شماره دانشجویی: ۴۰۳۱۰۵۸۷۹۳

آرمین نقال اصل

تمرین دوم مدارهای منطقی :

(۱) می دانیم $x\oplus y = \bar{x}y + x\bar{y}$

a. $A\bar{B} \oplus BC$

$\rightarrow = \overline{A\bar{B}}\cdot BC + A\bar{B}\cdot\overline{BC}$

$\rightarrow = (\bar{A}+B)\cdot BC + A\bar{B}\cdot(\bar{B}+\bar{C}) = \bar{A}BC + BC + A\bar{B} + A\bar{B}\bar{C}$

$= (\underbrace{\bar{A}+1}_{1})\cdot BC + A\bar{B}(\underbrace{1+\bar{C}}_{1}) = \boxed{BC + A\bar{B}}$

$\boxed{A\bar{B}+BC}$

b. $\overline{\underbrace{\overline{(A\bar{B}+ABC)}}_{\overline{A\cdot(\bar{B}+BC)}} + A\underbrace{(B+A\bar{B})}_{AB+A\bar{B}}}$

ساده سازی می کنیم

$= [(\overline{A\cdot(\bar{B}+BC)}) + A\cdot\cancel{(B+\bar{B})}]' =$

$[(A\cdot(\cancel{(\bar{B}+B)}\cdot(\bar{B}+C)))' + A]' = [(A\bar{B}+AC)' + A]' =$

$[(A\bar{B}+AC)\cdot\bar{A}] = [A\bar{B}\bar{A} + AC\bar{A}] = 0+0 = \boxed{0}$

(۲)

الف) $g(x,y) = \bar{x}+\bar{y}$

می دانیم هریک از توابع AND و OR به همراه NOT یک مجموعه منطقی کامل را تشکیل می دهند

پس اگر بتوانیم با استفاده از توابع داده شده به این توابع برسیم کامل بودن آن تابع را اثبات کرده ایم.

$g(x,x) = \bar{x}+\bar{x} = \bar{x}$ NOT ✓

حال که NOT را داریم: $g(g(x,x), g(y,y)) = \bar{\bar{x}} + \bar{\bar{y}} = x+y$ OR ✓

پس g به عنوان یک مجموعه منطقی کامل عمل می کند. ✓ این تابع همان تابع NAND است.

maxnote

CamScanner

ب) $f(x,y,z) = \bar{x}\cdot(\bar{y}+\bar{z})$

$f(x,x,x) = \bar{x}\cdot(\bar{x}+\bar{x}) = \bar{x}\cdot\bar{x} = \bar{x}$ NOT ✓

$f(f(x,x,x), f(y,y,y), f(y,y,y)) = \bar{\bar{x}}\cdot(\bar{\bar{y}}+\bar{\bar{y}})$

$= x\cdot(y+y) = x\cdot y$ AND ✓

پس تابع f به عنوان یک مجموعه منطقی کامل عمل می‌کند. ✓

۳) الف) خروجی را برحسب عبارت جبری می‌نویسیم $\rightarrow = \{(A+B)' \oplus C'\}' \oplus (B\cdot C)$

$= \{((A+B)')'\cdot C' + (A+B)'\cdot(C')'\}' \oplus BC =$

$\{(A+B)\cdot C' + \underbrace{(A+B)'}_{A'B'}\cdot C\}' \oplus BC = \{AC' + BC' + A'B'C\}' \oplus BC$

$= (AC' + BC' + A'B'C)\cdot BC + (A'+C)\cdot(B'+C)\cdot(A+B+C')\cdot(B'+C')$

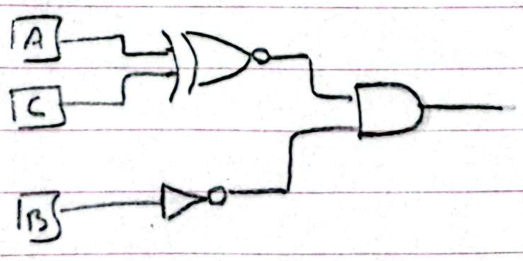
$= \underbrace{\cancel{AC'\cdot BC}}_{0} + \underbrace{\cancel{BC'\cdot BC}}_{0} + \underbrace{\cancel{A'B'C\cdot BC}}_{0} + \{C+(A'\cdot B')\}\cdot\{C'+(B'\cdot(A+B))\}$

$= \{C+(A'B')\}\cdot\{C'+AB'\} = \underbrace{\cancel{CC'}}_{0} + AB'C + A'B'C' + \underbrace{\cancel{A'B'\cdot AB'}}_{0}$

$\boxed{= AB'C + A'B'C'}$ عبارت ساده شده

ب) عبارت ساده شده بالا را می‌توان با سه گیت به صورت زیر پیاده سازی کرد

XNOR, NOT, AND



ج) با NOT کردن یکی از ورودی های XOR ارزش آن کاملاً برعکس می شود

یعنی : $x' \oplus y = (x \oplus y)'$

در نتیجه با تبدیل شدن XNOR به XOR یکی از ورودی های XOR اولیه در مدار نقیض می شود و یعنی $\boxed{\text{خروجی مدار کاملاً نقیض می شود}}$ و داریم :

خروجی جدید $= \{AB'C + A'B'C'\}' = (A'+B+C')\cdot(A+B+C)$

(۴)

* $NAND \longrightarrow f(x,y) = (x\cdot y)'$

$\longrightarrow f(x, f(y,z)) = f(x, (y\cdot z)') = (x\cdot(y\cdot z)')'$

$= (\underbrace{x\cdot(y'+z')}_{= x\cdot y' + x\cdot z'})' = (x'+y)\cdot(x'+z) = x' + (y\cdot z)$

