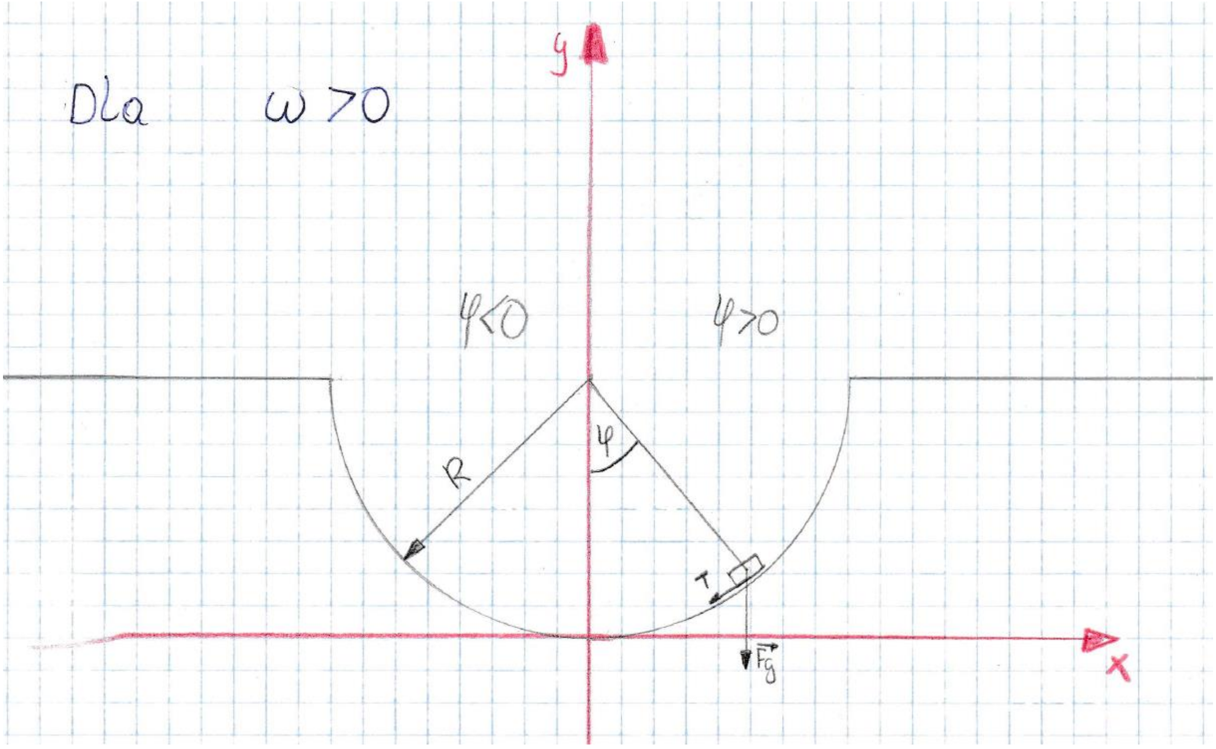
Projekt Informatyka 2
Bloczek poruszający się po półkolu.

1. Rysunek



2. Wyprowadzenie dynamicznych równań ruchu.

II Zasada dynamiki dla ruchu obrotowego.

Wzór (1.0)

$$I * \vec{\varepsilon} = \vec{M}$$

Moment bezwładności punktu materialnego o masie m.

Wzór (2.0)

$$I = m * r^2$$

Moment bezwładności dla pkt materialnego poruszającego się po półkolu o promieniu R.

Wzór (2.1)

$$I = m * R^2$$

Definicja przyspieszenia kątowego.

Wzór (3.0)

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Definicja prędkości obrotowej.

Wzór(3.1)

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

Stąd

Wzór(3.2)

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\omega}{dt}$$

Wzór na siłę tarcia.

Wzór (4.1)

$$T = \mu * N$$

Siła nacisku dla naszego zagadnienia.

Wzór (4.2)

$$N = m(g\cos(\varphi) + \omega^2 * R)$$

Wzór na moment sił.

