

Лабораторная работа 6

Модель «хищник–жертва»

Ендонова Арюна Валерьевна

Содержание

Цель работы	4
Задание	5
Выполнение лабораторной работы	6
Реализация модели в xcoss	6
Реализация модели с помощью блока Modelica в xcoss	10
Упражнение	14
Выводы	16
Список литературы	17

Список иллюстраций

1	Задание переменных окружения в xcos для модели	7
2	Модель «хищник–жертва» в xcos	7
3	Задание начальных значений в блоках интегрирования	8
4	Задание параметров моделирования	8
5	Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$	9
6	Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$	9
7	Модель «хищник–жертва» в xcos с применением блока Modelica	10
8	Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва”	11
9	Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва”	12
10	Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$	13
11	Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$	13
12	Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$	14
13	Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$	15

Цель работы

Реализовать модель “хищник-жертва” в *xcos*.

Задание

1. Реализовать модель “хищник-жертва” в xcos;
2. Реализовать модель “хищник-жертва” с помощью блока Modelica в xcos;
3. Реализовать модель “хищник-жертва” в OpenModelica

Выполнение лабораторной работы

Модель «хищник–жертва» (модель Лотки — Вольтерры) представляет собой модель межвидовой конкуренции. В математической форме модель имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy \\ \dot{y} = cxy - dy, \end{cases}$$

где x — количество жертв; y — количество хищников; a, b, c, d — коэффициенты, отражающие взаимодействия между видами: a — коэффициент рождаемости жертв; b — коэффициент убыли жертв; c — коэффициент рождения хищников; d — коэффициент убыли хищников.

Реализация модели в xcos

Зафиксируем начальные данные: $a = 2$, $b = 1$, $c = 0.3$, $d = 1$, $x(0) = 2$, $y(0) = 1$. В меню Моделирование, Задать переменные окружения зададим значения коэффициентов a , b , c , d (рис. [-@fig:001]).

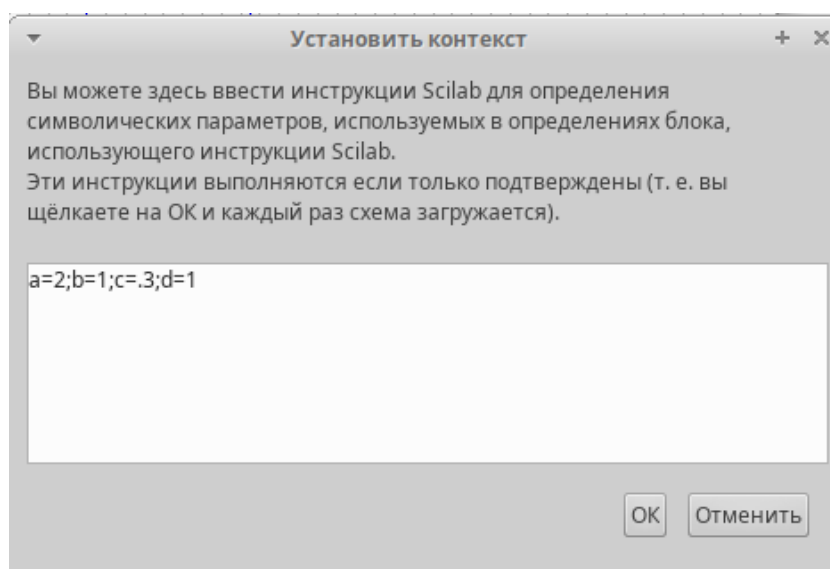


Рис. 1: Задание переменных окружения в xcos для модели

Для реализации модели «хищник-жертва» в дополнение к блокам CLOCK_c, CSCCOPE, TEXT_f, MUX, INTEGRAL_m, GAINBLK_f, SUMMATION, PROD_f потребуется блок CSCOPXY – регистрирующее устройство для построения фазового портрета. Готовая модель «хищник–жертва» представлена на рис. [-@fig:002].

