

## آزمایش ۸

### مشاهده منحنی‌های لیساژو و مطالعه مدارها با جریان متناوب

استفاده از اسیلوسکوپ برای مشاهده منحنی‌های لیساژو و مطالعه مدارها با جریان متناوب

### تئوری آزمایش

منحنی‌های لیساژو و اندازه‌گیری اختلاف فاز

منحنی‌های لیساژو تصاویری هستند که در آنها یک موج بر حسب موج دیگر رسم می‌شود، به عبارت دیگر متغیر زمان از معادله‌های دو موج حذف می‌شود. به کمک منحنی‌های لیساژو، می‌توان اختلاف فاز میان دو موج سینوسی هم‌فرکانس و نیز نسبت فرکانسی دو موج سینوسی را به دست آورد.

دو موج سینوسی  $x = x_0 \sin \omega t$  و  $y = y_0 \sin(\omega t + \varphi)$  را در نظر می‌گیریم و برای آن که حرکت نقطه‌ای تحت تاثیر این دو موج را بررسی کنیم حالت‌های گوناگونی را در نظر می‌گیریم:

- دو موج هم فاز باشند، یعنی  $\varphi = 0$

$$\begin{cases} x = x_0 \sin \omega t \\ y = y_0 \sin \omega t \end{cases} \Rightarrow y = \frac{y_0}{x_0} x$$

که نشان دهنده یک خط راست است، با توجه به اینکه x و y هر دو محدود هستند در حقیقت یک پاره خط خواهیم داشت.

- دو موج دارای اختلاف فاز  $\frac{\pi}{2}$  باشند:

$$\begin{cases} x = x_0 \sin \omega t \\ y = y_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = y_0 \cos \omega t \end{cases}$$

با حذف زمان از معادله‌های بالا رابطه زیر به دست می‌آید:

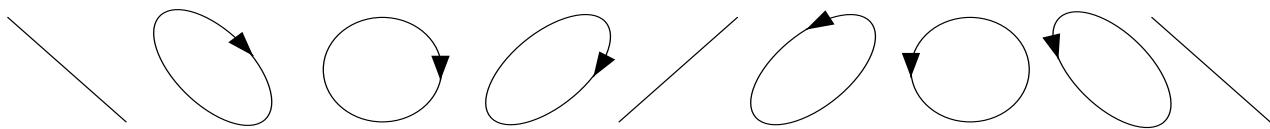
$$(\sin \omega t)^2 + (\cos \omega t)^2 = \left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 = 1$$

که نشان دهنده معادله یک بیضی است، که قطرهای آن در امتداد محورهای x و y هستند (بیضی استاندارد). در همین حالت اگر دامنه دو موج با هم برابر باشد  $x_0 = y_0 = a$ ، معادله یک دایره به شعاع a خواهد بود.

- دو موج دارای اختلاف فاز  $\varphi = \pi$  باشند:

$$\begin{cases} x = x_0 \sin \omega t \\ y = y_0 \sin(\omega t + \pi) = -y_0 \sin \omega t \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{y_0}{x_0} x$$

که نشان دهنده‌ی یک پاره خط در ربع دوم و چهارم است.  
در شکل ۱ تصویرهای گوناگون پدید آمده برای مقدارهای مختلف  $\varphi$  نشان داده شده است. نماد پیکان روی این نمودارها مربوط به جهت حرکت الکترون‌ها روی صفحه اسیلوسکوپ است.



