

# **Лабораторная работа №8**

Модель конкуренции двух фирм

---

Ендонова А.В.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Информация

---

- Ендонова Арюна Валерьевна
- студентка
- Российский университет дружбы народов
- 1132221888@pfur.ru
- <https://github.com/aryunae>



## **Вводная часть**

---

## Цель работы

---

Исследовать математическую модель конкуренции двух фирм.

## Задача

Случай 1

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2, \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_2^2, \end{cases}$$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 N q}, \quad a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}, \quad b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}, \quad c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}, \quad c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_2 \tilde{p}_2}$$

Также введена нормировка  $t = c_1 \theta$ .

## Задача

---

Случай 2

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.00015\right)M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2, \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_2^2, \end{cases}$$

## Задача

---

$$M_0^1 = 7.3, M_0^2 = 8.3,$$

$$p_{cr} = 42, N = 88, q = 1$$

$$\tau_1 = 28, \tau_2 = 25,$$

$$\tilde{p}_1 = 13, \tilde{p}_2 = 10$$

## Задача

---

Обозначения:

- $N$  – число потребителей производимого продукта.
- $\tau$  – длительность производственного цикла
- $p$  – рыночная цена товара
- $\tilde{p}$  – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.
- $q$  – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
- $\theta = \frac{t}{c_1}$  – безразмерное время

## Задание

---

1. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1.
2. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2.

## **Выполнение лабораторной работы**

---

## Реализация на Julia

---

Для реализации на языке программирования Julia будем использовать библиотеки DifferentialEquations.jl для решения дифференциальных уравнений и Plots.jl для отрисовки графиков.

## Реализация на Julia

```
p_cr = 42 #критическая стоимость продукта  
tau1 = 28 #длительность производственного цикла фирмы 1  
p1 = 13 #себестоимость продукта у фирмы 1  
tau2 = 25 #длительность производственного цикла фирмы 2  
p2 = 10 #себестоимость продукта у фирмы 2  
N = 88 #число потребителей производимого продукта  
q = 1; #максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
```

## Реализация на Julia

```
a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q);
a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q);
b = p_cr/(tau1^2*tau2^2*p1^2*p2^2*N*q);
c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);

u0 = [7.3, 8.3] #начальные значения M1 и M2
p = [a1, a2, b, c1, c2]
tspan = (0.0, 30.0) #временной интервал
```

## Реализация на Julia. Случай 1

```
function f(u, p, t)
    M1, M2 = u
    a1, a2, b, c1, c2 = p
    M1 = M1 - (a1/c1)*M1^2 - (b/c1)*M1*M2
    M2 = (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2^2 - (b/c1)*M1*M2
    return [M1, M2]
end
```

## Реализация на Julia. Случай 1

```
prob = ODEProblem(f, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01)
plot(sol, yaxis = "Оборотные средства предприятия", label = ["M1" "M2"],
c = ["green" "purple"])
```

