

Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Ендонова А.В.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Ендонова Арюна Валерьевна
- студентка
- Российский университет дружбы народов
- 1132221888@pfur.ru
- <https://github.com/aryunae>



Цель работы

Построить математическую модель гармонического осциллятора.

Задание

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 9.2x = 0$,
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + \dot{x} + 4.9x = 0$,
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 3.5\dot{x} + 13x = 2.5\cos(2t)$. На интервале $t \in [0; 49]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = -0.5$, $y_0 = 1$.

Выполнение лабораторной работы

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

```
# Используемые библиотеки
using DifferentialEquations, Plots;

# Начальные условия
tspan = (0,49)
u0 = [-0.5, 1]
p1 = [0, 9.2]
```

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Задание функции

```
function f1(u, p, t)
```

x, y = u

g, w = p

dx = y

dy = -g .*y - w^2 .*x

return [dx, dy]

end

Постановка проблемы и ее решение

```
problem1 = ODEProblem(f1, u0, tspan, p1)
```

```
sol1 = solve(problem1, Tsit5(), saveat = 0.05)
```

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

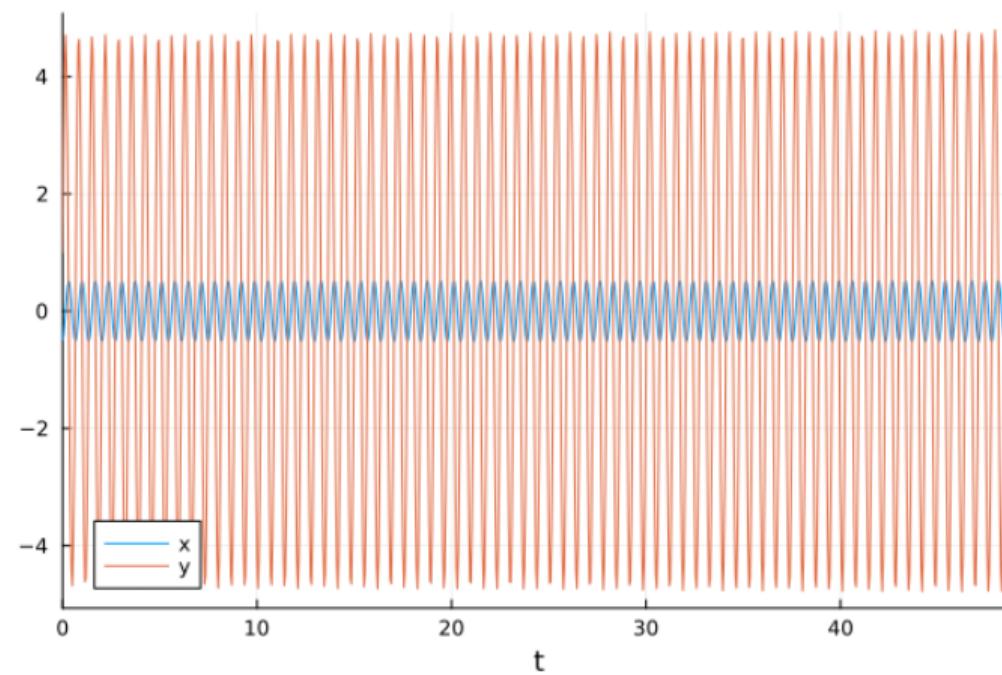


Рис. 1: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы 7/27

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

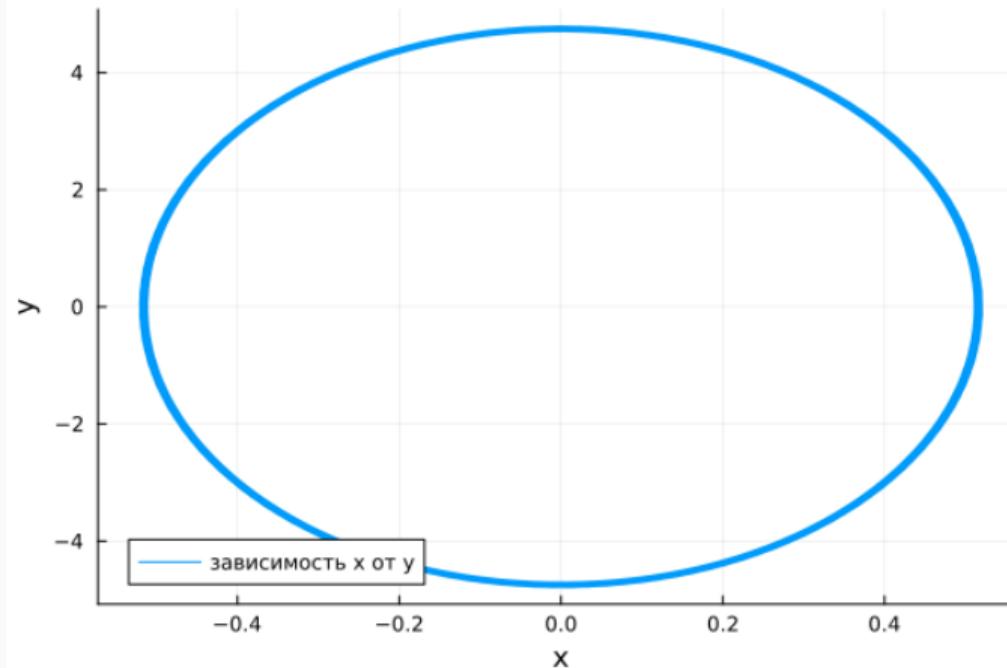


Рис. 2: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

```
model lab4_1
parameter Real g = 0;
parameter Real w = 9.2;
parameter Real x0 = -0.5;
parameter Real y0 = 1;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
    der(x) = y;
    der(y) = -g .*y - w^2 .*x;
end lab4_1;
```