$\longrightarrow f(f(x,y),z) = f((x\cdot y)', z) = ((x\cdot y)'\cdot z)' = (x\cdot y) + z'$

دو عبارت اول برابر نیستند پس NAND شرکت پذیر نیست. ✗

* $NOR \longrightarrow f(x,y) = (x+y)'$

$\longrightarrow f(x, f(y,z)) = f(x, (y+z)') = (x+(y+z)')' = x'\cdot(y+z)$

$\longrightarrow f(f(x,y),z) = f((x+y)', z) = ((x+y)'+z)' = (x+y)\cdot z'$

دو عبارت بالا برابر نیستند پس NOR شرکت پذیر نیست. ✗

* $XOR \rightarrow f(x,y) = x \oplus y = x'y + xy'$ XOR یک تابع فرد است

$\longrightarrow f(x, f(y,z)) = f(x, y\oplus z) = f(x, y'z + yz') = x'(y'z+yz') +$
$x\underbrace{(y'z+yz')'}_{\substack{(y+z')\cdot(y'+z) \\ yz + y'z'}} = x'y'z + x'yz' + xyz + xy'z'$

maxnote

CS CamScanner

$$\rightarrow f(f(x,y),z) = f(x'y+xy', z) = \overbrace{(x'y+xy')'}^{xy+x'y'}\cdot z + (x'y+xy')\cdot z' =$$
$$xyz + x'y'z + x'yz' + xy'z'$$

حاصل دو عبارت بالا برابر شد پس باید خود $f(x,y,z)$ را بررسی کنیم. اگر تعداد ۱ ها فرد باشد حاصل $x\oplus y\oplus z$ نیز یک خواهد بود پس طبق تعریف داریم:

تعریف $\rightarrow f(x,y,z) = xyz + x'y'z + x'yz' + xy'z'$ ✓

پس XOR یک تابع شرکت پذیر است. ✓

$*$ XNOR $\rightarrow f(x,y) = (x\oplus y)' = xy + x'y'$ تابع زوج

$$\rightarrow f(x, f(y,z)) = f(x, yz+y'z') = x(yz+y'z') + x'\underbrace{(yz+y'z')'}_{y'z+yz'}$$
$$= xyz + xy'z' + x'y'z + x'yz'$$

$$\rightarrow f(f(x,y),z) = f(xy+x'y', z) = (xy+x'y')\cdot z + (x'y+xy')\cdot z'$$
$$= xyz + x'y'z + x'yz' + xy'z'$$

طبق تعریف زوج بودن XNOR داریم:

$$f(x,y,z) = x'y'z' + x'yz + xy'z + xyz'$$

که با دو عبارت بالا برابر نیست. پس XNOR شرکت پذیر نیست. ✗

۵)

a. $\bar{A}C + AB + \bar{B}\bar{C} \overset{?}{=} \bar{A}\bar{B} + BC + A\bar{C}$

عبارت سمت چپ $= \bar{A}C(B+\bar{B}) + AB(C+\bar{C}) + (A+\bar{A})\bar{B}\bar{C} =$

$$\bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}C + ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

به همین ترتیب $\rightarrow \bar{A}\bar{B}(C+\bar{C}) + (A+\bar{A})BC + A(B+\bar{B})\bar{C}$

$$= \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC + \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$$

همواره با یکدیگر برابر هستند ✓

b. $(B+\bar{A}C+A\bar{B}) \overset{?}{=} A+B+C$

$$B+\bar{A}C+A\bar{B} = B+\bar{A}C(B+\bar{B})+A\bar{B}(C+\bar{C}) =$$

$$\underbrace{B+\bar{A}BC}_{B(1+\cancel{\bar{A}C})}+\underbrace{\bar{A}\bar{B}C+A\bar{B}C}_{(\cancel{A+\bar{A}})\bar{B}C}+A\bar{B}\bar{C} = B+\bar{B}(\underbrace{C+A\bar{C}}_{(C+A).(\cancel{C+\bar{C}})}) = B+\bar{B}(C+A)$$

$$= B+\bar{B}C+A\bar{B} = \cancel{(B+\bar{B})}(B+C)+A\bar{B} = B+C+A\bar{B}$$

$$= C+(B+A)\cancel{(B+\bar{B})} = A+B+C \checkmark$$

همواره برابر

(4)

الف) $\{\cancel{(A\oplus B)\oplus\overline{(A\oplus B)}}\}\oplus(A\oplus B)$

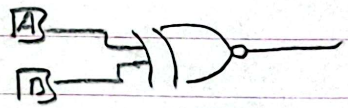
داریم

$$\begin{cases} x\oplus\bar{x}=\bar{x}.\bar{x}+x.x=x+\bar{x}=1 \\ 1\oplus x=\bar{x} \end{cases}$$

پس عبارت بالا بدین صورت ساده می شود

$$=1\oplus(A\oplus B)=\overline{A\oplus B}$$

ب)



XNOR

$$\begin{cases} x \oplus x = 0 \\ 0 \oplus x = x \end{cases}$$

ج) $\xrightarrow{\text{شرکت پذیری}}$ $= \{(A \oplus B) \oplus (A + B)\} \oplus (A \oplus B)$ $\xrightarrow{\text{جابجایی با OR}}$

$= \{\underbrace{\cancel{(A \oplus B) \oplus (A \oplus B)}}_{0}\} \oplus (A + B) = (A + B)$ OR

ساده شده آن همان OR می شود.

$\xrightarrow{\text{جابجایی با AND}}$ $= \{(A \oplus B) \oplus (A \cdot B)\} \oplus (A \oplus B)$

$= 0 \oplus (A \cdot B) = A \cdot B$

تابع به AND تبدیل می شود. ✓

د)

CamScanner