

## **Лабораторная работа №2**

Задача о погоне

---

Ендонова А.В.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Информация

---

- Ендонова Арюна Валерьевна
- студентка
- Российский университет дружбы народов
- 1132221888@pfur.ru
- <https://github.com/aryunae>



## Цель работы

---

Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задаче о погоне.

## Задание

---

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 11,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,1 раза больше скорости браконьерской лодки.

## Задание

---

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки

## Выполнение лабораторной работы

---

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{4.1v} - \text{в первом случае}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{4.1v} - \text{во втором}$$

Отсюда мы найдем два значения  $x_1 = \frac{11.4}{5, 1}$  и  $x_2 = \frac{11.4}{3, 1}$ , задачу будем решать для двух случаев.

## Выполнение лабораторной работы

$$v_\tau = \sqrt{16.81v^2 - v^2} = \sqrt{15.81}v$$

Из чего можно вывести:

$$r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{15.81}v$$

## Выполнение лабораторной работы

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{15.81}v \end{cases}$$

## Выполнение лабораторной работы

С начальными условиями для первого случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{11.4}{5.1} \end{cases} \quad (1)$$

## Выполнение лабораторной работы

Или для второго:

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{11.4}{3.1} \end{cases} \quad (2)$$

## Выполнение лабораторной работы

---

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{15.81}}$$

## Построение модели

---

```
# расстояние от лодки до катера
k = 11.4
# начальные условия для 1 и 2 случаев
r0 = k/5.1
r0_2 = k/3.1
theta0 = (0.0, 2*pi)
theta0_2 = (-pi, pi)
# данные для движения лодки браконьеров
fi = 3*pi/4;
t = (0, 50);
```

## Построение модели

---

# функция, описывающая движение лодки браконьеров

$$x(t) = \tan(\phi) * t;$$

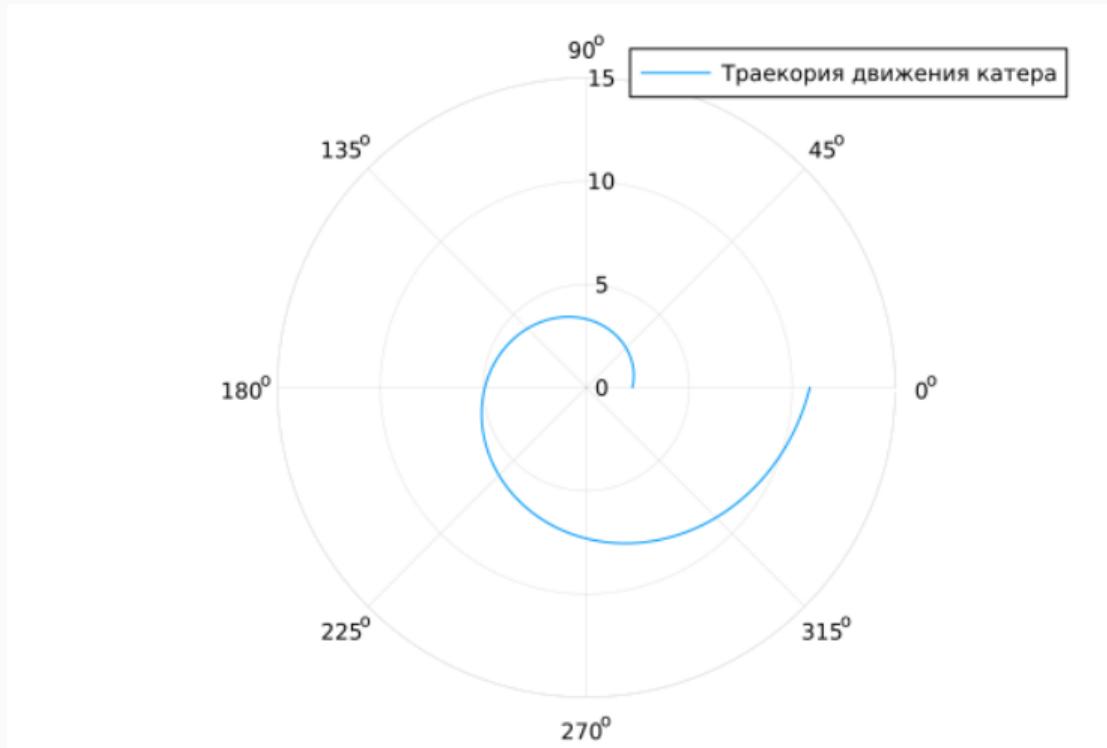
# функция, описывающая движение катера береговой охраны

