سوال ۱

الف)

سفید : ۳
سیاه : ۴

$$\frac{\binom{3}{1}\binom{4}{0}}{\binom{7}{1}} = \frac{\frac{3!}{?}}{\frac{7!}{?}} = \frac{3}{7}$$: احتمال سفید بودن اولی ①

۷ مهره در جعبه ①

سپس یک مهره دیگه
احتمال سفید بودن؟

$$\frac{\binom{4}{1}}{\binom{7}{1}} = \frac{\frac{4!}{3!}}{\frac{7!}{6!}} = \frac{4}{7}$$: احتمال سیاه بودن اولی ②

① حالا مهره سفید را برمی‌داریم:

$$\frac{3}{7} \times \frac{\binom{2}{1}\binom{4}{0}}{\binom{6}{1}} = \frac{3}{7} \times \frac{2}{6}$$

② حالا مهره سیاه را برمی‌داریم :

$$\frac{4}{7} \times \frac{\binom{3}{1}\binom{3}{0}}{\binom{6}{1}} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6}$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{42}(6 + 12) = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$$

ب)

سفید ۷
سیاه ۸

مهره برمی‌داریم
یک مهره دیگر
احتمال سفید بودن

$$\frac{\binom{7}{1}}{\binom{15}{1}} = \frac{7}{15}$$

A ← ۵ سفید و ۵ قرمز

B ← ۵ سفید و ۲ قرمز

امهره از A به B

یک جعبه‌ای به تصادف انتخاب و دو مهره به تصادفی خارج

احتمال اینکه هردو سفید باشند؟

① چون تعداد مهره‌های سفید و قرمز در جعبه A برابرات احتمال $\frac{1}{2}$ از هرکدام انتخاب می‌شود $\textcircled{a}$ و $\textcircled{b}$:

$$A = \text{۵ سفید ۵ قرمز}$$
$$B = \text{۵ سفید ۲ قرمز}$$

$$P = \frac{1}{2}$$

با احتمال $\frac{1}{2}$ جعبه A انتخاب می‌شود :

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\binom{5}{2}\binom{5}{0}}{\binom{9}{2}} = \frac{1}{4} \times \frac{\frac{4 \times 2}{42 \times 21}}{\frac{9 \times 9 \times 8}{42 \times 42}} = \frac{2}{18} \times \frac{1}{4}$$

با احتمال $\frac{1}{2}$ جعبه B انتخاب می‌شود :

② $$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{2}\binom{2}{0}}{\binom{8}{2}} = \frac{1}{4} \times \frac{\frac{4 \times 5}{21 \times 21}}{\frac{8 \times 8 \times 7}{21 \times 42}} = \frac{5}{28} \times \frac{1}{4}$$

$$P = \frac{1}{2} \qquad A = \text{۵ سفید ۴ قرمز}$$
$$B = \text{۵ سفید ۲ قرمز}$$

$$A : \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\binom{5}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{5 \times 4}{9 \times 8} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{18} \times \frac{1}{4}$$

$$B : \frac{1}{4} \times \frac{\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{1}{4} \times \frac{5 \times 4}{8 \times 7} = \frac{1}{4} \times \frac{10}{28}$$

جواب : $\frac{1}{4}\left(\frac{2}{18} + \frac{15}{28} + \frac{5}{18} + \frac{10}{28}\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{8}{18} + \frac{25}{28}\right) \approx 0/32$
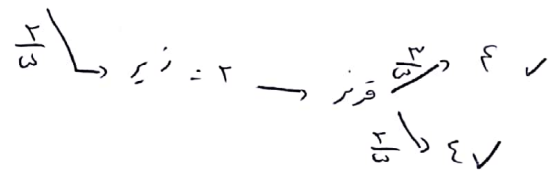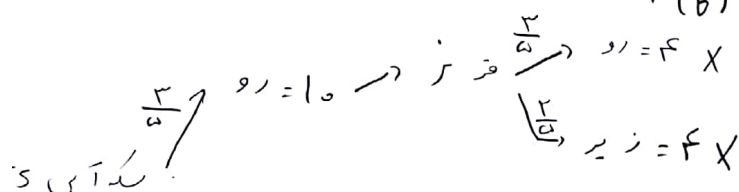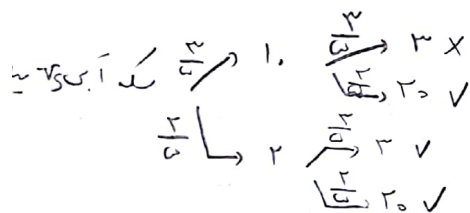
٣ جعبه