## Реализация на Julia. Случай 1

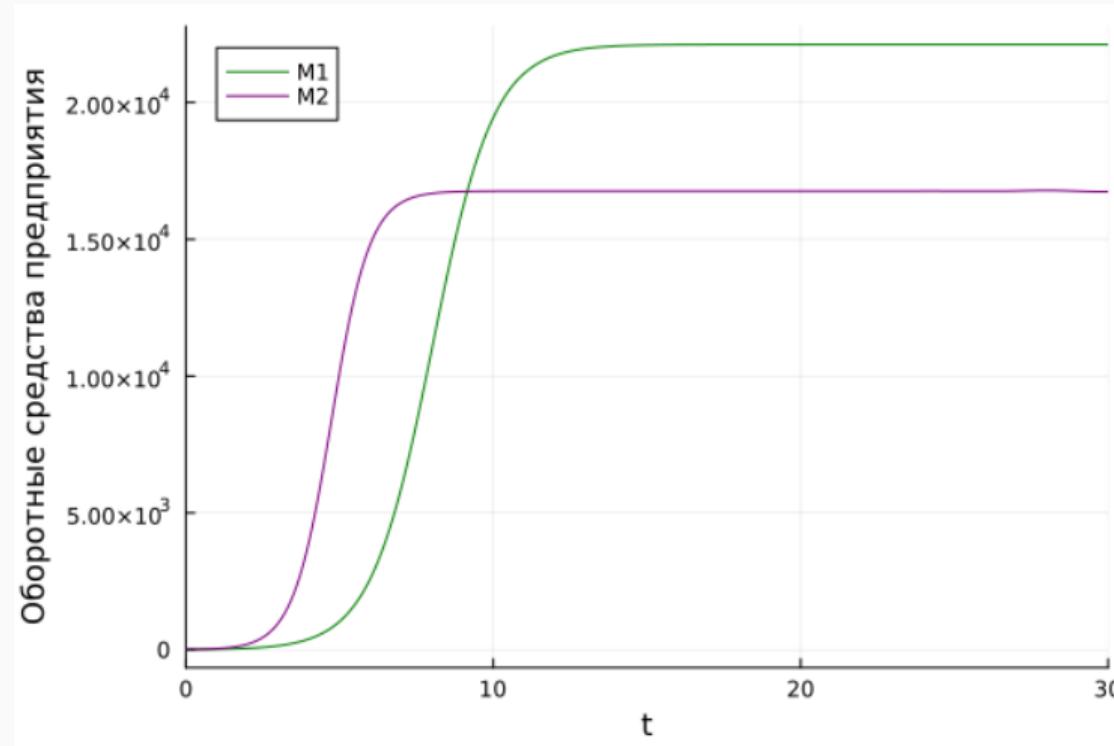


Рис. 1: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2

## Реализация на Julia. Случай 2

```
function f(u, p, t)
    M1, M2 = u
    a1, a2, b, c1, c2 = p
    M1 = M1 - (a1/c1)*M1^2 - (b/c1+0.00015)*M1*M2
    M2 = (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2^2 - (b/c1)*M1*M2
    return [M1, M2]
end
```

## Реализация на Julia. Случай 2

---

```
prob = ODEProblem(f, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01)
plot(sol, yaxis = "Оборотные средства предприятия", label = ["M1" "M2"],
      c = ["green" "purple"])
```