Wzór (5.1)

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Dla naszego przypadku**.**

Wzór (5.2)

$$M = -mgRsin(\varphi) - \mu\frac{\omega}{|\omega|} * m(g\cos(\varphi) + \omega^2 * R)$$

Połączmy teraz wzory *(1.0) (2.1) (3.0) (4.2)*

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} == -gRsin(\varphi) - \mu\frac{\omega}{|\omega|} * m(g\cos(\varphi) + \omega^2 * R)$$

A teraz skorzystajmy z wzoru (3.1) oraz (3.2)

$$\begin{cases} \dfrac{d\varphi}{dt} = \omega \\ \dfrac{d\omega}{dt} = -gRsin(\varphi) - \mu\dfrac{\omega}{|\omega|} * m(g\cos(\varphi) + \omega^2 * R) \end{cases}$$

I-moment bezwładności;

ε- przyspieszenie kątowe;

M- moment sił;

r-odległość od osi obrotu;

ω- prędkość kątowe;

φ- funkcja kąta w czasie;

g-przyspieszenie ziemskie;
$\vec{r}$- promień wodzący

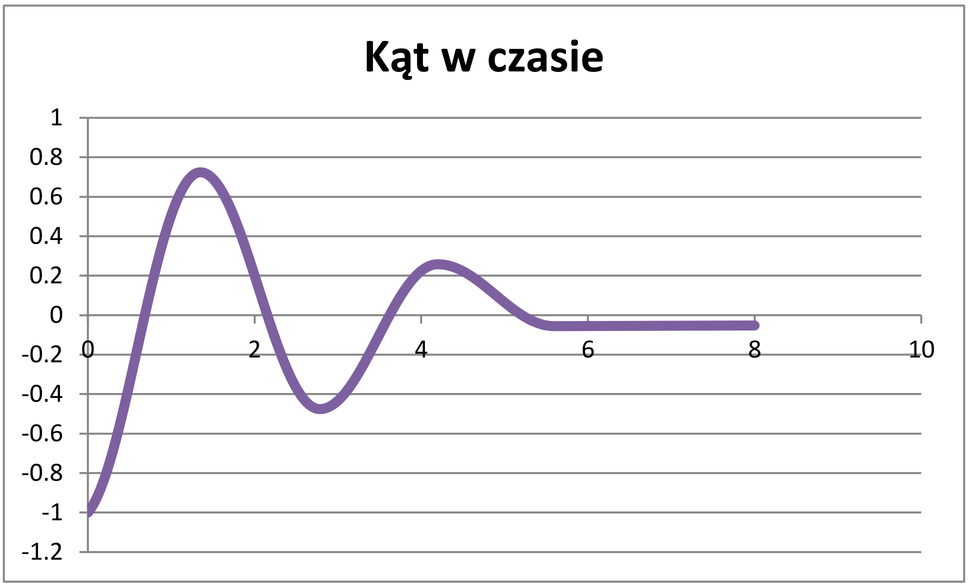
μ-współczynnik tarcia

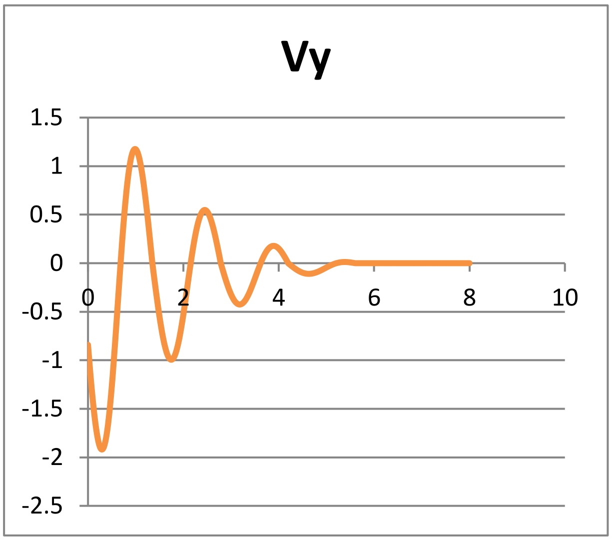
N-siła nacisku

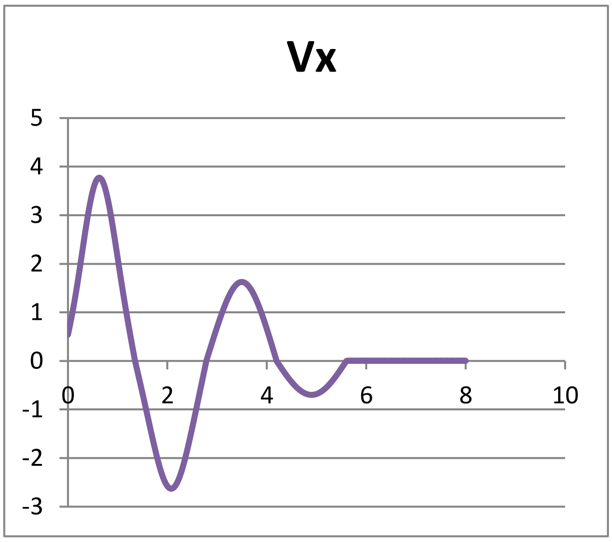
3. Opis programu i przykładowe wyniki jego działania

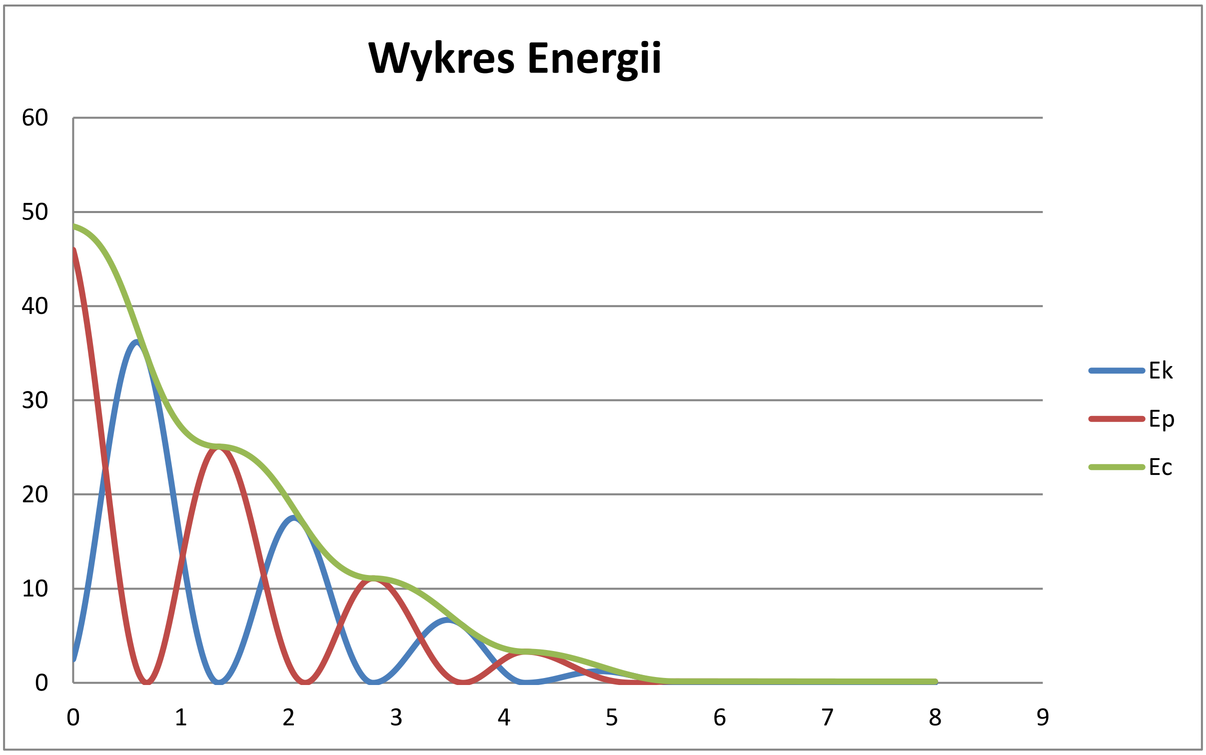
W programie wykorzystywany jest algorytm Rungego-Kutty , który służy do iteracyjnego rozwiązywania równań różniczkowych.

