

Ant Colony Optimization (ACO)

 agungsetiabudi@ub.ac.id

1. Pendahuluan

- Ant Colony Optimization (ACO) adalah *metaheuristic optimization algorithm* yang diinspirasi oleh perilaku sosial semut dalam mencari jalur terpendek menuju sumber makanan.
- Diperkenalkan oleh **Marco Dorigo** pada awal 1990-an, ACO terutama efektif dalam menyelesaikan masalah optimasi kombinatorial seperti *Traveling Salesman Problem (TSP)*, *vehicle routing*, *scheduling*, dan lain-lain.

2. Inspirasi Biologis: Perilaku Semut

- Semut asli menggunakan **feromon** untuk menandai jalur menuju makanan.
- Semakin banyak semut melewati suatu jalur, semakin kuat jejak feromon yang terbentuk, sehingga jalur tersebut lebih mungkin dipilih semut lain.
- Mekanisme ini menciptakan umpan balik positif dan memungkinkan koloni menemukan rute optimal tanpa supervisi terpusat.

3. Prinsip Dasar ACO

- **Artificial Ants** adalah agen sederhana yang menjelajahi ruang solusi.
- Mereka membangun solusi parsial secara probabilistik berdasarkan dua informasi:
 - **Jejak feromon:** τ_{ij} , representasi historis preferensi terhadap tepi antara node i dan j .
 - **Heuristic information:** η_{ij} , representasi pengetahuan lokal, seperti $1/d_{ij}$ untuk jarak.

- Setelah membangun solusi, semut memperkuat jalur yang baik dengan **menambah feromon**, dan seiring waktu feromon juga **menguap** (evaporasi).

4. Langkah-langkah Algoritma ACO Umum

1. Inisialisasi:

- Set nilai awal feromon $\tau_{ij} = \tau_0$.
- Tentukan parameter: jumlah semut, koefisien evaporasi ρ , eksponen feromon α , dan eksponen heuristik β .

2. Konstruksi Solusi:

Setiap semut membangun solusi dengan probabilitas memilih elemen (misalnya kota j dari i):

$$P_{ij} = \frac{\tau_{ij}^{\alpha} \cdot \eta_{ij}^{\beta}}{\sum_{k \in N_i} \tau_{ik}^{\alpha} \cdot \eta_{ik}^{\beta}}$$

3. Evaluasi dan Pembaruan Feromon:

- Feromon di setiap jalur diperbarui berdasarkan kualitas solusi:

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau_{ij} + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k$$

dengan $\Delta\tau_{ij}^k = \frac{Q}{L_k}$ jika semut k menggunakan tepi (i, j) , di mana L_k adalah panjang solusi dan Q adalah konstanta.

4. Pengulangan:

- Ulangi proses hingga kriteria penghentian terpenuhi (jumlah iterasi, waktu, atau konvergensi solusi).

5. Parameter Penting

Parameter	Deskripsi
α	Pengaruh feromon dalam pemilihan jalur
β	Pengaruh heuristik (bias lokal)
ρ	Laju evaporasi feromon
Q	Konstanta penguat feromon
Jumlah semut	Biasanya disamakan dengan jumlah elemen dalam solusi (misal kota pada TSP)

6. Contoh Aplikasi: Traveling Salesman Problem (TSP)

- Tujuan: Menemukan urutan kunjungan ke kota yang meminimalkan total jarak.
- Setiap semut membangun tur kota.
- Jejak feromon disimpan pada setiap pasangan kota.
- Setelah seluruh semut menyelesaikan tur, feromon diperbarui sesuai total jarak tempuh.
- Semut lebih cenderung memilih jalur pendek yang sering digunakan oleh semut lain.

7. Kelebihan dan Kekurangan

✓ Kelebihan:

- Adaptif, paralel, dan berbasis populasi.
- Cocok untuk masalah diskrit dan kombinatorial.
- Mudah digabungkan dengan teknik lain (misalnya local search, greedy).

✗ Kekurangan:

- Rentan terhadap konvergensi dini (premature convergence).
- Butuh tuning parameter yang hati-hati.
- Waktu komputasi bisa tinggi untuk masalah besar.

8. Variasi ACO

Beberapa varian populer:

- **Ant System (AS)** – versi dasar dari ACO.
- **Ant Colony System (ACS)** – penguatan hanya dari semut terbaik, eksploitasi lebih besar.
- **Max-Min Ant System (MMAS)** – batasan nilai feromon untuk mencegah konvergensi dini.

ACO Dapat Digunakan untuk Masalah Kontinyu, tetapi...

