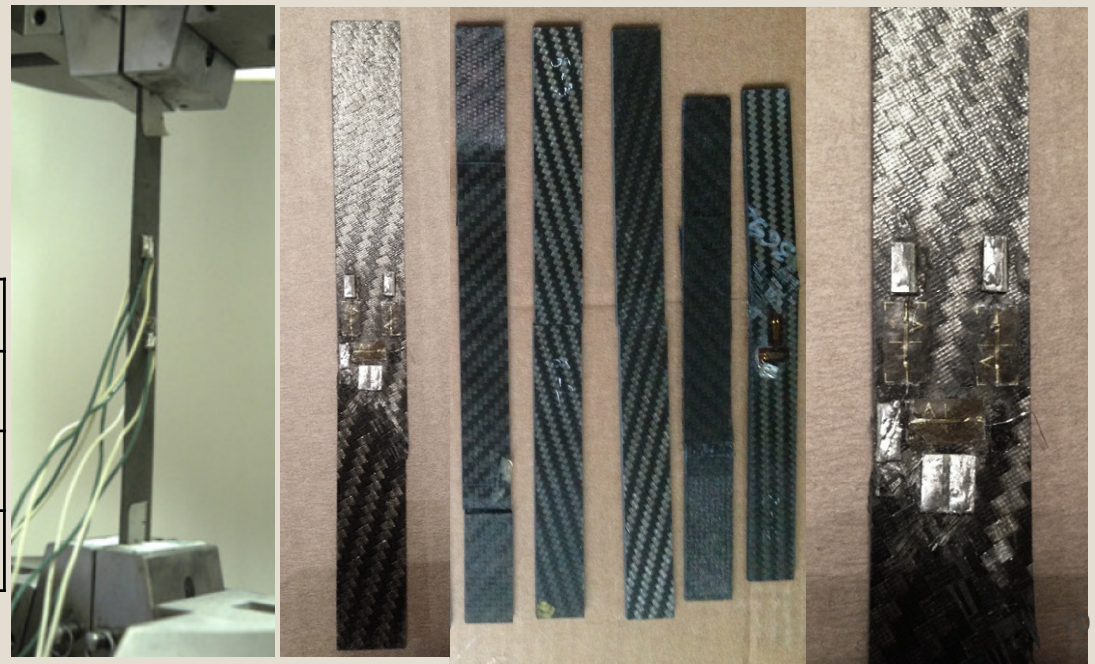
Оценка точности модели

Средняя относительная ошибка

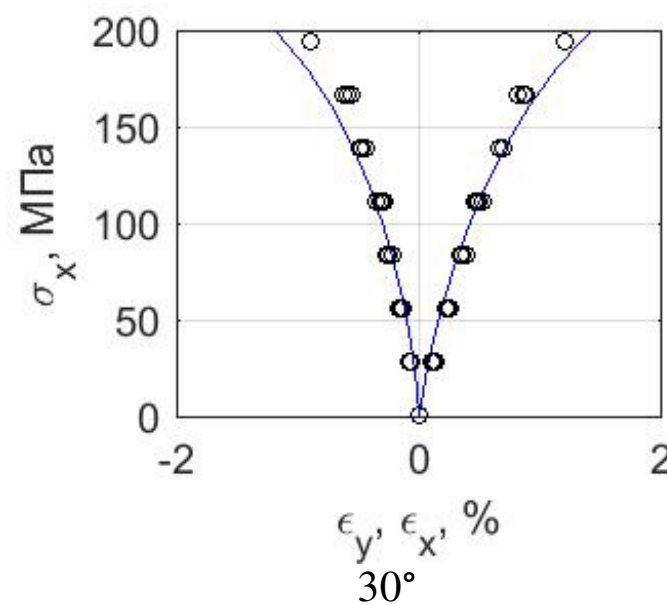
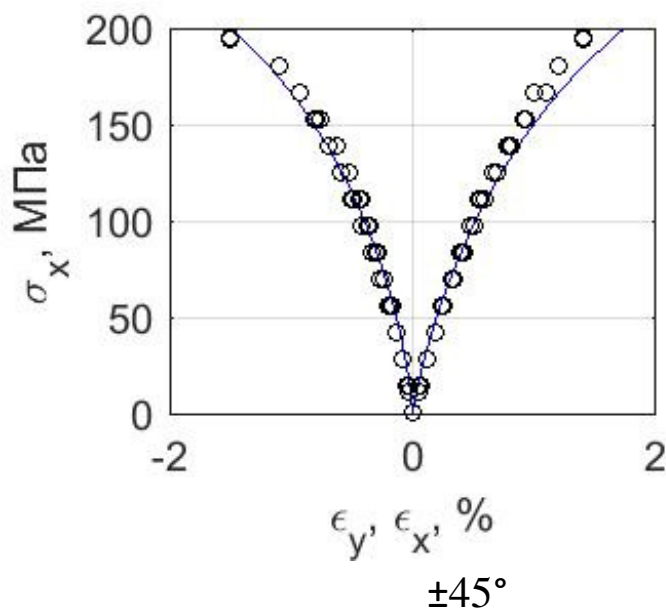
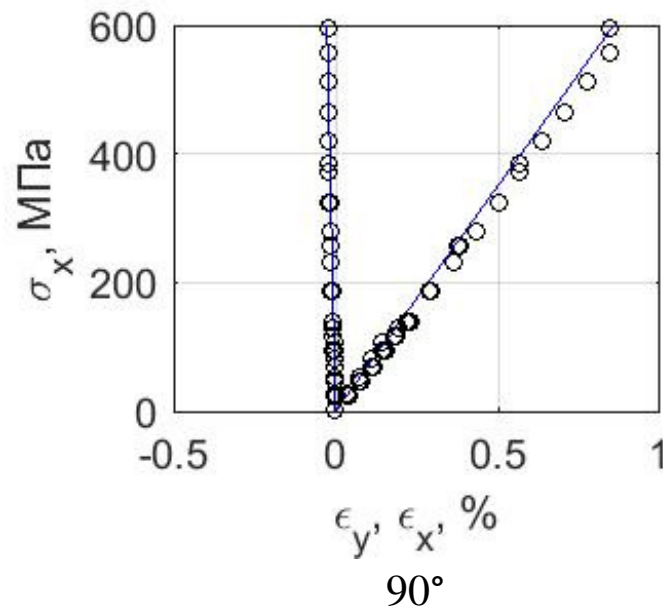
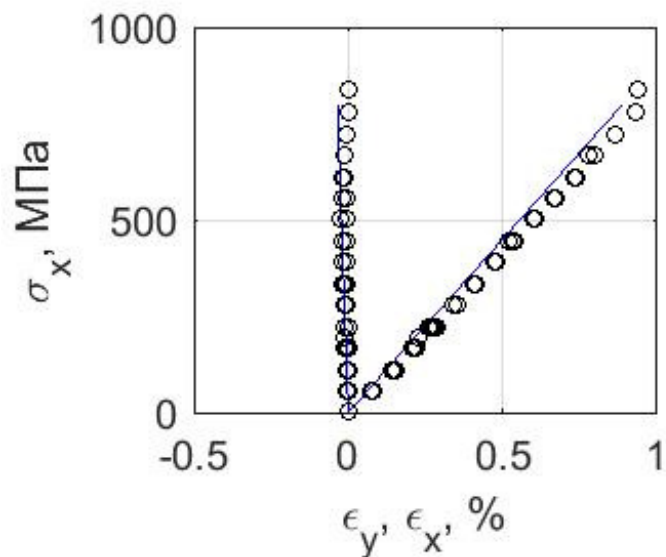
$$e_{\text{отн}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i^{\vartheta} - x_i^p}{x_i^p} \right|$$

Средняя квадратическая ошибка

$$s = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i^{\vartheta} - x_i^p}{x_i^p} \right)^2}$$



Расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования углепластика БМИ-3/3692



$$f = k(\gamma_{12} - \gamma_{12}^{(1)})^n H(\gamma_{12} - \gamma_{12}^{(1)})$$

$$k = 2500 \quad n = 0.25 \quad \gamma_{12}^{(1)} = 0.003$$

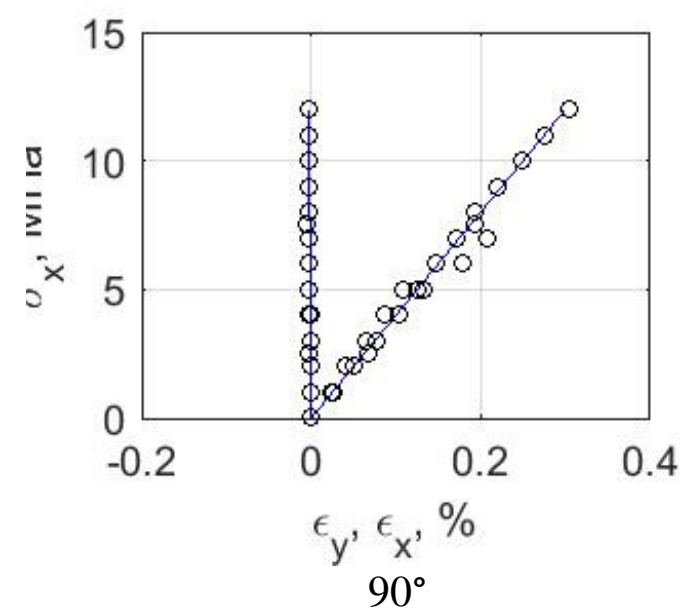
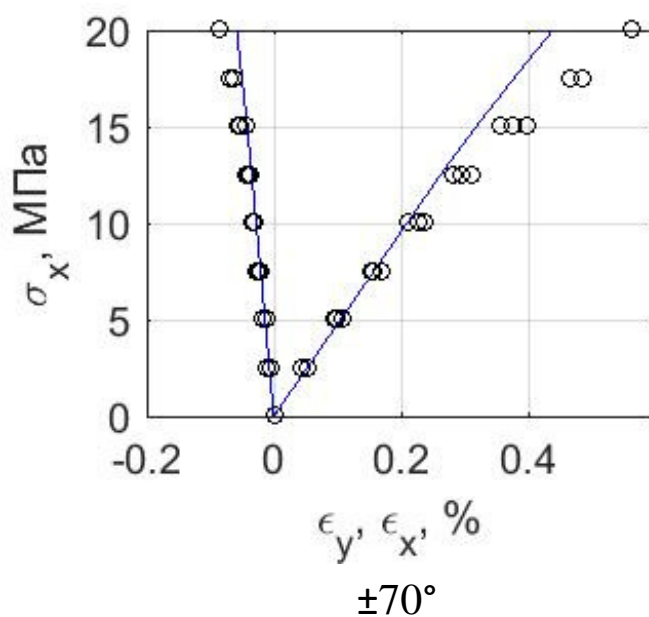
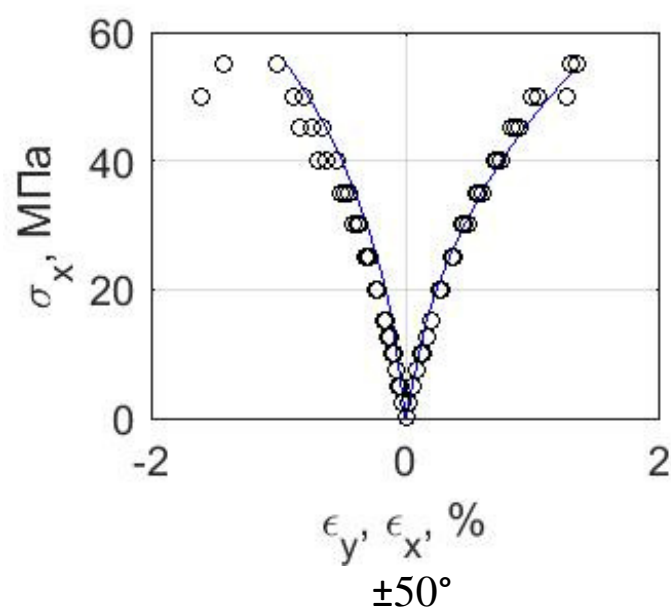
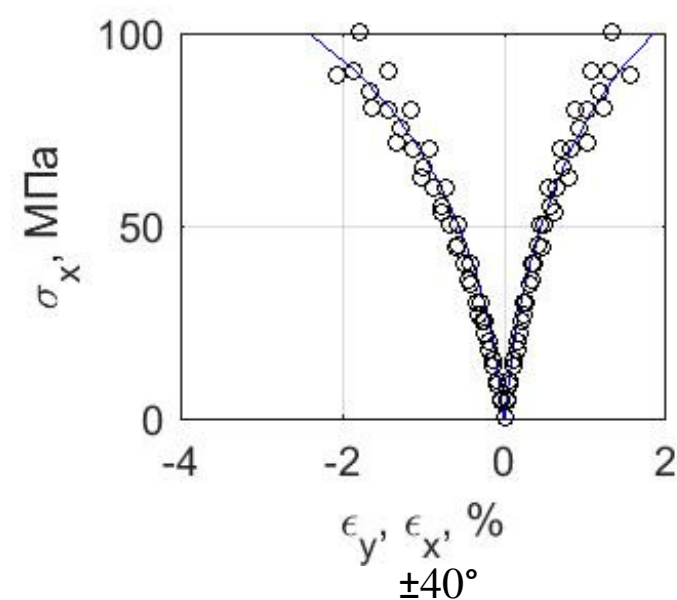
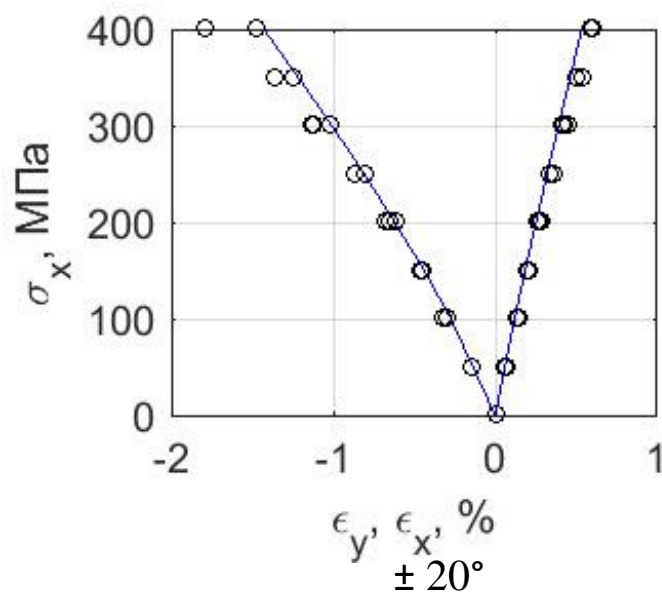
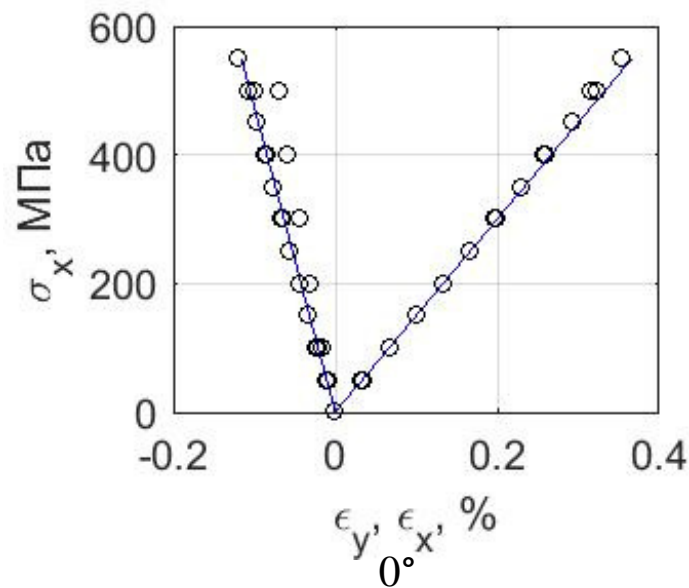
Линейная модель:

$$e_{отн} = 24,1\%; \quad s = 2,8\%$$

Нелинейная модель:

$$e_{отн} = 9,0\%; \quad s = 0,9\%$$

Расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования углепластика КМУ-4Л



$$f = k(\gamma_{12} - \gamma_{12}^{(1)})^n H(\gamma_{12} - \gamma_{12}^{(1)})$$

$$k = 1150 \quad n = 0.35 \quad \gamma_{12}^{(1)} = 0.003$$

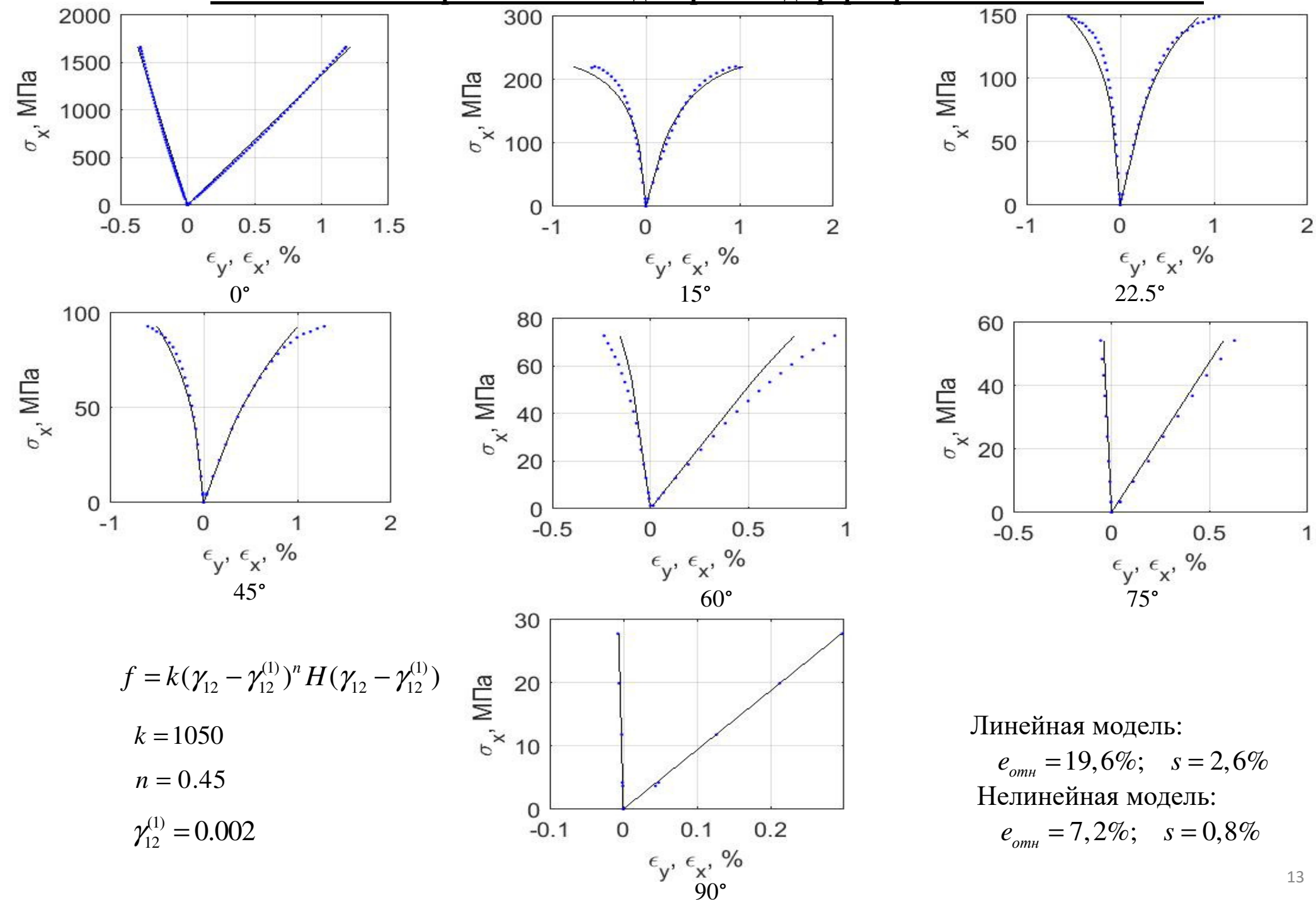
Линейная модель:

$$e_{отн} = 29,6\%; \quad s = 3,4\%$$

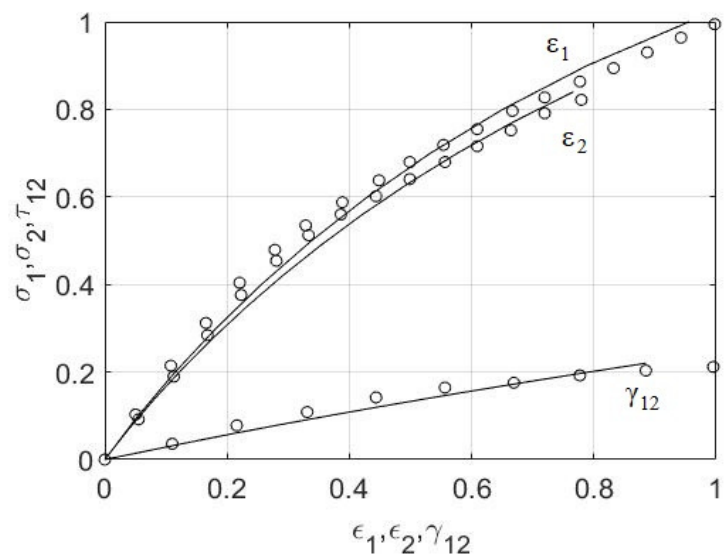
Нелинейная модель:

$$e_{отн} = 9,9\%; \quad s = 1,0\%$$

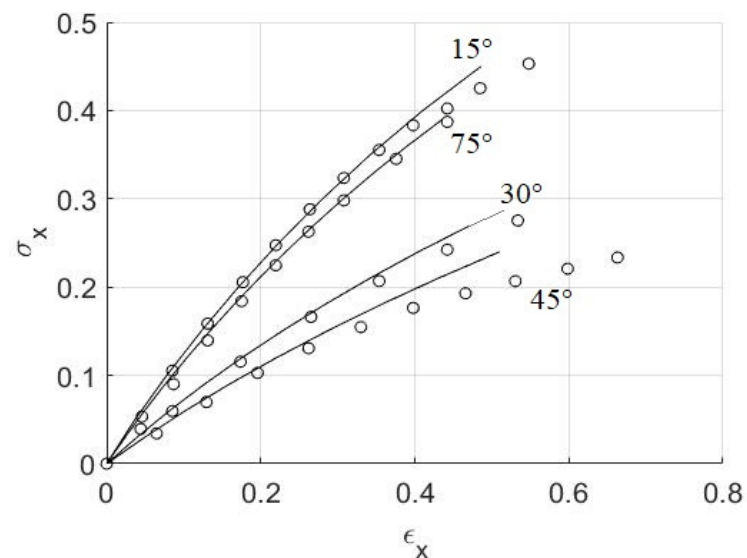
Расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования стеклопластика



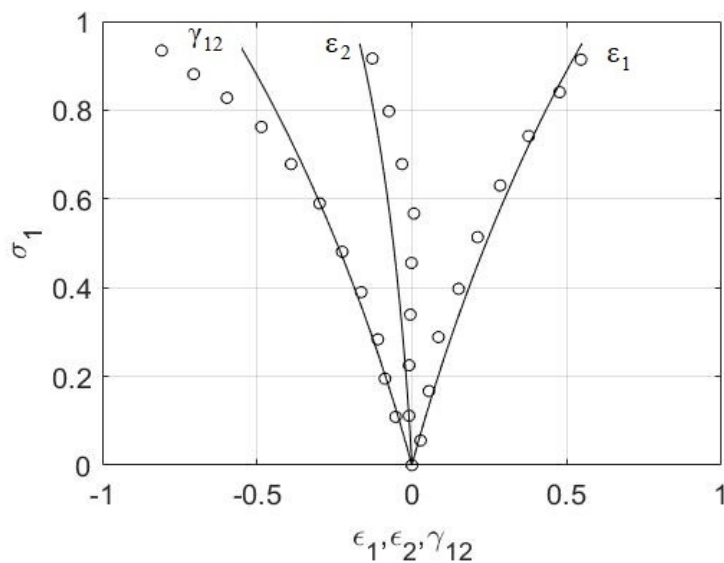
Расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования углерод-углеродного композиционного материала



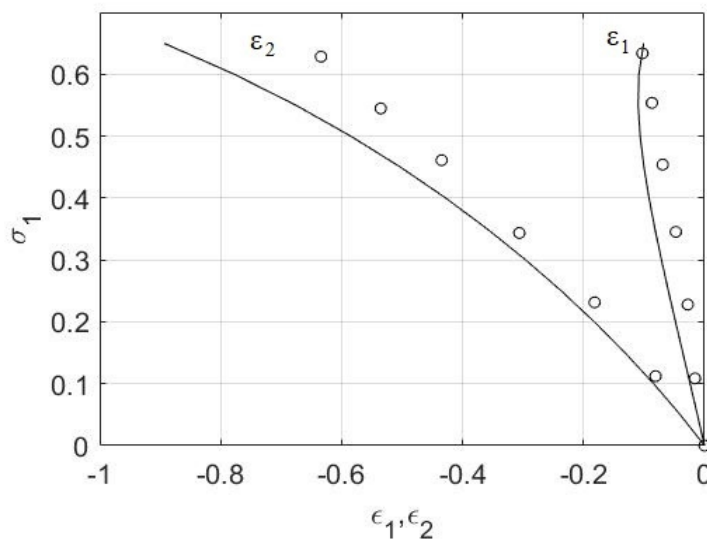
Растяжение вдоль, поперек направления армирования и при сдвиге



Растяжение под углом к направлению основы



$$\sigma_1 = 5.7\tau_{12}$$



$$2\sigma_1 = \sigma_2$$

Модели ползучести и релаксации

Последовательно-параллельное соединение вязких и упругих элементов

Тело Максвелла $\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \varepsilon = \varepsilon_0(1 + at^n)$

Тело Фохта $\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$

Тело Кельвина

$$\sigma = E \left[\varepsilon - (\lambda - \mu) \int_{-\infty}^t \varepsilon(t) \exp[-\lambda(t - \tau)] d\tau \right]$$

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \left[\sigma + (\lambda - \mu) \int_{-\infty}^t \sigma(t) \exp[-\mu(t - \tau)] d\tau \right]$$

Модели наследственного типа

$$\sigma = E \left[\varepsilon - \int_{-\infty}^t \Gamma(t - \tau) \varepsilon(\tau) d\tau \right]$$

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \left[\sigma + (\lambda - \mu) \int_{-\infty}^t K(t - \tau) \sigma(\tau) d\tau \right]$$

Дифференциальные уравнения
дробного порядка

$$\left[1 + \sum_{k=1}^p a_k \frac{d^{\beta_k}}{dt^{\beta_k}} \right] \sigma(t) = \left[m + \sum_{k=1}^p b_k \frac{d^{\beta_k}}{dt^{\beta_k}} \right] \varepsilon(t) \quad \begin{matrix} 0 \leq \beta \leq 1 \\ \beta_k = k + \beta - 1 \end{matrix}$$

Нелинейное уравнение Шейпери

$$\varepsilon(t) = g_0(\sigma) D_0 \sigma(t) + g_1(\sigma) \int_0^t \Delta D(\psi - \psi') \frac{d(g_2(\sigma) \sigma(t))}{d\tau} d\tau$$

$$\psi = \int_0^t \frac{dt'}{a_\sigma(\sigma(t'))} \quad \psi' = \int_0^\tau \frac{dt'}{a_\sigma(\sigma(t'))}$$

Наследственная модель деформирования

Соотношения наследственного типа

$$\gamma_{12} = \frac{1}{G_{12}^0} (1 + K^*) \tau_{12} \quad \tau_{12} = G_{12}^0 (1 - R^*) \gamma_{12}$$

$$K(t - \tau) = \frac{k}{(t - \tau)^\alpha}$$

$$K(t - \tau) = \frac{A(t - \tau)^\alpha}{\Gamma(1 + \alpha)}$$

$$K(t - \tau) = K_\infty + \sum_{i=1}^N K_i \exp\left(-\frac{t - \tau}{\tau_i}\right)$$

Матрица жесткости слоя

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & 0 \\ g_{12} & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{66}(1 - kR^*) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}$$

$$\{\sigma_{12}\} = [G_{12}^0 - G^0 R^*] \{\varepsilon_{12}\}$$

$$[G^0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{66}k \end{bmatrix}$$

Матрица жесткости пакета

$$[G_{xy}] = \sum [T_i] [G_{12}] [T_i]^T \bar{h}_i = [G_{xy}^0] - [\tilde{G}] R^*$$

Матрица податливости пакета

$$[S_{xy}] = [G_{xy}^0 - \tilde{G} R^*]^{-1} = (I - S_{xy}^0 \tilde{G} R^*)^{-1} S_{xy}^0$$

$$S_{xy}^0 \tilde{G} = Q D Q^{-1}$$

$$S_{xy} = Q (I - D R^*)^{-1} Q^{-1} S_{xy}^0$$

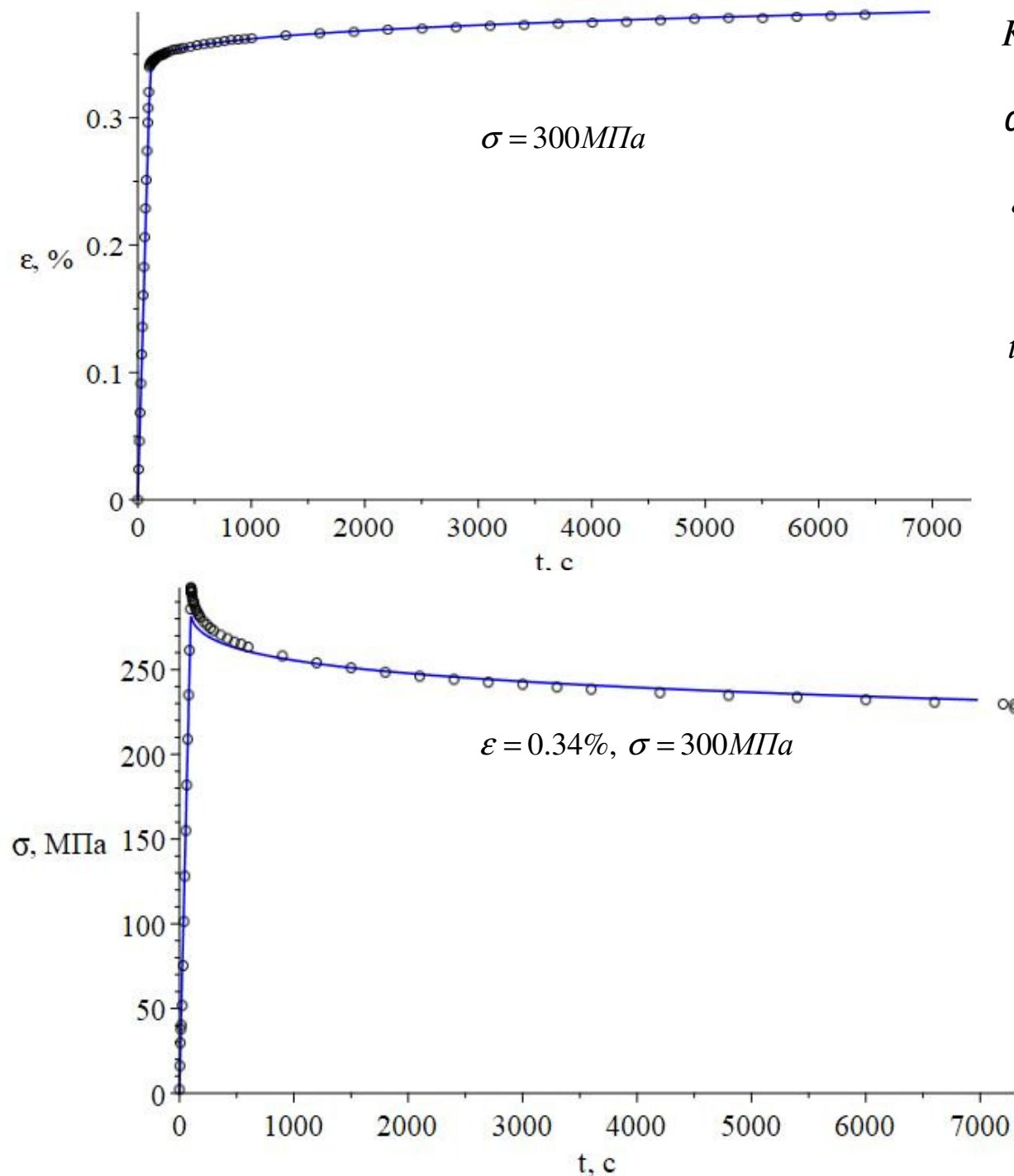
$$(I - D R^*)^{-1} = \text{diag}(1 + \lambda_i R^* + \lambda_i^2 R^{*2} + \dots) = 1 + \lambda_i R^* (\mu - \lambda_i)$$

$$S_{xy}^* = Q \text{diag}(1 + \lambda_i R^* (\mu - \lambda_i)) Q^{-1} S_{xy}^0$$