۱ ← ۲ سکه طلا

۲ ← ۱ طلا و ۱ نقره

۳ ← ۲ نقره

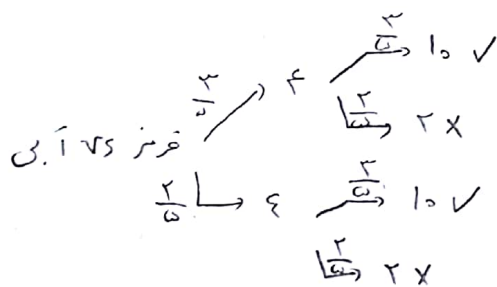یک جعبه را انتخاب و یک سکه از درون آن انتخاب، اگر آن سکه طلا باشد احتمال اینکه سکه دیگر آن جعبه نیز طلا با

$$P(\ \text{طلا بودن دومی}\ |\ \text{طلا بودن اولی}\ ) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} = \dfrac{\frac{1}{\tau}+\frac{1}{\tau}\times 0 + \frac{1}{\tau}\times 0}{\frac{1}{\tau}+\frac{1}{\tau}\times\frac{1}{\tau}+\frac{1}{\tau}\times 0} = \dfrac{\frac{\tau}{\tau}}{\frac{\tau}{\tau}+\frac{1}{\tau}} = \dfrac{\tau}{\tau}$$

$X = \tau$ و قرمز در = رو

$X = F$ زیر

۴

سکه آبی

۱۰ ← دو

زیر ← ۲

سکه قرمز

دو ← ۶

زیر ← ۴

نکه سیاه

دو ← ۳

زیر ← ۲۵

ب احتمال $\frac{\tau}{\delta}$ سکه آبی قرمز برای برد

۳ X

۲ ۷

۳ ۷

۲۵ ۷

ا احتمال $\frac{1}{15}$ = $\frac{\tau}{\delta}\times\frac{\tau}{\delta}$ سکه آبی (سیاه برای برد)

۱۰ ۷

۲ X

۱۰ ۷

۲ X

ب احتمال $\frac{\tau}{\delta}\times\frac{\tau}{\delta}+\frac{\tau}{\delta}\times\frac{\tau}{\delta}$ قرمز آبی (آبی)

۳ X

۲۰ ۷

۳ X

۲۵ ۷

ب احتمال $\frac{\tau}{\delta}=\frac{\tau}{\delta}\times\frac{\tau}{\delta}+\frac{\tau}{\delta}\times\frac{\tau}{\delta}$ قرمز سیاه (آبی)

۱ ۷

۲ X

۲۵ ۷

ب احتمال آبی رای برد: $\frac{\tau}{\delta}\times\frac{\tau}{\delta}+\frac{\tau}{\delta}\times\frac{\tau}{\delta} = \frac{1F}{\tau\delta}$ = ۰ شود ۷ VS آ

سیاه VS قرمز

۳ ← ۴ ۷

۴ ۷

۲۰ ← ۴ X

۴ X

ج احتمال $\frac{F}{\delta}$ سیاه قرمز برای برد.

ادامه در صفحه بعر

اداسه ع م:
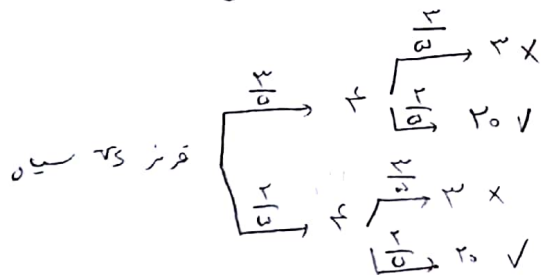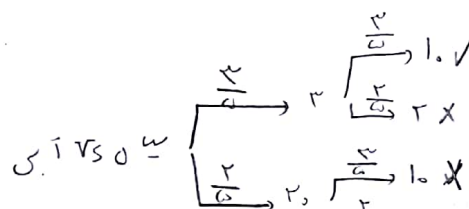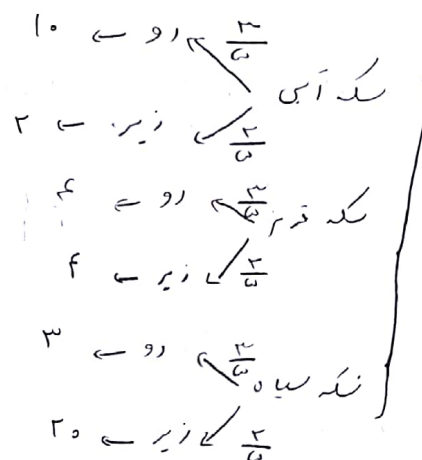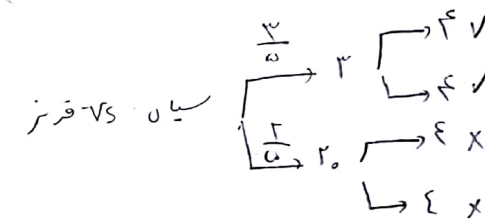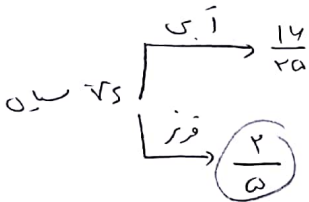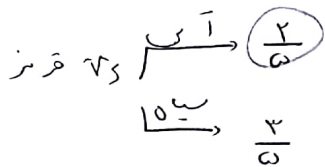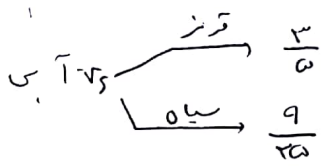
دو نفر می توان به سوال پاسخ دهند، اینکه شخص دوم برنده است

