

گروه و زیرگروه ۶

نام و نام خانوادگی محمد امین زنیدی

نام و نام خانوادگی آرینه پیال اصل

زمان انجام آزمایش دوستیبه ۱۹/۸/۲۰۲۰

شماره دانشجویی ۴۰۳۱۰۰۵۵۷

شماره دانشجویی ۴۰۳۱۰۵۷۹۳

جدول های آزمایش شماره ۲

جدول ۲

$R_1 = 390 \Omega$	$R_2 = 220 \Omega$	$R_3 = 47 \Omega$	$R_4 = 47 \Omega$	$R_5 = 100 \Omega$
۴۸V	۲۱۸	۴۷,۶	۴۷,۴	۱۰۱

جدول ۳

جریان هر شاخه (mA)	I_{R_1}	I_{R_2}	I_{R_3}	I_{R_4}	I_{R_5}
۳۰,۴۱	۹,۹۲	۲۸,۴۴	۴۷,۷	۲۸,۲۷	

جدول ۴

افت پتانسیل دو سر مقاومت (V)	V_{R_1}	V_{R_2}	V_{R_3}	V_{R_4}	V_{R_5}
	۴,۸	۴,۲	۴,۸	۴,۳	۴,۸

جدول ۵

$V_{Rx} (V)$	۰/۹۰
$I_{Rx} (mA)$	۱۰,۸۷

آزمایشگاه فیزیک پایه ۲

گزارش کار آزمایش دوم: قوانین کیرشهف و پل وتسون

زیرگروه C

اعضای گروه:

آروین بقال اصل - شماره دانشجویی: ۴۰۳۱۰۵۷۹۳

محمدامین زینلیان - شماره دانشجویی: ۴۰۳۱۰۶۰۵۷

جدول ۲

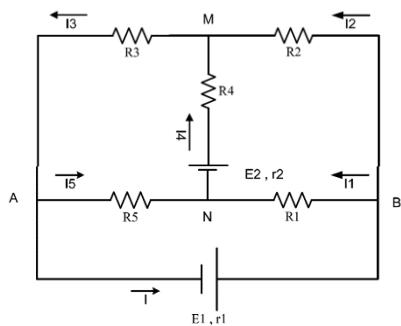
مقدار دقیق مقاومت‌ها با استفاده از اهمتر در زمان کلاس به این صورت اندازه گیری شده‌اند:

$R_1 = 387 \Omega$	$R_2 = 218 \Omega$	$R_3 = 47.5 \Omega$	$R_4 = 47.6 \Omega$	$R_5 = 101 \Omega$
--------------------	--------------------	---------------------	---------------------	--------------------

جدول ۳

• جریان شاخه‌ها به وسیله آمپرmetr در مدار شکل دو در جدول زیر اندازه گیری شده‌اند:

جریان هر شاخه (mA)	I_{R_1}	I_{R_2}	I_{R_3}	I_{R_4}	I_{R_5}
	20.41	9.92	58.24	48.5	28.27



• طبق قانون اول کیرشهف را در گره‌های A, M, N, B باید داشته باشیم:

باشیم:

$$\text{گره } A: I_3 - I_5 - I = 0$$

$$\text{گره } M: I_2 + I_4 - I_3 = 0$$

$$\text{گره } N: I_1 + I_5 - I_4 = 0$$

$$\text{گره } B: I - I_1 - I_2 = 0$$

با قرار دادن مقادیر جدول در معادله اول نیز می‌توان به دست آوردن مقدار I داریم:

$$\rightarrow I = I_1 + I_2 = 20.41 + 9.92 = 30.33 \text{ A}$$

حال می‌توانیم سه معادله دیگر را نیز بررسی کنیم:

$$\rightarrow I_3 - I_5 - I = 58.24 - 28.27 - 30.33 = 58.24 - 58.6 = -0.36 \simeq 0$$

$$\rightarrow I_2 + I_4 - I_3 = 9.92 + 48.5 - 58.24 = 58.42 - 58.24 = 0.18 \simeq 0$$

$$\rightarrow I_1 + I_5 - I_4 = 20.41 + 28.27 - 48.5 = 0.18 \simeq 0$$

مشاهده می‌شود که همانطور که انتظار می‌رفت مقادیر به صفر نزدیک هستند. این تفاوت جزئی به دلیل خطای وسایل آزمایشگاهی و خطای اندازه‌گیری اتفاق افتاده است.