Определение деформаций пакета

$$\varepsilon(t) = [S_{xy}^*] \sigma_{xy}(t)$$

Кривые ползучести и релаксации углепластика КМУ-4Л со схемой армирования $\pm 20^\circ$

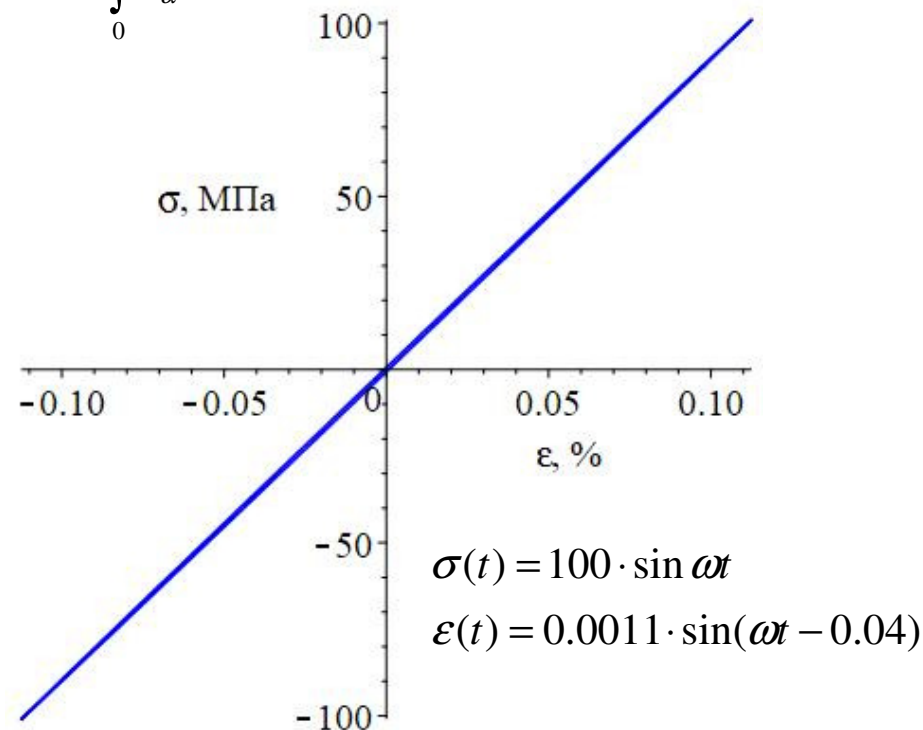


$$K(t) = \frac{kt^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)} \quad \mathfrak{D}_\alpha(\beta, t) = kt^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n t^{n(1+\alpha)}}{\Gamma[(n+1)(1+\alpha)]}$$

$$\alpha = -0.8, \beta = -0.05, k = 150$$

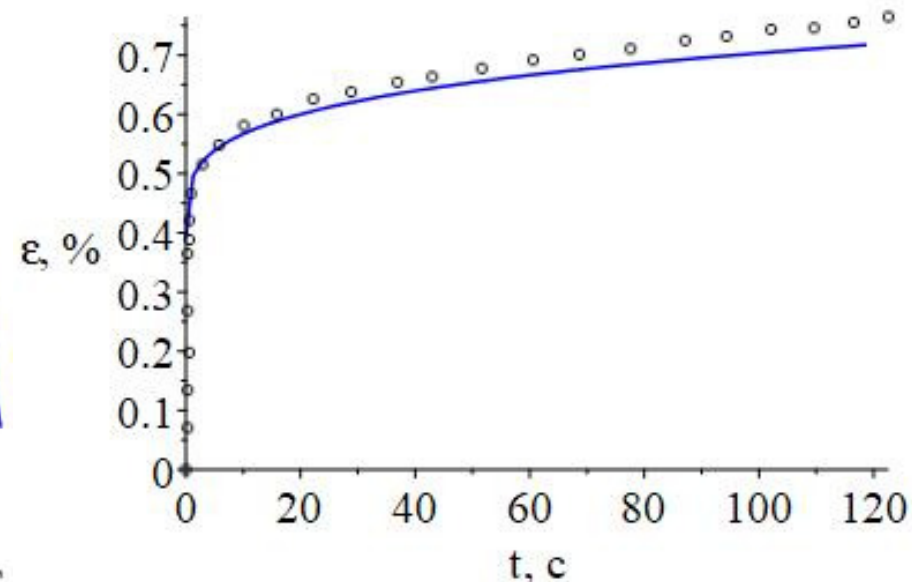
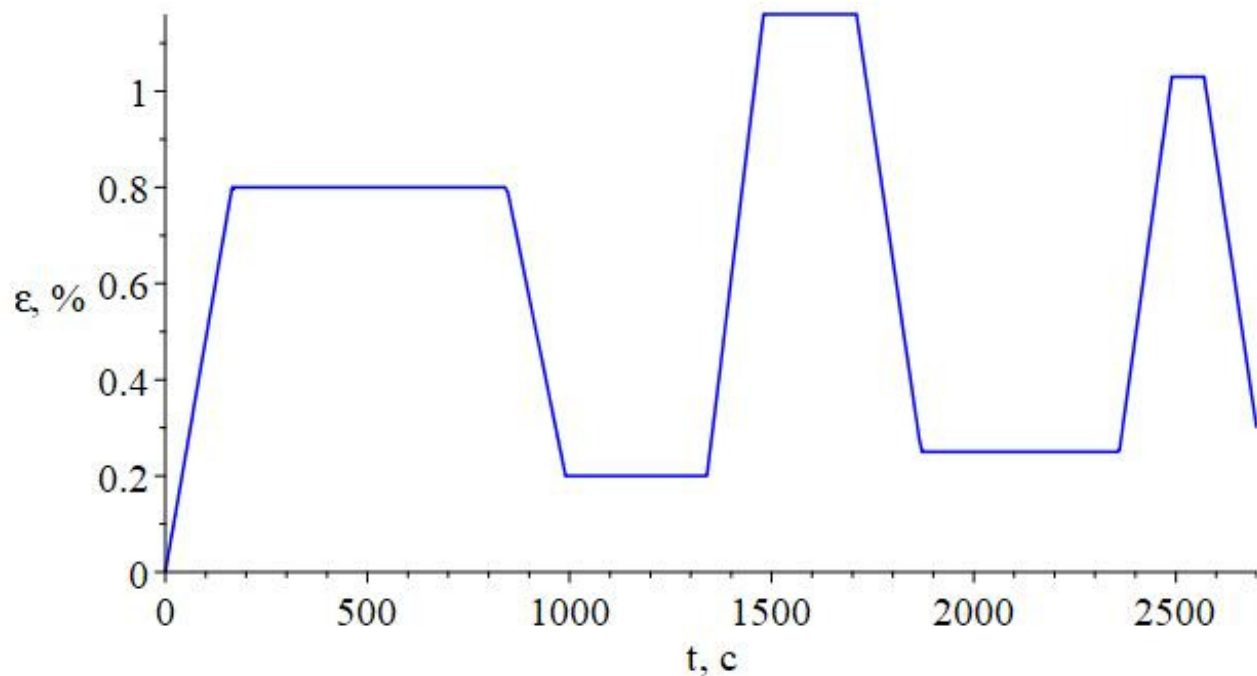
$$\varepsilon_x = (0.1098 + 0.0004 \mathfrak{D}_\alpha^*) \cdot 10^{-4} \sigma_x(t)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\int_0^{\infty} \mathfrak{D}_\alpha(z) \sin \omega z dz}{1 + \int_0^{\infty} \mathfrak{D}_\alpha(z) \cos \omega z dz} \approx 0.04$$

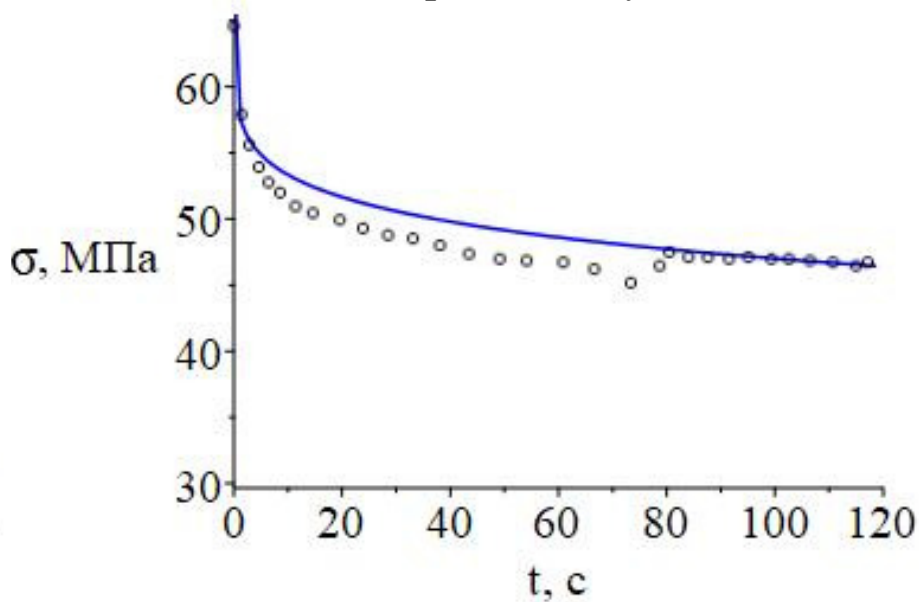
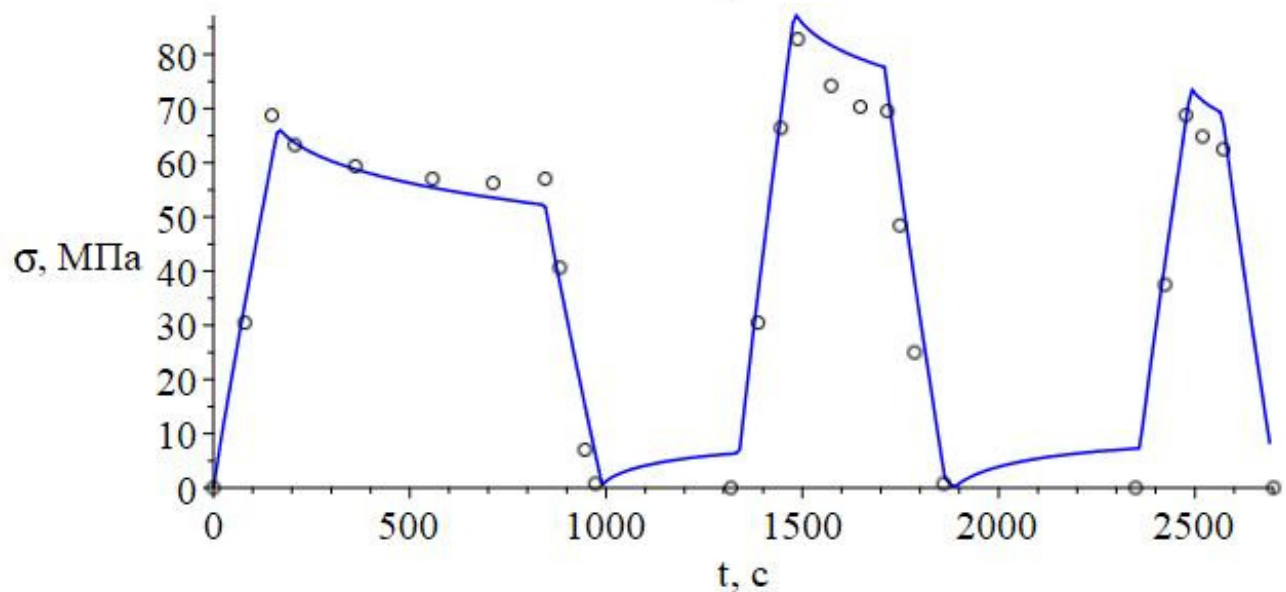


Расчетная диаграмма деформирования
при циклическом нагружении

Деформирование углепластика КМУ-4Л со схемой армирования $\pm 40^\circ$ при переменном нагружении



