

Лабораторная работа №5

Модель эпидемии (SIR)

Ендонова А.В.

12 апреля 2025 г.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Ендонова Арюна Валерьевна
- студентка
- Российский университет дружбы народов
- 1132221888@pfur.ru
- <https://github.com/aryunae>



Цель работы

Построить модель SIR в xcos и OpenModelica.

Задание

1. Реализовать модель SIR в в xcos;
2. Реализовать модель SIR с помощью блока Modelica в в xcos;
3. Реализовать модель SIR в OpenModelica;
4. Реализовать модель SIR с учётом процесса рождения / гибели особей в xcos (в том числе и с использованием блока Modelica), а также в OpenModelica;
5. Построить графики эпидемического порога при различных значениях параметров модели (в частности изменения параметр μ);
6. Сделать анализ полученных графиков в зависимости от выбранных значений параметров модели.

Выполнение лабораторной работы

$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta s(t)i(t); \\ \dot{i} = \beta s(t)i(t) - \nu i(t); \\ \dot{r} = \nu i(t), \end{cases}$$

где β – скорость заражения, ν – скорость выздоровления.

Зафиксируем начальные данные:

$$\beta = 1, \nu = 0,3, s(0) = 0,999, i(0) = 0,001, r(0) = 0.$$

Реализация модели в xcos

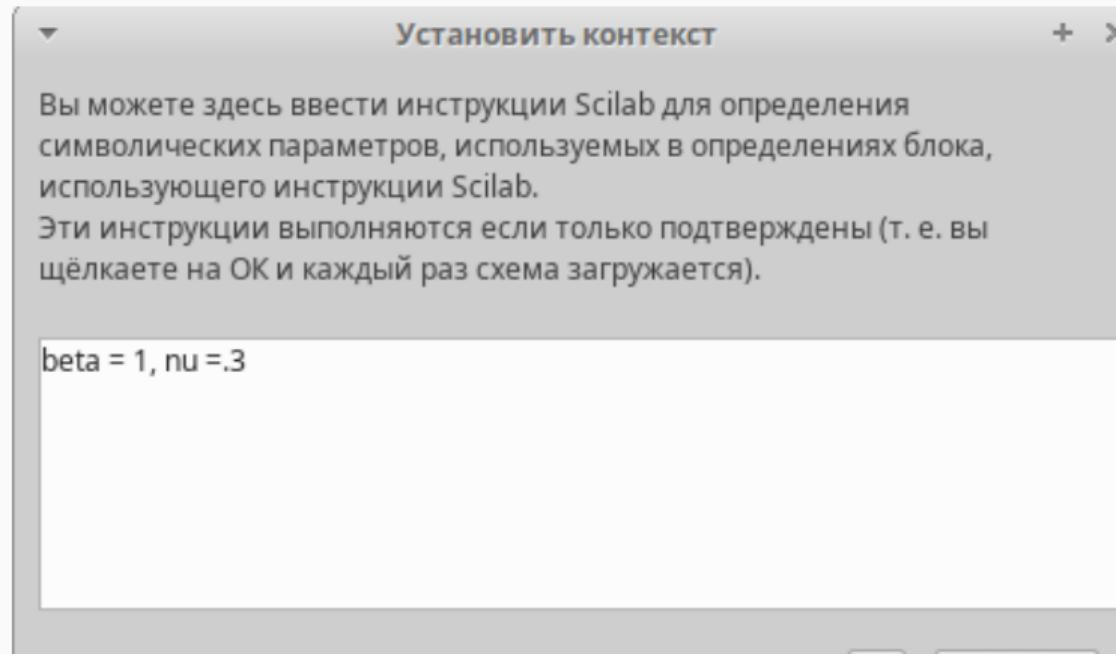


Рис. 1: Задание переменных окружения в xcos

Реализация модели в xcos

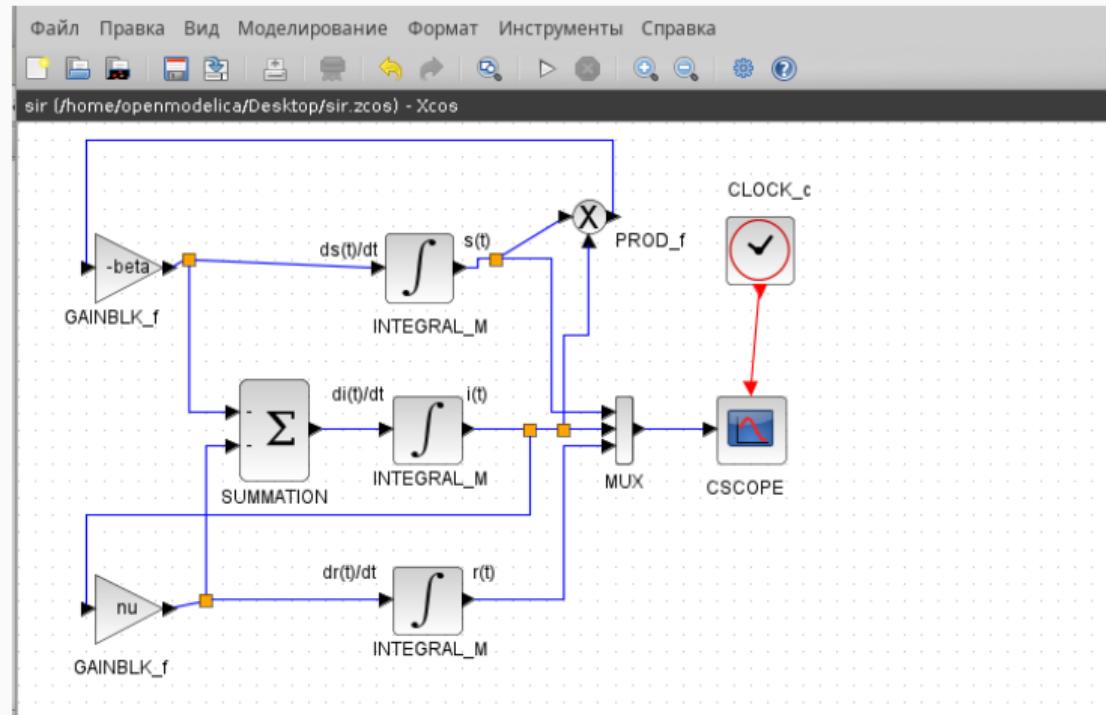


Рис. 2: Модель SIR в xcos

Реализация модели в xcos