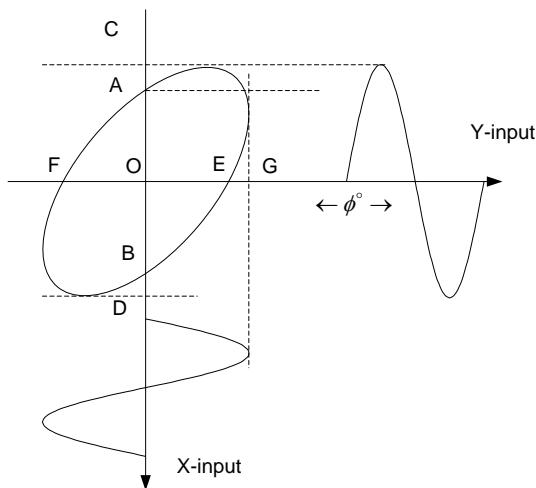
$$\varphi = -\pi, -\pi < \varphi < -\frac{\pi}{2}, \varphi = -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} < \varphi < 0, \varphi = 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}, \varphi = \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} < \varphi < \pi, \varphi = \pi$$

شکل ۱

- اختلاف فاز  $\varphi$ :

اکنون فرض می‌کنیم که دو موج دارای فرکانس برابر و اختلاف فاز آنها  $0 < \varphi < \pi/2$  باشد، تصویر پدید آمده از ترکیب دو موج، یک بیضی مانند شکل ۲ است. این بیضی هنگامی محور y ها را قطع می‌کند که:

$$\begin{cases} x = x_0 \sin \omega t = 0 \Rightarrow \omega t = k\pi \\ y = y_0 \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow y = y_0 \sin(k\pi + \varphi) = \pm y_0 \sin \varphi \end{cases}$$



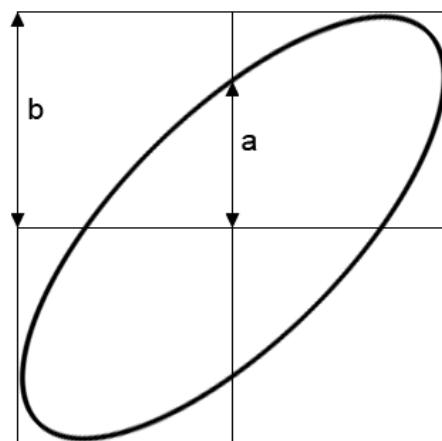
شکل ۲: نمایش بیضی پدید آمده از برهم نهی دو موج با اختلاف فاز  $0 < \varphi < \pi/2$

به این ترتیب داریم:

$$y|_{x=0} = y_0 \sin \varphi \Rightarrow \varphi = \text{Arc sin}\left(\frac{y_{x=0}}{y_0}\right)$$

اگر a و b را طوری تعریف کنیم که  $y_0 = b$  و  $y_{x=0} = a$  باشد (شکل ۳)، اختلاف فاز برابر است با:

$$\varphi = \text{Arc sin}\left(\frac{a}{b}\right)$$



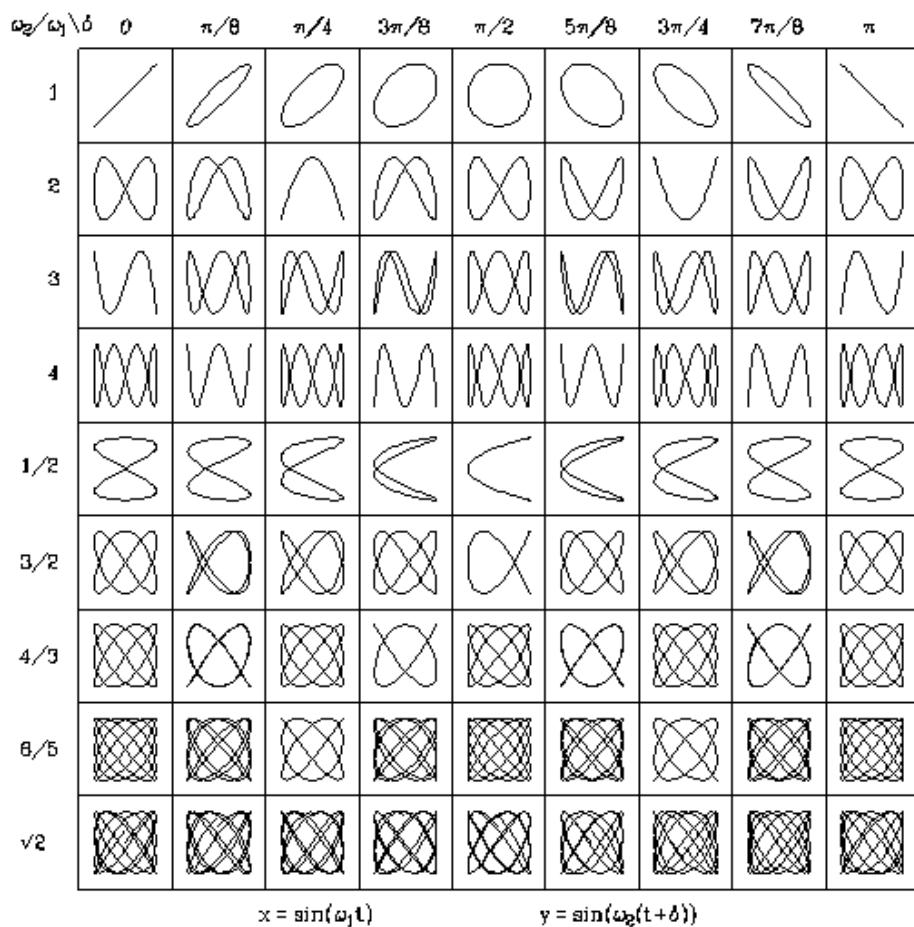
شکل ۳

برای دقت بیشتر می‌توان طول‌های  $2a$  و  $2b$  را بر روی صفحه اسیلوسکوپ اندازه گیری کرد.

### تعیین فرکانس مجهول

اگر  $f_x$  فرکانس یک موج سینوسی  $x = x_0 \sin \omega_x t$  و  $f_y$  فرکانس موج سینوسی  $y = y_0 \sin \omega_y t$  باشد، چنان اسیلوسکوپ بدھیم، تصویرهایی پدید می‌آید که در جهت Y را به ورودی y و موج X را به ورودی x چه موج محورهای مختصات دارای بیشینه‌هایی خواهند بود :

$$\frac{f_y}{f_x} = \frac{N_X}{N_Y} = \frac{\text{تعداد نقطه‌های بیشینه در امتداد محور افقی}}{\text{تعداد نقطه‌های بیشینه در جهت محور قائم}}$$



شکل ۴: منحنی های لیسازو

## بررسی مدار جریان متناوب شامل اجزاء مقاومت، خازن و القاگر

برای مطالعه تئوری مدار RLC به قسمت تئوری آزمایش ۶ مراجعه کنید.

### وسایل آزمایش

نوسان‌ساز (اسیلاتور)، اسیلوسکوپ ، منبع تغذیه ۶ ولت با فرکانس مجهول، جعبه مقاومت، خازن، القاگر، سیم رابط(۶ عدد).

برای آشنایی کار با اسیلوسکوپ به آزمایش ۷ مراجعه کنید.