## Реализация на Julia. Случай 2

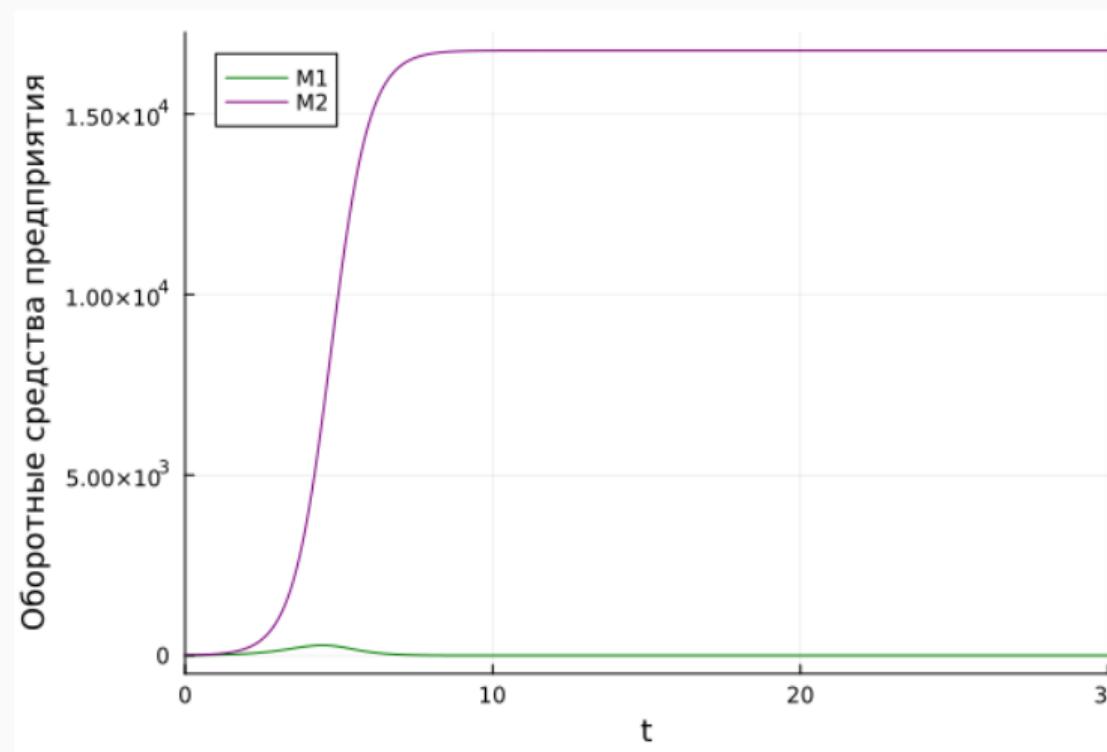


Рис. 2: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2

## Реализация на Julia. Случай 2.

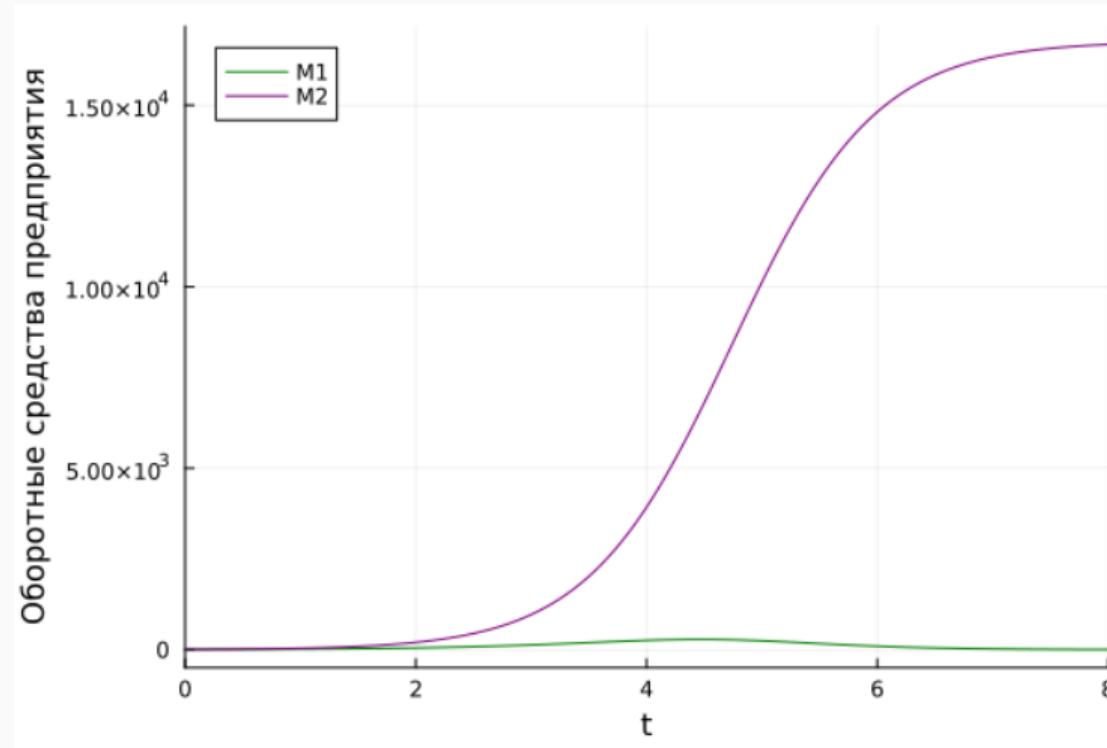


Рис. 3: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2

# Реализация на OpenModelica. Случай 1

---

```
parameter Real p_cr = 42;
parameter Real tau1 = 28;
parameter Real p1 = 13;
parameter Real tau2 = 25;
parameter Real p2 = 10;
parameter Real N = 88;
parameter Real q = 1;
parameter Real a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q);
parameter Real a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q);
parameter Real b = p_cr/(tau1^2*tau2^2*p1^2*p2^2*N*q);
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
Real M1(start=7.3);
Real M2(start=8.3);
```