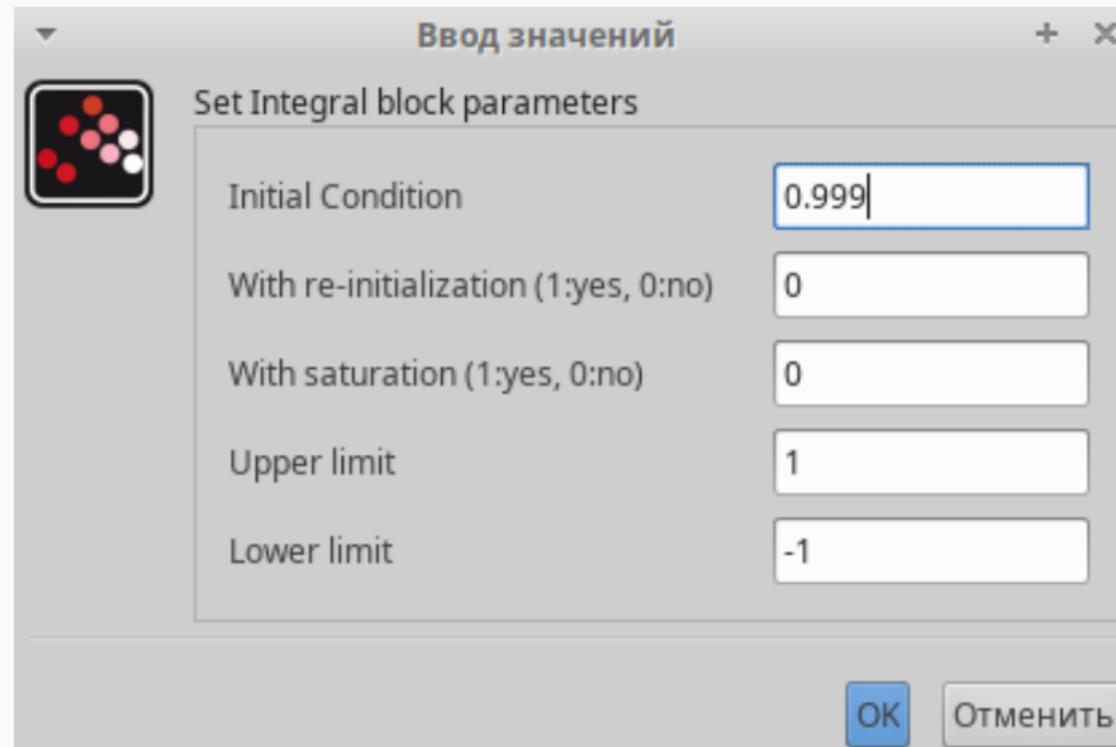


Рис. 3: Задание начальных значений в блоках интегрирования

Реализация модели в xcoss

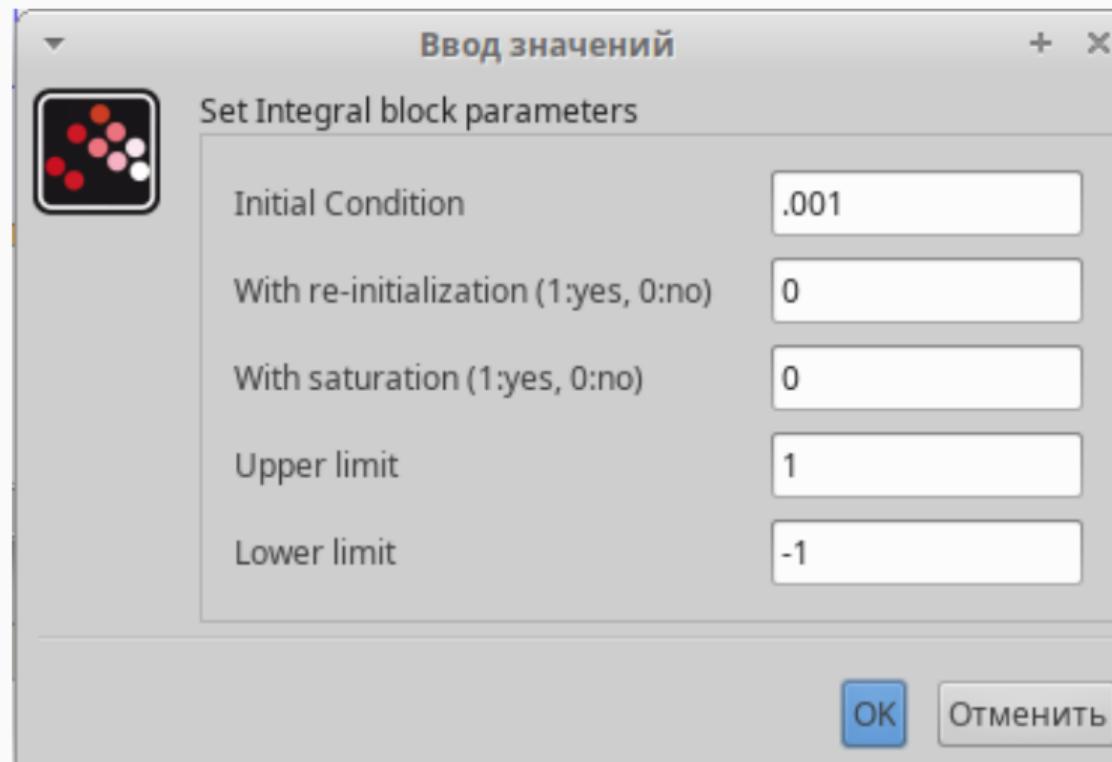


Рис. 4: Задание начальных значений в блоках интегрирования

Реализация модели в xcOS

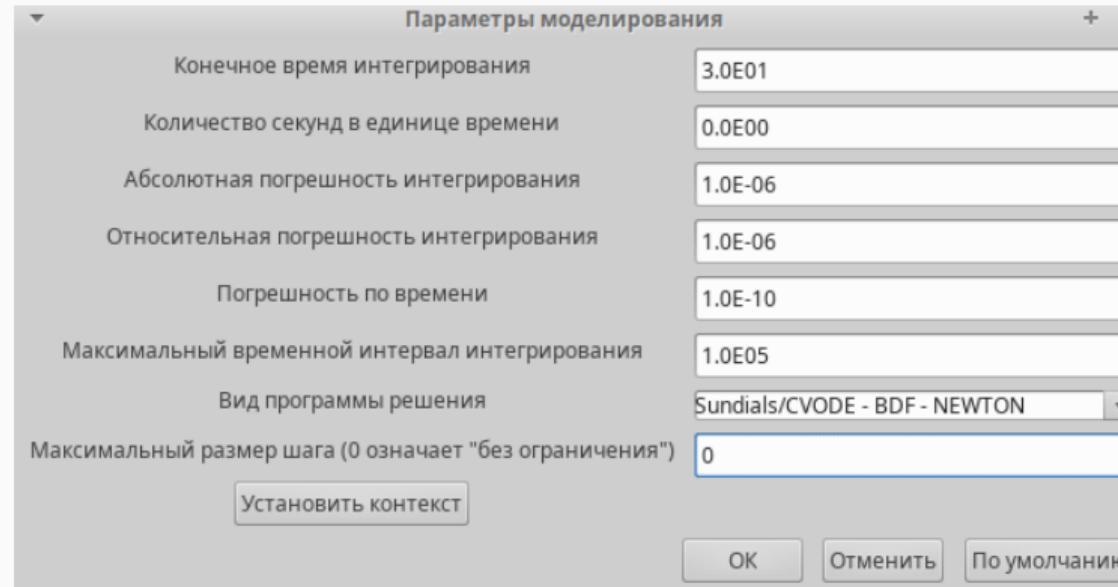


Рис. 5: Задание конечного времени интегрирования в xcOS

Реализация модели в xcos

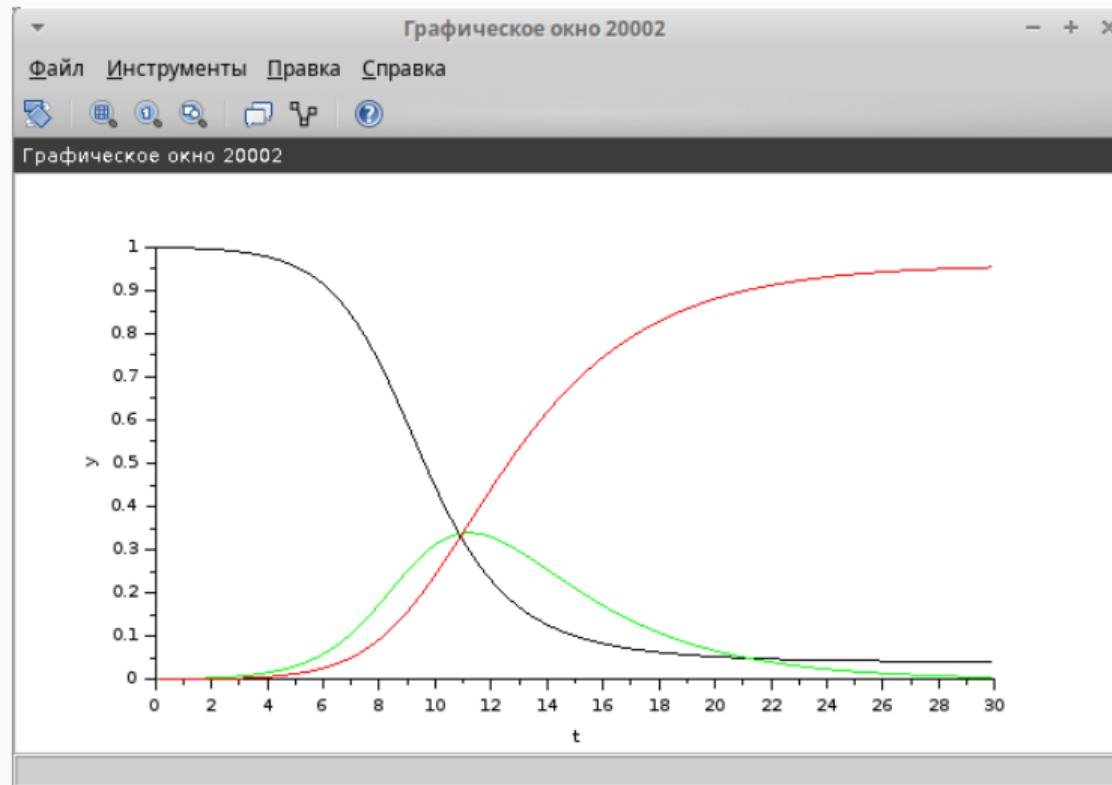


Рис. 6: Эпидемический порог модели SIR при $\beta = 1, \nu = 0.3$

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

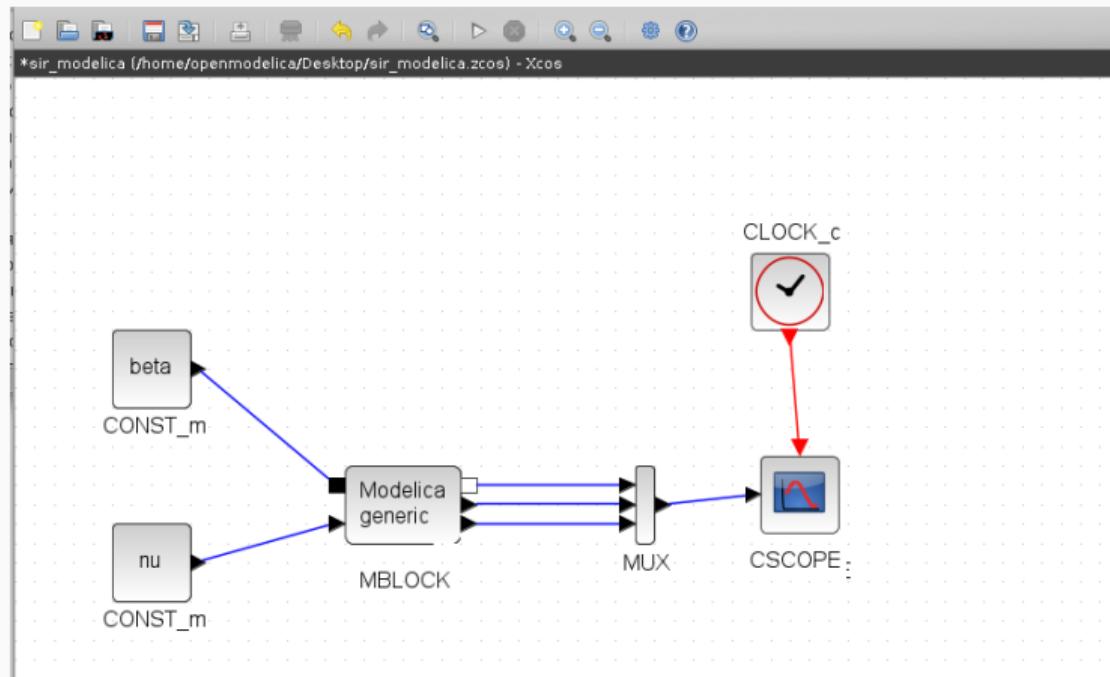


Рис. 7: Модель SIR в xcos с применением блока Modelica

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