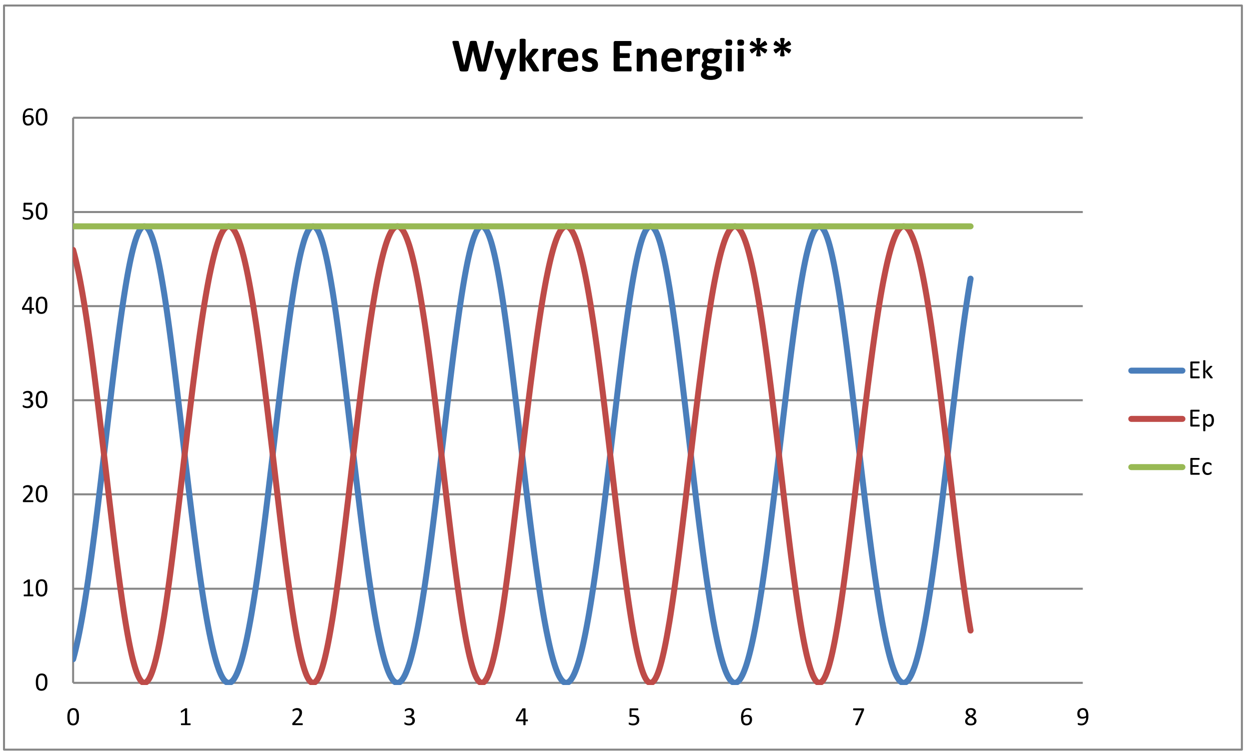
W wyniku działaniu programu uzyskaliśmy zależności od czasu różnych wielkości*.


Kąt w czasie
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-1.2
0
2
4
6
8
10


Vy
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
0
2
4
6
8
10


Vx
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
2
4
6
8
10


Wykres Energii
60
50
40
30
20
10
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
Ek
Ep
Ec

