

بسمه تعالی



دانشکده مهندسی کامپیوتر

پروژه:

تقریب سمبولیک تابع

به کمک برنامه نویسی ژنتیک

ارائه دهنده: آراین عبدالهی ثابت نژاد

شماره دانشجویی: ۹۹۵۲۱۴۴۲

مدرس: دکتر آرش عبدی

پاییز ۱۴۰۱

تابع تولید جمعیت اولیه میتواند دو پارامتر ورودی داشته باشد. اولی برای تعداد جمعیت خروجی اولیه و دومی تعداد عملگرهای موجود به ازای هر عبارت.

```
numexp=5
numops=10
randexpr_arr = generate_expressions(scope, num_exp=numexp, num_ops=numops)
for tree in randexpr_arr:
    print(tree)

simplified = [str(sympy.simplify(str(x))) for x in randexpr_arr]
for tree in simplified:
    print(tree)
```

[65] ✓ 0.6s

```
... num_ops=10
num_exp=5
{
(x + x) - (x + x) * (x + x) * (x + x) - (x + x) * (x + x)
((x + x - (x + x) - (x + x) * (x + x)) - (x + x - (x + x) - (x + x) * (x + x)))
(x + x - (x + x) - (x + x) * (x + x)) - x + x
(x + x - (x + x) - (x + x) * (x + x)) * (x + x - (x + x) - (x + x) * (x + x))
x + x + (x + x)
-8*x**3 - 4*x**2 + 2*x
0
-4*x**2
16*x**4
4*x
} simplified
```

کلاسِ اکسپرشن تری به صورت تقریباً کامل نوشته شده تا تمامی عملگرها مستقل از اینکه داخل الگوریتم کار کنند یا خیر، بتوانند از رشته، تجزیه شده و به درستی داخل درخت قرار بگیرند. به همین منظور میتواند ورودی به constructor لیستی از اپراتورها را داد و مشخص کرد که هر عملگر چپ به راست parse شود یا راست به چپ. همچنین دیکشنری از اولویت های عملگرها و اینکه دو عملونده یا تک عملونده بودن هر کدام از عملگرها را میتوان به آن پاس داد. همچنین میتوان با پاس دادن ریشه درخت به تابع `print()` نحوه پارس شدن درخت را در کنسول مشاهده کرد. (برای دیباگ)

```
op = {'+', '-', '*', '/', '^',
      'sin', 'cos'}
op_info = {'+': (2, 1), '-': (2, 1),
           '*': (2, 2), '/': (2, 2),
           '^': (2, 3),
           'sin': (1, 4), 'cos': (1, 4)}
assotiation = {'+': 'LR', '-': 'LR',
               '*': 'LR', '/': 'LR',
               '^': 'RL',
               'sin': 'RL', 'cos': 'RL'}
varchar = {'x'}
```

```
randexpr_exp = []
randexpr_tree = []
for index, expression in enumerate(randexpr_arr):
    test = Expression(expression=expression, operators=op, operators_info=op_info,
                      operators_associativity=assotiation, variables=varchar)
    randexpr_exp.append(test)
    randexpr_tree.append(test.tree())
    print(f"{index}: ", randexpr_exp[index], "& ", expression)
    print(str(sympy.simplify(str(expTree2str(randexpr_tree[index])))))
    print(randexpr_tree[index])
```

