Graph Exercises 5 - Bellman

Gilles
gilles.richard@irit.fr

1 Introduction

On travaille sur le dernier chapitre (chapitre 4). On s'interesse ici aux diverses formes de l'algorithme de Bellman.

2 Exercice

On considere le graphe oriente pondere G suivant:

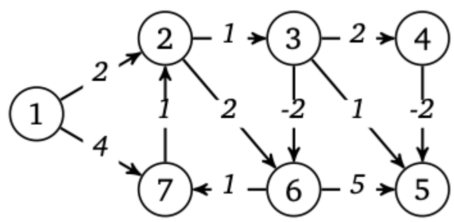

Figure 1: G oriente pondere

1. Pour un graphe $G = (X, U)$, un chemin de x a y est une suite de sommets $(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ telle que $x = x_1, y = x_p$, $\forall i \in [1, p-1], (x_i, x_{i+1}) \in U$.
   Rappeler la definition d'un chemin simple de x a y.
2. Rappeler la definition d'un chemin elementaire.
3. Un chemin simple est il necessairement elementaire? Un chemin elementaire est il necessairement simple?
4. G est il connexe (quand on le considere comme non oriente)?
5. En tant que graphe oriente, G est-il fortement connexe?
6. Un graphe oriente transitif est il necessairement fortement connexe ?
7. Un graphe oriente fortement connexe est il necessairement transitif?
8. Construire le graphe reduit associe a G.
9. Peut on faire un tri topologique du graphe G? Si oui, faire ce tri.
10. Peut on faire un tri topologique du graphe reduit? Si oui, faire ce tri.
11. Appliquer l'algorithme de Bellman pour chercher les plus courts chemins en partant du sommet 1.
12. Idem mais en partant du sommet 7.
13. Peut-on appliquer Bellman sans circuit a G?
14. Considerons un graphe oriente pondere **sans circuit de poids negatif** (comme G). On suppose qu'il existe un chemin de x vers y, 2 sommets distincts. Montrer qu'il existe necessairement un plus court chemin de x vers y qui soit elementaire.