Кривая ползучести



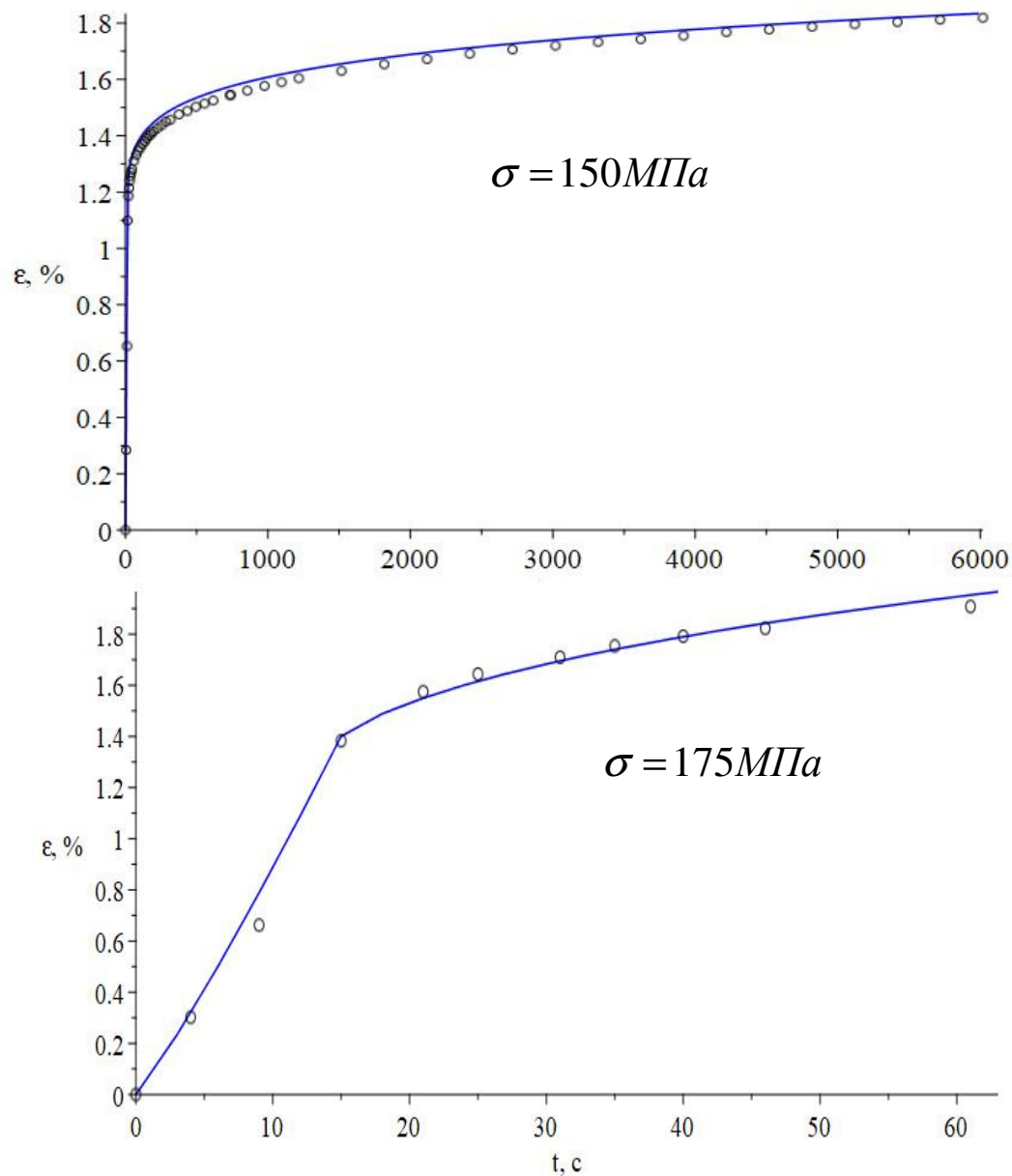
Кривая релаксации

Зависимости напряжений и деформаций от времени

Деформирование углепластика БМИ-3/3692 с укладкой $\pm 45^\circ$ при переменном нагружении

$$K(t) = \frac{kt^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)} \quad \mathfrak{D}_\alpha(\beta, t) = kt^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n t^{n(1+\alpha)}}{\Gamma[(n+1)(1+\alpha)]}$$

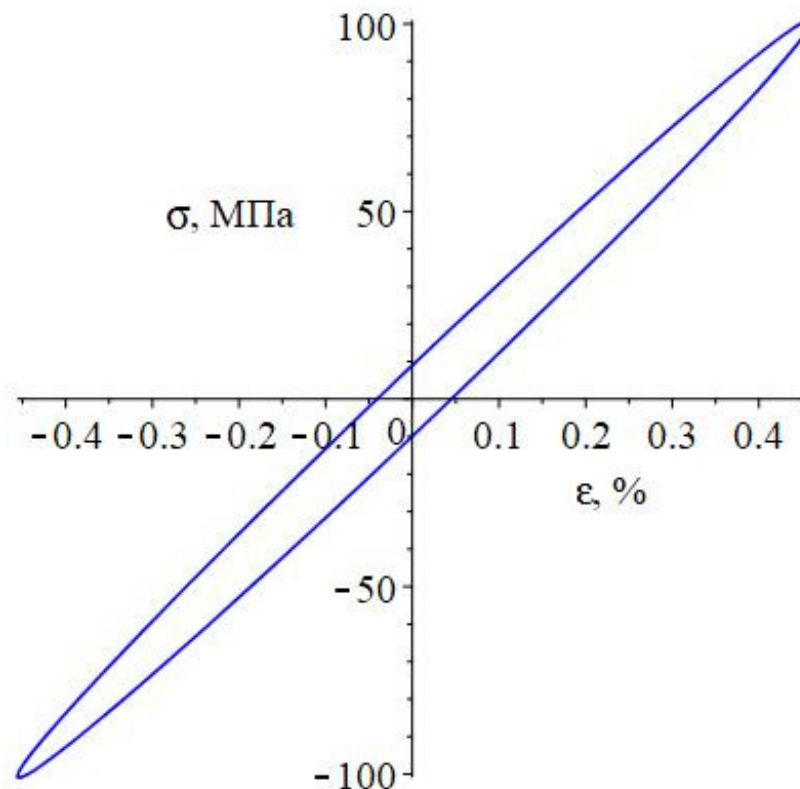
$$\alpha = -0.7, \beta = -0.04, k = 250$$



$$\operatorname{tg} \delta \approx 0.1$$

$$\sigma(t) = 100 \cdot \sin \omega t$$

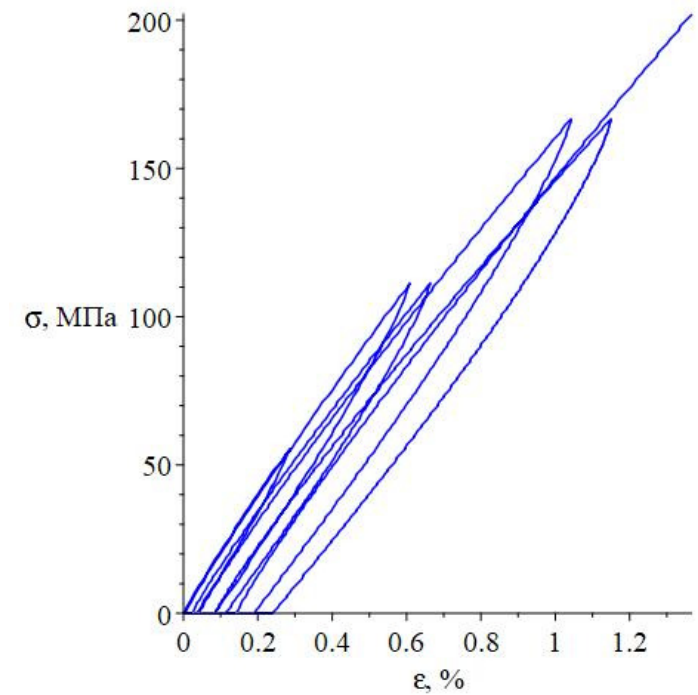
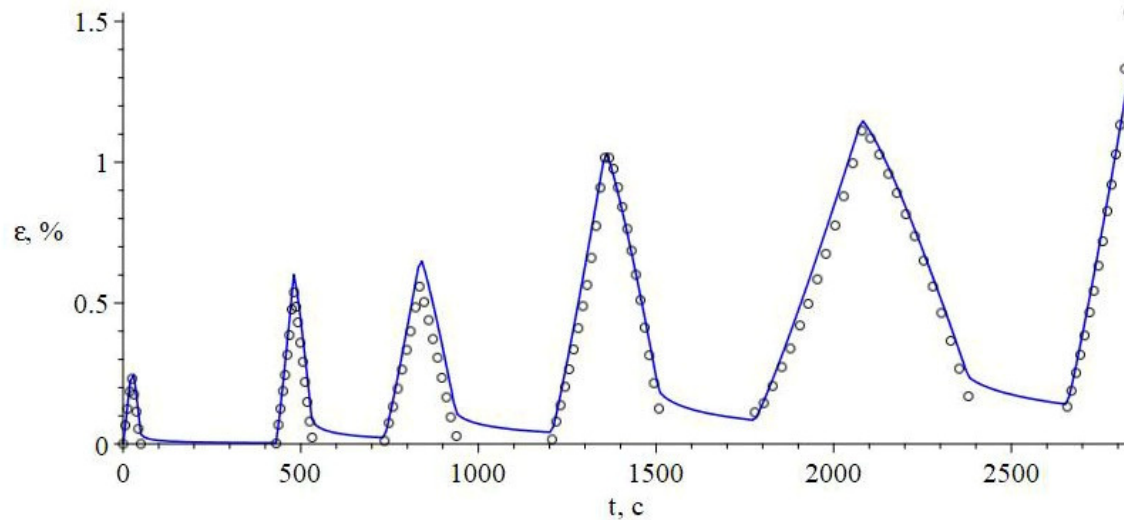
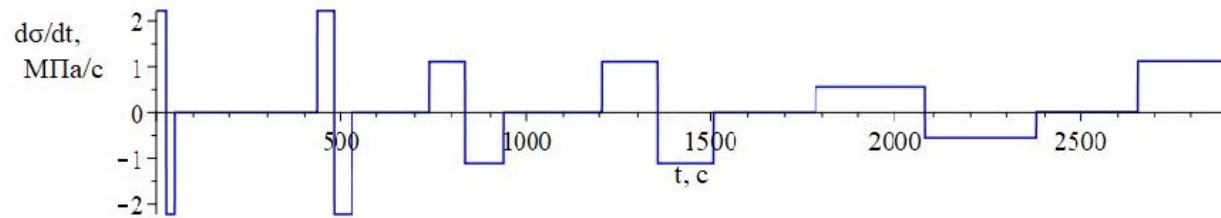
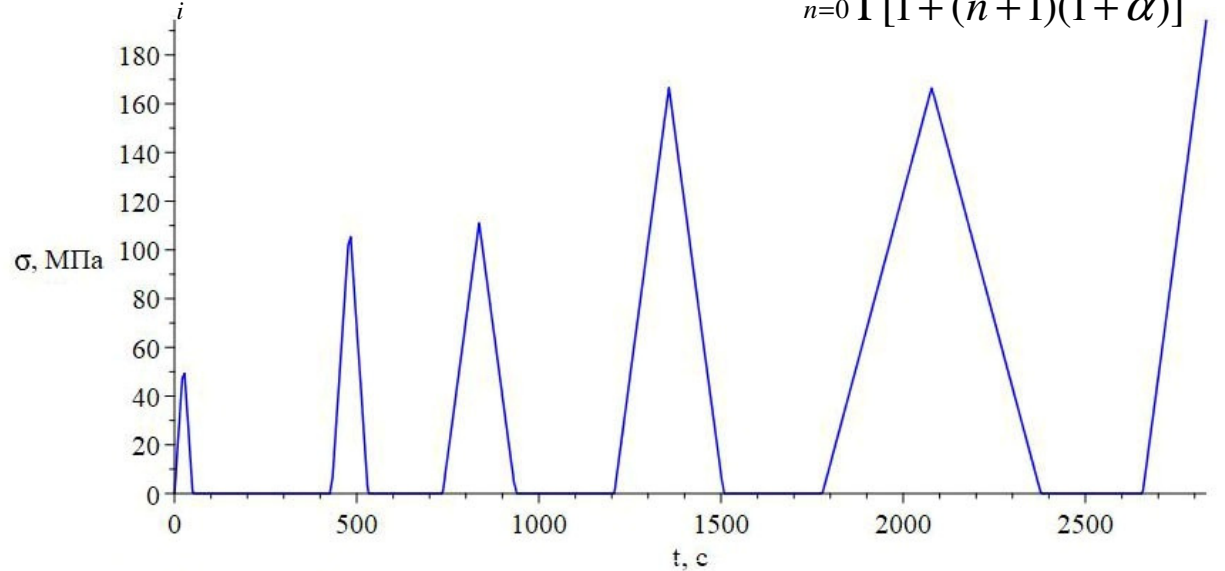
$$\varepsilon(t) = 0.045 \cdot \sin(\omega t - 0.1)$$



Расчетная диаграмма деформирования
при циклическом нагружении

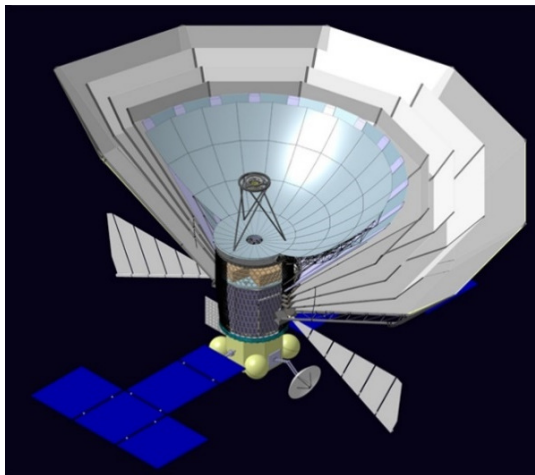
Расчетные кривые деформирования углепластика БМИ-3/3692 со схемой армирования $\pm 45^\circ$

$$\begin{aligned}\varepsilon_x(t) &= \sum_i \zeta^*(t-t_i) \dot{\sigma}_i & \zeta^*(t) &= t + \Psi^*(\beta, t) \\ \sigma_x(t) &= \sum_i \Delta \dot{\sigma}_x^{(i)} H(t-t_i) t & \Psi^*(\beta, t) &= t^{1+\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n t^{n(1+\alpha)+1}}{\Gamma[1+(n+1)(1+\alpha)]}\end{aligned}$$

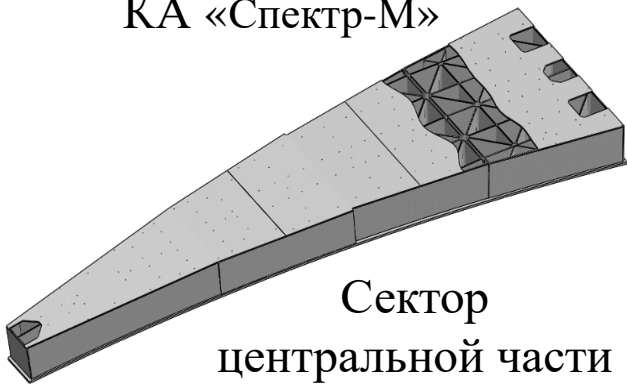


Линейная модель: $e_{отн} = 35,2\%$; $s = 4,5\%$
 Наследственная модель: $e_{отн} = 15,3\%$; $s = 2,0\%$

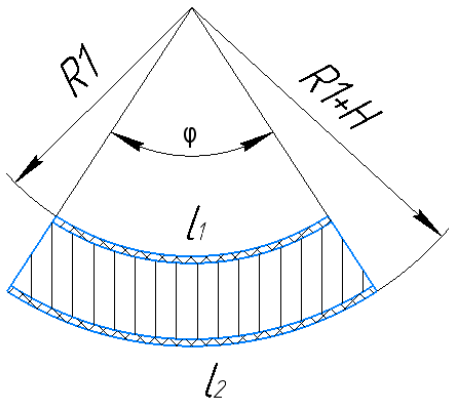
Расчет деформирования центральной части главного зеркала космического аппарата «Спектр-М»



КА «Спектр-М»