[61] ✓ 0.1s

0: $x - x * x - x + x - x$ & $x - x * x - x + x + x - x$

$-x^{**2} + 3*x$



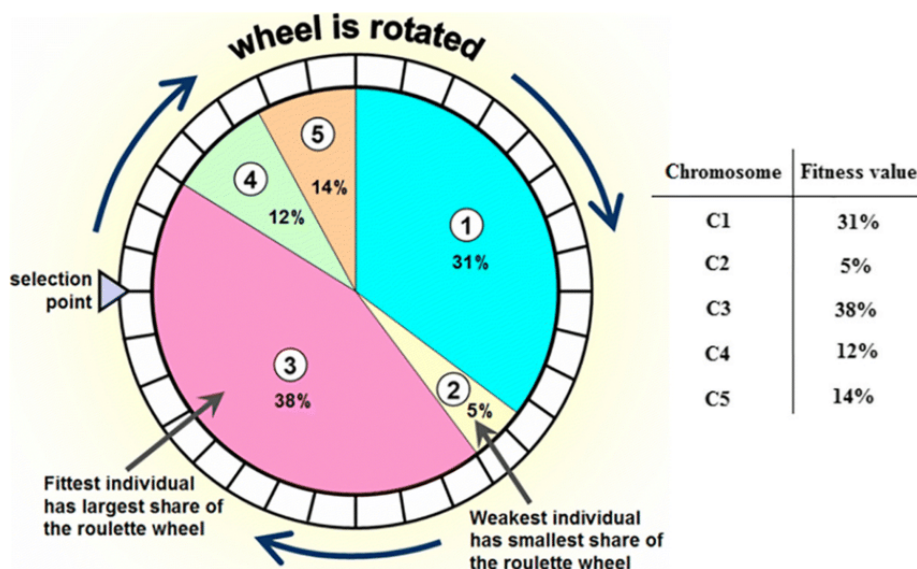
تابع شایستگی برای هر درخت با استفاده از تابع MSE یا میانگین مربع خطا طبق فرمول زیر محاسبه میشود:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum \underbrace{\left(y - \hat{y} \right)^2}_{\substack{\text{The square of the difference} \\ \text{between actual and} \\ \text{predicted}}}$$

برای محاسبه \hat{y} مقادیر اولیه x در قالب یک آرایه نامپای با رنج $[-5,5]$ به تابع `evaluate_np()` داده میشود تا $f_{\text{predicted}}(x)$ برای هر درخت از جمعیت محاسبه شود.

اعداد بزرگتر یا کوچکتر از رنج $[-5,5]$ تست نشده اند چرا که بخاطر overflow در تایپ های نامپای در عبارات تواندار مشکل در برنامه پیش می آید.

تابع انتخاب درخت با استفاده از roulette wheel selection نوشته شده است تا احتمال انتخاب درختانی با ذات و تابع شایستگی نزدیکتر به تابع black box بیشتر باشد و جمعیت بعد از crossover تکامل بهتری داشته باشند.

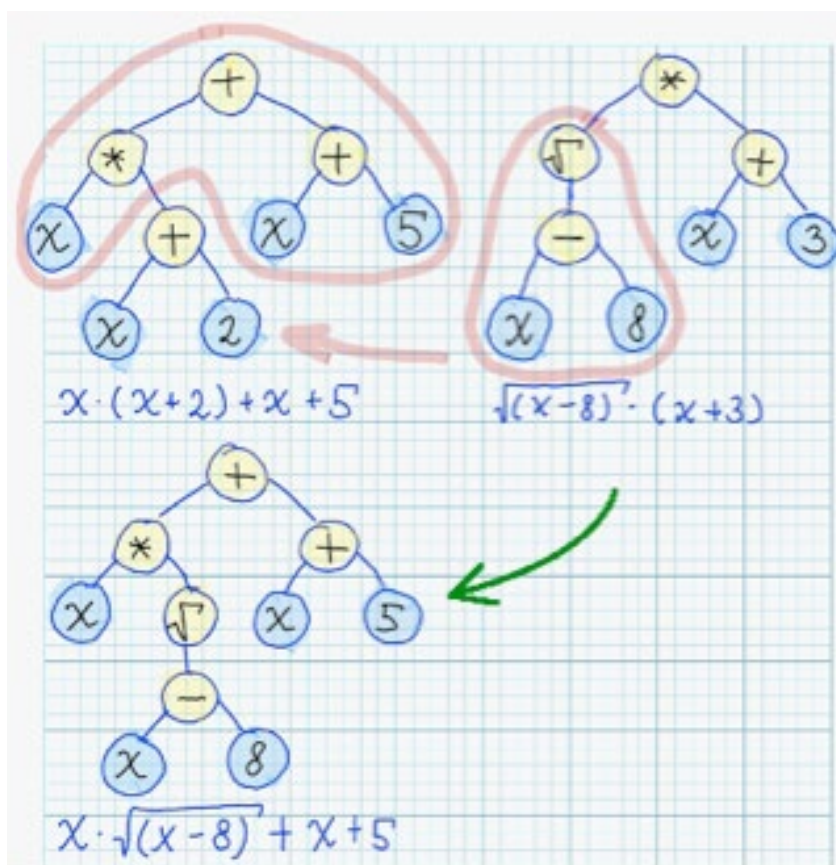


برای پیاده سازی این بخش ابتدا توجه به این شده که مساله minimizing میباشد پس نمودار فیتنس ماکسیموم گرفته شده و سپس ماسکسیموم با قرینه تابع فیتنس نسبت به محور ایکس جمع زده شده است.