### روش آزمایش

#### • تعیین فرکانس موج با استفاده از منحنی‌های لیساژو

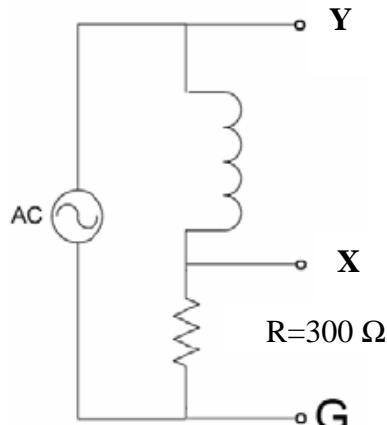
برای تعیین فرکانس مجهول، ورودی افقی اسیلوسکوپ را به یک منبع ولتاژ ۶ ولت (فرکانس مجهول) وصل کنید و ورودی قائم را نیز به نوسان ساز وصل کنید ( توجه کنید که زمین نوسان ساز به زمین اسیلوسکوپ وصل شود). نوسان ساز را روی موج سینوسی قرار دهید برای دیدن منحنی‌های لیساژو در اسیلوسکوپ کنترل (TIME/DIV) را در وضعیت XY قرار دهید، سپس با تغییر دادن فرکانس نوسان‌ساز، وضعیتی پایدار از برهمنهی دو موج، پدید آورید که بر یکی از منحنی‌های لیساژو منطبق باشد. در این حالت با توجه به نسبت فرکانس موج‌های ورودی یکی از منحنی‌های نشان داده شده در شکل ۴ را خواهیم داشت. با توضیحات ذکر شده در بخش تعیین فرکانس مجهول، می‌توان فرکانس مجهول را تعیین کرد.

جدول ۱

۱۰۰Hz	فرکانس نوسان‌ساز
	$\frac{N_X}{N_Y}$
	فرکانس مجهول

## تعیین ضریب خودالقایی القاگر (L)

- با استفاده از یک القاگر و مقاومت  $R=300 \Omega$  مدار را مطابق شکل ۵ بیندید. نقطه‌های X و G را به ورودی افقی و نقطه‌های Y و G را به ورودی قائم وصل کنید که G معرف زمین اسیلوسکوپ است (توجه کنید که زمین نوسان‌ساز به زمین اسیلوسکوپ وصل شود).
- کنترل (TIME/DIV) را در وضعیت XY قرار دهید و کنترل VOLTS/DIV را برای هر دو کanal روی عددی یکسان تنظیم کنید.
- کلید سه حالته DC - GND - AC را برای هر دو کanal در حالت GND قرار داده و با کنترل Position محور افقی و قائم، نقطه نورانی را در وسط صفحه قرار دهید و بعد از تنظیم زمین، کلید سه حالته را برای هر دو کanal در وضعیت AC قرار دهید.
- با تنظیم فرکانس در بازه ۳۰ تا ۱۲۰ هرتز یک بیضی مشاهده می‌کنید. با تکرار آزمایش برای فرکانس‌های مختلف در بازه ذکر شده و اندازه‌گیری a و b  $\sin \varphi = \frac{a}{b}$  را محاسبه کرده و جدول ۲ را کامل کنید.
- منحنی نمایش تغییرات  $\tan \varphi$  را بر حسب فرکانس رسم کنید و با استفاده از شبیه خط ضریب خودالقایی القاگر را محاسبه کنید. (با استفاده از رابطه  $(\tan \varphi = \frac{X_L}{R})$