# Реализация на OpenModelica. Случай 1

---

equation

$$\begin{aligned}\text{der}(M1) &= M1 - (a1/c1)*M1^2 - (b/c1)*M1*M2; \\ \text{der}(M2) &= (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2^2 - (b/c1)*M1*M2;\end{aligned}$$

# Реализация на OpenModelica. Случай 1

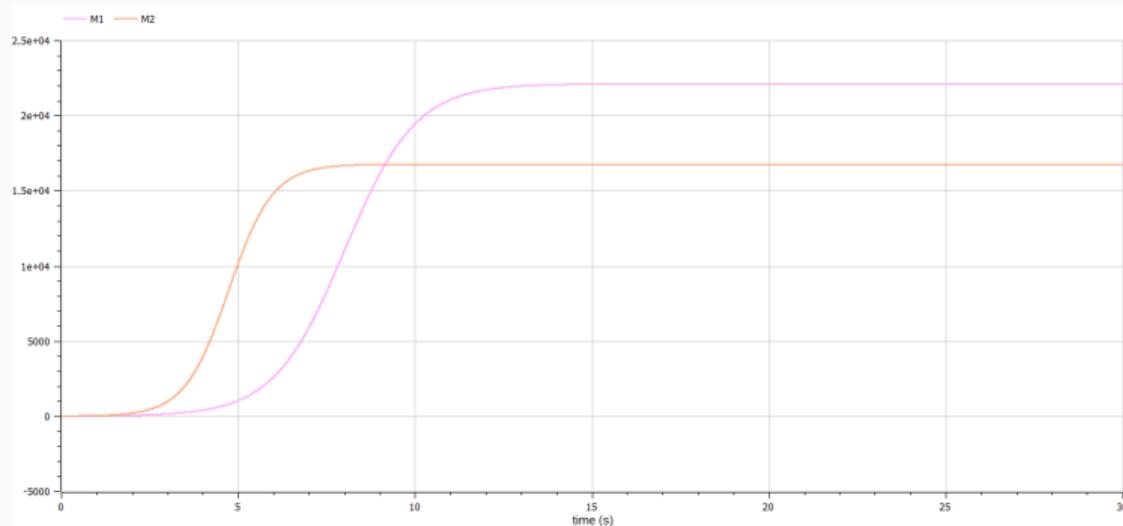


Рис. 4: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2

## Реализация на OpenModelica. Случай 2

---

```
parameter Real p_cr = 42;
parameter Real tau1 = 28;
parameter Real p1 = 13;
parameter Real tau2 = 25;
parameter Real p2 = 10;
parameter Real N = 88;
parameter Real q = 1;
parameter Real a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q);
parameter Real a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q);
parameter Real b = p_cr/(tau1^2*tau2^2*p1^2*p2^2*N*q);
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
Real M1(start=7.3);
Real M2(start=8.3);
```

## Реализация на OpenModelica. Случай 2

---

equation

$$\text{der}(M1) = M1 - (a1/c1)*M1^2 - (b/c1+0.00015)*M1*M2;$$

$$\text{der}(M2) = (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2^2 - (b/c1)*M1*M2;$$

