Decission Tree (ID3, C4.5, CART)

https://github.com/as-budi/Embedded_AI.git

1. Pengertian Decision Tree

- Decision Tree adalah salah satu algoritma dalam machine learning yang digunakan untuk tugas klasifikasi dan regresi.
- Algoritma ini bekerja seperti diagram pohon keputusan yang terdiri dari simpul (node) dan cabang (branch).
- Decision Tree sangat populer karena mudah dipahami dan diinterpretasikan.

2. Struktur Decision Tree

- **Root Node**: Simpul awal yang mewakili seluruh dataset dan menentukan fitur pertama untuk dipilah.
- **Internal Nodes**: Simpul di tengah yang merepresentasikan keputusan berdasarkan fitur tertentu.
- **Leaf Nodes**: Simpul akhir yang mewakili label kelas (untuk klasifikasi) atau nilai (untuk regresi).
- **Branches**: Jalur yang menghubungkan node satu ke node lainnya berdasarkan kondisi tertentu.

3. Cara Kerja Decision Tree

1. **Memilih Fitur Utama**
   - Decision Tree memilih fitur yang paling berpengaruh untuk membagi data.
   - Pemilihan ini didasarkan pada metrik seperti *Gini Index*, *Entropy*, atau *Variance Reduction*.
2. **Memecah Data (Splitting)**
   - Data akan dibagi berdasarkan nilai fitur yang dipilih.
   - Proses ini terus berulang hingga mencapai kondisi tertentu, seperti kedalaman maksimal atau jumlah data minimum dalam satu simpul.

3. **Membentuk Struktur Pohon**
    - Setiap cabang dari decision tree merepresentasikan keputusan dari data yang dikelompokkan.
4. **Membuat Prediksi**
    - Untuk prediksi, input data akan mengikuti jalur dari root node hingga leaf node berdasarkan aturan yang telah dibuat.

4. Metrik Pemilihan Fitur

- **Entropy & Information Gain (IG)**
  - Entropy mengukur ketidakteraturan data, sedangkan Information Gain mengukur pengurangan ketidakteraturan setelah pemisahan data.
  - Rumus Entropy:
    $H(S) = -\sum p_i \log_2 p_i$
  - Information Gain:
    $IG(S, A) = H(S) - \sum \frac{|S_v|}{|S|} H(S_v)$

- **Gini Index**
  - Digunakan dalam algoritma CART (Classification and Regression Tree).
  - Rumus Gini Index:
    $Gini(S) = 1 - \sum p_i^2$
  - Nilai Gini yang lebih rendah menunjukkan pembagian yang lebih baik.

5. Algoritma Pembangunan Decision Tree

1. **ID3 (Iterative Dichotomiser 3)**
   - Menggunakan *Information Gain* untuk memilih fitur terbaik.
2. **C4.5**
   - Perbaikan dari ID3 yang menangani atribut numerik dan missing values.
3. **CART (Classification and Regression Trees)**
   - Menggunakan *Gini Index* untuk pemilihan fitur dan bisa digunakan untuk regresi.

6. Kelebihan dan Kekurangan Decision Tree

- **Kelebihan**
  ✅ Mudah dimengerti dan diinterpretasikan.
  ✅ Tidak memerlukan banyak prapemrosesan data.
  ✅ Dapat menangani data kategorikal maupun numerik.
  ✅ Mampu menangani fitur yang tidak relevan dengan baik.
- **Kekurangan**
  ❌ Rentan terhadap overfitting jika tidak diatur dengan baik.
  ❌ Bisa menghasilkan model yang terlalu kompleks.
  ❌ Kurang optimal dalam menangani dataset besar dan high-dimensional.

Contoh Decission Tree ID3 dataset Iris

1. Dataset Iris

Dataset **Iris** memiliki **4 fitur** dan **3 kelas**:

Fitur	Tipe	Keterangan
Sepal Length (cm)	Numerik	Panjang kelopak
Sepal Width (cm)	Numerik	Lebar kelopak
Petal Length (cm)	Numerik	Panjang mahkota
Petal Width (cm)	Numerik	Lebar mahkota
Kelas	Kategorikal	**Setosa, Versicolor, Virginica**

2. Langkah-langkah ID3

1. **Hitung Entropy dataset awal.**
2. **Tentukan splitting point untuk setiap fitur.**
3. **Hitung Information Gain untuk setiap splitting point.**
4. **Pilih fitur dengan Information Gain tertinggi sebagai root node.**
5. **Pisahkan dataset berdasarkan fitur tersebut dan rekursif hingga semua data diklasifikasikan.**