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

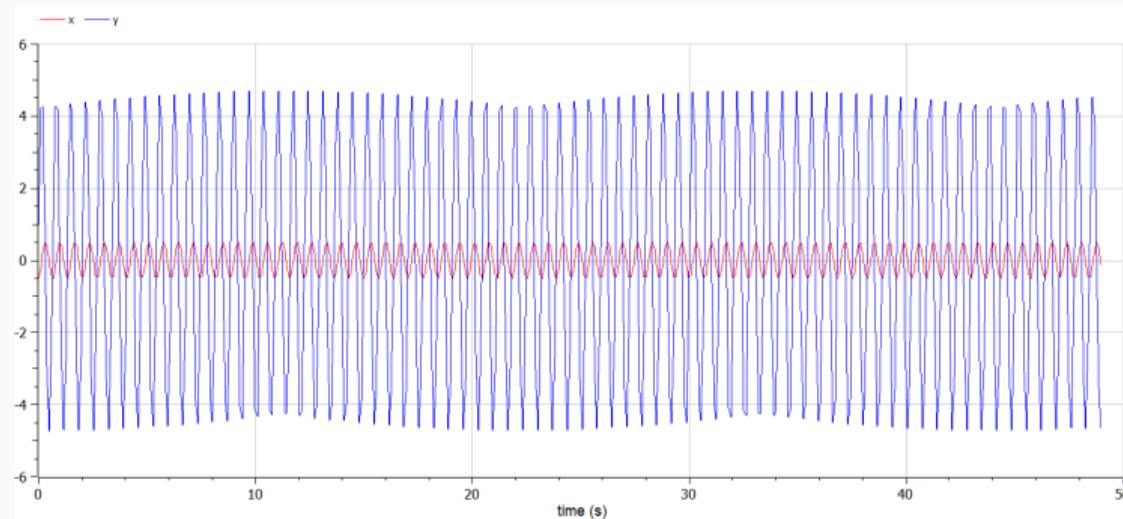


Рис. 3: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы.
OpenModelica

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

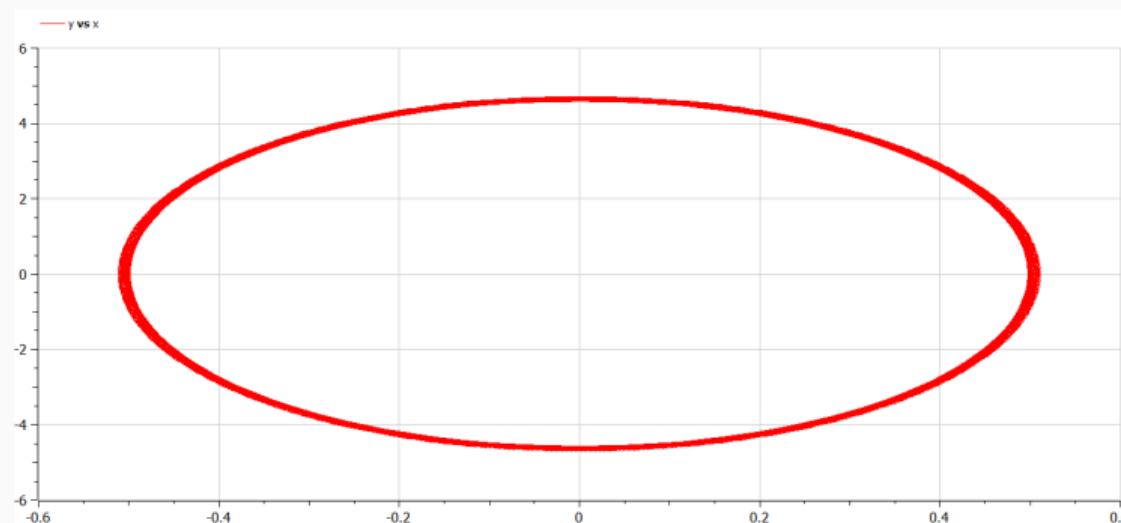


Рис. 4: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы. OpenModelica

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Начальные условия

tspan = (0,49)

u0 = [-0.5, 1]

p2 = [1, 4.9]

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

```
# Задание функции
```

```
function f1(u, p, t)
```

```
    x, y = u
```

```
    g, w = p
```

```
    dx = y
```

```
    dy = -g .*y - w^2 .*x
```

```
    return [dx, dy]
```

```
end
```

```
# Постановка проблемы и ее решение
```

```
problem2 = ODEProblem(f1, u0, tspan, p2)
```

```
sol2 = solve(problem2, Tsit5(), saveat = 0.05)
```