# Реализация на OpenModelica. Случай 2

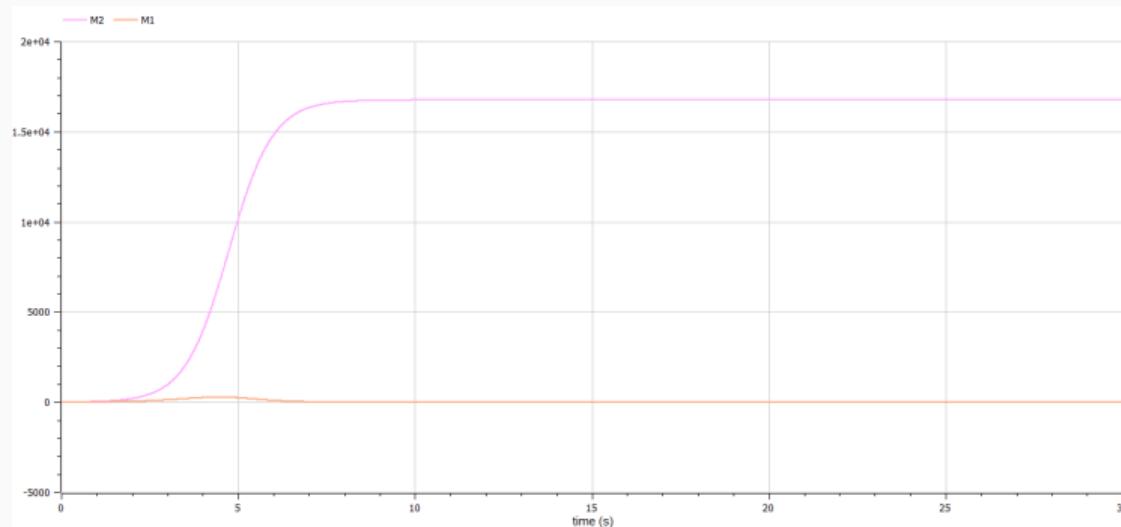


Рис. 5: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2

# Реализация на OpenModelica. Случай 2

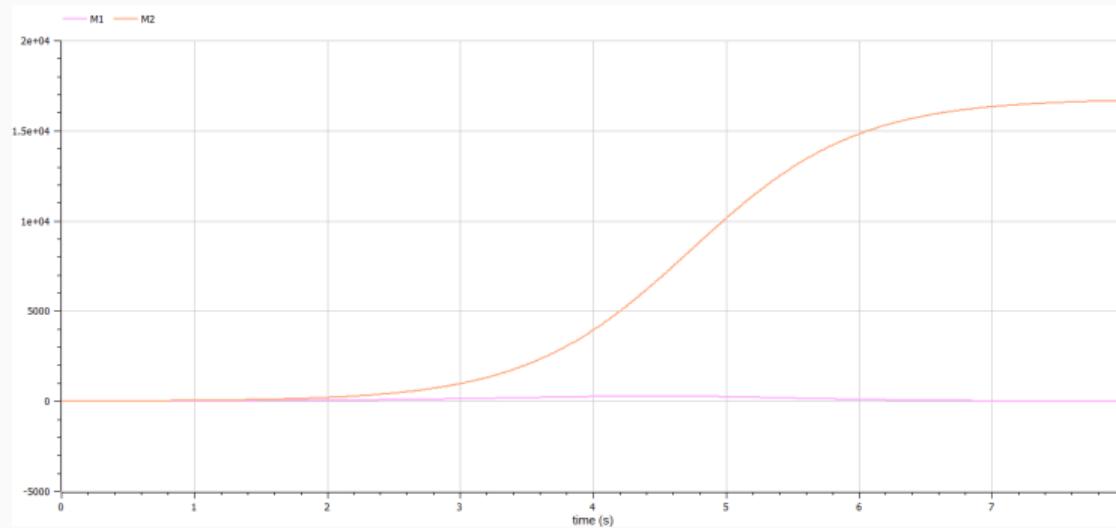


Рис. 6: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2

## **Выводы**

---

## Выводы

---

В результате выполнения лабораторной работы была исследована модель конкуренции двух фирм.

## Список литературы

---

1. Копылов А.В., Просвирев А.Э. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНКУРЕНЦИИ ДВУХ ФИРМ НА ОДНОРОДНОМ РЫНКЕ. 2003. 29-32 с.