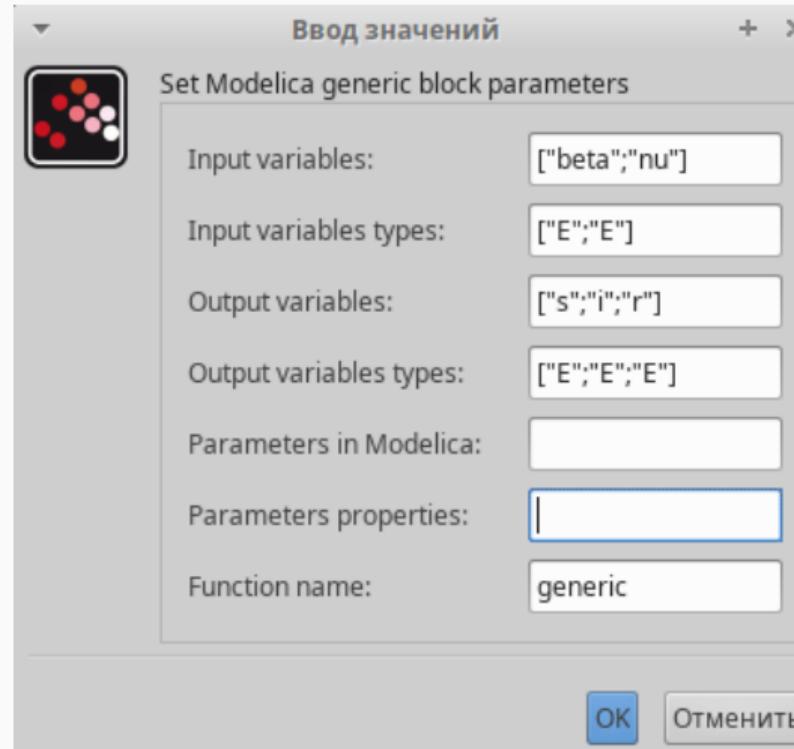


Рис. 8: Параметры блока Modelica для модели SIR

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcoss

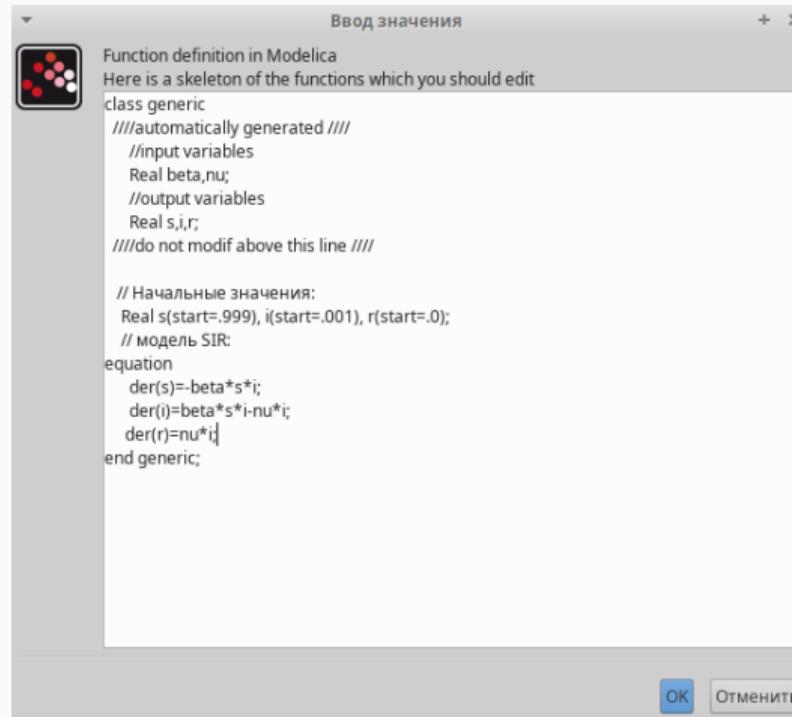


Рис. 9: Параметры блока Modelica для модели SIR

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

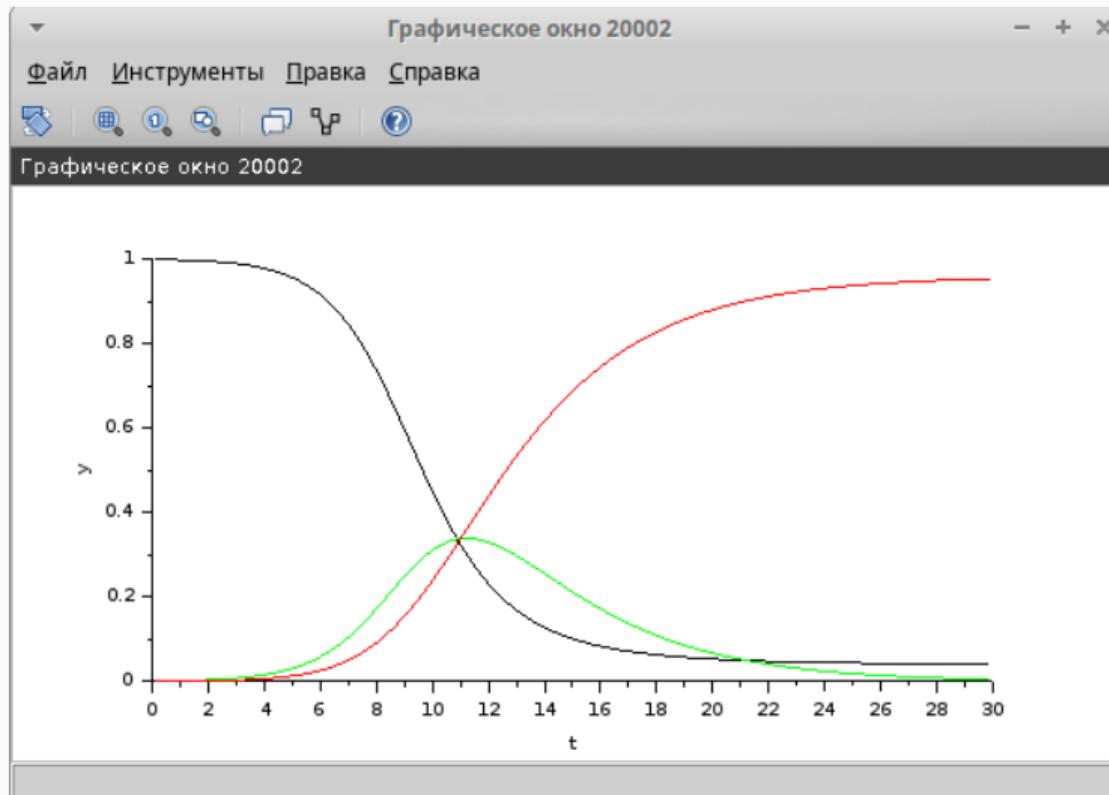


Рис. 10: Эпидемический порог модели SIR при $\beta = 1, \nu = 0.3$

Упражнение

```
parameter Real I_0 = 0.001;
parameter Real R_0 = 0;
parameter Real S_0 = 0.999;
parameter Real beta = 1;
parameter Real nu = 0.3;
parameter Real mu = 0.5;
Real s(start=S_0);
Real i(start=I_0);
Real r(start=R_0);

equation
    der(s)=-beta*s*i;
    der(i)=beta*s*i-nu*i;
    der(r)=nu*i;
```