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

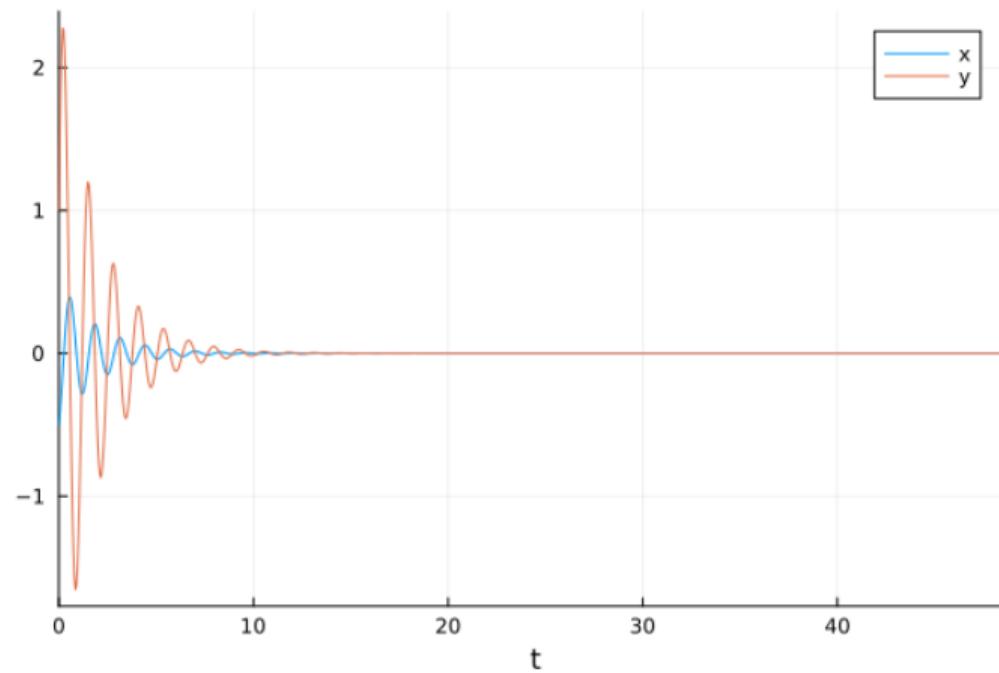


Рис. 5: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы 14/27

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

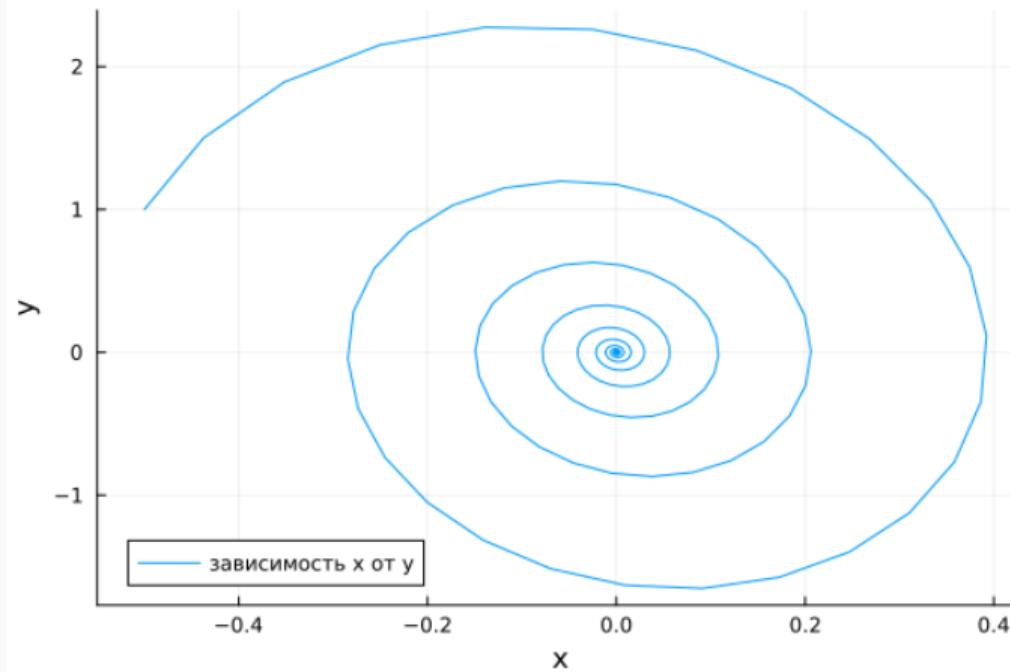


Рис. 6: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

```
model lab4_2
parameter Real g = 1;
parameter Real w = 4.9;
parameter Real x0 = -0.5;
parameter Real y0 = 1;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
    der(x) = y;
    der(y) = -g .*y - w^2 .*x;
end lab4_2;
```