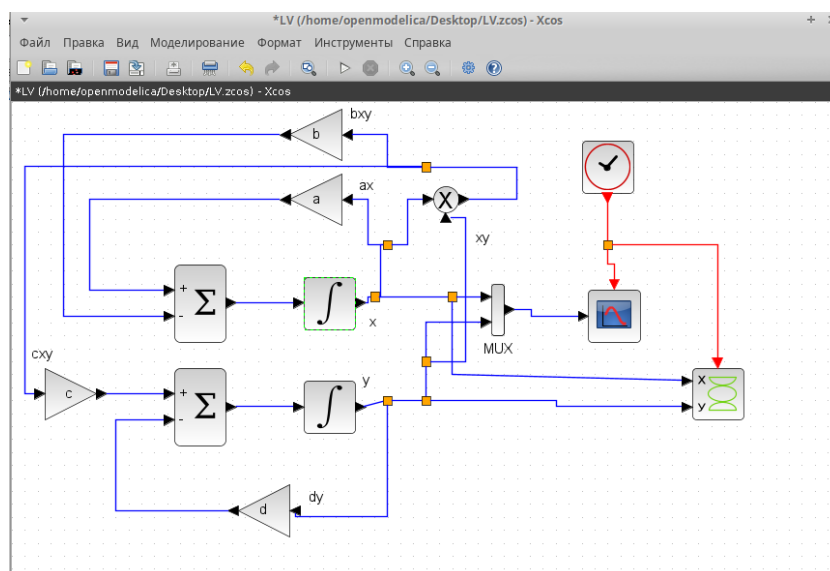


Рис. 2: Модель «хищник–жертва» в xcos

В параметрах блоков интегрирования необходимо задать начальные значения $x(0) = 2$, $y(0) = 1$ (рис. [-@fig:003], [-@fig:004]).

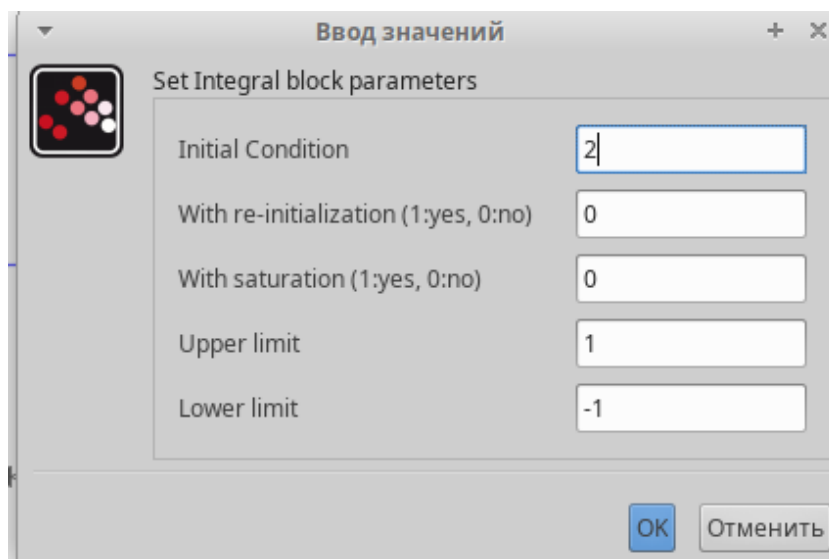


Рис. 3: Задание начальных значений в блоках интегрирования

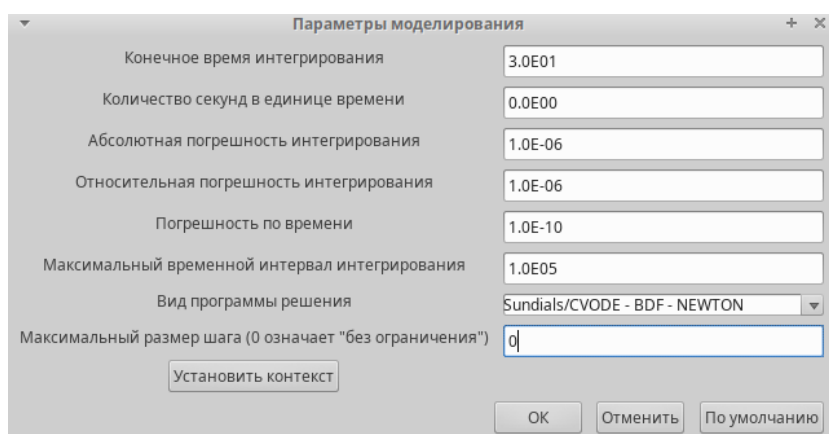


Рис. 4: Задание параметров моделирования

В меню Моделирование, Установка необходимо задать конечное время интегрирования, равным времени моделирования: 30.