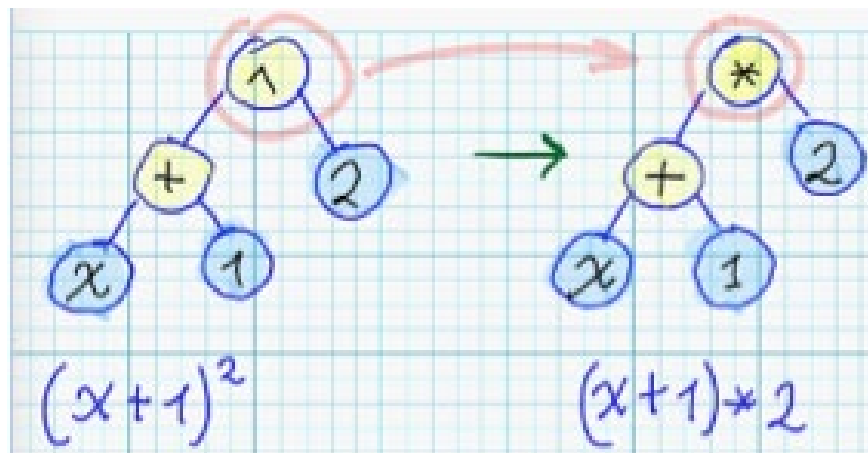
سپس با استفاده از تابع `numpy.cumsum()` آرایه‌ای از بخش‌های دایره درست میکنیم سپس رندوم میزنیم تا بفهمیم در کدام بخش از دایره قرار گرفته‌ایم.

علاوه بر سلکشن خاص منظوره، 20٪ از جمعیت نسل قبل که بهترین شایستگی را داشتند دوباره به جمعیت نسل بعد اضافه میشوند تا تکامل نسل به نسل تضمین شود.

تابع CrossOver به این صورت کار میکند که با استفاده از تابع انتخاب دو ورودی به آن داده می‌شود. سپس این تابع با حرکت `inorder` روی تابع یک لیست از `node` ایجاد میکند. سپس به صورت رندوم یکی از این نودها که برگ نیستند انتخاب میکنیم. روی درخت دوم هم همینکار را میکنیم سپس دیکشنری درونی دو آبجکت را عوض میکنیم. انگار که از پدر جای این دو را در هر دو درخت عوض کرده ایم.



تابع جهش اینگونه عمل میکند که یکی از عملگرهای درخت را به صورت شانسی پیدا کرده و آن را به صورت شانسی با یک عملگر دیگر جایگزین میکند.



محدودیت های برنامه:

۱ - علمیات های محدود شده:

اکسپرشن تری میتواند عملیات های سینوس و توان و تقسیم را پارس و حتی محاسبه کند اما در الگوریتم ژنتیک صرفا به علت کمبود وقت عبارات چند جمله ای دیباگ شده و از کارکرد آنها اطمینان حاصل شده است. همچنین تابع تولید جمعیت اولیه در مورد تولید عبارات دارای تقسیم مشکل دارد و عباراتی مانند x/x را تولید میکند که در محاسبه سمپل $x=0$ برنامه دچار مشکل تقسیم به صفر میشود. عباراتی که دارای توان هستند نیز گاهی دچار $overflow$ میشوند و موجب تولید mse منفی میشوند.

به همین علت عملگرهای تست شده به جمع، تفریق و ضرب محدود شده است. هرچند که وجود چند عمل ضرب پی در پی مشابه توان و وجود چند جمع پی در پی مشابه وجود ضریب در پشت عبارات است.