را به صورت رندم انتخاب کند یا با دانستن احتمال ها و آگاهانه

انتخاب کند اگر آگاهانه انتخاب کند

چون می دانیم شخص دوم هوشمند انتخاب می کند در نتیجه بابد

سکه ای توسط نفر اول برداشته شود که کمترین احتمال با فت

را داشته باشد.

$\frac{3}{5}$ ────── قرمز

$\frac{9}{25}$ ────── سیاه ⟶ کی آبی

$\left(\frac{2}{5}\right)$ ────── آبی کی ⟶ قرمز

$\frac{3}{5}$ ────── سیاه

$\frac{14}{25}$ ────── آبی کی ⟶ سبز

$\left(\frac{2}{5}\right)$ ────── قرمز کی ⟶ سیاه

نفر اول سکه قرمز پاسیون را برمی دارد و احتمال برنده شدنش $\frac{2}{5}$ است.

احتمال برنده شدن نفر دوم $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

$P(spam) = \dfrac{7}{10}$ 　　　　　$P(Not\ spam) = \dfrac{3}{10}$

$P(x|spam) = \dfrac{N(x,spam)}{N(spam)} = \dfrac{4}{7}$ 　　　$P(x'|spam) = \dfrac{1}{7}$

$P(x|spam') = \dfrac{N(x,spam')}{N(spam')} = \dfrac{1}{3}$ 　　　$P(x'|spam') = \dfrac{2}{3}$

$P(spam\,|\,x) = ?$ 　　　$P(spam'\,|\,x) = ?$

$$P(spam|x) = \frac{P(spam) \times P(x|spam)}{P(x)} = \frac{\frac{7}{10} \times \frac{4}{7}}{P(x)} = \frac{1}{P(x)} \times \frac{4}{10}$$

$$P(spam'|x) = \frac{P(spam') \times P(x|spam')}{P(x)} = \frac{\frac{3}{10} \times \frac{1}{3}}{P(x)} = \frac{1}{P(x)} \times \frac{1}{10}$$

$$P(spam|x) + P(spam'|x) = 1 \Rightarrow \frac{7}{10} \times \frac{1}{P(x)} = 1 \Rightarrow P(x) = \frac{7}{10}, \quad P(x') = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(spam|x) = \dfrac{4}{7} \\[2mm] P(spam'|x) = \dfrac{1}{7} \end{cases}$$

$$P(spam|x') = \frac{P(spam) \times P(x'|spam)}{P(x')} = \frac{\frac{7}{10} \times \frac{1}{7}}{P(x')} = \frac{1}{P(x')} \times \frac{1}{10}$$

$$P(spam'|x') = \frac{P(spam') \times P(x'|spam')}{P(x')} = \frac{\frac{3}{10} \times \frac{2}{3}}{P(x')} = \frac{2}{10} \times \frac{1}{P(x')}$$

$P(x') = \dfrac{3}{10}$ 　$\Rightarrow P(spam|x') = \dfrac{1}{10} \times \dfrac{1}{\frac{3}{10}} = \dfrac{1}{3}$