Результат моделирования представлен на рис. [-@fig:005]. Черной линией обозначен график $x(t)$ (динамика численности жертв), зеленая линия определяет $y(t)$ — динамику численности хищников

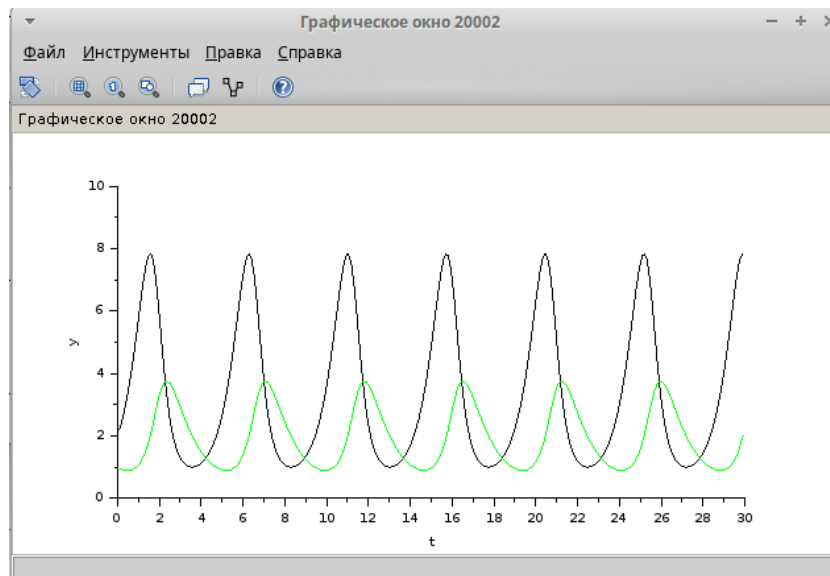


Рис. 5: Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

На рис. [-@fig:006] приведён фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры.

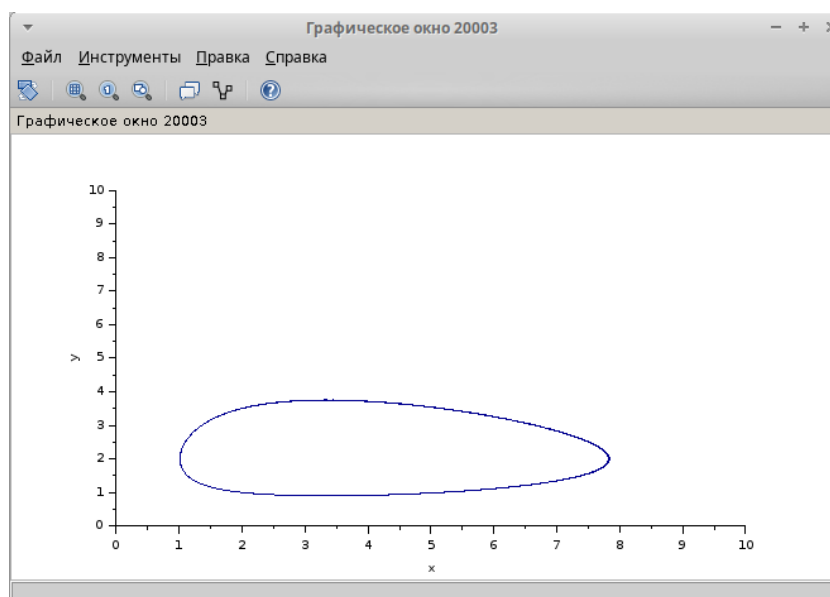


Рис. 6: Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

Для реализации модели с помощью языка Modelica потребуются следующие блоки xcoss: CLOCK_c, CSCOPE, CSCOPXY, TEXT_f, MUX, CONST_m и MBLOCK (Modelica generic). Как и ранее, задаём значения коэффициентов a, b, c, d (см. рис. [-@fig:001]). Готовая модель «хищник–жертва» представлена на рис.[-@fig:007]. Параметры блока Modelica представлены на рис. [-@fig:008], [-@fig:009] Переменные на входе (“a”, “b”, “c”, “d”) и выходе (“x”, “y”) блока заданы как внешние (“E”).