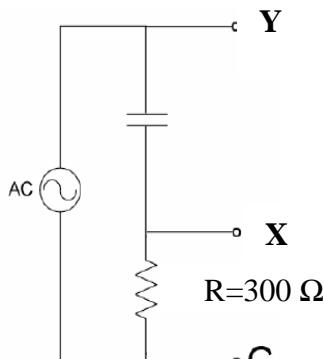
شکل ۵

جدول ۲

$f$ (Hz)	30	60	90	120
$\sin \varphi$				
$\tan \varphi$				

### تعیین ظرفیت خازن(C)

- با استفاده از یک خازن  $10\mu F$  و مقاومت  $R=300 \Omega$  مدار را مطابق شکل ۶ بیندید. نقطه‌های X و G را به ورودی افقی و نقطه‌های Y و G را به ورودی قائم وصل کنید که G معرف زمین اسیلوسکوپ است (توجه کنید که زمین نوسان‌ساز به زمین اسیلوسکوپ وصل شود).
- کنترل (TIME/DIV) را در وضعیت XY قرار دهید و کنترل VOLTS/DIV را برای هر دو کانال روی عددی یکسان تنظیم کنید.
- کلید سه حالت AC-GND-DC را برای هر دو کانال در حالت GND قرار داده و با کنترل Position محور افقی و قائم، نقطه نورانی را در وسط صفحه قرار دهید و بعد از تنظیم زمین، کلید سه حالت را برای هر دو کانال در وضعیت AC قرار دهید.
- با تنظیم فرکانس در بازه ۳۰ تا ۱۲۰ هرتز یک بیضی مشاهده می‌کنید. با تکرار آزمایش برای فرکانس‌های مختلف در بازه ذکر شده و اندازه‌گیری a و b  $\sin \varphi$  را محاسبه کرده و جدول ۳ را کامل کنید.
- منحنی نمایش تغییرات  $\tan \varphi$  را بر حسب معکوس فرکانس رسم کنید و با استفاده از شیب خط ظرفیت خازن را محاسبه کنید. (با استفاده از رابطه  $(\tan \varphi = \frac{-X_c}{R})$



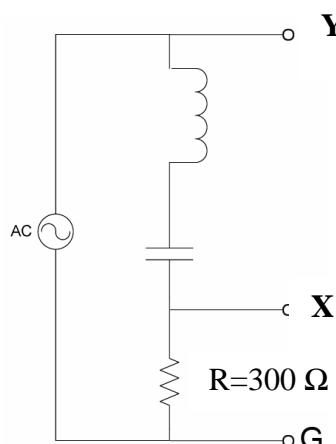
شکل ۶

جدول ۳

$f$ (Hz)	30	60	90	120
$\sin \varphi$				
$\tan \varphi$				

## مدار تشدید

- با استفاده از یک الفاگر، خازن  $C = 10\mu F$  و مقاومت  $R = 300 \Omega$  مدار را مطابق شکل ۷ بیندید. نقطه‌های X و G را به ورودی افقی و نقطه‌های Y و G را به ورودی قائم وصل کنید که G معرف زمین اسیلوسکوپ است (توجه کنید که زمین نوسان‌ساز به زمین اسیلوسکوپ وصل شود).
- کنترل (TIME/DIV) را در وضعیت XY قرار دهید و کنترل VOLTS/DIV را برای هر دو کانال روی عددی یکسان تنظیم کنید.
- کلید سه حالت AC - GND - DC را برای هر دو کانال در حالت GND قرار داده و با تنظیم کننده Position محور افقی و قائم، نقطه نورانی را در وسط صفحه قرار دهید و بعد از تنظیم زمین، کلید سه حالت را برای هر دو کانال در وضعیت AC قرار دهید.
- با تنظیم فرکانس یک بیضی مشاهده می‌کنید.
- فرکانس را تغییر دهید تا تشدید حاصل شود (تشدید زمانی اتفاق می‌افتد که بیضی به خط راست تبدیل شود).
- به ازاء فرکانس‌هایی با تغییرات ۱۰Hz و ۲۰Hz حول فرکانس تشدید، a و b را اندازه‌گیری کرده و  $\sin \varphi$  را محاسبه کنید و جدول ۴ را کامل کنید.



شکل ۷

جدول ۴

f					
$\sin \varphi$			صفر		
$\tan \varphi$			صفر		

- منحنی نمایش تغییرات  $\tan \varphi$  را بر حسب فرکانس رسم کنید و روی منحنی قسمتی که مربوط به فرکانس تشدید است را مشخص کنید. درباره اختلاف فاز در قبل و بعد از فرکانس تشدید بحث کنید.

### پرسش‌ها

- ۱-چرا هنگامی که مدار شامل یک القاگر و یک مقاومت به طور سری باشد، ولتاژ نسبت به جریان، تقدم فاز دارد؟
- ۲-چرا هنگامی که مدار شامل یک خازن و یک مقاومت به طور سری باشد، ولتاژ نسبت به جریان تأخیر فاز دارد؟
- ۳-فرکانس تشدید چه رابطه‌ای با پارامترهای  $R$ ,  $L$  و  $C$  دارد؟ توضیح دهید.