Упражнение

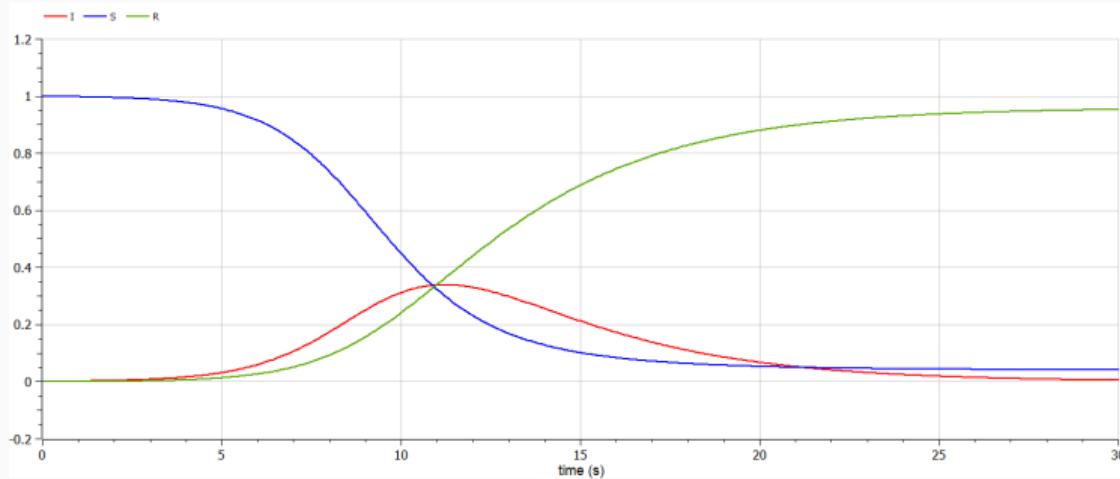


Рис. 11: Эпидемический порог модели SIR при $\beta = 1, \nu = 0.3$

Задание для самостоятельного выполнения

$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta s(t)i(t) + \mu(N - s(t)); \\ \dot{i} = \beta s(t)i(t) - \nu i(t) - \mu i(t); \\ \dot{r} = \nu i(t) - \mu r(t), \end{cases}$$

где μ — константа, которая равна коэффициенту смертности и рождаемости.