3. Perhitungan Entropy Awal

- Sebelum memulai splitting, kita menghitung **Entropy** dari dataset awal:

Kelas	Jumlah
Setosa	50
Versicolor	50
Virginica	50
Total	150

$$H(S) = -\sum p_i \log_2 p_i$$

$$= -\left(\frac{50}{150}\log_2 \frac{50}{150} + \frac{50}{150}\log_2 \frac{50}{150} + \frac{50}{150}\log_2 \frac{50}{150}\right)$$

$$= -(0.333 \times -1.585 + 0.333 \times -1.585 + 0.333 \times -1.585)$$

$$= 1.585$$

4. Menentukan Splitting Point untuk Setiap Fitur

- Karena semua fitur dalam dataset **Iris** adalah numerik, kita harus mencari **nilai tengah antara dua titik berurutan sebagai kandidat splitting point**.

Splitting Point untuk Petal Length

No	Petal Length (cm)	Kelas
1	1.4	Setosa
2	1.5	Setosa
3	1.6	Setosa
4	1.7	Setosa
5	3.0	Versicolor
6	4.0	Versicolor
7	4.5	Versicolor

No	Petal Length (cm)	Kelas
8	5.1	Versicolor
9	5.8	Virginica
10	6.3	Virginica
11	6.7	Virginica
12	7.1	Virginica

Jumlah nilai unik = 12, maka jumlah kandidat splitting point adalah (n-1) = **11**.

Menghitung semua kandidat splitting point:

1. $\frac{1.4+1.5}{2} = 1.45$
2. $\frac{1.5+1.6}{2} = 1.55$
3. $\frac{1.6+1.7}{2} = 1.65$
4. $\frac{1.7+3.0}{2} = 2.35$
5. $\frac{3.0+4.0}{2} = 3.50$
6. $\frac{4.0+4.5}{2} = 4.25$
7. $\frac{4.5+5.1}{2} = 4.80$
8. $\frac{5.1+5.8}{2} = 5.45$

9. $\frac{5.8+6.3}{2} = 6.05$
10. $\frac{6.3+6.7}{2} = 6.50$
11. $\frac{6.7+7.1}{2} = 6.90$

- Jadi, kandidat **splitting point untuk Petal Length** adalah:
- $1.45, 1.55, 1.65, 2.35, 3.50, 4.25, 4.80, 5.45, 6.05, 6.50, 6.90$
- **Kandidat splitting point untuk fitur yang lain dihitung dengan cara yang sama**

5. Menghitung Information Gain untuk Setiap Splitting Point

- Misalnya, untuk **Petal Length ≤ 2.35 cm**:

Kelas	Jumlah
Setosa	50
Versicolor	0
Virginica	0
Total	50

- Karena semua dalam satu kelas, entropy **0**.

- Untuk **Petal Length > 2.35 cm**:

Kelas	Jumlah
Setosa	0
Versicolor	50
Virginica	50
Total	100

- $H(S_2) = 1$
- $IG(PetalLength = 2.45) = 1.585 - (\frac{50}{150} \times 0 + \frac{100}{150} \times 1)$
- $= 1.585 - 0.667 = 0.918$

- Perhitungan IG dilakukan untuk semua kandidat split dari semua fitur.
- Split point dengan nilai IG tertinggi di masing-masing fitur dipilih sebagai split point di fitur tersebut.

- Setelah melakukan perhitungan IG untuk semua kandidat split point dari semua fitur didapat best split point sebagai berikut:

Fitur	Best Split	Information Gain
Petal Length	**2.35 cm**	**0.918**
Petal Width	**1.75 cm**	**0.983**
Sepal Length	5.8 cm	0.792
Sepal Width	3.0 cm	0.595

6. Memilih Fitur Root Node

- Karena **Petal Width (1.75 cm) memiliki IG tertinggi (0.983)**, maka **Petal Width ≤ 1.75 cm** dipilih sebagai **root node**.

7. Root Node yang Sudah Ditetapkan

- Dari perhitungan sebelumnya, kita mendapatkan bahwa fitur dengan **Information Gain (IG) tertinggi** adalah **Petal Width** dengan split **1.75 cm**. Maka, kita pilih sebagai **root node**:

```
        Petal Width ≤ 1.75?
       /                  \
    Yes                   No
```

8. Pembagian Dataset Setelah Root Node

- Setelah membagi dataset berdasarkan **Petal Width**, kita memiliki dua subset:

(A) Subset 1: Petal Width ≤ 1.75 cm

Kelas	Jumlah
Setosa	50
Versicolor	0
Virginica	0

- Karena **semua data dalam subset ini adalah Setosa**, maka kita dapat membuat **leaf node** langsung:

```
        Petal Width ≤ 1.75?
       /                  \
 Yes (Setosa)              No
```

(B) Subset 2: Petal Width > 1.75 cm

Kelas	Jumlah
Versicolor	50
Virginica	50
Total	100

Karena **Versicolor dan Virginica masih bercampur**, kita perlu memilih **fitur terbaik untuk pemisahan lebih lanjut**.