جدول - ۴

- اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها به وسیله ولتمتر در کلاس به صورت زیر اندازه‌گیری شده‌اند:

افت پتانسیل دو سر مقاومت (V)	V_{R_1}	V_{R_2}	V_{R_3}	V_{R_4}	V_{R_5}
	7.8	2.2	2.8	2.3	2.8

- اگر قانون حلقه کیرشهف را برای حلقه‌های BNMB و ANMA و همچنین کل مدار در جهت پاد ساعتگرد بنویسیم داریم:

$$\text{حلقه BNMB: } -R_2 I_2 + R_4 I_4 + r_2 I_4 - E_2 + R_1 I_1 = 0$$

$$\text{حلقه ANMA: } E_2 - r_2 I_4 - R_4 I_4 - R_3 I_3 - R_5 I_5 = 0$$

$$\text{حلقه کل مدار: } -R_2 I_2 - R_3 I_3 - r_1 I + E_1 = 0$$

که اگر مقاومت‌های خود سیم‌ها را ناچیز در نظر بگیریم ($r_1 = r_2 \approx 0$) معادل است با:

$$\text{حلقه } BNMB: -V_2 + V_4 - E_2 + V_1 = 0$$

$$\text{حلقه } ANMA: E_2 - V_4 - V_3 - V_5 = 0$$

$$\text{حلقه کل مدار: } -V_2 - V_3 + E_1 = 0$$

با قرار دادن مقادیر موجود در جدول ۴ و دانستن $E_1 = 5\text{ V}$, $E_2 = 8\text{ V}$ داریم:

$$\rightarrow -V_2 + V_4 - E_2 + V_1 = -2.2 + 2.3 - 8 + 7.8 = -0.1 \approx 0$$

$$\rightarrow E_2 - V_4 - V_3 - V_5 = 8 - 2.3 - 2.8 - 2.8 = 0.1 \approx 0$$

$$\rightarrow -V_2 - V_3 + E_1 = -2.2 - 2.8 + 5 = 0$$

همانگونه که انتظار می‌رفت مقادیر به دست‌آمده همه نزدیک به صفر هستند. اختلاف جزئی به دلیل خطأ و همچنین فرض ناچیز بودن مقاومت خود سیم‌ها (r_1 و r_2) می‌باشد.

- با جایگذاری مقادیر مقاومت‌ها از جدول ۱ و همچنین دانستن ولتاژ منبع تغذیه‌ها در معادله‌هایی که تا به اینجا نوشته شده‌اند، مجموعه‌ی معادله‌های زیر را داریم:

$$I_3 - I_5 - I = 0$$

$$I_2 + I_4 - I_3 = 0$$

$$I_1 + I_5 - I_4 = 0$$

$$I - I_1 - I_2 = 0$$

$$-218I_2 + 47.6I_4 - 8 + 387I_1 = 0$$

$$8 - 47.6I_4 - 47.5I_3 - 101I_5 = 0$$

$$-218I_2 - 47.5I_3 + 5 = 0$$

این دستگاه شامل ۶ مجهول (جریان‌ها) و ۷ معادله است.

مقادیر جریان‌های به دست‌آمده (به کمک زبان پایتون) با دقت دو رقم اعشار بر حسب میلی‌آمپر برابر زیر هستند:

$$I_1 = 20.35\text{ mA}, \quad I_2 = 10.10\text{ mA}, \quad I_3 = 58.93\text{ mA},$$

$$I_4 = 48.83\text{ mA}, \quad I_5 = 28.48\text{ mA}$$

با استفاده از جریان‌های به دست آمده می‌توانیم افت پتانسیل‌ها را نیز محاسبه کنیم. مقادیر به دست آمده به تقریب و با دقت دو رقم اعشار هستند و بر حسب ولت می‌باشند.

$$V_1 = R_1 I_1 = 387 \times 20.35 \times 10^{-3} \simeq 7.88 V$$

$$V_2 = R_2 I_2 = 218 \times 10.10 \times 10^{-3} \simeq 2.2 V$$

$$V_3 = R_3 I_3 = 47.5 \times 58.93 \times 10^{-3} \simeq 2.8 V$$

$$V_4 = R_4 I_4 = 47.6 \times 48.83 \times 10^{-3} \simeq 2.32 V$$

$$V_5 = R_5 I_5 = 101 \times 28.48 \times 10^{-3} \simeq 2.88 V$$

- حال درصد خطاهای هر یک از مقادیر جدول را با مقادیر به دست آمده محاسبه می‌کنیم.