Сектор
центральной части
главного зеркала



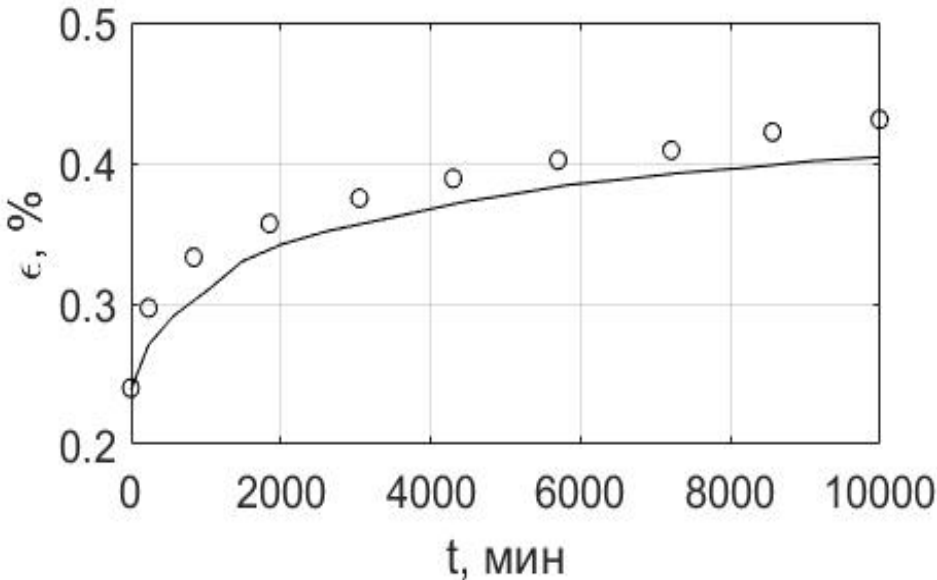
Расчетная схема

$$R_1' = R_1(1 - \varepsilon)$$

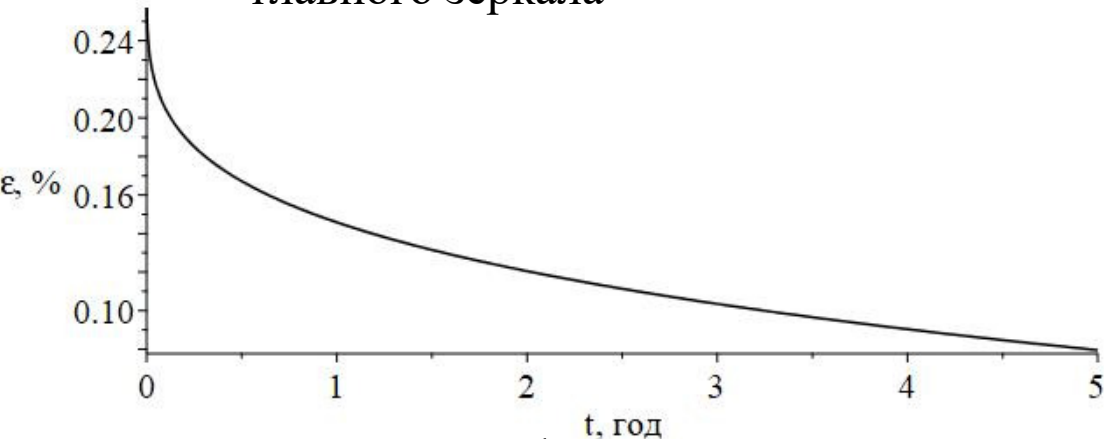
$$F' = F(1 - \varepsilon)$$

$$\sigma_x = (103 - 0.5K^*)\varepsilon_x,$$

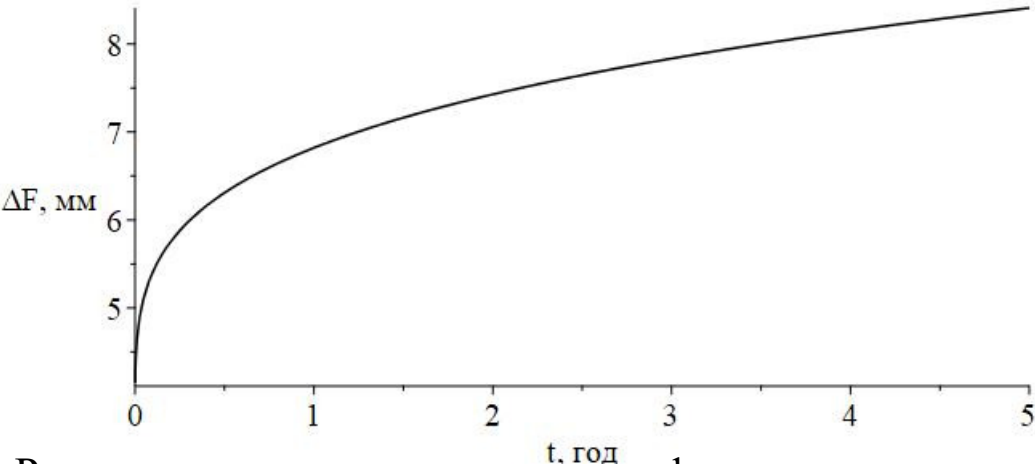
$$\varepsilon_x = (0.0474 + 0.0007\mathfrak{D}_\alpha^*(-\beta))\sigma_x.$$



Экспериментальная зависимость деформаций от времени для материала главного зеркала



Расчетная зависимость деформаций главного зеркала



Расчетная зависимость изменения фокусного расстояния

Испытания элементов конструкций

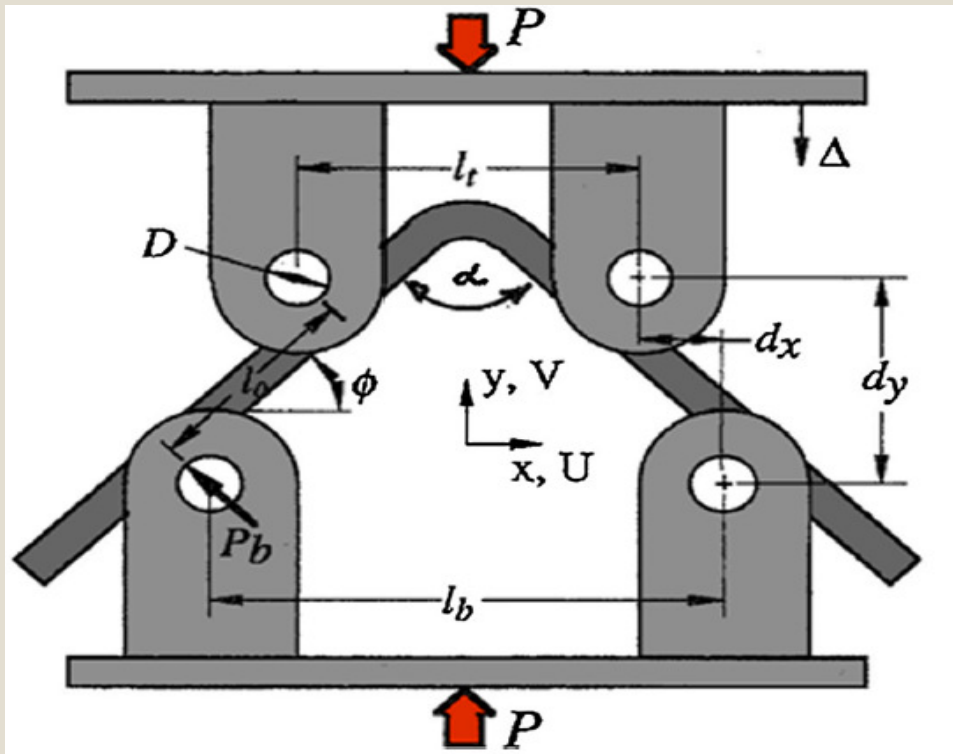
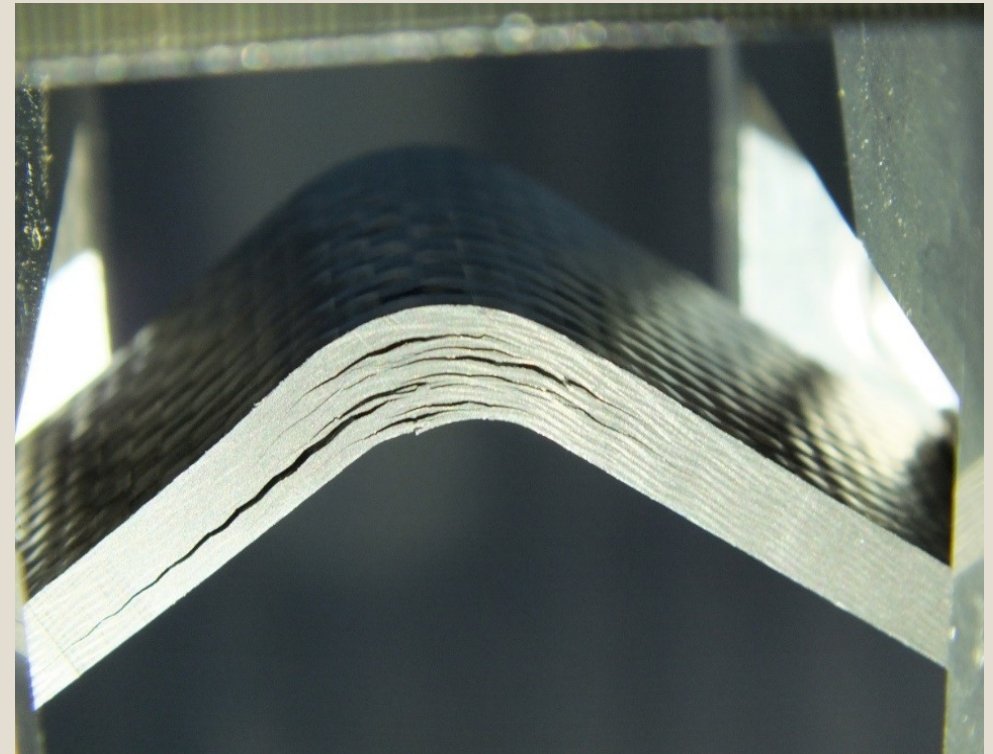
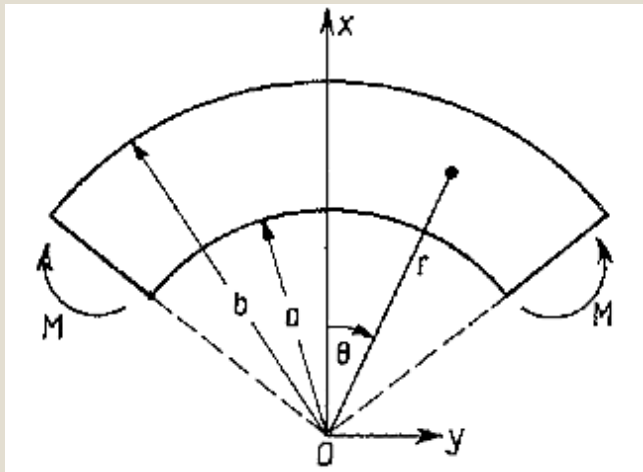


Схема нагружения L-образного образца по стандарту ASTM D6415



Расслоение образца в рабочей зоне под действием изгибающего момента
(Charkviani R.V., Pavlov, A.A., Pavlova, S.A.
Interlaminar Strength and Stiffness of Layered Composite Materials. // Procedia Engineering. 2015. Vol. 185. pp. 168-172)

Модели деформирования криволинейных балок



Формулы Лехницкого

Модель Тимошенко

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{M}{b^2 h g} \left[1 - \frac{1-c^{k+1}}{1-c^{2k}} \left(\frac{r}{b} \right)^{k-1} - \frac{1-c^{k-1}}{1-c^{2k}} \cdot c^{k+1} \left(\frac{r}{b} \right)^{k+1} \right] \\ \sigma_\theta &= -\frac{M}{b^2 h g} \left[1 - \frac{1-c^{k+1}}{1-c^{2k}} \cdot k \left(\frac{r}{b} \right)^{k-1} - \frac{1-c^{k-1}}{1-c^{2k}} \cdot k c^{k+1} \left(\frac{r}{b} \right)^{k+1} \right] \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{cases} \sigma_r = -\frac{4M}{N} \left(\frac{a^2 b^2}{r^2} \ln \frac{b}{a} + b^2 \ln \frac{r}{b} + a^2 \ln \frac{a}{r} \right) \\ \sigma_\theta = -\frac{4M}{N} \left(-\frac{a^2 b^2}{r^2} \ln \frac{b}{a} + b^2 \ln \frac{r}{b} + a^2 \ln \frac{a}{r} + b^2 - a^2 \right) \\ \tau_{r\theta} = 0 \end{cases}$$

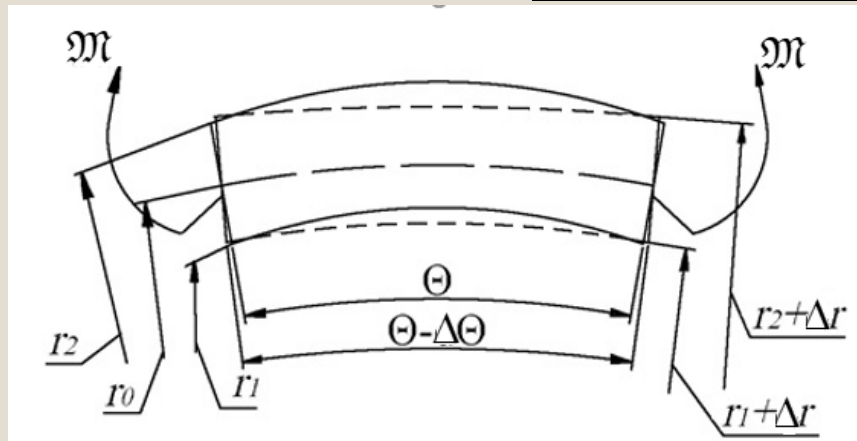
$$c = \frac{a}{b}$$

$$g = \frac{1-c^2}{2} - \frac{k}{k+1} \cdot \frac{(1-c^{k+1})^2}{1-c^{2k}} + \frac{k c^2}{k-1} \frac{(1-c^{k-1})^2}{1-c^{2k}}$$

$$k = \sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}}$$

$$N = (b^2 - a^2)^2 - 4a^2 b^2 \left(\ln \frac{b}{a} \right)^2$$

Деформирование криволинейной балки



Расчетная схема

Нейтральная линия

$$r_0 \Theta = (r_0 + \Delta r_0)(\Theta - \Delta \Theta)$$

Деформация слоя

$$l_0 = (r_0 + y)\Theta$$

$$l_1 = (r + \Delta r_0)(\Theta - \Delta \Theta)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \frac{\Delta \Theta}{\Theta}$$

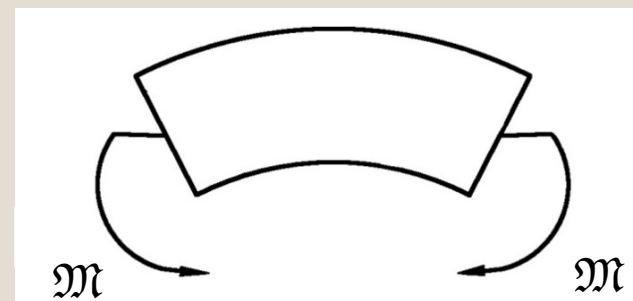
Нормальная сила и изгибающий момент

$$N = \int_r \sigma_\theta dr = 0$$

$$r_0 = \frac{r_2 - r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

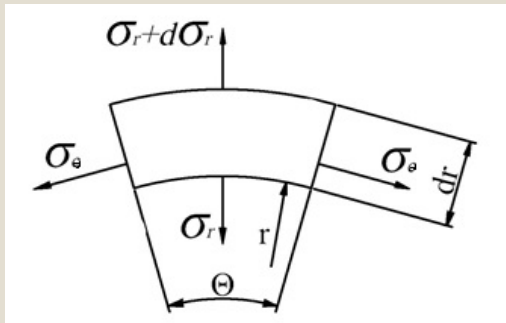
$$M = \int_r \sigma_\theta r dr = E \frac{\Delta \Theta}{\Theta} \left[\frac{r_2^2 - r_1^2}{2} - r_0(r_2 - r_1) \right]$$

$$E \frac{\Delta \Theta}{\Theta} = \frac{M}{\frac{r_2^2 - r_1^2}{2} - r_0(r_2 - r_1)}$$