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

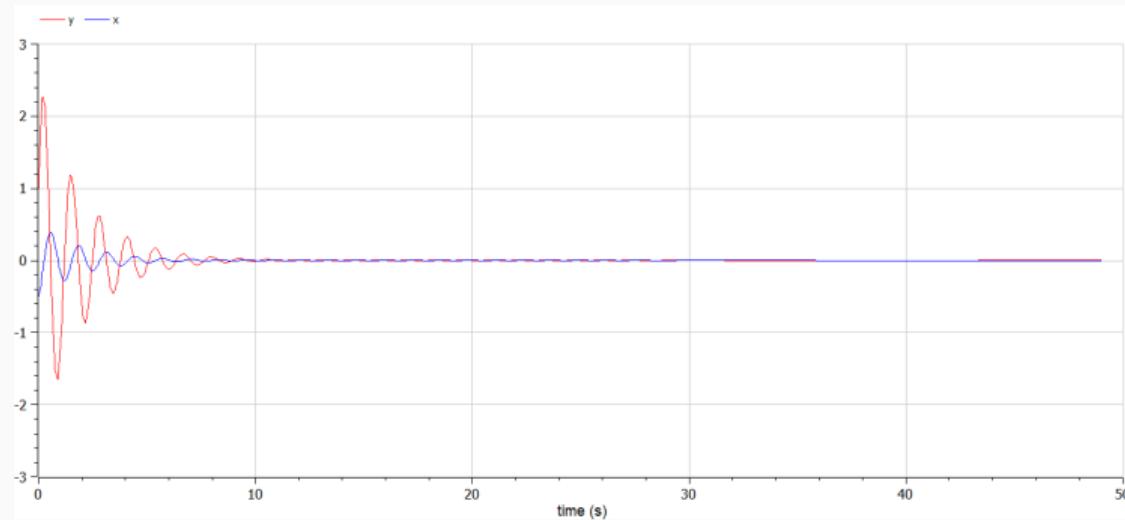


Рис. 7: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы.
OpenModelica

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

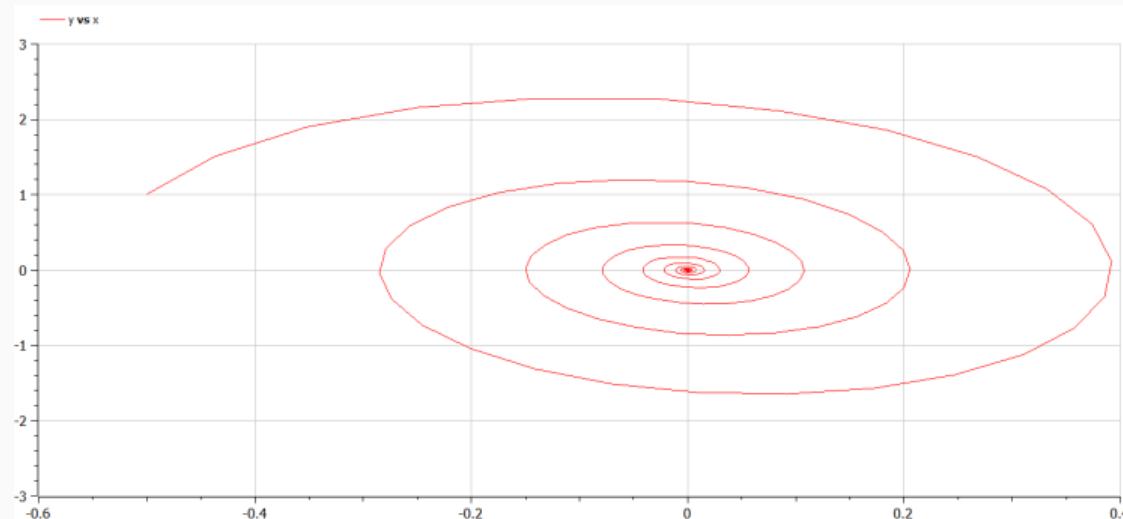


Рис. 8: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы. OpenModelica

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Начальные условия

tspan = (0,49)

u0 = [-0.5, 1]

p3 = [3.5, 13]

Функция, описывающая внешние силы, действующие на осциллятор

f(t) = 2.5*cos(2*t)

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

```
# Задание функции
```

```
function f2(u, p, t)
```

```
    x, y = u
```

```
    g, w = p
```

```
    dx = y
```

```
    dy = -g .*y - w^2 .*x .+f(t)
```

```
    return [dx, dy]
```

```
end
```

```
# Постановка проблемы и ее решение
```

```
problem3 = ODEProblem(f2, u0, tspan, p3)
```

```
sol3 = solve(problem3, Tsit5(), saveat = 0.05)
```