$$I_1 = \frac{20.41 - 20.35}{20.35} \times 100 \simeq 0.3\%$$

$$I_2 = \frac{9.92 - 10.10}{10.10} \times 100 \simeq -1.78\%$$

$$I_3 = \frac{58.24 - 58.93}{58.93} \times 100 \simeq -1.17\%$$

$$I_4 = \frac{48.5 - 48.83}{48.83} \times 100 \simeq -0.68\%$$

$$I_5 = \frac{28.27 - 28.48}{28.48} \times 100 \simeq -0.78\%$$

$$V_1 = \frac{7.8 - 7.88}{7.88} \times 100 \simeq -1.02\%$$

$$V_2 = V_3 = 0 \text{ درصد خطای}$$

$$V_4 = \frac{2.3 - 2.32}{2.32} \times 100 \simeq -0.86\%$$

$$V_5 = \frac{2.8 - 2.88}{2.88} \times 100 \simeq -2.77\%$$

جدول ۵

- با جایگزین کردن منبع E_2 و مقاومت R_4 با یک گالوانومتر و مقاومت R_5 با یک مقاومت متغیر رئوستا (R_x) به پل وتسون دست می‌یابیم.

با اندازه گیری مقادیر اختلاف پتانسیل و جریان در دو طرف مقاومت رئوستا مقادیر زیر به دست آمدند:

$V_{R_x} (V)$	0.90
$I_{R_x} (mA)$	10.57

- اگر با استفاده از رابطه $V = RI$ مقدار مقاومت رئوستا را محاسبه کیم به عدد زیر می‌رسیم.:

$$V_{R_x} = R_x I_{R_x} \rightarrow 0.9 = R_x \times 10.57 \times 10^{-3} \rightarrow R_x = \frac{900}{10.57} \simeq 85.15 \Omega$$

اگر از رابطه مقاومتها و مقدار آنها از جدول ۱ در پل وتسون برای محاسبه مقاومت مجھول استفاده کنیم باید داشته باشیم:

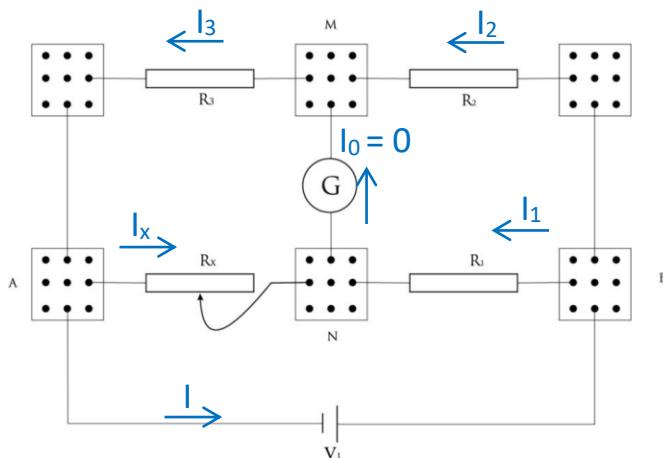
$$R_1 R_3 = R_x R_2 \rightarrow 387 \times 47.5 = R_x \times 218 \rightarrow R_x = \frac{387 \times 47.5}{218} \simeq 84.32 \Omega$$

متوجه اختلاف موجود در مقادیر به دست آمده می‌شویم. این تفاوت ناشی از خطاهای اندازه گیری و وسائل آزمایشگاهی است. می‌توانیم درصد خطای مقدار اول را نسبت به دومی محاسبه بکنیم.

$$\frac{85.15 - 84.32}{84.32} \times 100 \simeq 1\%$$

پرسش‌ها

۱- اثبات رابطه پل وتسون:



اگر روابط بین ولتاژها و جریان‌ها را با قوانین گره و حلقه کیرشهف بنویسیم داریم:

از آنجا که جریان عبوری از گالوانومتر (I_0) در پل وتسون صفر است می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} I_0 = I_3 - I_2 = 0 \rightarrow I_3 = I_2 \\ I_0 = I_1 + I_x = 0 \rightarrow I_1 = -I_x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -R_2 I_2 + R_1 I_1 = 0 \rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \\ -R_3 I_3 - R_x I_x = 0 \rightarrow R_x I_x = -R_3 I_3 \end{cases}$$

اگر دوتا از جریان‌ها با دوتای دیگر در دو معادله بالا جایگذاری کنیم داریم:

$$\begin{cases} -R_1 I_x = R_2 I_3 \\ R_x I_x = -R_3 I_3 \end{cases} \rightarrow \frac{-R_1 I_x}{R_x I_x} = \frac{R_2 I_3}{-R_3 I_3} \rightarrow \frac{R_1}{R_x} = \frac{R_2}{R_3}$$

با طرفین وسطین کردن رابطه بالا اثبات تمام می‌شود.

$$\rightarrow R_1 R_3 = R_x R_2 \quad \checkmark$$