Положительное направление
изгибающего момента

Деформирование криволинейной балки



Равновесие элемента балки

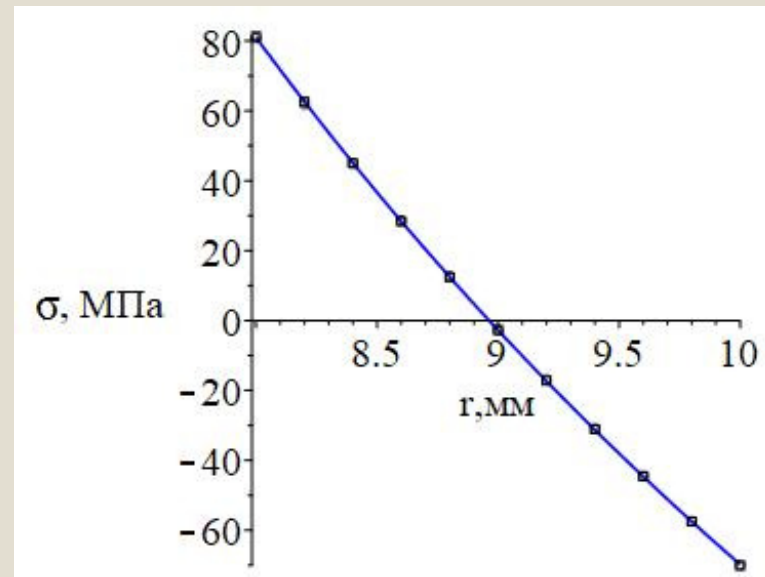
$$\frac{\sigma_r}{r} + \frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{\sigma_\theta}{r}$$

$$\sigma_r(r_1) = \sigma_r(r_2) = 0$$

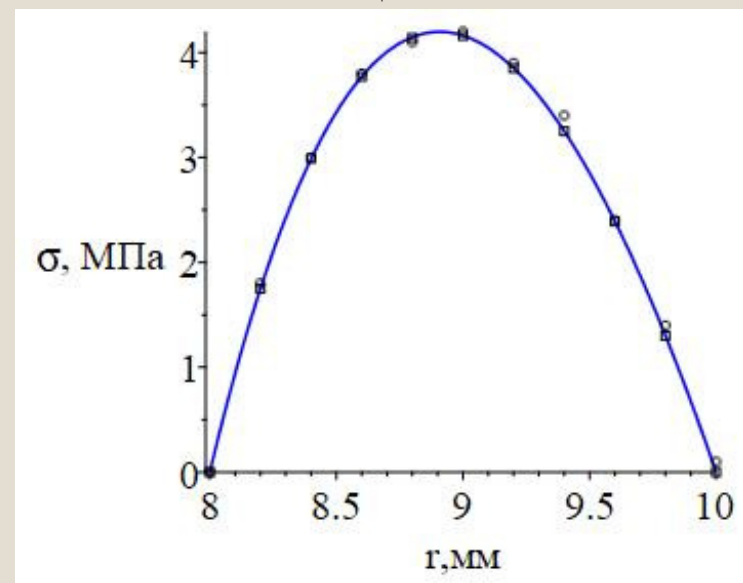
$$\frac{\Delta\theta}{\theta} = \frac{\mathfrak{M}}{E} \frac{1}{\frac{r_2^2 - r_1^2}{2} - \frac{(r_2 - r_1)^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}}}$$

$$\sigma_\theta = \frac{\mathfrak{M}}{\frac{r_2^2 - r_1^2}{2} - \frac{(r_2 - r_1)^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}}} \left(1 - \frac{r_2 - r_1}{r \ln \frac{r_2}{r_1}} \right) \quad \tau_{r\theta} = 0$$

$$\sigma_r = \frac{\mathfrak{M}}{\frac{r_2^2 - r_1^2}{2} - \frac{(r_2 - r_1)^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}}} \frac{(r - r_1) - \frac{r_2 - r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln \frac{r}{r_1}}{r}$$



Распределение окружных напряжений по толщине балки



Распределение радиальных напряжений по толщине балки

Деформирование слоистой криволинейной балки

$$E_\theta = E_\theta(r)$$

$$r_0 = \frac{\int_{r_1}^{r_2} E(r) dr}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{E(r)}{r} dr}$$

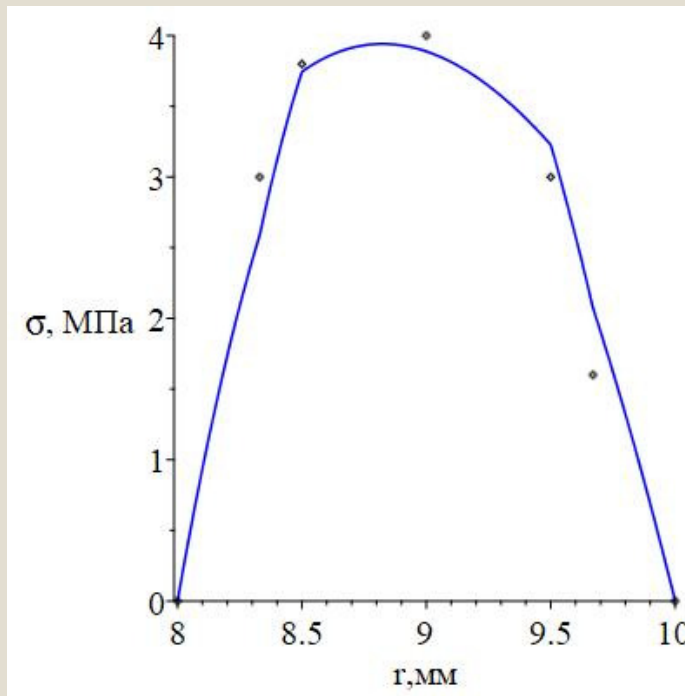
$$\frac{\Delta\theta}{\theta} = \frac{\mathfrak{M}}{\int_{r_1}^{r_2} E r dr - r_0 \int_{r_1}^{r_2} E dr}$$

$$\sigma_r = \frac{\Delta\theta}{\theta} \frac{\int_{r_1}^r E(r) dr - r_0 \int_{r_1}^r \frac{E(r)}{r} dr}{r}$$

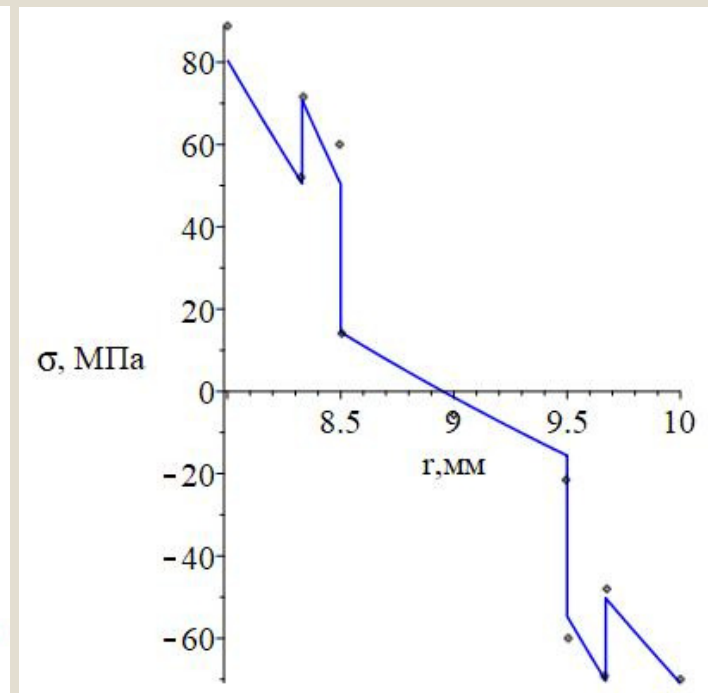
$$\sigma_\theta = \frac{\Delta\theta}{\theta} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) E(r)$$

$$\tau_{r\theta} = 0$$

$$E_\theta = 50 \cdot [H(r-8)H(8,33-r) + H(r-9,77)H(10-r)] + \\ + 70 \cdot [H(r-8,33)H(8,5-r) + H(r-9,5)H(9,77-r)] + \\ + 20 \cdot H(r-8,5)H(9,5-r)$$



Распределение радиальных
напряжений по толщине балки



Распределение окружных
напряжений по толщине балки

Определение усилий для корректировки формы главного зеркала космического аппарата

«Спектр-М»

$$\frac{\Delta r_0}{r_0} = \frac{\Delta \theta}{\theta} = \frac{\mu}{\int_{r_1}^{r_2} E r dr - r_0 \int_{r_1}^{r_2} E dr}$$

$$r_0 = \frac{\int_{r_1}^{r_2} E(r) dr}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{E(r)}{r} dr}$$

$$E(r) = 103[H(r - r_u) - H(r - r_u - 1)] + 0.5[H(r - r_u - 1) - H(r - r_u - 51)] + 103[H(r - r_u - 51) - H(r - r_u - 51.5)].$$

$$\mu = \frac{\Delta r_0}{r_0} \left(\int_{r_1}^{r_2} E r dr - r_0 \int_{r_1}^{r_2} E dr \right)$$

№ участка	Координата середины участка r, мм	r _p , мм	r _н , мм	Δr ₀ , мм	μ, Н	L, мм	M, Н мм
1	217,5	4815	4808	7	66	57	3762
2	352,5	4839	4833	6	58	92	5336
3	487,5	4874	4868	6	51	128	6528
4	622,5	4922	4917	5	46	163	7498
5	757,5	4980	4975	5	42	198	8316
6	892,5	5051	5046	5	37	234	8858
7	1027,5	5133	5129	4	35	269	9415
8	1162,5	5228	5224	4	33	304	10032
9	1297,5	5335	5331	4	31	340	10540
10	1432,5	5455	5451	4	30	375	11250

Деформирование элемента лонжерона среднемагистрального самолета МС-21



Образец после испытаний

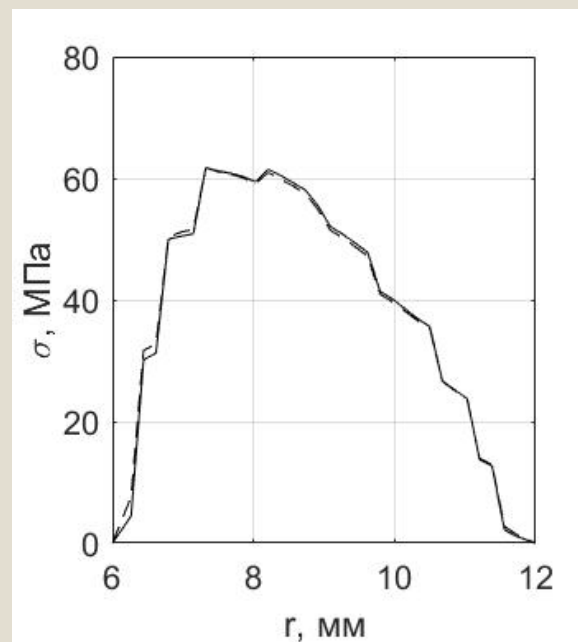
$R_1=6$ мм, $R_2=12$ мм. 34 слоя

Схема армирования: $[\pm 45/0/90/0/\pm 45/0/90/[\pm 45/90/0]_2]_{\text{sym}}$

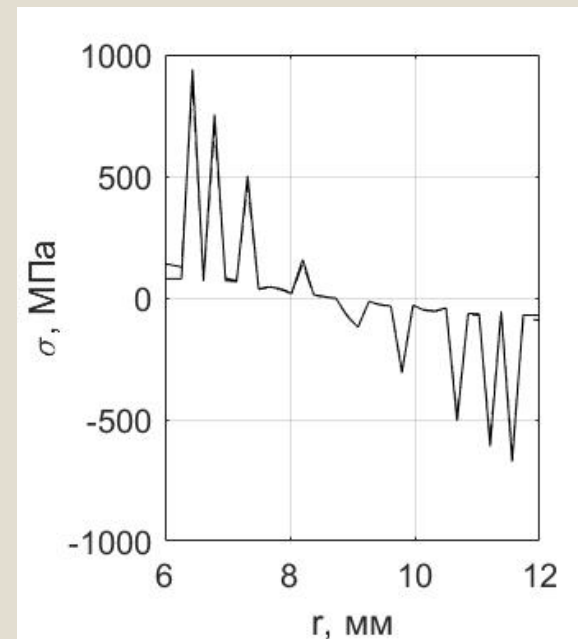
$E_1=126$ ГПа, $E_2=11$ ГПа, $G_{12}=6.6$ ГПа, $\nu_{12}=0.28$.

$$G_{12} = 6.6 - 1.2\sqrt{1500(\gamma - \gamma^*)}H(\gamma - \gamma^*)$$

$$\gamma^* = 0.006$$



Распределение радиальных напряжений по толщине образца



Распределение окружных напряжений по толщине образца

Линейная теория

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} = 3.05 \cdot 10^{-2}; \Delta\varphi_{\text{лин}} = 2.7^\circ$$

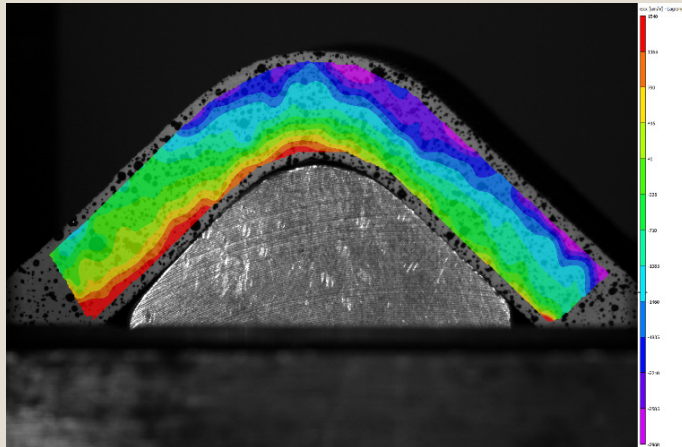
Нелинейной деформирование $\frac{\Delta\theta}{\theta} = 3.22 \cdot 10^{-2}; \Delta\varphi_{\text{нелин}} = 2.9^\circ$

$$\frac{\Delta\varphi_{\text{нелин}} - \Delta\varphi_{\text{лин}}}{\Delta\varphi_{\text{нелин}}} \cdot 100\% = 7,5\%$$

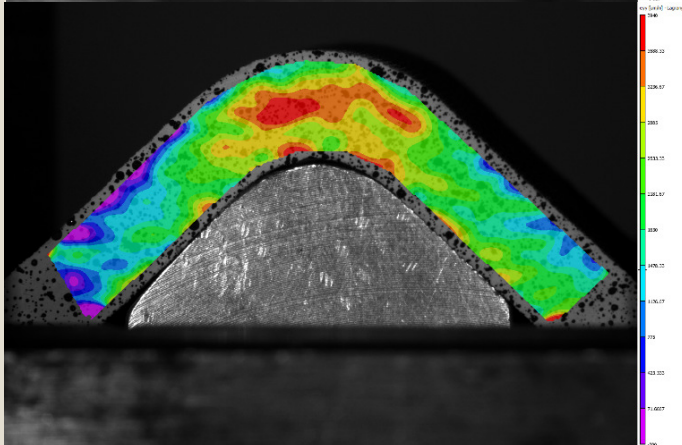
Деформирование элемента лонжерона среднемагистрального самолета МС-21