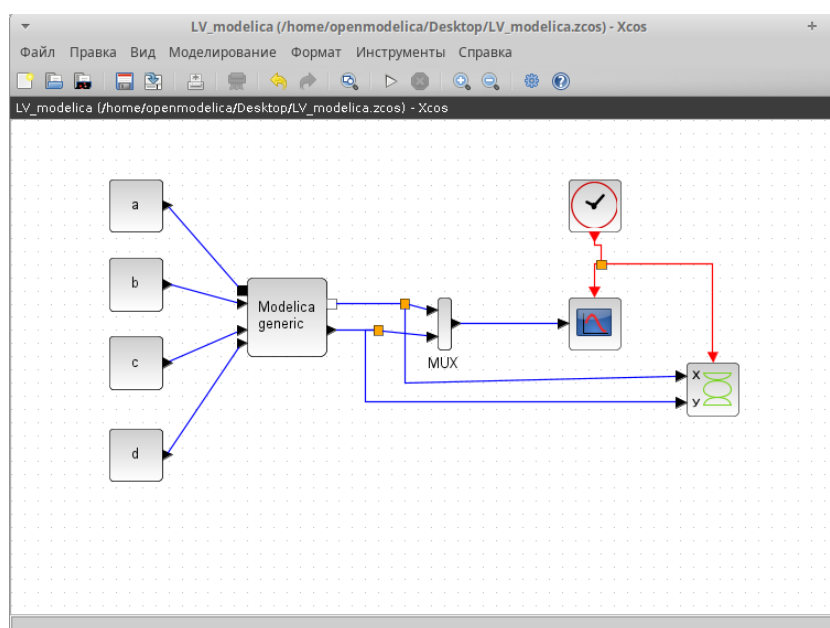


Рис. 7: Модель «хищник–жертва» в xcoss с применением блока Modelica

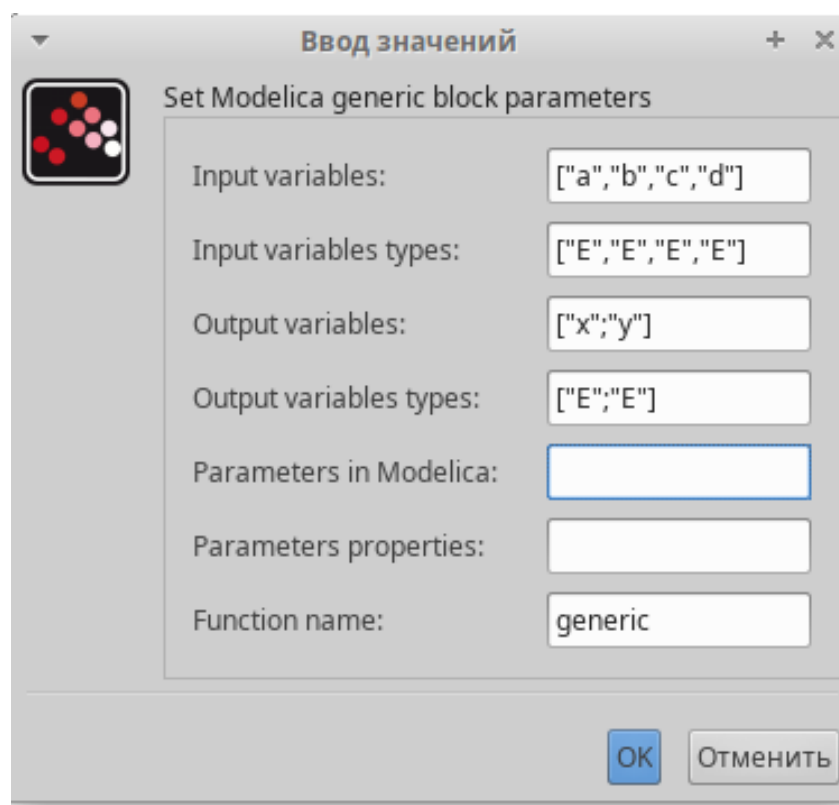


Рис. 8: Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва”