۲ - تعداد ورودی محدود شده:

الگوریتم ژنتیک مشکلی با توابع چند ورودی ندارد مشکل در تابع محاسبه است. تابع محاسبه مقدار برای درخت برای پشتیبانی از چند ورودی بودن نیاز به تغییرات کوچکی دارد که با توجه به کمبود وقت هنوز پیاده‌سازی نشده است.

نمونه ورودی و خروجی و نمودار ها:

$$x^2 + 2x$$

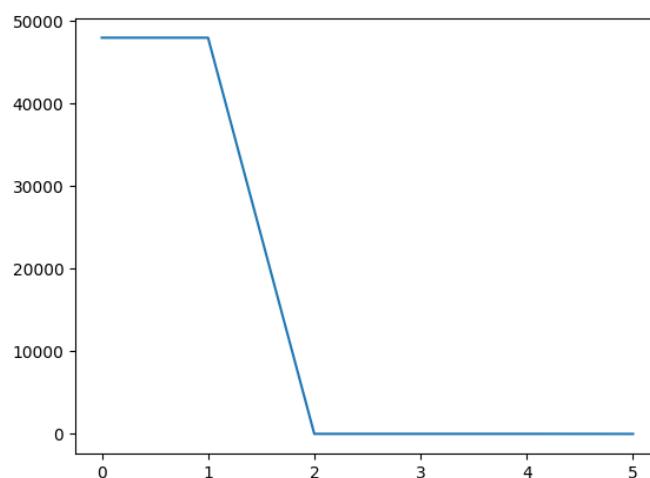
با وجود وابستگی به جمعیت اولیه، این تابع نهایتاً بین 2 تا 8 نسل پیدا میشود. نمونه خروجی آن در فایل `Doc/MyDoc/sample1.txt` وجود دارد.

در ابتدای فایل جمعیت اولیه آمده است. سپس ساده شده ی درخت جمعیت اولیه پرینت شده و ام اس ای آن ها بصورت سورت شده در کنارشان آمده است. سپس محاسبه شده که 20 درصد نسل قبل چند عضو میشود و بهترین ها پرینت شده و به نسل بعد اضافه میشوند. سپس گزارشی از نسل داده شده و دوباره کل این روند تا رسیدن به جواب تکرار میشود.

باید توجه داشت شاید ساده شده ی درخت‌ها مشابه هم باشند اما باید توجه که همانطور که گفته شد میتوانند ترکیبی از جمع و تفریق ها در درخت باشند در فرم های مختلف و نباید اینگونه پنداشته شود اگر یکسانند پس چرا حذف نمیشوند.

تنظیمات و نمودار mse به نسل:

با جمعیت اولیه 5 نفر و تعداد اپرواتور 10 به ازای هر عبارت



```

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21

```

117		0
117		0
1882401		$(2*x^{**2} - 3*x)*(2*x^{**2} - 2*x)$
1910491		$x^{**2} + (2*x^{**2} - 3*x)*(2*x^{**2} - 2*x)$
1910491		$x^{**2} + (2*x^{**2} - 3*x)*(2*x^{**2} - 2*x)$

len(population)=5 || saving*len(population)=1.0

0		0
---	--	---

Gen:0 --- min:117 | mean:1140723

34		x^{**2}
117		0
217		$2*x^{**2}$
338802		$-x^{**2}*(2*x^{**2} - 3*x)$
1338982		$-2*x^{**2}*(2*x^{**2} - 3*x)$

len(population)=5 || saving*len(population)=1.0

} First population

} Sorted by MSE


```

Gen:4 --- min:8 | mean:91 → Gen
      8 | x**2 + x
      8 | x**2 + x
      8 | x**2 + x
      8 | x**2 + x
     34 | x**2
    } population
MSE ←

len(population)=5 || saving*len(population)=1.0

      0 | x**2 + x } 20%

Gen:5 --- min:8 | mean:13

      0 | x**2 + 2*x
      8 | x**2 + x
      8 | x**2 + x
      8 | x**2 + x
     34 | x**2

      0 | x**2 + 2*x
      8 | x**2 + x
      8 | x**2 + x
      8 | x**2 + x
     34 | x**2

Gen:final --- min:0 | mean:11

      +
     / \
    /   \
   /     \
  /       \
 /         \
*           x
 / \
x   x

(((x*x)+x)+x)
x**2 + 2*x

```

simplified q & tree

$$x^5 + 3x^4 + 2x$$

این عبارت وابستگی بسیاری به جمعیت اولیه داشته و پس از چندبار ران کردن (تا جمعیت اولیه از اختلاف نژاد خوبی برخوردار شود) میتوان عبارت را بدست آورد. نمونه خروجی آن در فایل `Doc/MyDoc/sample2.txt` وجود دارد.