Рабочая зона образца

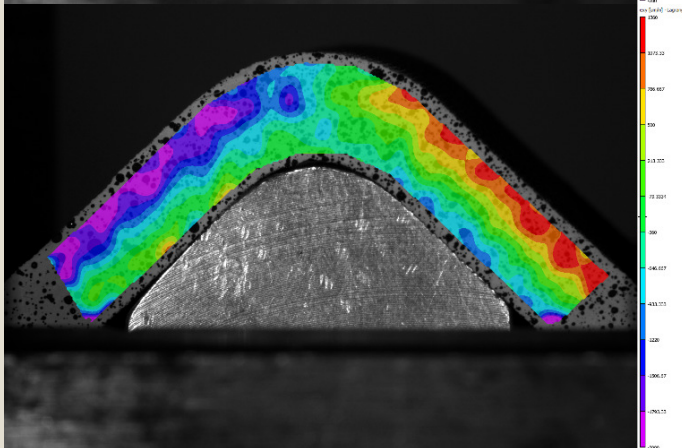
ε_θ



ε_r

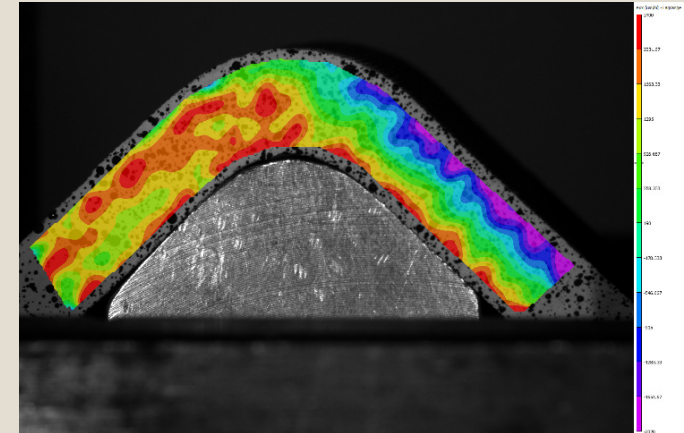


$\gamma_{r\theta}$

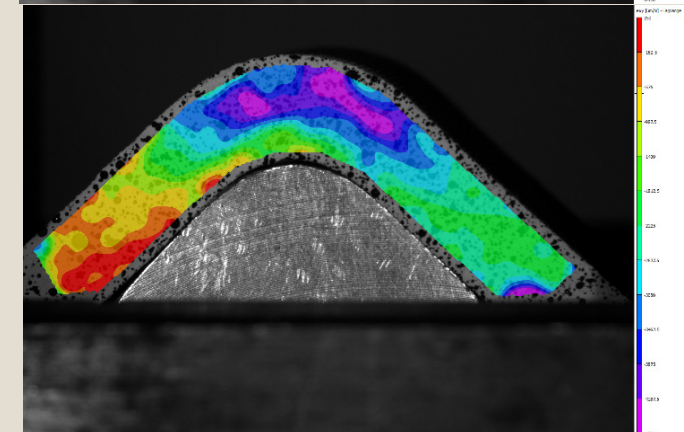


Полочки

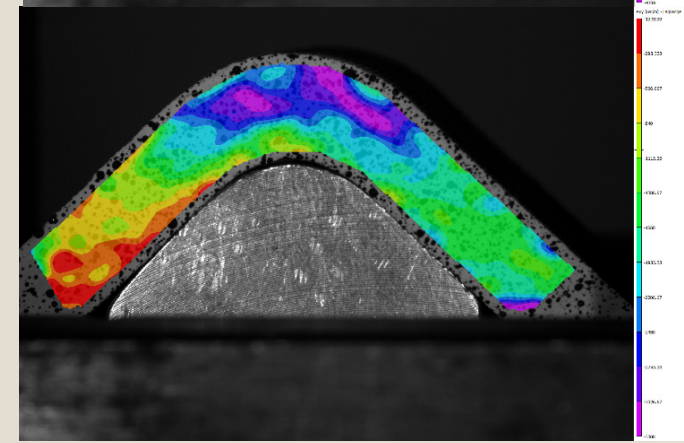
ε_x



ε_y



γ_{xy}



Основные результаты и выводы

1. Разработана математическая модель расчета нелинейного деформирования полимерных волокнистых слоев с различной укладкой и деформирования волокнистых слоев при длительном переменном во времени нагружении. Модель позволяет более точно определять напряженно-деформированное состояние волокнистых композитов с различной укладкой на основе термореактивных и термопластичных матриц. Также модель применима к углерод-углеродным композиционным материалам. С помощью матричного анализа получены удобные для практического использования выражения для характеристик жесткости, податливости и технических характеристик упругости, позволяющие оценить анизотропию механических нелинейных и наследственно-упругих характеристик материала. Данная модель может быть использована для аналитических и численных расчетов деформирования конструкций при переменных нагрузках, а также для анализа и управления анизотропией диссипативных свойств материалов аналитическими методами, что актуально для решения задач вибрационного и динамического анализа, а также для оценки трещиностойкости материала.

2. Проведены квазистатические испытания образцов из углепластика КМУ-4Л и БМИ-3/3692. Выполнены испытания на ползучесть и релаксацию для углепластика КМУ-4Л с перекрестным армированием для выявления реологических свойств. Также проведены испытания по длительному и переменному во времени нагружению углепластика БМИ-3/3692. Исследована анизотропия наследственно-упругих свойств материалов, выявлены закономерности нелинейного деформирования и проявления временных эффектов в полимерных композитах, армированных непрерывными волокнами. Полученные результаты позволили уточнить нелинейные и наследственно-упругие характеристики материала и могут быть применены для расчета композитных элементов изделий авиационной и ракетно-космической техники.

Основные результаты и выводы

3. Для проверки адекватности модели нелинейного деформирования проведены расчеты деформирования образцов из перекрестно-армированного углепластика КМУ-4Л, углепластика БМИ-3/3692, стеклопластика, углерод-углеродного композиционного материала, а также углепластиков на основе термопластичного связующего. Показано хорошее согласие расчетных и экспериментальных данных, средняя относительная ошибка по сравнению с линейной моделью уменьшена в 2,8 раза, а средняя квадратическая ошибка – в 3,3 раза. Выполнен расчет ползучести и релаксации для углепластика КМУ-4Л с различными укладками, а также проведено моделирование ползучести и переменного во времени нагружения для углепластика БМИ-3/3692. Средняя относительная ошибка по сравнению с линейной моделью уменьшена в 2,3 раза, а средняя квадратическая ошибка – в 2,0 раза.

4. Разработана модель деформирования криволинейной слоистой композитной балки. Модель позволяет определять окружные и радиальные напряжения для изотропных и слоистых конструкций. Выявлены наиболее опасные области балки, определено оптимальное соотношение прочности материала в радиальном и окружном направлениях, выработаны рекомендации по повышению несущей способности элемента.

5. При помощи предложенных моделей выполнен расчет деформирования элемента центральной части главного зеркала космического аппарата «Спектр-М». Показано, что при хранении при нормальных условиях будет происходить ползучесть конструкции за счет релаксации внутренних напряжений, что негативно сказывается на качестве работы космического аппарата. Для придания требуемой формы главному зеркалу требуется либо изготовление новой оснастки, позволяющей учесть процесс ползучести при хранении, либо применение корректирующих усилий для придания зеркалу требуемой формы. При помощи разработанных моделей проведен расчет усилий для коррекции формы главного зеркала космического аппарата «Спектр-М», выполнена оценка изменения формы главного зеркала аппарата в зависимости от времени при хранении в нормальных условиях. Полученные результаты позволяют сделать вывод, что применение корректирующих усилий позволяет придать зеркалу параболическую форму с требуемыми параметрами для обеспечения функциональности космического аппарата. Таким образом, применение разработанных в диссертационной работе моделей позволило провести расчет элемента конструкции космического аппарата и устранить недостатки, влияющие на его работоспособность.

Публикации:

По тематике диссертационной работы опубликовано **20 научных работ**, из которых 3 работы опубликовано в изданиях, входящих в перечень ВАК, 1 работа в издании, входящем в базу цитирования Scopus, 12 работ опубликовано в изданиях, входящих в базу цитирования РИНЦ.

Статьи, опубликованные в журналах, входящих в перечень ВАК

1. Думанский А.М., Русланцев А.Н., Таирова Л.П. Модель нелинейного деформирования углепластиков // Конструкции из композиционных материалов. — 2013. — №4. — С.6-12.
2. Русланцев А.Н., Думанский А.М., Алимов М.А. Модель напряженно-деформированного состояния криволинейной слоистой композитной балки // Труды МАИ, 2017, №96, http://trudymai.ru/upload/iblock/ef2/Ruslantsev_Dumanskiy_Alimov_rus.pdf
3. Русланцев А.Н., Думанский А.М. Деформирование углепластиков под действием переменных во времени нагрузок // Труды МАИ, 2017, №97, http://trudymai.ru/upload/iblock/46b/Ruslantsev_Dumanskiy_rus.pdf

Статьи, входящие в базу цитирования Scopus:

1. Ruslantsev A.N., Portnova Ya.M., Tairova L.P., Dumansky A.M. Analysis of mechanical properties anisotropy of nanomodified carbon fiber-reinforced woven composites // IOP Conference Series: Material Science and Engineering (MSE). Электрон. журн. — 2016. — Vol.153. DOI: 10.1088/1757-899

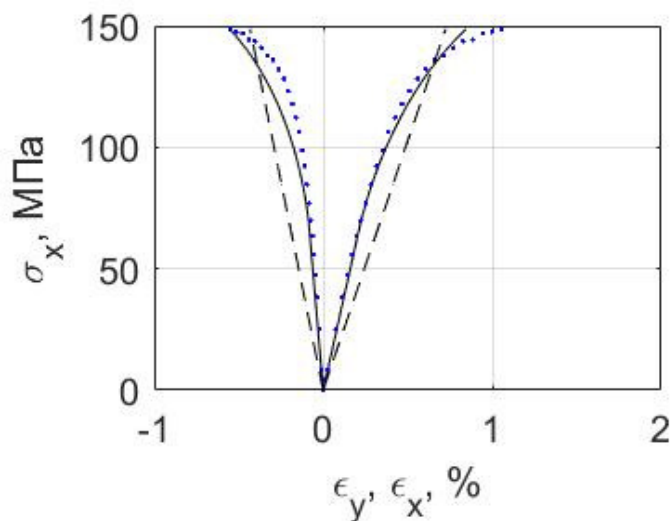
Апробация работы:

- IX Международная конференция по неравновесным процессам в соплах и струях, Алушта, 2012
- Всероссийская конференции по испытаниям и исследованиям свойств материалов "ТестМат - 2013", Москва, 2013
- XX и XXI Международная научно-техническая конференция «Конструкции и технологии получения изделий из неметаллических материалов», Обнинск, Калужская область, 2013, 2016
- Юбилейная XXV Международная инновационно-ориентированная конференция молодых учёных и студентов (МИКМУС — 2013), Москва, 2013
- Четвертая международная научная конференция Ракетно-космическая техника: фундаментальные и прикладные проблемы, Москва, 2013
- «Наследственная механика деформирования и разрушения твердых тел — научное наследие Ю.Н. Работнова», Москва, 2014
- Третья международная научно-техническая конференция «Аэрокосмические технологии», посвященная 100-летию со дня рождения академика В.Н. Челомея, Реутов - Москва, 2014
- Международная конференция «Деформирование и разрушение композиционных материалов и конструкций», Москва, 2014 г.
- 5-я и 7-я Всероссийская научная конференция с международным участием «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред». Москва, 2015, 2017
- XXVII Международная Инновационная конференция молодых ученых и студентов МИКМУС-2015. Москва, 2015г.
- III научно-техническая конференция с участием иностранных специалистов "Динамика и прочность конструкций аэрогидроупругих систем. Численные методы". Москва, 2015
- 4th International Conference on Advanced Composites and Materials Technologies for Arduous Applications (ACMTAA 2015). Wrexham, United Kingdom, 2015
- 4-я и 5-я Международная научная конференция "Фундаментальные исследования и инновационные технологии в машиностроении" (FRITME-2015). Москва, 2015, 2017
- II-я Международная конференция «Деформирование и разрушение композиционных материалов и конструкций». Москва, 2016

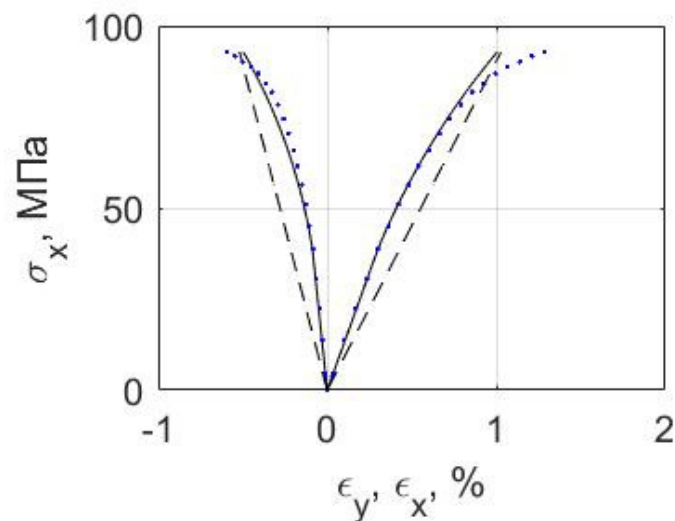
Спасибо за внимание!