9. Memilih Fitur Terbaik untuk Subset 2

- Sekarang, kita menghitung **Information Gain (IG)** untuk fitur lain dalam **Subset 2**:

Fitur	Best Split	Information Gain
Petal Length	**4.75 cm**	**0.870**
Sepal Length	**5.8 cm**	0.792
Sepal Width	**3.0 cm**	0.595

- Karena **Petal Length (4.75 cm) memiliki IG tertinggi (0.870)**, kita memilih **Petal Length sebagai fitur selanjutnya**:

```
          Petal Width ≤ 1.75?
         /                  \
  Yes (Setosa)               No
                               |
                  Petal Length ≤ 4.75?
                  /                  \
              Yes                     No
```

10. Memisahkan Data Berdasarkan Petal Length ≤ 4.75 cm

- Sekarang kita membagi subset **(Petal Width > 1.75 cm)** berdasarkan **Petal Length ≤ 4.75 cm**.

(A) Subset 1: Petal Length ≤ 4.75 cm

Kelas	Jumlah
Versicolor	50
Virginica	0

Karena **semua data adalah Versicolor**, kita buat **leaf node**:

```
          Petal Width ≤ 1.75?
         /                  \
  Yes (Setosa)               No
                               |
                    Petal Length ≤ 4.75?
                    /                  \
           Yes (Versicolor)             No
```

(B) Subset 2: Petal Length > 4.75 cm

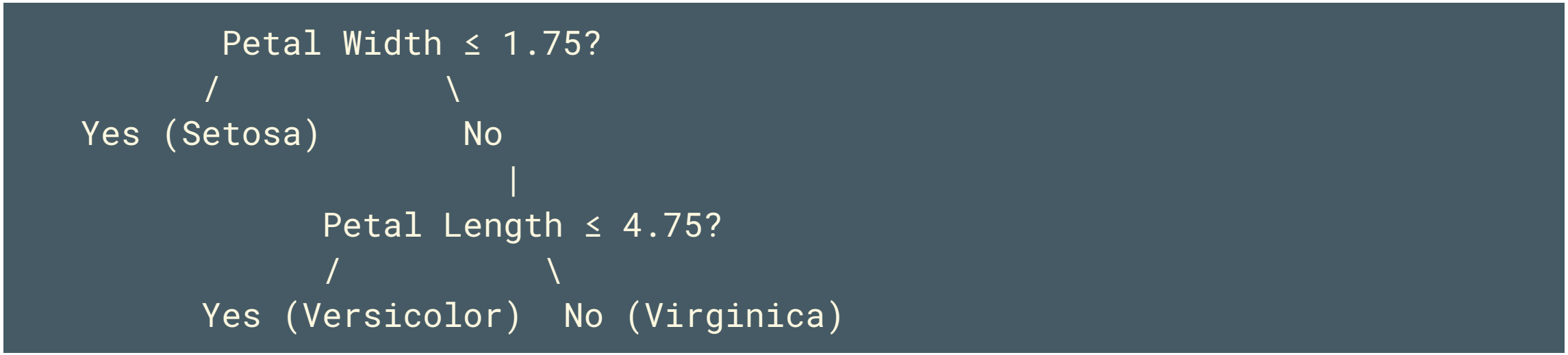
Kelas	Jumlah
Versicolor	0
Virginica	50

- Karena **semua data adalah Virginica**, kita buat **leaf node**:

```
          Petal Width ≤ 1.75?
         /                  \
  Yes (Setosa)               No
                              |
                   Petal Length ≤ 4.75?
                   /                  \
          Yes (Versicolor)    No (Virginica)
```

11. Decision Tree Final

Setelah semua subset hanya mengandung satu kelas, kita memiliki pohon keputusan final:



Metode C4.5

- Perbedaan dengan ID3 adalah menggunaan Gain Ratio (GR) untuk menggantikan IG dalam menentukan Split Point dan fitur pada node.
- **Gain Ratio (GR) dihitung dengan membagi Information Gain dengan Split Information (SI):**

$$GR(A) = \frac{IG(A)}{SI(A)}$$

- di mana **Split Information (SI)** dihitung sebagai:

$$SI(A) = -\sum_{i=1}^{k} \frac{|S_i|}{|S|} \log_2 \frac{|S_i|}{|S|}$$

Penjelasan Notasi:

- A = fitur yang sedang diuji sebagai kandidat split.
- S = jumlah total sampel.
- k = jumlah subset setelah pembagian berdasarkan fitur A.
- S_i = jumlah sampel dalam subset i.
- $|S_i|/|S|$ = proporsi sampel dalam subset i.
- **Split Information (SI) mengukur seberapa banyak data terbagi** berdasarkan fitur yang digunakan untuk split.