$$f(r, p, t) = r / \sqrt{15.81}$$

## Построение модели

```
# постановка проблемы и решение ДУ для 1 случая  
  
prob = ODEProblem(f, r0, theta0)  
  
sol = solve(prob, saveat = 0.01)  
  
# отрисовка траектории движения катера  
  
plot(sol.t, sol.u, proj=:polar, lims=(0, 15), label = "Траектория движения катера")
```

## Построение модели



**Рис. 1:** Траектория движения катера в 1 случае

## Построение модели

---

```
## необходимые действия для построения траектории движения лодки
ugol = [fi for i in range(0,15)]
x_lims = [x(i) for i in range(0,15)]
# отрисовка траектории движения лодки вместе с катером
plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 15), label = "Траектория движения лодки")
```

## Построение модели

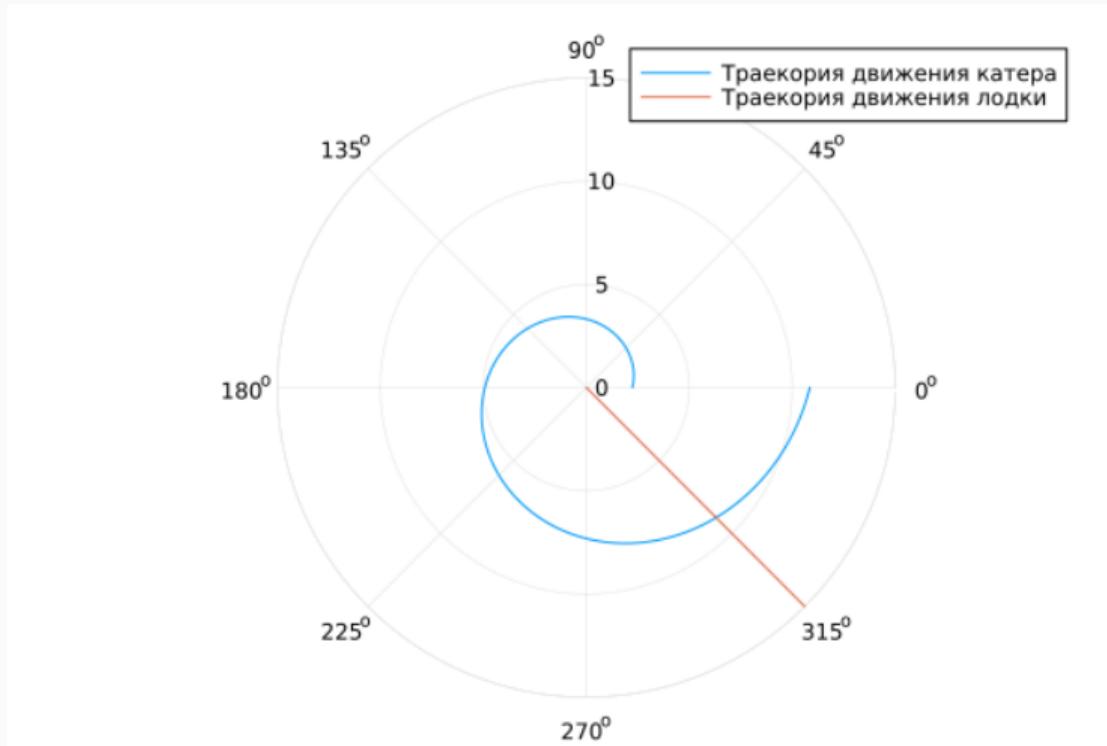


Рис. 2: Траектория движения катера и лодки

## Построение модели

---

```