این فایل به خاطر *true* بودن فلگ دیباگ لاگ کمتری پرینت کرده است و تنها میتوان جمعیت نهایی را دید و پرینت کردن 300 عبارت جمعیت به ازای هر نسل معقول نیست.

در ابتدای این فایل جمعیت اولیه پرینت شده است. سپس هر نسل اطلاعاتش پرینت شده و بهترین عضو آن نسل هم پرینت شده است. در آخر جمعیت آخرین نسل و mse آن ها پرینت شده. سپس درخت عبارت نهایی و ساده شده عبارت حاصل از درخت آمده که معادل عبارت خواسته شده است.

```

98 -x**3*(-x**2 + x) - 4*x
99 -x**4 - x**3*(-x**2 + x) + x**2 - 5*x
100 -x**4 + x**3*(x**2 + 3*x) + x**2 + x
101 x**3*(-x**2 + x) - x**2 + 7*x
102 x**2 + 3*x
103 x**3*(-x**2 + x) - x**3 + 7*x
104 x**2 + x
105 x**3*(-x**2 + x) - x**2 + 6*x
106 2*x**3*(-x**2 + x) - x**3 - x**2 + 13*x
107 x**3*(-x**2 + x) - 2*x**3 + x**2 + 5*x
108 x**4 - x**3 - 4*x
109
110
111 Gen:0 --- min:47994 | mean:1125897
112 -x**4 + x**3*(x**2 + 3*x) + x**2 + x
113 len(population)=50 || saving*len(population)=10.0
114 Gen:1 --- min:47994 | mean:1181909
115 -x**4 + x**3*(x**2 + 3*x) + x**2 + x
116 len(population)=50 || saving*len(population)=10.0
117 Gen:2 --- min:8 | mean:20965173
118 x**3*(x**2 + 3*x) + 3*x
119 len(population)=50 || saving*len(population)=10.0
120 Gen:3 --- min:8 | mean:173919057
121 x**3*(x**2 + 3*x) + 3*x
122 len(population)=50 || saving*len(population)=10.0
123 Gen:4 --- min:8 | mean:134147555
124 x**3*(x**2 + 3*x) + 3*x
125
126 0 | x**3*(x**2 + 3*x) + 2*x
127 8 | x**3*(x**2 + 3*x) + 3*x
128 8 | x**3*(x**2 + 3*x) + 3*x
129 8 | x**3*(x**2 + 3*x) + 3*x
130 8 | x**3*(x**2 + 3*x) + x
131 34 | x**3*(x**2 + 3*x)
132 76 | x**3*(x**2 + 3*x) - x
133 76 | x**3*(x**2 + 3*x) + 5*x
134 116 | x**3*(x**2 + 3*x) + x**2 + 3*x
135 116 | x**3*(x**2 + 3*x) - x**2 + x
136 134 | x**3*(x**2 + 3*x) - x**2 - x
137 134 | x**3*(x**2 + 3*x) - x**2 - x
138 166 | x**3*(x**2 + 3*x) + x**2 + x
139 459 | x**3*(x**2 + 3*x) - 2*x**2 - x

```

first population

Generations

Last gen population

```

169 585421 | 2*x**2 + x*(-x**2 + 4*x) + x
170 638871 | x**4
171 2039289 | -x**3*(x**2 + 3*x) + x
172 149102917 | 4*x**2 + x*(x**2 + 3*x)*(-x**4 + 3*x**2 - x) + 4*x
173 681739126 | -x**3*(x**4 + x) - 2*x**2 - x
174 1500245623070 | x**3*(x**2 + 3*x) + x**3*(x**3*(x*(-x**2 + 5*x) + x)
175
176 Gen:final --- min:0 | mean:30021787858
177 x**3*(x**2 + 3*x) + 2*x

```