Contoh Perhitungan Split Information (SI)

- Misalkan kita membagi dataset berdasarkan **Petal Length ≤ 2.43 cm**, yang menghasilkan dua subset:

Subset	Jumlah Sampel	Proporsi
S1 (Petal Length ≤ 2.35 cm)	50	$\frac{50}{150} = 0.333$
S2 (Petal Length > 2.35 cm)	100	$\frac{100}{150} = 0.667$

$$SI(PetalLength) = -\left(\frac{50}{150}\log_2\frac{50}{150} + \frac{100}{150}\log_2\frac{100}{150}\right)$$

$$= -\left(0.333\log_2 0.333 + 0.667\log_2 0.667\right)$$

$$= -\left(0.333 \times -1.585 + 0.667 \times -0.585\right)$$

$$= -\left(-0.528 - 0.390\right) = 0.918$$

Sehingga, **Split Information untuk Petal Length = 0.918**.

CART

- ID3 menggunakan Entropy dan Information Gain untuk memilih fitur terbaik.
- CART menggunakan Gini Index untuk memilih fitur terbaik dan hanya menghasilkan pohon biner.

Rumus Gini Index

- Gini Index untuk suatu himpunan data **S** dihitung sebagai:
  - $Gini(S) = 1 - \sum p_i^2$
  - di mana:
    - p_i adalah **proporsi** dari kelas ke-i dalam dataset.
    - $\sum p_i^2$ adalah jumlah dari kuadrat probabilitas masing-masing kelas.
- Gini Index **bernilai 0 jika dataset sepenuhnya homogen** (hanya satu kelas) dan **bernilai maksimum jika distribusi kelas merata**.

Contoh Perhitungan Gini Index

- Misalkan kita memiliki dataset dengan **150 sampel** dalam tiga kelas:

Kelas	Jumlah	Proporsi (p_i)
Setosa	50	$50/150 = 0.333$
Versicolor	50	$50/150 = 0.333$
Virginica	50	$50/150 = 0.333$

- $Gini(S) = 1 - \left((0.333)^2 + (0.333)^2 + (0.333)^2\right)$
- $= 1 - (0.111 + 0.111 + 0.111)$
- $= 1 - 0.333 = 0.667$
- Jadi, **Gini Index untuk dataset awal adalah 0.667**.

Gini Index Setelah Splitting

- Misalkan kita membagi dataset berdasarkan **Petal Length ≤ 2.35 cm**, yang menghasilkan **dua subset**:
- **Subset 1 (Petal Length ≤ 2.45 cm)**

Kelas	Jumlah	Proporsi (p_i)
Setosa	50	$50/50 = 1.0$
Versicolor	0	$0/50 = 0.0$
Virginica	0	$0/50 = 0.0$

- $Gini(S_1) = 1 - (1.0^2 + 0.0^2 + 0.0^2) = 1 - 1 = 0$

- **Subset 2 (Petal Length > 2.35 cm)**

Kelas	Jumlah	Proporsi (p_i)
Setosa	0	$0/100 = 0.0$
Versicolor	50	$50/100 = 0.5$
Virginica	50	$50/100 = 0.5$

- $Gini(S_2) = 1 - (0.5^2 + 0.5^2) = 1 - (0.25 + 0.25) = 1 - 0.5 = 0.5$

Weighted Gini Index (Setelah Split)

- $Gini_{split} = \left(\frac{50}{150} \times Gini(S_1)\right) + \left(\frac{100}{150} \times Gini(S_2)\right)$
- $= (0.333 \times 0) + (0.667 \times 0.5)$
- $= 0 + 0.333 = 0.333$

1. **Gini Index** digunakan dalam **CART** untuk mengukur impurity.
2. **Semakin kecil Gini Index, semakin homogen** data dalam node tersebut.
3. **CART memilih fitur dengan Gini Gain tertinggi** sebagai fitur terbaik untuk splitting.