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

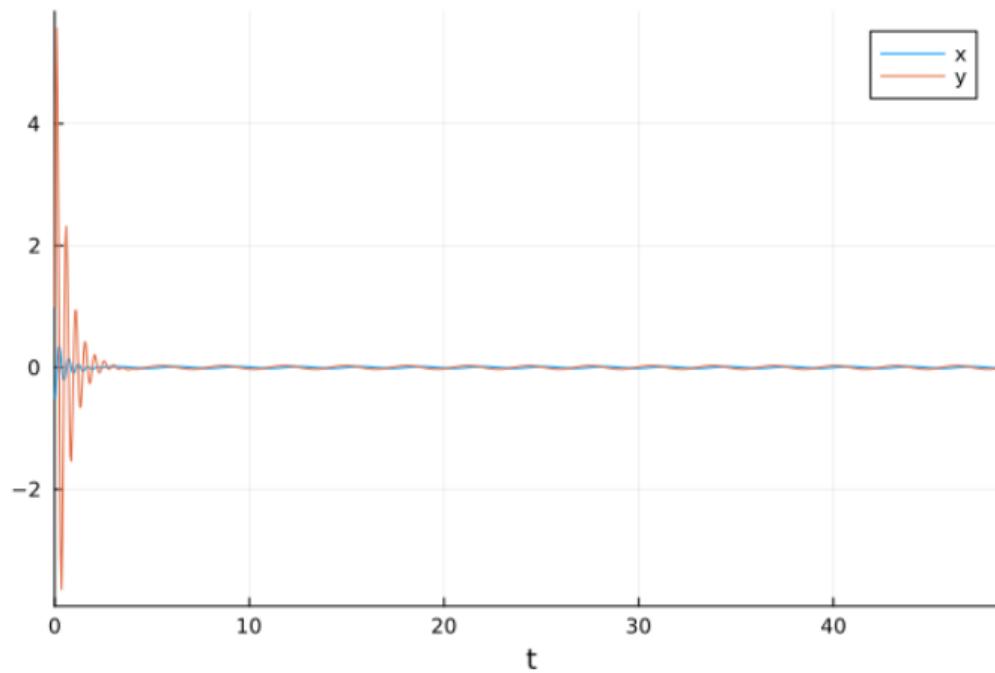


Рис. 9: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы 21/27

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

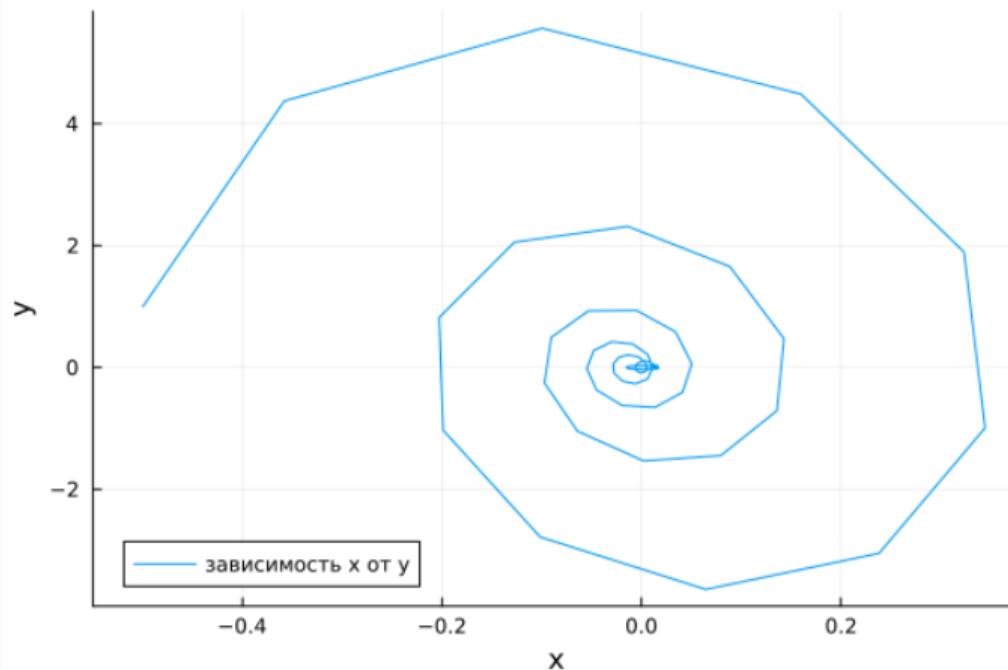


Рис. 10: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

```
model lab4_3
parameter Real g = 3.5;
parameter Real w = 13;
parameter Real x0 = -0.5;
parameter Real y0 = 1;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
    der(x) = y;
    der(y) = -g .*y - w^2 .*x + 2.5*cos(2*time);
end lab4_3;
```