$11 \rightarrow \dfrac{4}{7}$

$12 \rightarrow \dfrac{4}{7}$

$13 \rightarrow \dfrac{1}{3}$

$14 \rightarrow \dfrac{1}{3}$

$15 \rightarrow \dfrac{4}{7}$

۲) با داشتن مقادیر $P(spam|x,Y')$, $P(spam|x',Y)$, $P(spam|x,Y)$ مقادیر زیر را بدست آرید:

$$P(spam|x,Y') = \frac{P(spam) \times P(x,Y'|spam)}{P(x,Y')} = \frac{1}{P(x,Y')} \times \frac{V}{10} \times P(x|spam) \times P(Y'|spam)$$

$$= \frac{1}{P(x,Y')} \times \frac{V}{10} \times \frac{P(x \cap spam)}{P(spam)} \times \frac{P(Y' \cap spam)}{P(spam)} = \frac{1}{P(x,Y')} \times \frac{Y}{10} \times \frac{Y}{Y} \times \frac{\emptyset}{V} = \frac{Y}{P(x,Y') \times V}$$

$$P(spam'|x,Y') = \frac{1}{P(x,Y')} \times \frac{Y}{10} \times \frac{P(x \cap spam')}{P(spam')} \times \frac{P(Y' \cap spam')}{P(spam')}$$

$$= \frac{1}{P(x,Y')} \times \frac{Y}{10} \times \frac{1}{Y} \times \frac{1}{Y} = \frac{1}{P(x,Y')} \times \frac{1}{Y0}$$

$$P(spam|x,Y') \times P(spam'|x,Y') = \frac{1}{P(x,Y')} \left(\frac{Y}{V} + \frac{1}{Y0} \right) = 1 \Rightarrow P(x,Y') = \frac{90}{Y10} + \frac{V}{Y10}$$

$$= \frac{9V}{Y10}$$

$$P(spam|x,Y') = \frac{Y10}{9V} \times \frac{Y}{Y} = \frac{90}{9V}$$

ادامه س ب

$$P(spam | x', Y) = \frac{P(spam) \times P(x', Y | spam)}{P(x', Y)} = \frac{1}{P(x', Y)} \times \frac{V}{10} \times P(x' | spam) \times P(Y | spam)$$

$$= \frac{1}{P(x', Y)} \times \frac{V}{10} \times \frac{1}{V} \times \frac{r}{V} = \frac{1}{P(x', Y)} \times \frac{1}{r6}$$

$$P(spam' | x', Y) = \frac{1}{P(x', Y)} \times \frac{r}{10} \times P(x' | spam') \times P(Y | spam') = \frac{1}{P(x', Y)} \times \frac{r}{10} \times \frac{r}{V} \times \frac{r}{V}$$

$$= \frac{1}{P(x', Y)} \times \frac{r}{10}$$

$$P(spam | x', Y) + P(spam' | x', Y) = 1 \Rightarrow \frac{1}{P(x', Y)} \left(\frac{1}{r6} + \frac{r}{10} \right) = 1 \Rightarrow \frac{1}{P(x', Y)} = \frac{1.6}{1V}$$

$$P(spam | x', Y) = \frac{1.6}{1V} \times \frac{1}{r6} = \frac{r}{1V}$$

$$P(spam | x, Y) = \frac{P(spam) \times P(x, Y | spam)}{P(x, Y)} = \frac{1}{P(x, Y)} \times \frac{V}{10} \times P(x | spam) \times P(Y | spam)$$

$$= \frac{1}{P(x, Y)} \times \frac{V}{10} \times \frac{4}{V} \times \frac{r}{V} = \frac{1}{P(x, Y)} \times \frac{4}{r6}$$

$$P(spam' | x, Y) = \frac{P(spam') \times P(x, Y | spam')}{P(x, Y)} = \frac{1}{P(x, Y)} \times \frac{r}{10} \times P(x | spam') \times P(Y | spam')$$

$$= \frac{1}{P(x, Y)} \times \frac{r}{10} \times \frac{1}{r} \times \frac{r}{r} = \frac{1}{P(x, Y)} \times \frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{P(x, Y)} \left(\frac{41}{r66} + \frac{V}{166} \right) = \frac{1}{P(x, Y)} \times \frac{r6}{166} = 1 \Rightarrow P(x, Y) = \frac{6}{r1}$$

$$P(spam | x, Y) = \frac{r1}{6} \times \frac{4}{r6} =$$

داده رست

$11 \rightarrow \dfrac{90}{97}$

$17 \rightarrow \dfrac{90}{97}$

$17 \longrightarrow \dfrac{٣}{17}$

$1٤ \rightarrow \dfrac{٣}{17}$

$10 \rightarrow \dfrac{٢١}{٥} \times \dfrac{٤}{٣٨} = \dfrac{١٣٤}{١٧٥}$

— — — — — — — — — — — —

(چ

١١) $P(\,spam \mid the,\ c—9\ f--9\ i-'9d-',t--')$

$= \dfrac{1}{P(x)} \times P(spam) \times P(the \mid spam)\ P(c—15-)\ P(m--15--)\ P(f--15---)$