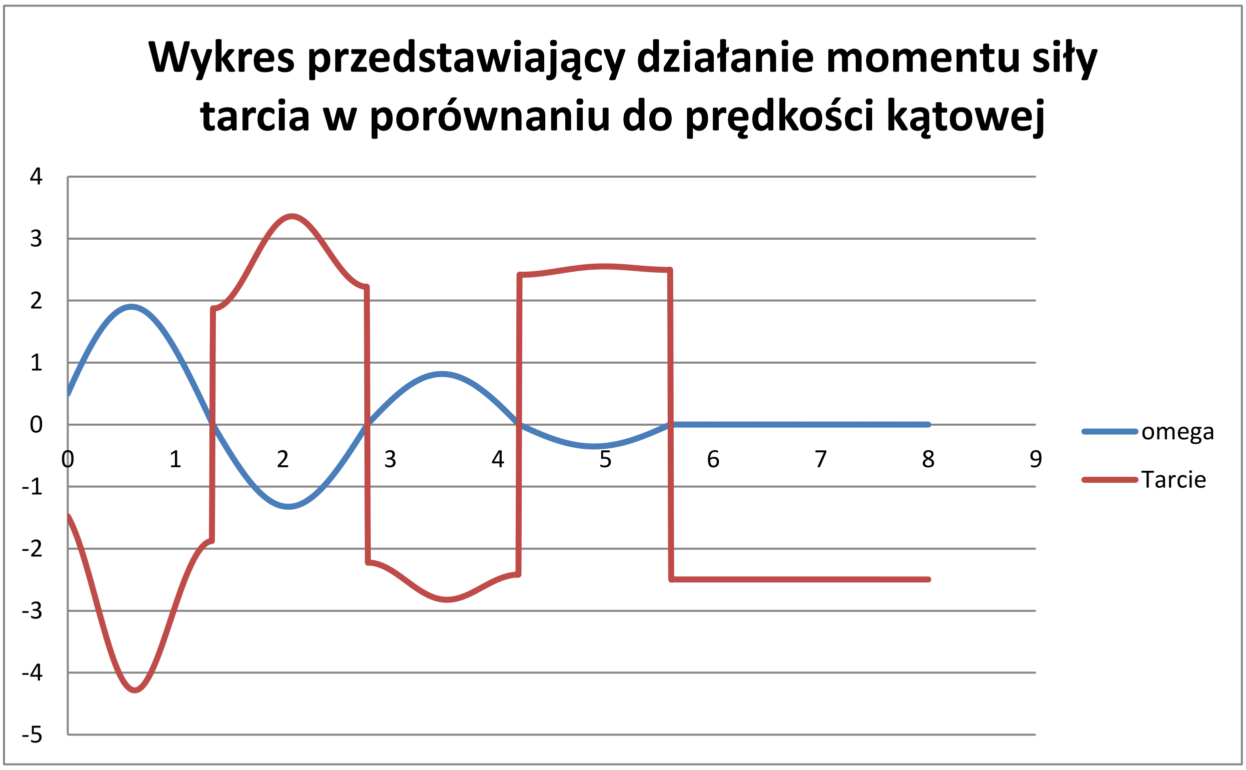


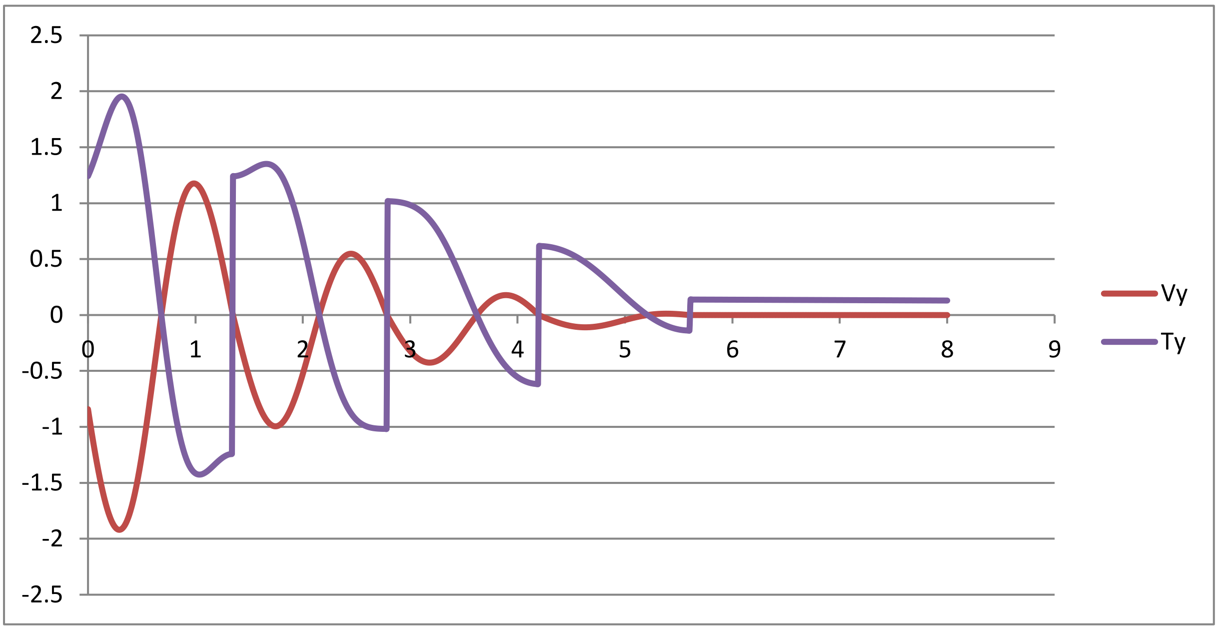
*Przedstawione wykresy zostały sporządzone w oparciu o poniższe dane początkowe:

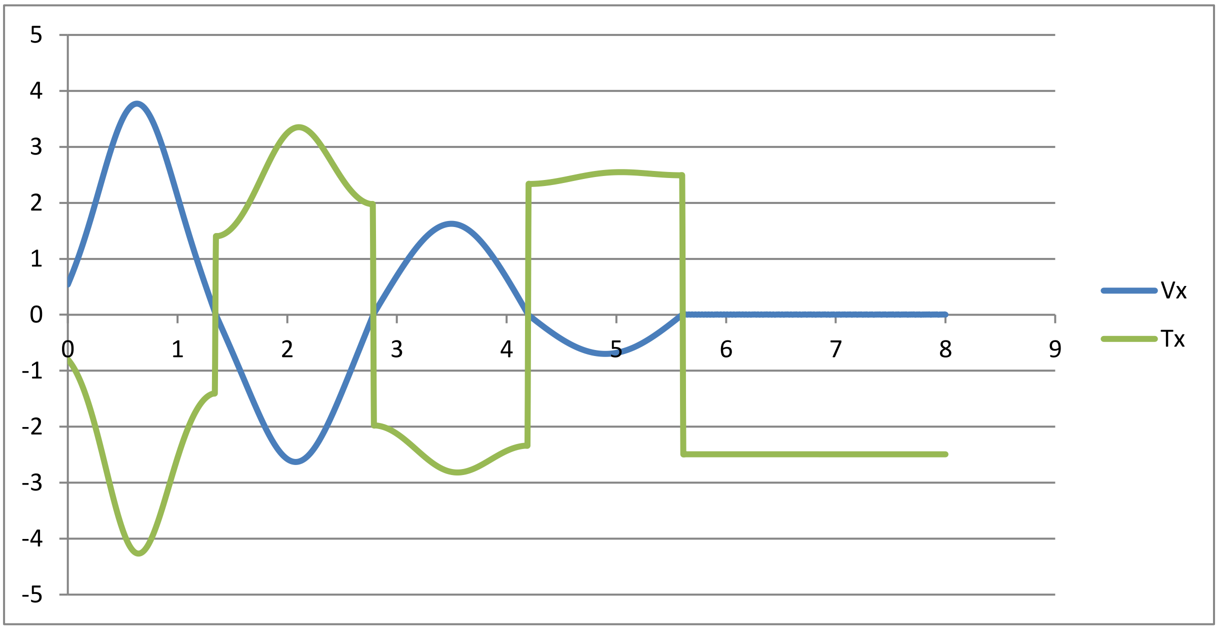
X_0=1.68m, Y_0=0.92m, V_0=0.54m/s , m=2kg, R=2m, μ=0.1

** Wykres ze współczynnikiem tarcia 0(pozostałe dane takie same jak w (*))

Zauważmy, że na wykresie Energii**, całkowita suma energii jest stała. Oznacza to, że spełniona jest zasada zachowania energii, co potwierdza poprawność symulacji.







Po analizie trzech powyższych wykresów zauważamy, że w żadnej chwili czasu siła tarcia nie napędza ciała, co jest zgodne z podstawową zasadą działania siły tarcia.