Задание для самостоятельного выполнения

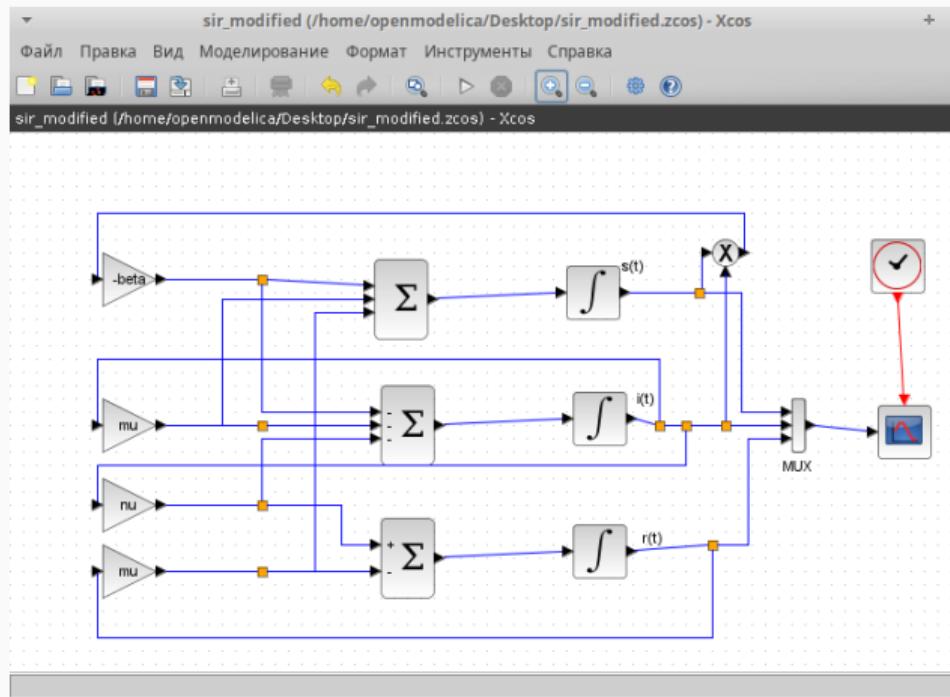


Рис. 12: Модель SIR с учетом демографических процессов в xcos

Задание для самостоятельного выполнения

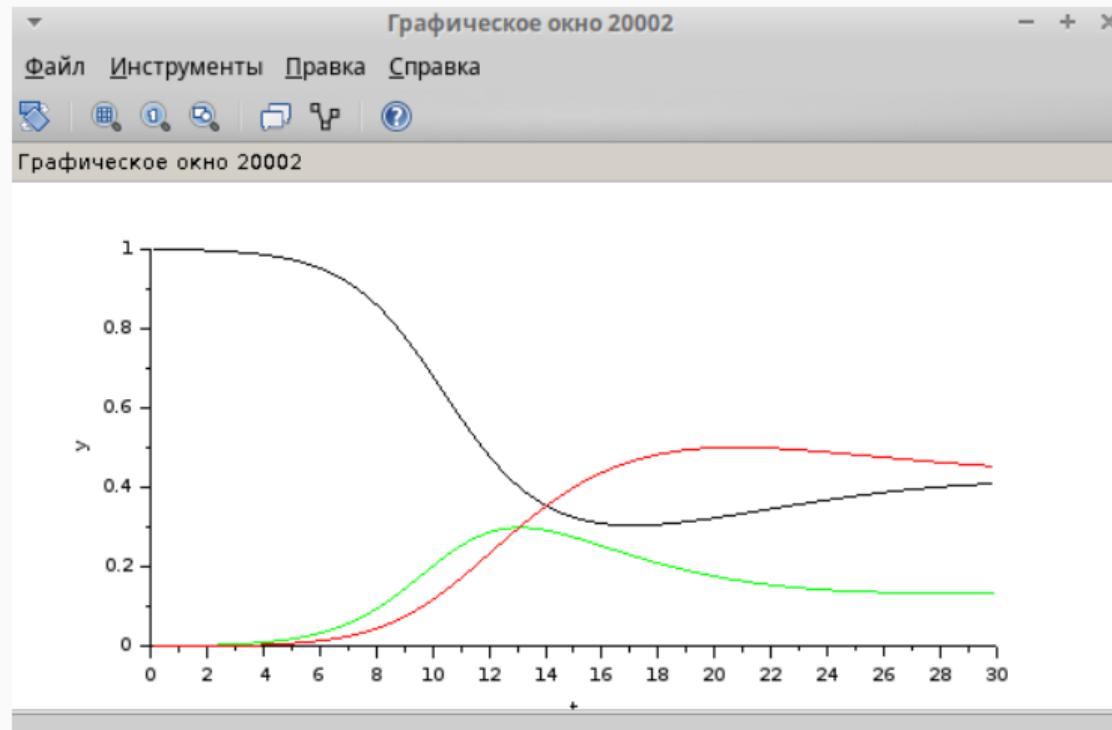


Рис. 13: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

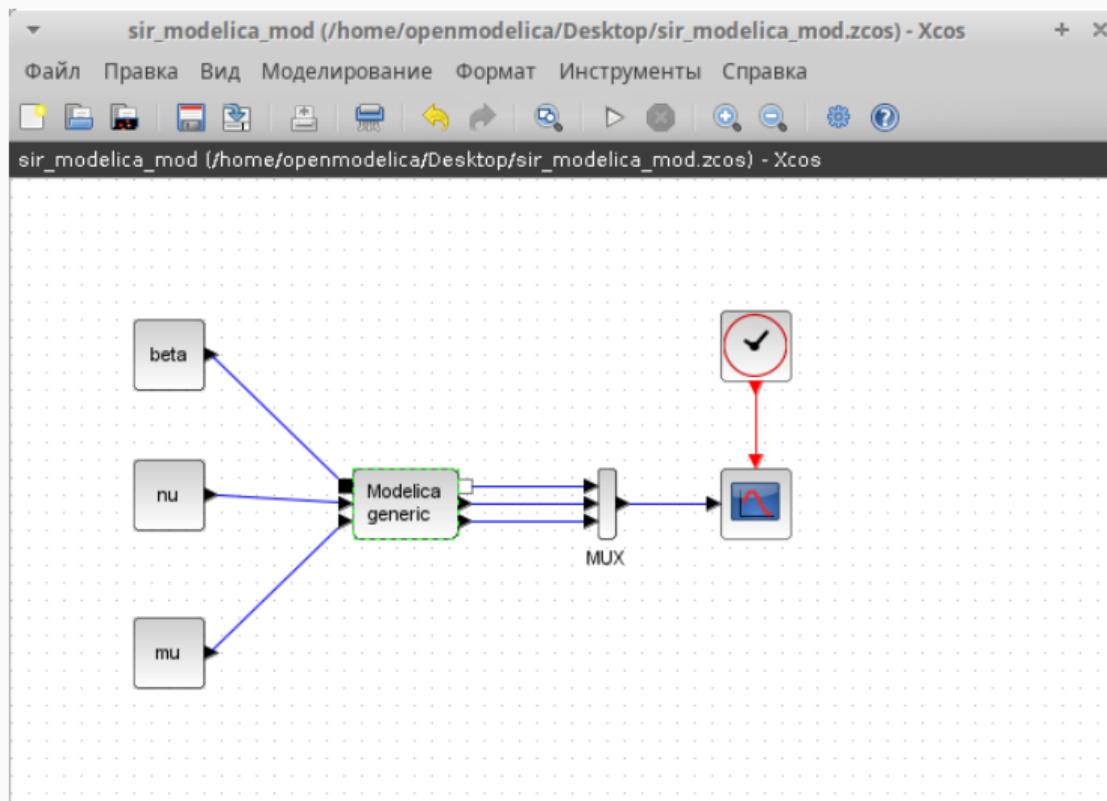


Рис. 14: Модель SIR с учетом демографических процессов в xcos с применением блока Modelica

Задание для самостоятельного выполнения

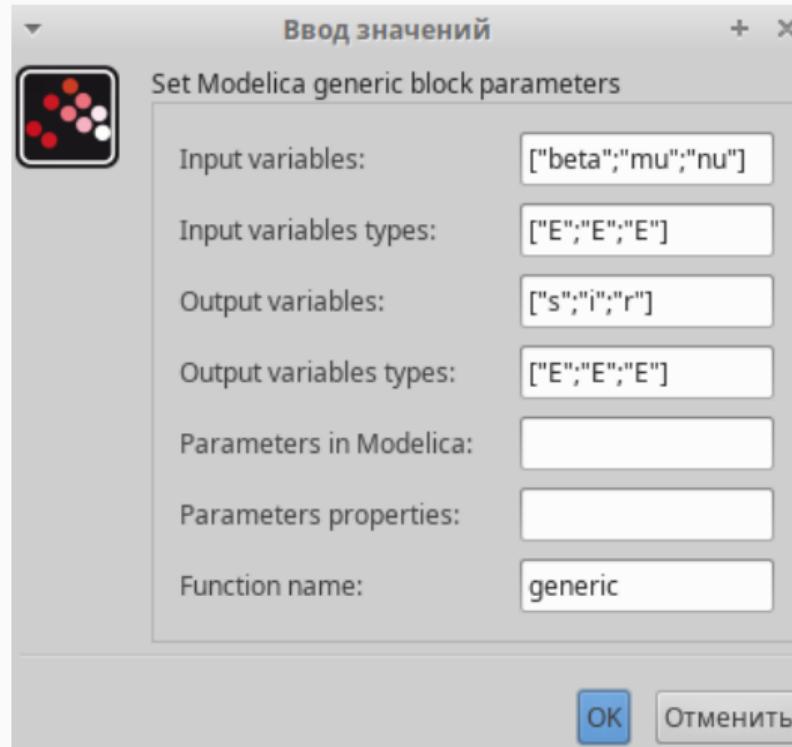


Рис. 15: Параметры блока Modelica для модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

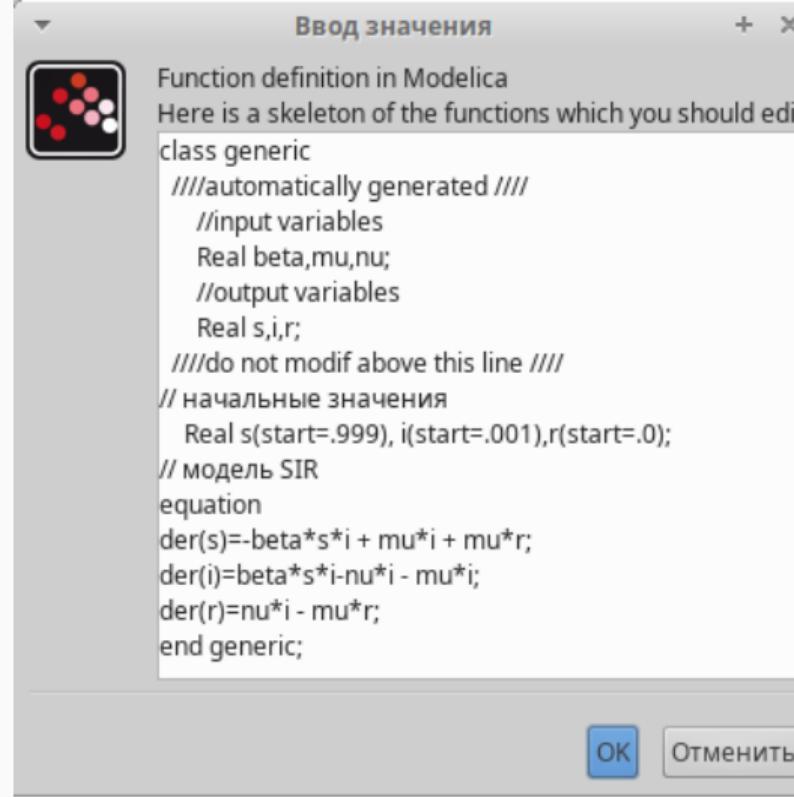


Рис. 16: Параметры блока Modelica для модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