$\times P(-i-'1spam) \times P(de—'1spam) \times P(t'15) = \dfrac{1}{P(x)} \times [0/0٨٥]$

$P(spam'1t9\ c9m9f9i'9d',t') = \dfrac{1}{P(x)} \times P(s') \times P(t \mid s')\ P(c \mid s')$

$P(m \mid s')\ P(f \mid s')\ P(i' \mid s')\ P(d' \mid s')\ P(t' \mid s') = \dfrac{1}{P(x)} \times [0/00٨]$

پس احتمال spam بودن بیشتر است.

١٢)   چون شکل پیدا اداست داد که اینجا دقیق‌تر خلاصه می‌نویسم

$P(s \mid the9\ c'9\ m9f9i9\ d'9t) = \dfrac{1}{P(x)}\,(0/0٣٥)$

$P(s' \mid the9c'9\ m9f9i'9d'9t) = \dfrac{1}{P(x)} \times (0/000٨)$

پس احتمال spam بودن بیشتر است.

با احترام

١٣)

$P(s \mid the, c', m', f', i, d, t) = \dfrac{1}{P(u)} (0/0.0 \text{۲۱٤})$

$P(s' \mid the, c', m', f', i, d, t) = \dfrac{1}{P(u)} \times (0/0 \text{۱۲۱})$

پس احتمال not spam بیشتر است.

١٤) $P(s \mid the, c, m', f', i', d, t) = \dfrac{1}{P(u)} \times (0/00 \text{۱۷۲})$

$P(s' \mid the, c, m', f, i', d, t) = \dfrac{1}{P(u)} \times (0/0 \text{۱۲۱})$

پس احتمال hot spam درو بیشتر است.

١۵) $P(s \mid the, c', m', f, i, d, t) = \dfrac{1}{P(u)} (0/00 \text{۱۲۸})$

$P(s' \mid the, c', m', f, i, d, t) = \dfrac{1}{P(u)} (0/0 \text{۱۹۷})$

پس احتمال not spam درو بیشتر است.

د)

Data	{free}	{free, description}	complete set	Real Label
١١	١	١	١	١
١۲	١	١	١	١
١۳	٠	٠	٠	٠
١٤	٠	٠	٠	٠
١۵	١	١	٠	٠

یک زیر مجموعه مناسب از ویژگی ها با حذف یا اضافه کردن ویژگی ها اندازه گیری و تعیین اجزای آن.

با در نظر گرفتن احتمال آنها مشاهده می شود که کلمات free و money مهم ترند.

$P(A) \times P(B|A) \times P(C|A,B) = P(A) \times \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} \times \dfrac{P(C \cap A \cap B)}{P(B \cap A)} = P(A \cap B \cap C)$

$P(R_1 | I_1, D_0, Gr) = \dfrac{P(R_1, I_1, D_0, Gr)}{P(I_1, D_0, Gr)} = \dfrac{P(D_0) \times P(I_1) \times P(Gr | I_1, D_0) \times P(R_1 | Gr)}{P(I_1) \times P(D_0) \times P(Gr | D_0, I_1)}$

$= \dfrac{0/4 \times 0/3 \times 0/9 \times 0/01}{0/3 \times 0/4 \times 0/9} = 0/01$

$P(R_2 | I_1, D_0, Gr) = \dfrac{P(R_2, I_1, D_0, Gr)}{P(I_1, D_0, Gr)} = \dfrac{P(D_0) \times P(I_1) \times P(Gr | I_1, D_0) \times P(R_2 | Gr)}{P(I_1) \times P(D_0) \times P(Gr | D_0, I_1)}$

$= \dfrac{0/4 \times 0/3 \times 0/9 \times 0/19}{0/3 \times 0/4 \times 0/9} = 0/19$

$P(R_3 | I_1, D_0, Gr) = \dfrac{P(R_3, I_1, D_0, Gr)}{P(I_1, D_0, Gr)} = \dfrac{P(D_0) \times P(I_1) \times P(Gr | I_1, D_0) \times P(R_3 | Gr)}{P(I_1) \times P(D_0) \times P(Gr | D_0, I_1)}$

$= \dfrac{0/4 \times 0/3 \times 0/9 \times 0/8}{0/4 \times 0/3 \times 0/9} = 0/8$