# точное решение ДУ, описывающего движение катера береговой охраны
y(x)=(1140*exp(10*x)/(sqrt(1581)))/(509)
# подставим в точное решение угол, под которым движется
#лодка браконьеров для нахождения точки пересечения
y(pi)
# точка пересечения лодки и катера для 1 случая
9.628170843477646e8
```

## Построение модели в случае 2

---

```
# постановка проблемы и решение ДУ для 2 случая
prob_2 = ODEProblem(f, r0_2, theta0_2)
sol_2 = solve(prob_2, saveat = 0.01)
# отрисовка траектории движения катера
plot(sol_2.t, sol_2.u, proj=:polar, lims=(0,15), label = "Траектория движения катера")
```

## Построение модели в случае 2

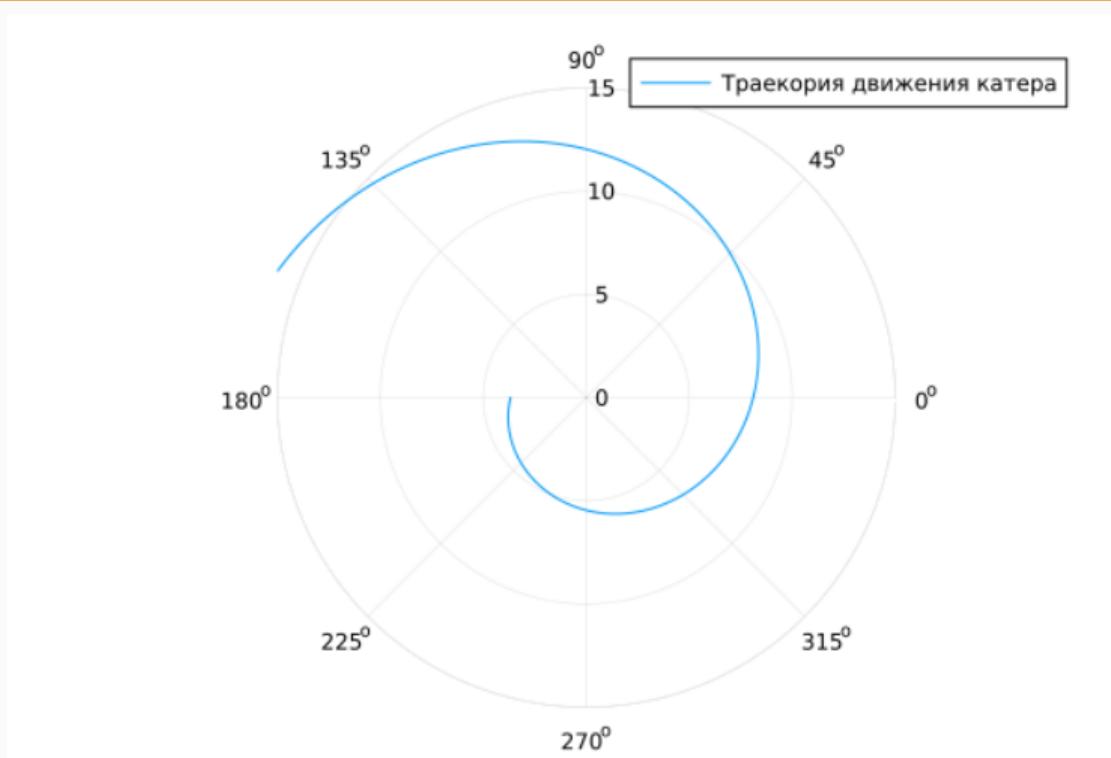


Рис. 3: Траектория движения катера во 2 случае

## Построение модели в случае 2

---

```
# отрисовка траектории движения лодки вместе с катером  
plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 15), label = "Траектория движения лодки")
```