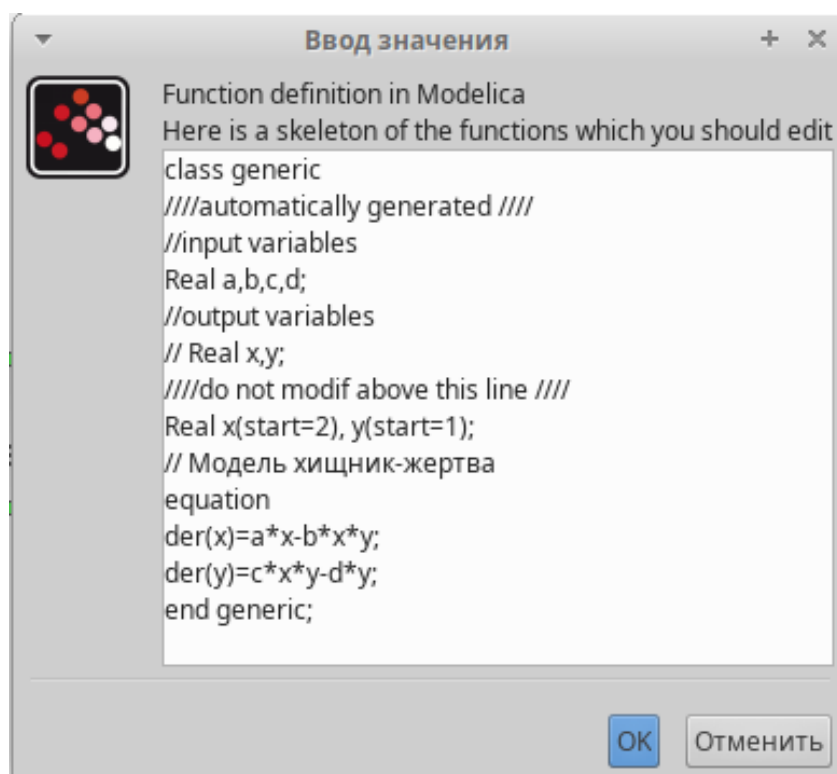


Рис. 9: Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва”

В результате моделирования получаем следующие графики (рис. [-@fig:010], [-@fig:011]). Они идентичны построенным без блока Modelica.