Нелинейные диаграммы деформирования

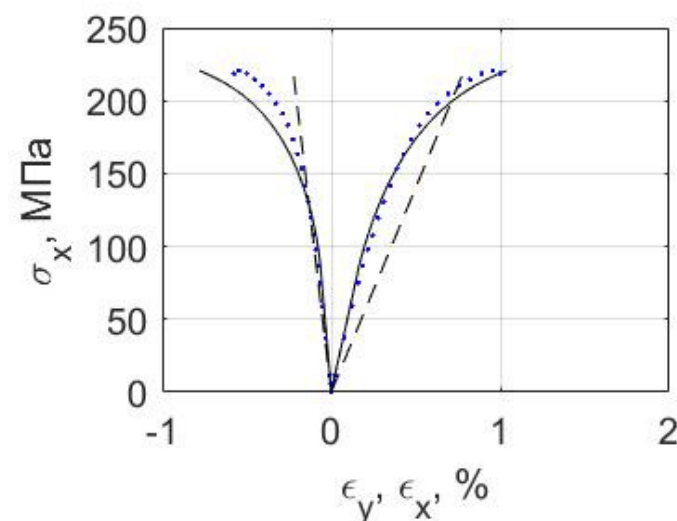
Стеклопластик



15°

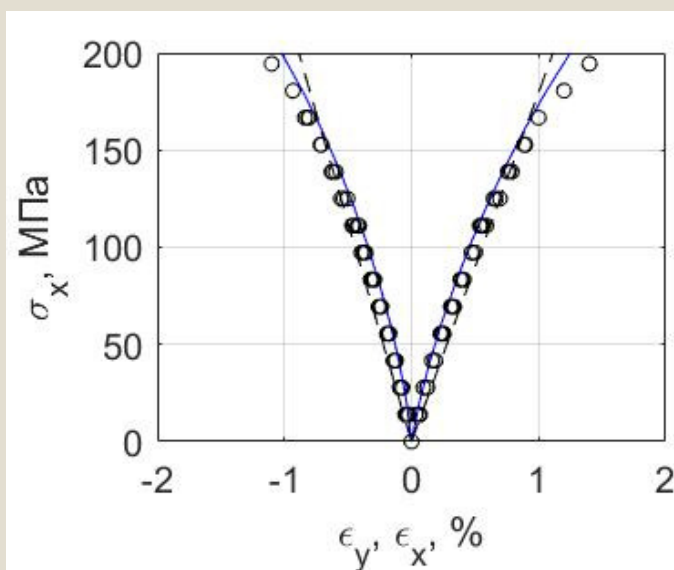


22.5°

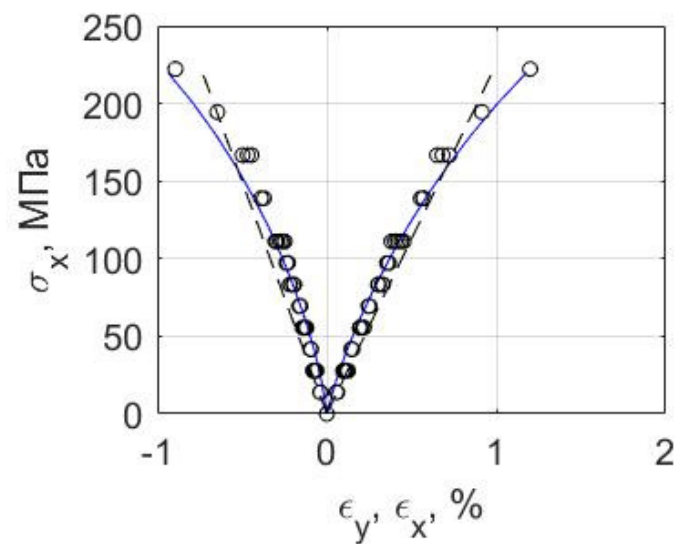


45°

БМИ-3/3692

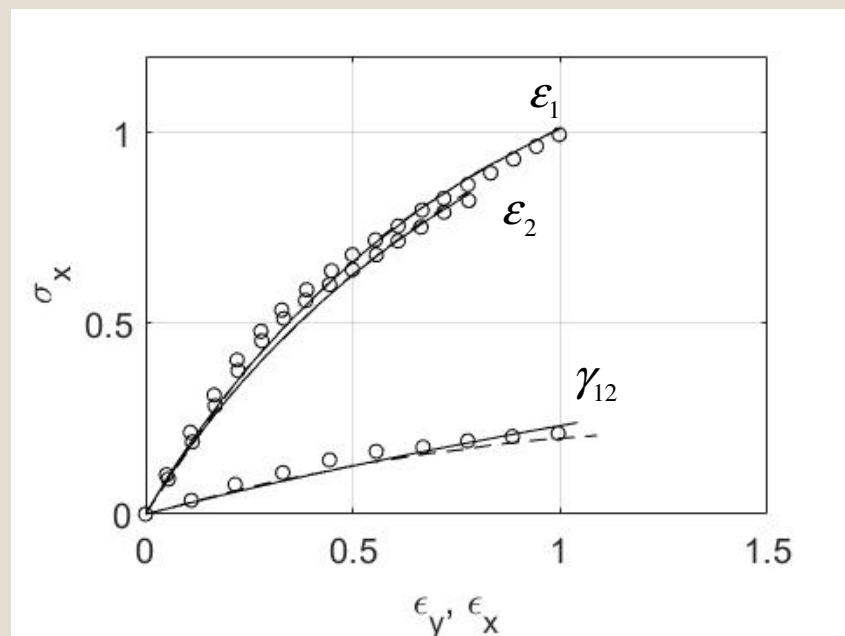


$\pm 45^\circ$

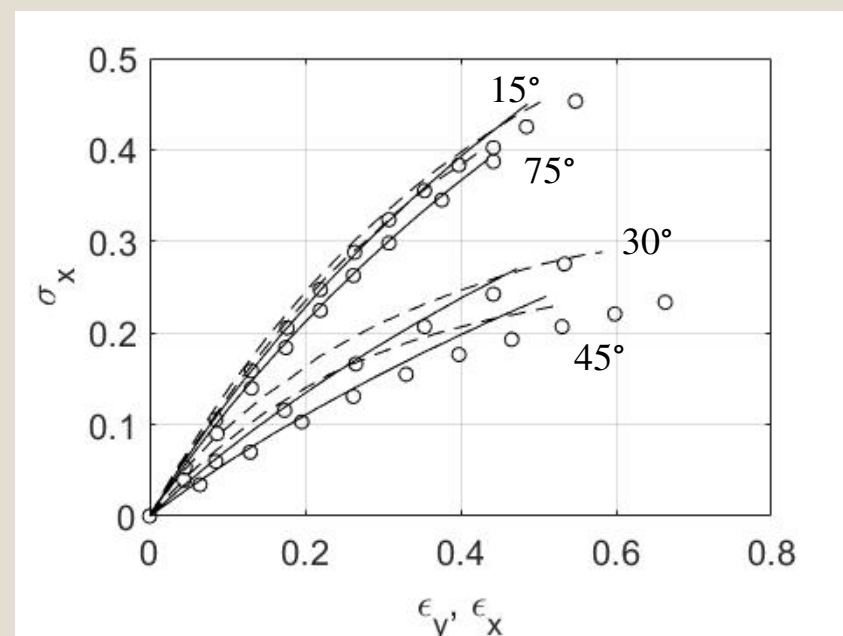


30°

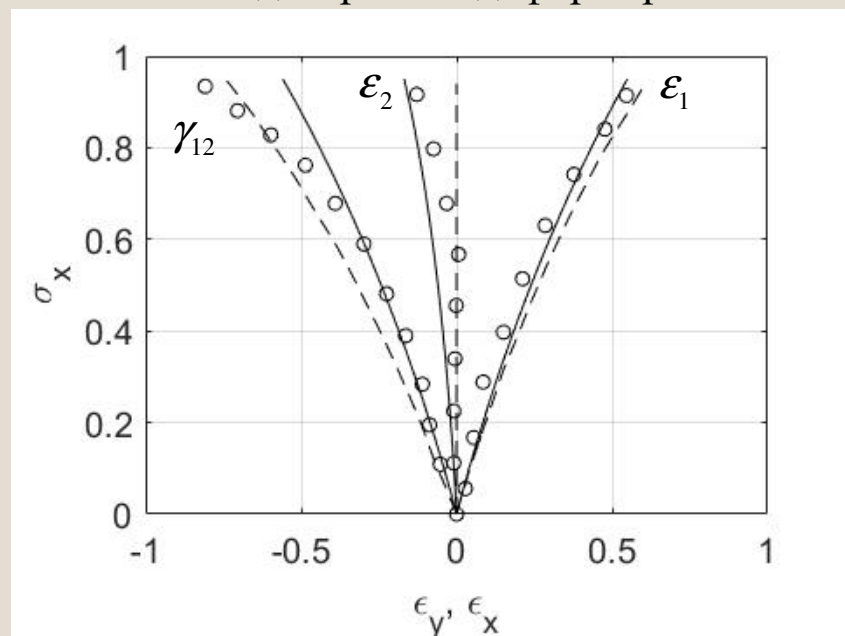
Сравнение с теорией нелинейной упругости. УУКМ.



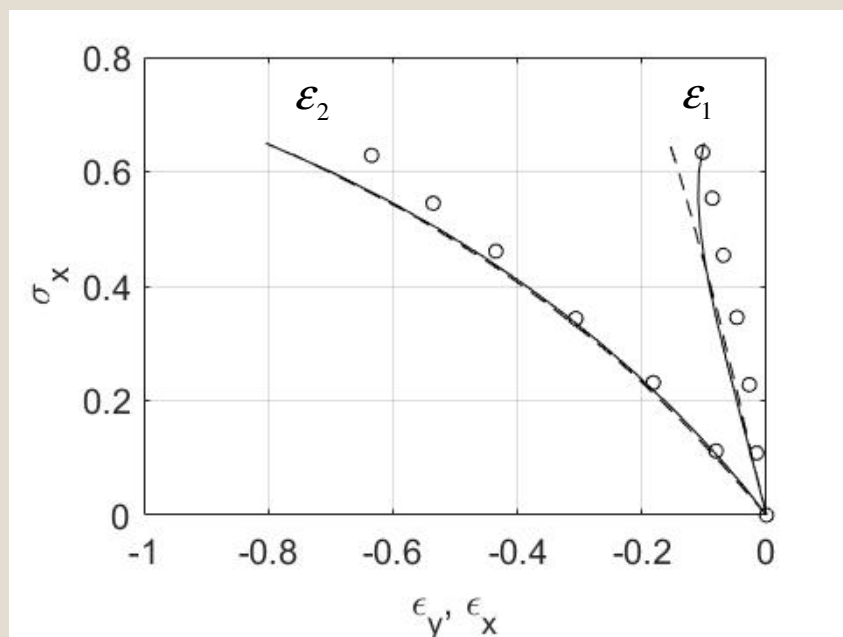
Базовые диаграммы деформирования



Вырезанные под углом образцы



Совместное действие растяжения и сдвига



Сжатие вдоль главных осей ортотропии

Сравнение с моделью пластического течения

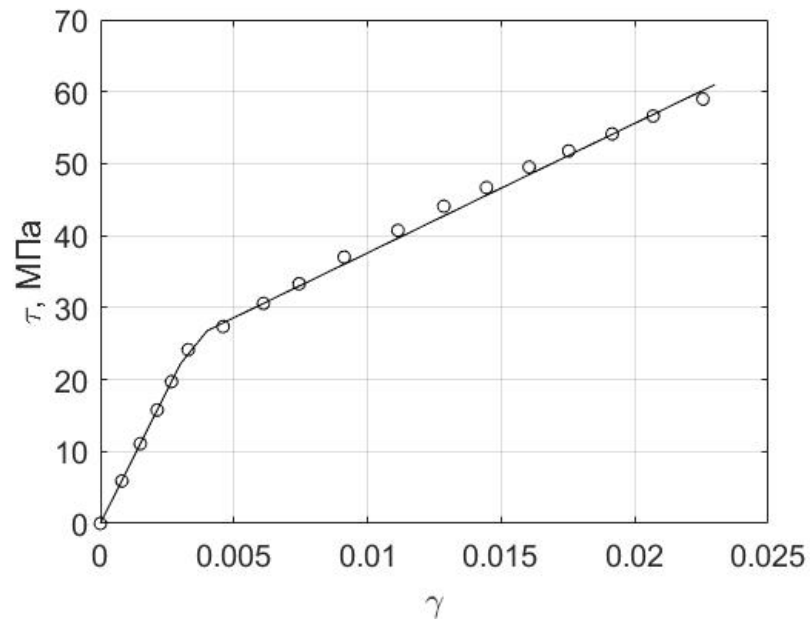
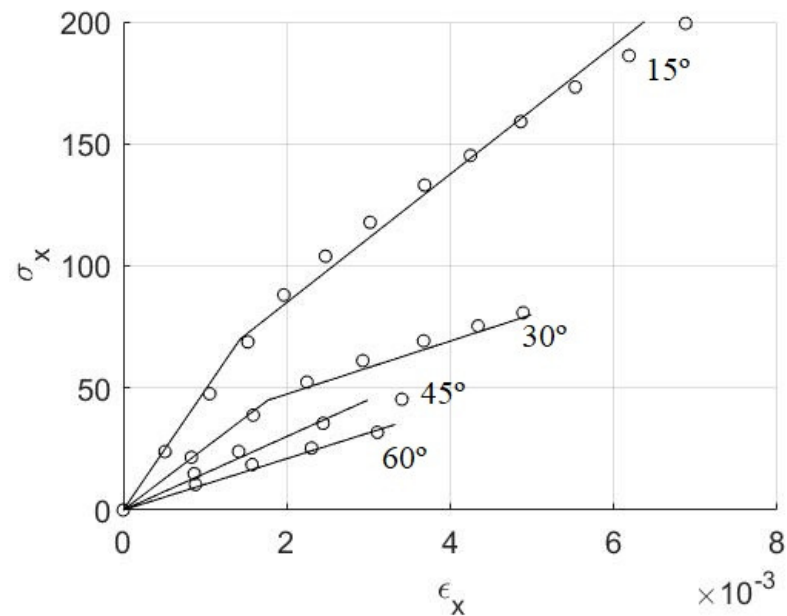
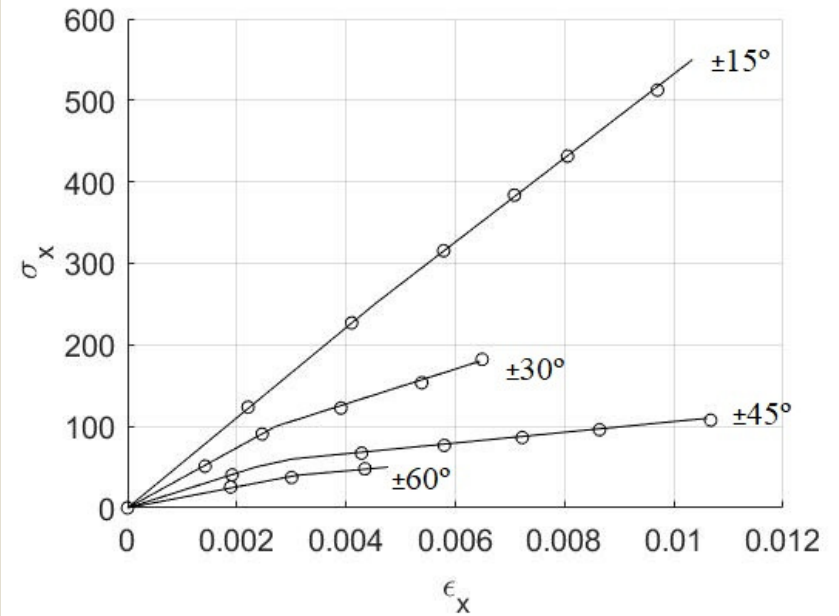


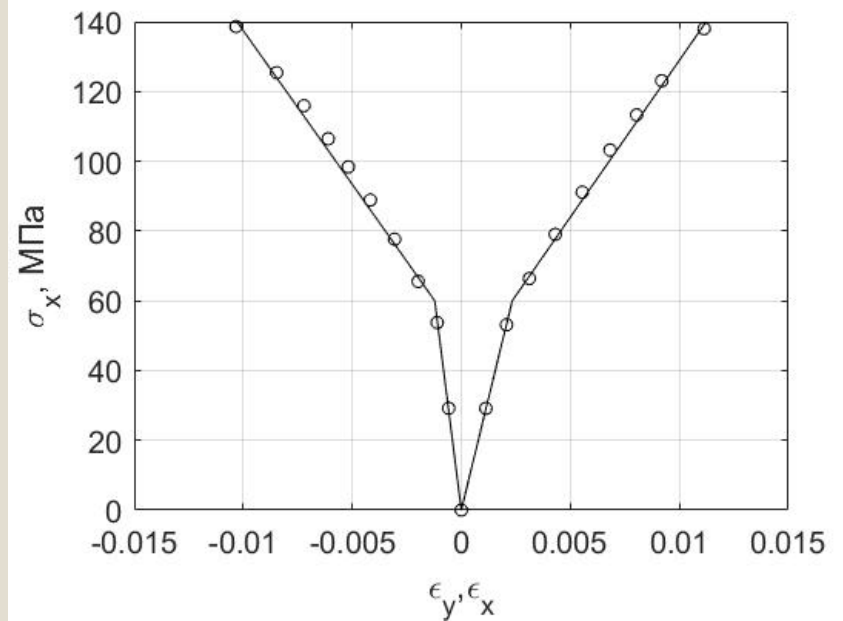
Диаграмма деформирования при сдвиге



Вырезанные под углом образцы



Перекрестно армированные образцы



$\pm 40^\circ$