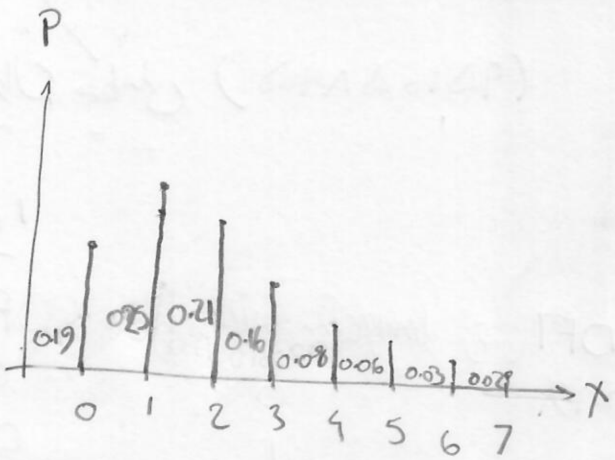
آرمان مطلبی (۹۵۱۰۵۸۹۵)

سوال ۱

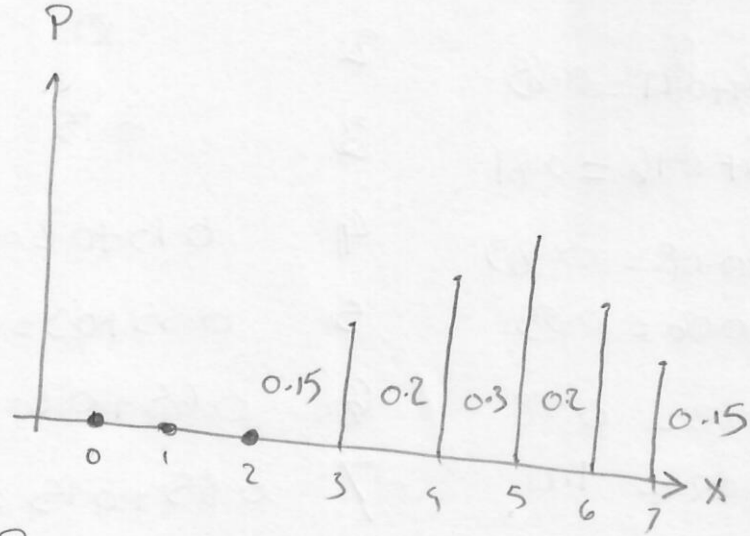
Image 1 intensity	CDF1	Image 2 intensity	CDF2(V)
0	0.19	0	0
1	0.19+0.25= 0.44	1	0
2	0.44+0.21 = 0.65	2	0
3	0.65+ 0.16 = 0.81	3	0.15
4	0.81+0.08 = 0.89	4	0.15+0.2=0.35
5	0.89+0.06 = 0.95	5	0.35+0.3=0.65
6	0.95+0.03= 0.98	6	0.65+0.2=0.85
7	0.98+0.02 = 1.0	7	0.85+0.15 = 1

در جدول زیر که از جدول بالا حاصل می‌شود، خروجی به ازای هر مقدار ورودی می‌آید.

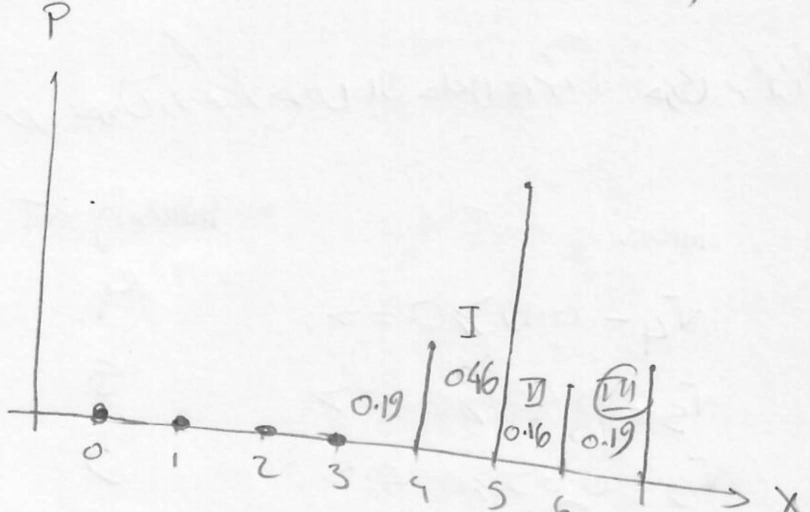
Intensity In		Intensity out
0	$V_4 - 0.19 \geq 0 \Rightarrow$	4
1	$V_5 - 0.44 \geq 0 \Rightarrow$	5
2	$V_5 - 0.65 \geq 0 \Rightarrow$	5
3	$V_6 - 0.81 \geq 0 \Rightarrow$	6
4	$V_7 - 0.89 \geq 0 \Rightarrow$	7
5	$V_7 - 0.95 \geq 0 \Rightarrow$	7
6	$V_7 - 0.98 \geq 0 \Rightarrow$	7
7	$V_7 - 1 \geq 0 \Rightarrow$	7



PDF ورودی :



PDF رفرنس :



PDF خروجی :

که مقادیر I و II و III از جمع احتمال های ورودی که منجر به آن خروجی خاص می شوند بدست آمده اند.