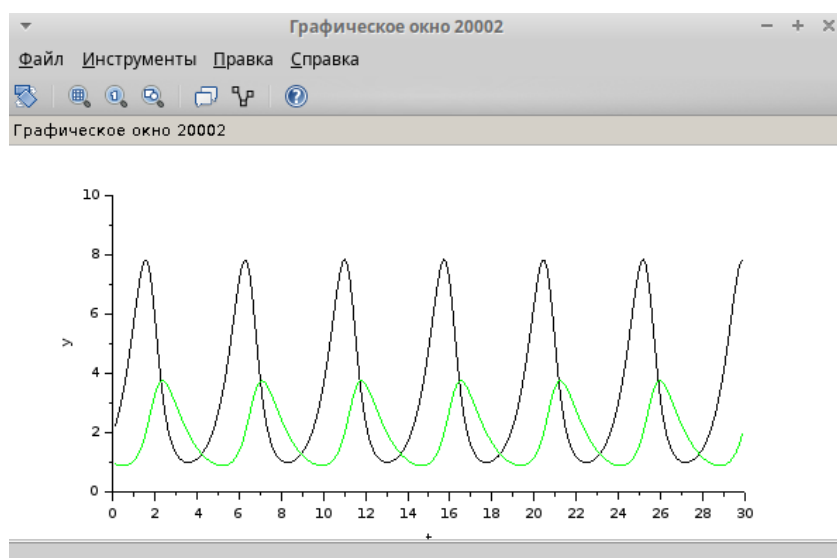


Рис. 10: Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

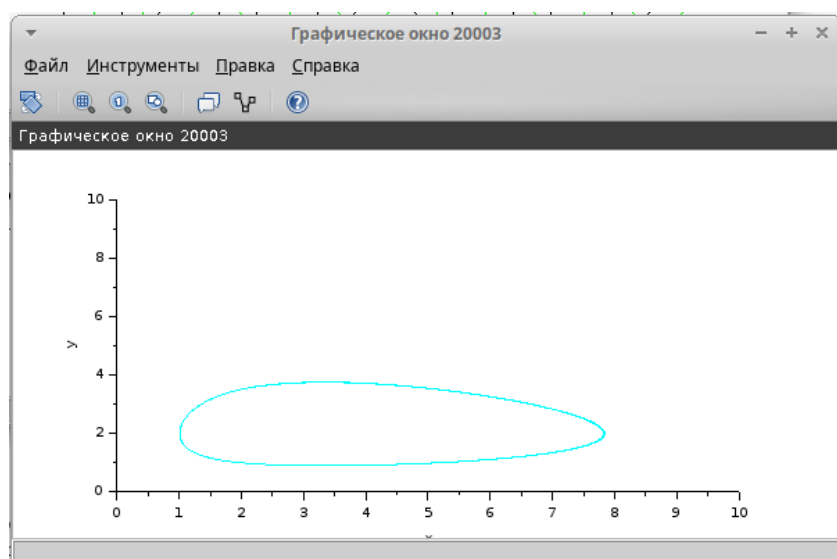


Рис. 11: Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

Упражнение

Реализуем модель «хищник – жертва» в OpenModelica. Построим графики изменения численности популяций и фазовый портрет.

```
parameter Real a = 2;  
parameter Real b = 1;  
parameter Real c = 0.3;  
parameter Real d = 1;  
parameter Real x0 = 2;  
parameter Real y0 = 1;
```

```
Real x(start=x0);
```

```
Real y(start=y0);
```

```
equation
```

```
der(x) = a*x - b*x*y;
```

```
der(y) = c*x*y - d*y;
```

Выполним симуляцию, поставим конечное время 30с. Получим график изменения численности хищников и жертв (рис. [-@fig:012]), а также фазовый портрет (рис. [-@fig:013]).

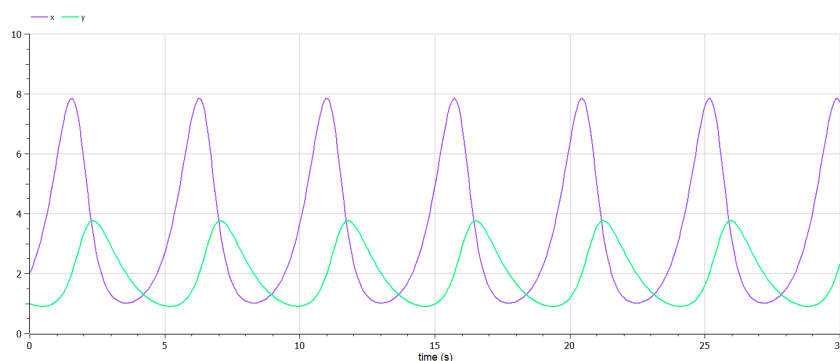


Рис. 12: Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

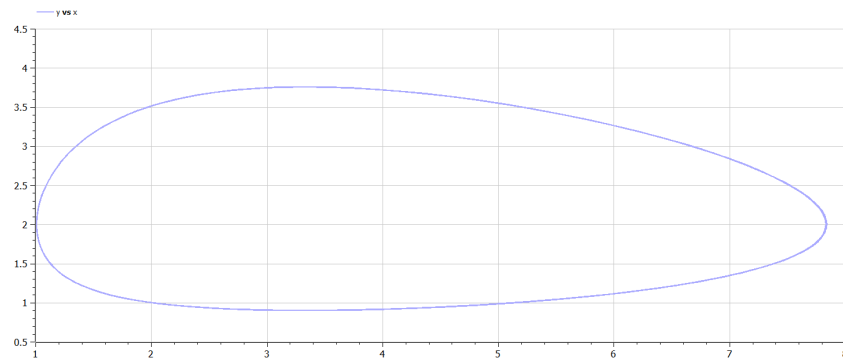


Рис. 13: Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной реализована модель “хищник-жертва” в *xcos*.

Список литературы

1. Королькова А.В., Кулябов Д.С. Руководство к лабораторной работе №6. Модель «хищник–жертва». – Москва, 2025. – 73 с.
2. Система «хищник — жертва» // Википедия. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Система_«хищник_жертва» (дата обращения: 02.04.2025).
3. Информационные технологии. 11. Модель «хищник-жертва» // Профильное обучение. URL: <http://profil.adu.by/mod/book/tool/print/index.php?id=4187> (дата обращения: 02.04.2025).
4. Недорезов Л.В., Утюпин Ю.В., Утюпина С.П. Эффект насыщения в модели системы “хищник–жертва” // Сибирский журнал индустриальной математики. 2001. Т. 4, № 1. С. 150–164. URL: <https://www.mathnet.ru/sjim125>.
5. Апонин Ю.М., Апонина Е.А. Математическая модель сообщества хищник–жертва с нижним порогом численности жертвы // Компьютерные исследования и моделирование. 2009. Т. 1, № 1. С. 51–56. URL: <https://www.mathnet.ru/ivp101>.