



## مدارهای منطقی

نیمسال دوم ۱۴۰۴-۱۴۰۳

مهلت ارسال: ساعت ۲۴ جمعه ۱۰ اسفند ۱۴۰۳

تمرین یک

به موارد زیر توجه کنید:

- ۱- حتما نام و شماره دانشجویی خود را روی پاسخنامه بنویسید.
- ۲- در حل سوالات به نوشتن جواب آخر اکتفا نکنید. همه مراحل میانی را هم بنویسید.
- ۳- کل پاسخ تمرینات را در قالب یک فایل pdf با شماره دانشجویی خود نام‌گذاری کرده در سامانه CW بارگذاری کنید.
- ۴- در صورت مشاهده هر گونه مشابهت نامتعارف هر دو (یا چند) نفر کل نمره این تمرین را از دست خواهند داد.

## سوالات:

- ۱- (۱ نمره) می‌دانیم در تبدیل از مبنایهای توان ۲ به یکدیگر می‌توانیم از راه میانبر استفاده کنیم. (عدد را به مبنای ۲ ببریم و سپس  $n$ تا  $n$ تا جدا کنیم که  $2^n$  مبنای مقصد است) با استفاده از معادل این روش (و بدون تبدیل به مبنای ۱۰) عدد زیر در مبنای ۳ را به مبنای ۹ ببرید.

(12011021221)<sub>3</sub>

پاسخ:

چون ۹ برابر  $3^2$  است، پس دوتا دوتا جدا می‌کنیم و هر دو رقم را در مبنای ۹ می‌نویسیم:  
 $(\underline{1} \underline{2} \underline{0} \underline{1} \underline{1} \underline{0} \underline{2} \underline{1} \underline{2} \underline{2} \underline{1})_3 = (164257)_9$

- ۲- (۱ نمره) می‌خواهیم دو عدد ۱۳ و ۲۰ که در مبنای دلخواه نمایش داده شده‌اند را با هم جمع کنیم و حاصل را در همان مبنای دو رقم نمایش دهیم. کوچکترین مبنایی که در آن سرریز (overflow) رخ نمی‌دهد کدام است؟

پاسخ:

می‌دانیم که بزرگترین عددی که در مبنای  $r$  و با  $n$  رقم می‌توانیم نمایش دهیم  $r^{n-1}$  است، پس:  
 $r^2 - 1 \geq 2r + r + 3 \Rightarrow r^2 - 3r - 4 \geq 0 \Rightarrow r \geq 4$

پس باید از مبنای ۴ یا بزرگتر استفاده کنیم.

$$(20)_4 + (13)_4 = (8)_{10} + (7)_{10} = (15)_{10} = (33)_4$$

- ۳- (۱ نمره) عدد A را در مبنای ۲ و در ۸ بیت نوشت‌ایم که به صورت (01010mnr) درآمده است. آیا عددی مانند B وجود دارد که این ۸ بیت نمایش BCD آن باشد؟ در صورت وجود اختلاف مقدار این دو عدد را به دست آورید.

پاسخ:

بله، چون بیت چهارم از سمت راست صفر است، پس ۴ بیت اول کوچکتر از ۸ هستند و در نتیجه کوچکتر از ۱۰ هم هستند (۴ بیت بعدی هم که کوچکتر از ۱۰ است)، پس می‌تواند نمایش BCD عدد B باشد.

$$A - B = 16 \times (0101)_2 + (0mnr)_2 - 10 \times (0101)_2 - (0mnr)_2 = (16 - 10) \times 5 = 30$$

۴- (۲ نمره) اعداد داده شده را به مبنای خواسته شده ببرید.

الف-  $0,625$  به مبنای ۲

ب-  $0,552$  به مبنای ۵

پاسخ:

-الف-

$$0.625 \times 2 = \underline{1.25}$$

$$0.25 \times 2 = \underline{0.5}$$

$$0.5 \times 2 = \underline{1}$$

$$(0.625)_{10} = (0.101)_2$$

-ب-

$$0.552 \times 5 = \underline{2.76}$$

$$0.76 \times 5 = \underline{3.8}$$

$$0.8 \times 5 = \underline{4}$$

$$(0.552)_{10} = (0.234)_5$$

۵- (۳ نمره) اعداد را از مبنای داده شده به مبنای خواسته شده ببرید.

