N 2

$$p(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

$n = 25$

Найдем ф-цию распред.:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(t)\,dt = \int_0^x e^{-t}\,dt = -e^{-t}\Big|_0^x =$$

$$= 1 - e^{-x}, \quad x \geq 0$$

Генерируем выборку $\vec{y}_n$ из чисел, равном. распр. в $[0, 1]$

Тогда, т.к. $F(x_i) = y_i$,

$$x_i = \ln \frac{1}{1 - y_i}$$

а) мода, медиана, размах см. в программе

Коэффициент асимметрии (тоже см в прогр.)

$$\gamma = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$$

$$\alpha_k = M[x^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k p(x)\,dx = \int_0^{+\infty} x^k e^{-x}\,dx =$$

$$= \Gamma(k+1) = k!$$

Отсюда $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 2$, $\alpha_3 = 6$

$$\mu_2 = M[(\xi - \alpha_1)^2] = \alpha_2 - \alpha_1^2 = 1$$

$$\mu_3 = M[(\xi - \alpha_1)^3] = \alpha_3 - 3\alpha_2\alpha_1 + 3\alpha_1^3 -$$

$$- \alpha_1^3 = 2 \Rightarrow \gamma = 2$$

б) эмпирич. ф-ция распр.:

$$\hat{F}_n(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq x_{min} \\ \frac{m(x)}{n}, & \text{если } x_k < x \leq x_{k+1} \\ 1, & \text{если } x > x_{max} \end{cases}$$

$m(x)$ – число эл. выбор. меньше x

n – объем выборки.

все остальное см. в программе

c, d) (одинаковые пункты)

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

ЦПТ Ляпунова: $\frac{\bar{x} - M\xi}{\sqrt{D\xi}} \sqrt{n} \sim N(0,1)$

Наш случай: $\frac{\bar{x} - 1}{1} \sqrt{25} \sim N(0, 1)$

$\Rightarrow \bar{x} \sim N(1, \frac{1}{\sqrt{n}})$

Будем ген. n_sub = 1000 подвыборок

посчит. для каждой $\bar{x}$ и построим для них гистограмму

все см. в программе

e) Будем пользоваться формулой:

$$\gamma = \frac{\tilde{\mu}_3}{\tilde{\mu}_2^{3/2}} = \frac{\frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^2\right)^{3/2}}$$

в программе гистограмма аналогично пункту c, d)