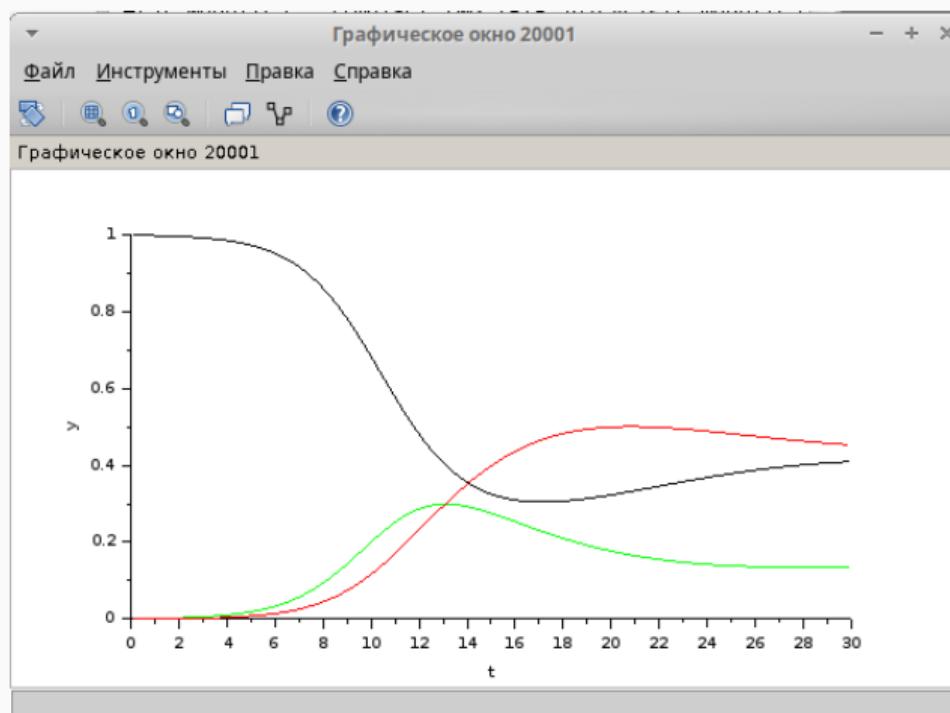


Рис. 17: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

```
parameter Real I_0 = 0.001;
parameter Real R_0 = 0;
parameter Real S_0 = 0.999;
parameter Real beta = 1;
parameter Real nu = 0.3;
parameter Real mu = 0.5;
Real s(start=S_0);
Real i(start=I_0);
Real r(start=R_0);

equation
  der(s)=-beta*s*i + mu*i + mu*r;
  der(i)=beta*s*i-nu*i - mu*i;
  der(r)=nu*i - mu*r;
```

