ELMED219 / BMED365

Universitetet i Bergen

Våren 2026

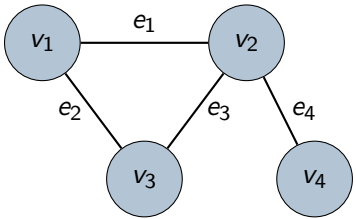
Oversikt

N01: Hva er en graf? (Noder og kanter)

Definisjon

En **graf** $G = (V, E)$ består av:

- V: mengde av **noder** (vertices)
- E: mengde av **kanter** (edges)



Medisinsk eksempel:

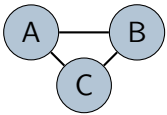
- Noder = Pasienter
- Kanter = Likhet mellom pasienter

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$
$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$

N02: Rettet vs. urettet graf

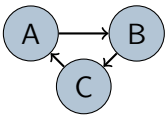
↔ Urettet graf:

- Kantene har ingen retning
- $A - B$ betyr gjensidig forbindelse
- Eksempel: Vennskap



→ Rettet graf (digraf):

- Kantene har retning
- $A \to B \neq B \to A$
- Eksempel: Twitter-følgere



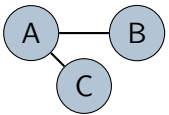
Medisinsk kontekst

PSN (pasient-likhetsnettverk) er vanligvis **urettet**: likhet mellom A og B er symmetrisk.

N03: Vektet vs. uvektet graf

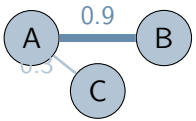
Uvektet graf:

- Alle kanter er "like"
- Binær: forbindelse eller ikke



Vektet graf:

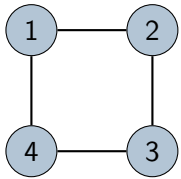
- Kanter har numeriske vekter
- Representerer styrke/avstand



I PSN

Vekten representerer **likhet** mellom pasienter.
Høyere vekt = mer like pasienter.

N04: Nabomatrise (adjacency matrix)



Nabomatrise A:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- $A_{ij} = 1$ hvis kant mellom i og j
- $A_{ij} = 0$ ellers
- Symmetrisk for urettede grafer

Vektet graf

I vektet graf: $A_{ij} = w_{ij}$ (vekten av kanten)

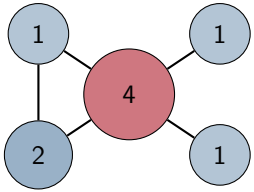
N05: Degree Centrality (grad-sentralitet)

Definisjon

Degree = antall kanter til en node

$$C_D(v) = \frac{\deg(v)}{n-1}$$

(normalisert: delt på maks mulige naboer)



Node A har degree 4 (hub)

Tolkning:

- Høy degree = mange forbindelser
- "Hub" i nettverket
- Enkel å beregne

Medisinsk relevans

I PSN: Pasienter med høy degree ligner på mange andre → "typiske" pasienter

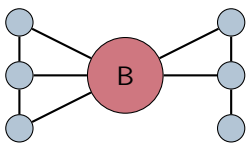
N06: Betweenness Centrality (mellomliggenhet)

Definisjon

Andel korteste stier som går gjennom en node

$$C_B(v) = \sum_{s \neq v \neq t} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$$

σ_{st} = antall korteste stier fra s til t



Node B er bro mellom to clusters

Tolkning:

- Høy betweenness = "bro" mellom grupper
- Kontrollerer informasjonsflyt
- Kritisk for nettverkets struktur

N07: Eigenvector Centrality

Idé

En node er viktig hvis den er koblet til **andre viktige noder**

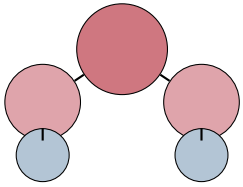
Beregning:

$$x_i = \frac{1}{\lambda} \sum_{j \in N(i)} x_j$$

Eller i matriseform: $Ax = \lambda x$

Forskjell fra degree:

- Degree: teller bare antall naboer
- Eigenvector: vekter naboer etter deres viktighet



A har høyest eigenvector centrality

Kjent anvendelse

Google PageRank er en variant av eigenvector centrality!

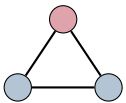
N08: Clustering Coefficient (klyngekoeffisient)

Definisjon

Hvor mye naboene til en node er koblet til hverandre

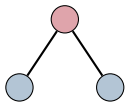
$$C_i = \frac{\text{antall kanter mellom naboer}}{\text{maks mulige kanter mellom naboer}}$$

Høy clustering ($C = 1$):



"Naboene kjenner hverandre"

Lav clustering ($C = 0$):



"Naboene kjenner ikke hverandre"

Medisinsk relevans

Høy clustering i PSN kan indikere tette pasientsubgrupper

N09: Community Detection og Louvain-algoritmen

Community Detection

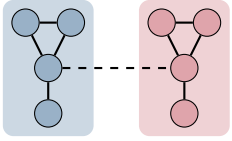
Identifisere **grupper** (communities) av tett koblede noder

Louvain-algoritmen:

1. Start: hver node = egen gruppe
2. Flytt noder til nabogrupper som øker **modularitet**
3. Gjenta til ingen forbedring
4. Aggreger og repeter hierarkisk

Modularitet Q:

- Måler kvalitet på inndeling
- $Q > 0.3$: god struktur



To identifiserte communities

N10: NetworkX-biblioteket for Python

NetworkX

Python-bibliotek for å opprette, manipulere og analysere grafer

Vanlige operasjoner:

```
import networkx as nx

# Opprett graf
G = nx.Graph()
G.add_edge('A', 'B', weight=0.8)
G.add_edge('B', 'C', weight=0.5)

# Sentralitet
nx.degree_centrality(G)
nx.betweenness_centrality(G)

# Community detection
from community import louvain
partition = louvain.best_partition(G)

# Visualisering
nx.draw(G, with_labels=True)

# Fra nabomatrise
G = nx.from_numpy_array(A)
```

Ressurser

Dokumentasjon: http://networkx.github.io/documentation/

Oppsummering: N01–N10

Grafteori-grunnlag:

- Graf = noder + kanter
- Rettet vs. urettet
- Vektet vs. uvektet
- Nabomatrise-representasjon

Sentralitetsmål:

- Degree: antall forbindelser
- Betweenness: bro-rolle
- Eigenvector: viktige naboer

Strukturanalyse:

- Clustering coefficient: lokal tetthet
- Community detection: finne grupper
- Louvain-algoritme: effektiv metode

Verktøy:

- NetworkX (Python)
- Integrasjon med numpy/pandas

Neste steg

Bruk disse konseptene til å bygge **pasient-likhetsnettverk** (PSN)!