## Построение модели в случае 2

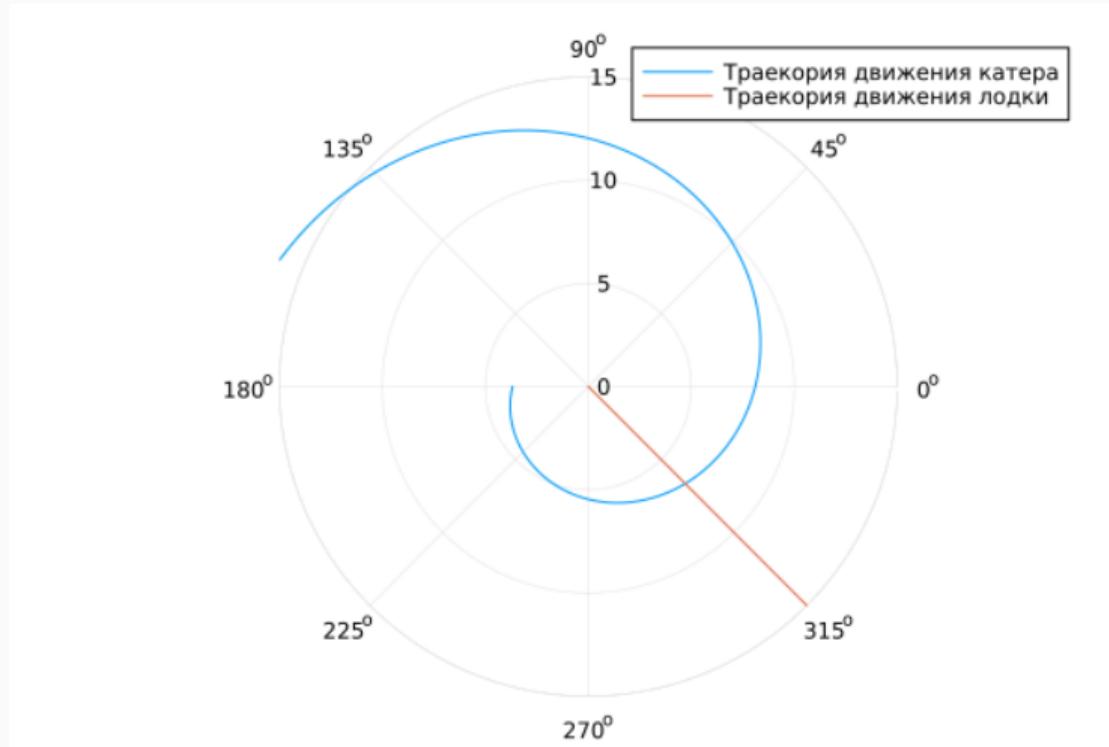


Рис. 4: Траектория движения катера во 2 случае

## Построение модели в случае 2

```
# точное решение ДУ, описывающего движение катера береговой охраны для 2 случая  
y2(x)=(114*exp((10*x/sqrt(1581))+(10*pi/sqrt(1581))))/(31)  
# подставим в точное решение угол, под которым движется лодка браконьеров для нахождения п  
y2(pi-pi)  
# точка пересечения лодки и катера для 2 случая  
6.651143558300665
```

## Выводы

---

В процессе выполнения данной лабораторной работы я построила математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задаче о погоне.

## Список литературы

---

1. Кривая погони [Электронный ресурс]. URL:  
[https://ru.wikipedia.org/wiki/Кривая\\_погони.](https://ru.wikipedia.org/wiki/Кривая_погони)