الف-  $153$  در مبنای ۶ به مبنای ۷

ب-  $74$  در مبنای ۹ به مبنای ۱۳

ج-  $11$  در مبنای ۲۴ به مبنای ۲

پاسخ:

-الف-

$$(153)_6 = (126)_7$$

$$1 \times 36 + 5 \times 6 + 3 = 69 = 1 \times 49 + 2 \times 7 + 6$$

-ب-

$$(74)_9 = (52)_{13}$$

$$7 \times 9 + 4 = 67 = 5 \times 13 + 2$$

-ج-

$$(11)_{24} = (11001)_2$$

$$1 \times 24 + 1 = 25 = 1 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1$$

۶- (۳ نمره) در هر قسمت، مبنای اعداد را به گونه‌ای بیابید که تساوی برقرار باشد.

$$153 \times 240 = 50400$$

$$80 + 91 = 131$$

$$14 \times 23 = 355$$

پاسخ:

الف-

ابتدا می‌توانیم صفر را از دو طرف تساوی حذف کنیم و به دنبال مبنایی بگردیم که عبارت  $153 \times 24 = 5040$  در آن درست باشد. یعنی عبارت زیر در آن درست باشد:

$$(r^2 + 5r + 3)(2r + 4) = 5r^3 + 4r \Rightarrow 3r^3 - 14r^2 - 22r - 12 = 0$$

می‌دانیم مبنای ما باید از ۵ بزرگتر باشد، بنابراین می‌توانیم از مبنای ۶ شروع کنیم و ببینیم آیا پاسخ عبارت بالا هست یا خیر.

$$3 \times 6^3 - 14 \times 6^2 - 22 \times 6 - 12 = 648 - 504 - 132 - 12 = 0$$

خود مبنای ۶ در عبارت بالا صدق می‌کند، بنابراین پاسخ ما همان ۶ است.

ب-

$$8r + 9r + 1 = r^2 + 3r + 1 \Rightarrow r^2 - 14r = 0 \Rightarrow r = 14$$

ج-

$$(r + 4)(2r + 3) = 3r^2 + 5r + 5 \Rightarrow r^2 - 6r - 7 = 0 \Rightarrow r = 7, r = -1$$

چون مبنای منفی نداریم، پس پاسخ ۷ است.

- (۴ نمره) اعداد زیر را در مبنای ۲ و به روش‌های مقدار-علامت، مکمل ۱، مکمل ۲ و BCD در کمترین تعداد بیت نمایش دهید.

-91.125

47.875

پاسخ:

$$(91)_2 = (64 + 16 + 8 + 2 + 1)_{10} = (01011011)_2$$

$$(0.125)_2 = 0.001$$

$$(47)_2 = (32 + 8 + 4 + 2 + 1)_{10} = (0101111)_2$$

$$(0.875)_2 = 0.111$$

Singned_Mag	1's Comp	2's Comp	BCD
-91.125	1 1011011.0001	10100100.110	10100100.111 -(1001 0001.0001 0010 0101) = 1001 0000 1000.1000 0111 0101
47.875	0 101111.111		0100 0111.1000 0111 0101

- (۲ نمره) اگر بدانیم ریشه‌های معادله زیر ۱۰ و ۱۳ در مبنای ده است، مبنای آن را به دست آورید.  
 $x^2 - 27x + 202 = 0$

پاسخ:

هر یک از دو ریشه را در معادله قرار می‌دهیم و مبنای آن را به دست می‌آوریم.

$$100 - 10(2r + 7) + 2r^2 + 2 = 0 \Rightarrow 2r^2 - 20r + 32 = 0 \Rightarrow r = 2, r = 8$$

$$169 - 13(2r + 7) + 2r^2 + 2 = 0 \Rightarrow 2r^2 - 26r + 80 = 0 \Rightarrow r = 5, r = 8$$

بنابراین، پاسخ درست  $r = 8$  است.

- (۳ نمره) تفریق‌های زیر را با روش مکمل  $n$  به صورت جمع انجام دهید.

$$4873 - 342$$

$$(1203)_4 - (230)_4$$

$$(F2)_{16} - (1D4)_{16}$$

پاسخ:

باید به طولانی‌ترین عدد یک بیت علامت اضافه کنیم و عدد دیگر را هم باید با همان تعداد بیت نمایش دهیم.  
برای مکمل  $n$  کردن، ابتدا باید مکمل  $n-1$  را حساب کنیم و بعد با یک جمع کنیم.

$$4873 - 342 = 04873 + (-00342) = 04873 + 99658 = 100000 + 04531$$

بنابراین پاسخ عبارت اول  $4531 +$  است.

$$(1203)_4 - (230)_4 = (01203)_4 + (-00230)_4 = (01203)_4 + (33104)_4 = (100000)_4 + (00313)_4$$

بنابراین پاسخ عبارت دوم  $(+313)_4 + 313$  است.

$$(F2)_{16} - (1D4)_{16} = (00F2)_{16} + (-01D4)_{16} = (00F2)_{16} + (FE2C)_{16} = (FF1E)_{16} = (-00E2)_{16}$$