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

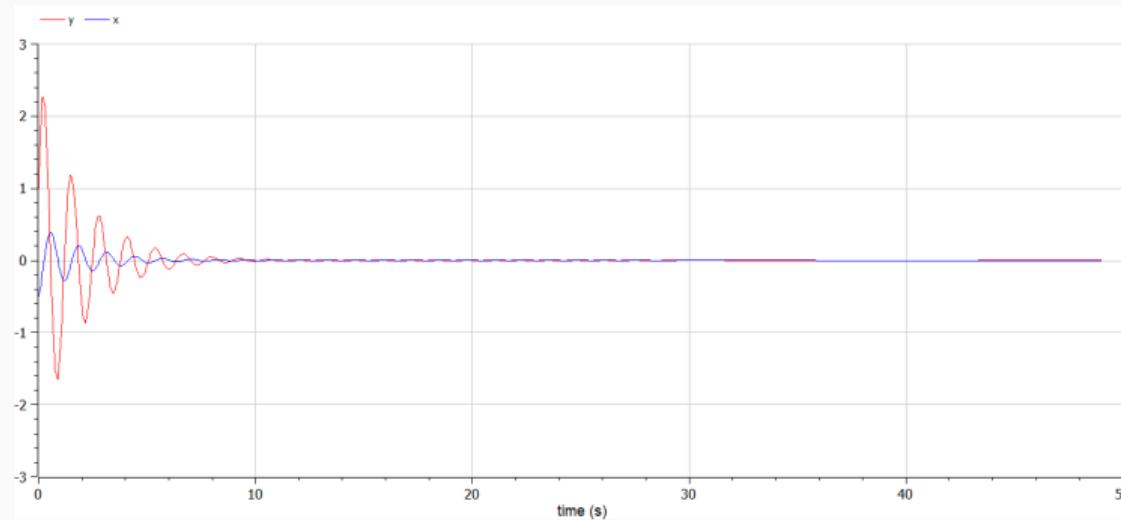


Рис. 11: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы. OpenModelica

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

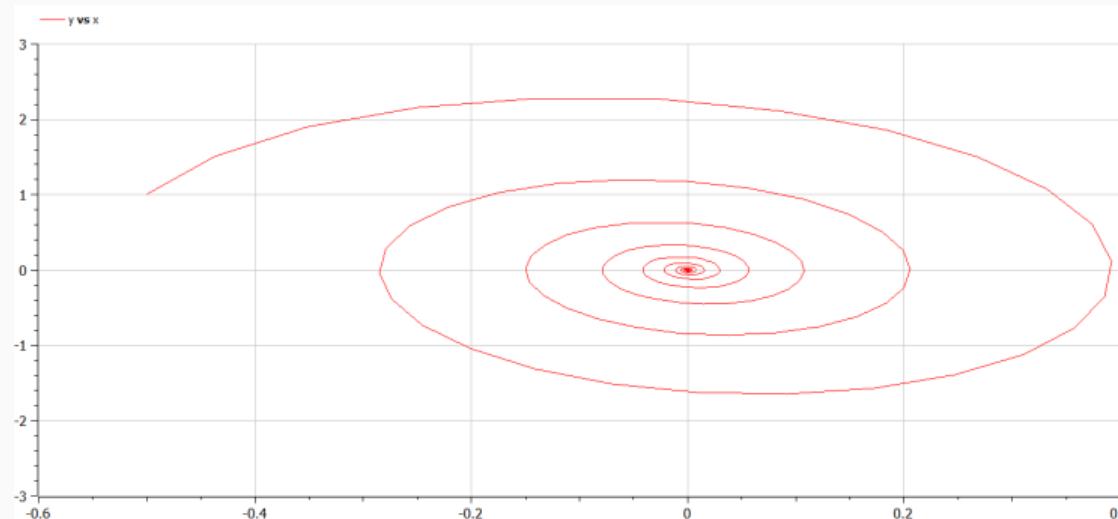


Рис. 12: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы. OpenModelica

Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной работы я построила математическую модель гармонического осциллятора.

Список литературы

1. Гармонические колебания [Электронный ресурс]. URL:
https://ru.wikipedia.org/wiki/Гармонические_колебания.