Задание для самостоятельного выполнения

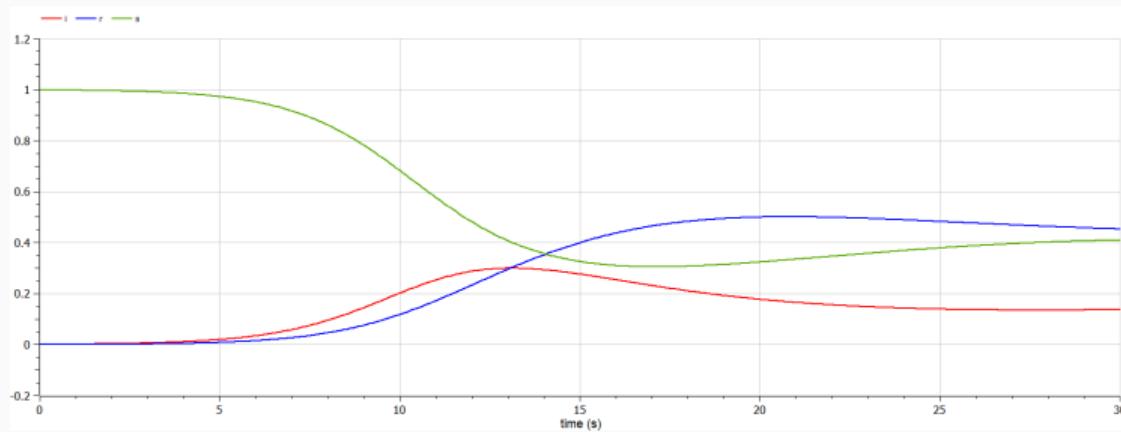


Рис. 18: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

$$\beta = 1, \nu = 0.3, \mu = 0.1$$

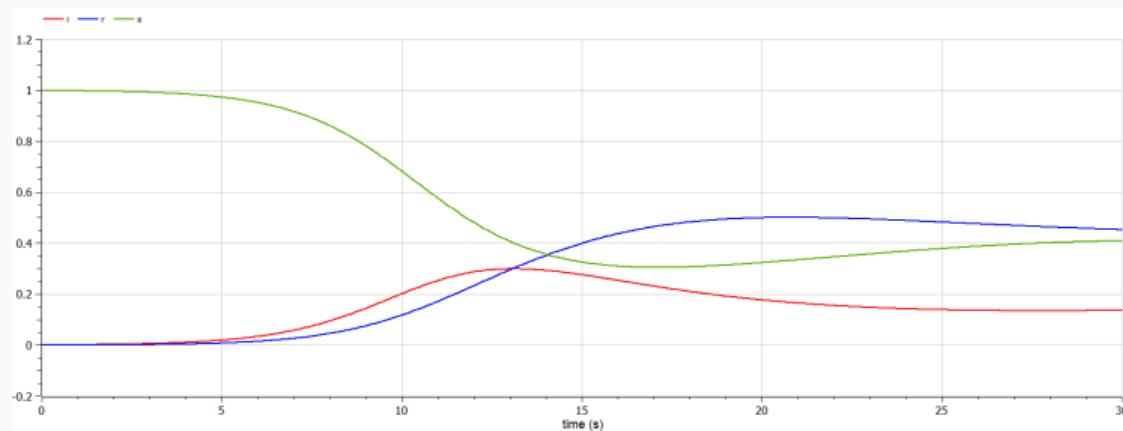


Рис. 19: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

$$\mu = 0.3$$

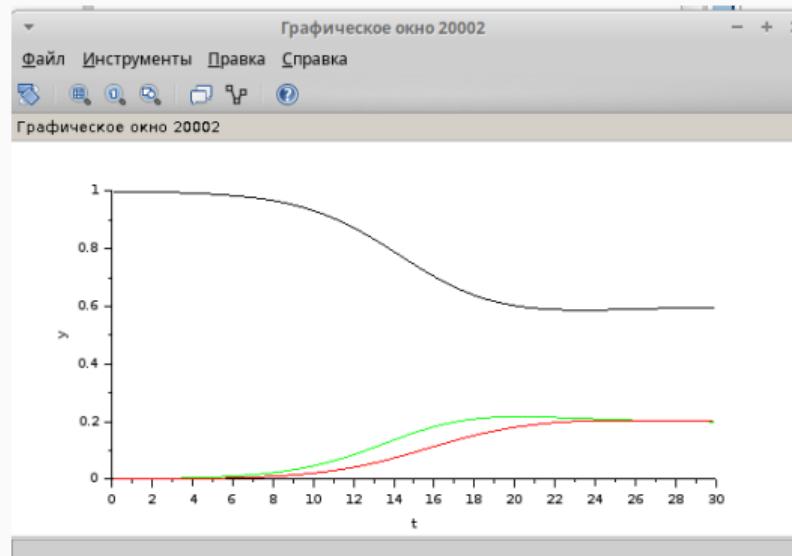


Рис. 20: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

$$\mu = 0.9$$

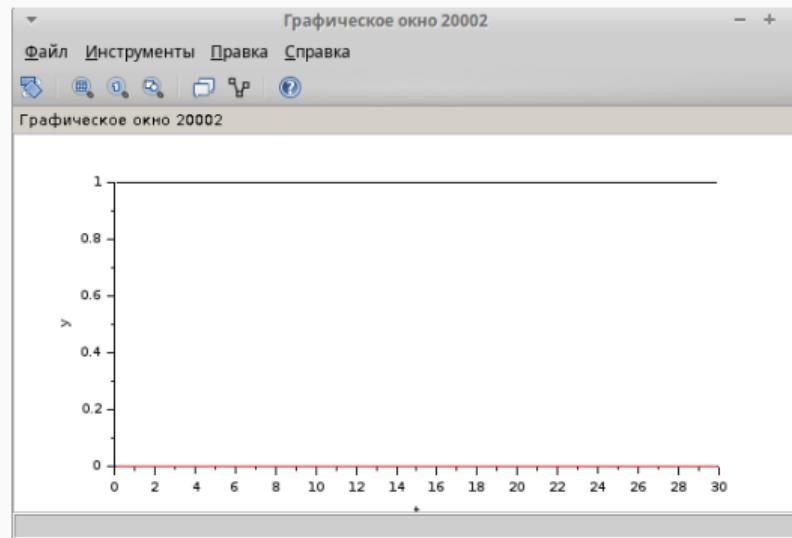


Рис. 21: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

$$\beta = 1, \nu = 0.1, \mu = 0.1$$

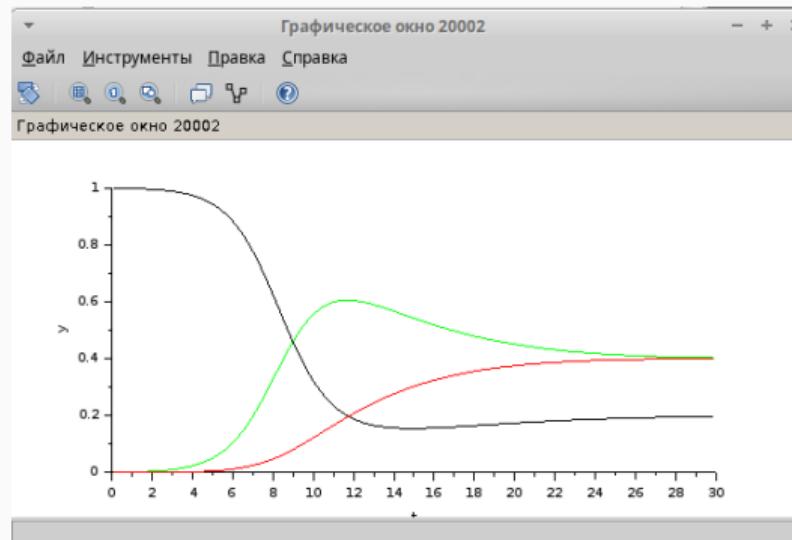


Рис. 22: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

$$\mu = 0.9$$

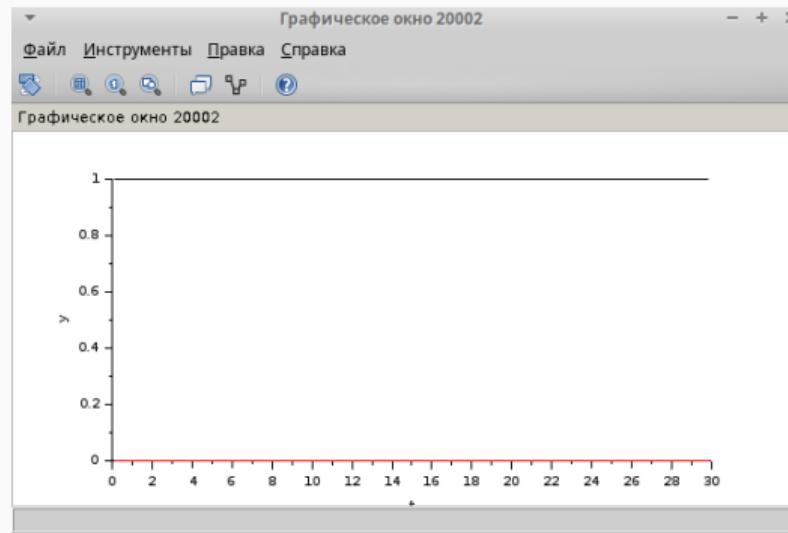


Рис. 23: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

$$\beta = 4, \nu = 0.3, \mu = 0.2$$

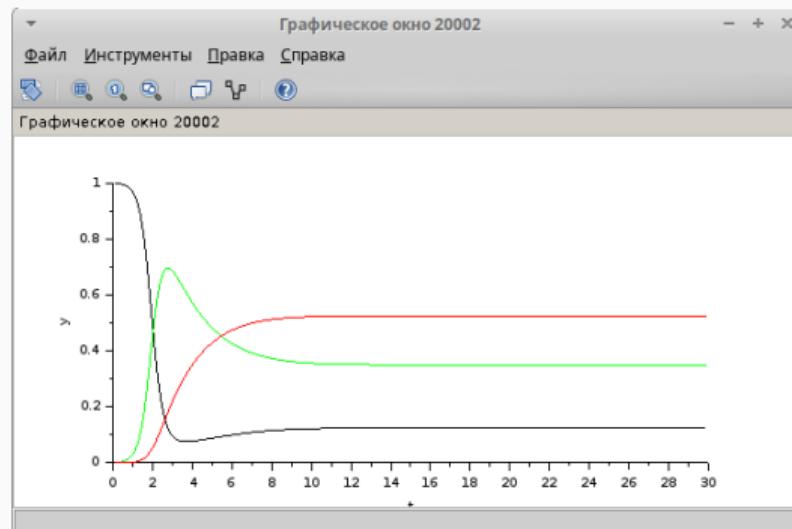


Рис. 24: График модели SIR с учетом демографических процессов

Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной работы была построена модель SIR в xcos и OpenModelica.