یعنی :

I : $0.46 = 0.25 + 0.21 = P(1) + P(2)$

II : $0.16 = 0.16 = P(3)$

III : $0.19 = 0.08 + 0.06 + 0.03 + 0.02 = P(4) + P(5) + P(6) + P(7)$

سوال 2

(a) $O[0][0] = \frac{1}{2}\times 1 + \frac{1}{8}\times 1 + \frac{1}{8}\times 1 + 8\times 0 = \frac{3}{4}$

$O[0][1] = \frac{1}{8}\times 1 + \frac{1}{2}\times 1 + \frac{1}{8}\times 1 + \frac{1}{8}\times 8 = \frac{7}{4}$

$O[0][2] = \frac{1}{8}\times 1 + \frac{1}{2}\times 1 + 0\times 8 + \frac{1}{8}\times 1 = \frac{3}{4}$

$O[1][0] = \frac{1}{8}\times 1 + 0\times 1 + \frac{1}{2}\times 1 + \frac{1}{8}\times 8 + \frac{1}{8}\times 1 + 0\times 1 = \frac{7}{4}$

$O[1][1] = 0\times 1 + \frac{1}{8}\times 1 + 0\times 1 + 1\times\frac{1}{8} + \frac{1}{2}\times 8 + \frac{1}{8}\times 1 + 1\times 0 + \frac{1}{8}\times 1 + 0\times 1 = \frac{9}{2}$

$O[1][2] = 1\times 0 + \frac{1}{8}\times 1 + 8\times\frac{1}{8} + \frac{1}{2}\times 1 + 1\times 0 + \frac{1}{8}\times 1 = \frac{7}{4}$.

$O[2][0] = \frac{3}{4}$

$O[2][1] = \frac{7}{4}$

$O[2][2] = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow \text{output} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{7}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{7}{4} & \frac{18}{4} & \frac{7}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{7}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$

---

b) $I_{\text{Padded}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 8 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{output} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

سوال 3

در مقادیر، به طور معمول فرکانس ها بالا اندازه ها کمتری نسبت به فرکانس ها پایین تر دارند. به همین دلیل با انجام root filtering که اندازه را به توان عددی کوچکتر از 1 می کند، اندازه ها بزرگ بیشتر از اندازه ها کوچک کاهش می یابند در نتیجه این فیلتر، فرکانس ها بالاتر را بهبود می بخشد.

اگر به شکل ها موجود در اسلاید یا کتاب نیز نگاه کنید، متوجه می شوید که در حالت تندروانه (extreme) این فیلتر که در آن $\alpha = 0$ است، در شکل حاصل تقریبا تنها قسمت ها با فرکانس بالاتر (لبه ها) مشاهده می شود.

سوال 4

می دانیم که wiener filter به صورت زیر است:

$$G(z) = \frac{H(z)^{*} S_{uu}(z)}{S_{vv}} \qquad \mathrm{I}$$

همچنین می دانیم:

$$\hat{u} = g * v \Rightarrow E[\hat{u}(n)\hat{u}(n-m)] = R_{\hat{u}\hat{u}}(m) =$$

$$E[(g(n) * v(n))(g(n-m) * v(n-m))] = E\left[\sum_k \sum_l g(k)v(n-k)g(l)v(n-m-l)\right]$$

$$= \sum_k \sum_l g(k)g(l)\, E[v(n-k)v(n-m-l)] = \sum_k \sum_l g(k)g(l) R_{vv}(m+l-k)$$

$$= \sum_l g(l) \sum_k g(k) R_{vv}(m+l-k) = \sum_l g(l) \Big(\underbrace{g(m+l) * R_{vv}(m+l)}_{T(m+l)}\Big) =$$

$$\sum_l g(l) T(m+l) = -g(-m) * T(m) = -g(-m) * g(m) * R_{vv}(m) \rightarrow$$

$$R_{\hat{\upsilon}\hat{\upsilon}}(m) = g(-m) * g(m) * R_{vv}(m)$$ پس داریم :

$$\Rightarrow S_{\hat{\upsilon}\hat{\upsilon}}(z) = G^{*}(z)\, G(z)\, S_{vv}(z) =$$

$$\boxed{|G(z)|^2 S_{vv}(z)}$$

پس از رابطه I داریم :

$$S_{\hat{\upsilon}\hat{\upsilon}} = \frac{|H(z)|^2 |S_{\upsilon\upsilon}|^2}{\cancel{S_{vv}}\, S_{vv}^{*}} \cancel{S_{vv}} = \frac{|H(z)|^2 S_{\upsilon\upsilon}^{*}}{S_{\upsilon\upsilon}^{*}|H(z)|^2 + S_{\eta\eta}^{*}} S_{\upsilon\upsilon}$$

همانطور که مشاهده می کنید :

$$\boxed{S_{\upsilon\upsilon} \neq S_{\hat{\upsilon}\hat{\upsilon}}}$$

ط) حال اگر از فیلتر میانگین هندسی استفاده کنیم :

$$S_{\hat{\upsilon}\hat{\upsilon}} = |G^{1/2}(z)|^2 S_{vv}(z) =$$ از قبل داریم :

$$\frac{S_{\upsilon\upsilon}}{\cancel{S_{vv}}} |HH^{-}| \cancel{S_{vv}} = S_{\upsilon\upsilon}|HH^{-}|$$

$$h(n) * \bar{h}(n) = \delta(n) \Rightarrow |H(z)\bar{H}(z)| = 1 \Rightarrow$$

$$\boxed{S_{\hat{\upsilon}\hat{\upsilon}} = S_{\upsilon\upsilon}}$$