Secara **asli dan umum**, **Ant Colony Optimization (ACO)** dirancang untuk **masalah optimasi kombinatorial**, seperti:

- Traveling Salesman Problem (TSP)
- Vehicle Routing Problem (VRP)
- Job Scheduling
- Quadratic Assignment Problem (QAP)

- Namun, **ACO telah diperluas dan dimodifikasi** agar bisa digunakan untuk **masalah optimasi kontinyu**, terutama sejak pertengahan 2000-an. Versi ini sering disebut:
- **Continuous Domain Ant Colony Optimization (CACO atau ACOR – Ant Colony Optimization for Continuous Domains)**

Perbedaan Pendekatan pada Masalah Kontinyu

Karena tidak ada "jalan" atau "urutan diskrit" dalam domain kontinyu, pendekatan ACO klasik perlu dimodifikasi:

1. Solusi direpresentasikan sebagai vektor real

Contoh solusi:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^n$$

2. Distribusi probabilistik digunakan sebagai pengganti feromon diskrit

- Misalnya menggunakan **Gaussian Kernel** untuk menghasilkan solusi baru:

$$x_i^{(new)} \sim \sum_{k=1}^m w_k \cdot \mathcal{N}(x_i^{(k)}, \sigma_k^2)$$

Artinya, solusi baru dibangkitkan dari distribusi normal berbobot dari solusi lama.

3. Pembaruan feromon = pembaruan distribusi probabilistik

- Distribusi diarahkan agar memusat ke solusi terbaik sejauh ini.
- Mirip dengan strategi dalam **Estimation of Distribution Algorithms (EDA)**.

Berikut adalah **contoh lengkap penggunaan Ant Colony Optimization (ACO)** untuk menyelesaikan masalah **Traveling Salesman Problem (TSP)** menggunakan **matriks jarak simetris**, lengkap dengan:

- Konstruksi solusi oleh semut
- Perhitungan probabilitas
- Evaporasi dan update feromon
- Tabel feromon sebelum dan sesudah iterasi

Studi Kasus: TSP 4 Kota

- Diberikan 4 kota: A, B, C, D
- Matriks jarak antar kota (simetris):

	A	B	C	D
A	0	2	9	10
B	2	0	6	4
C	9	6	0	8
D	10	4	8	0

⚙ Parameter ACO

- Jumlah semut = 2
- $\alpha = 1, \beta = 2$
- $\rho = 0.5$ (evaporasi 50%)
- $Q = 100$
- Feromon awal: $\tau_{ij} = 1$ untuk semua $i \neq j$
- Heuristik $\eta_{ij} = 1/d_{ij}$

Langkah 1: Matriks Heuristik η_{ij}

	A	B	C	D
A	-	0.5	0.1111	0.1
B	0.5	-	0.167	0.25
C	0.1111	0.167	-	0.125
D	0.1	0.25	0.125	-

Langkah 2: Feromon Awal τ_{ij}

Semua $\tau_{ij} = 1$, untuk $i \neq j$

🕒 Langkah 3: Semut 1 Mulai dari Kota A

Langkah 3.1: Pilihan kota dari A: B, C, D

- Bobot kombinasi (ingat: $\tau_{ij}^{\alpha} \cdot \eta_{ij}^{\beta}$):

Kota	τ	η	η^2	$\tau \cdot \eta^2$
B	1	0.5	0.25	0.25
C	1	0.1111	0.0123	0.0123
D	1	0.1	0.01	0.01
Total				0.2723

$$P_{ij} = \frac{\tau_{ij}^{\alpha} \cdot \eta_{ij}^{\beta}}{\sum_k \tau_{ik}^{\alpha} \cdot \eta_{ik}^{\beta}}$$

$$P_{A \rightarrow B} = \frac{1 \cdot (0.5)^2}{(0.5)^2 + (0.111)^2 + (0.1)^2} = \frac{0.25}{0.25 + 0.0123 + 0.01} \approx 0.918$$

- Dengan cara yang sama diperoleh probabilitas semua kota:
 - $P_{A \rightarrow B} = 0.25/0.2723 \approx \mathbf{0.918}$
 - $P_{A \rightarrow C} = 0.0123/0.2723 \approx \mathbf{0.045}$
 - $P_{A \rightarrow D} = 0.01/0.2723 \approx \mathbf{0.037}$

Jadi kemungkinan besar semut memilih **A** → **B**

Langkah 3.2: dari B ke (C, D)

- Bobot:

Kota	η^2	$\tau \cdot \eta^2$
C	0.0279	0.0279
D	0.0625	0.0625
Total		0.0904

- Probabilitas:

- $P_{B \rightarrow C} = 0.0279/0.0904 \approx \mathbf{0.309}$

- $P_{B \rightarrow D} = 0.0625/0.0904 \approx \mathbf{0.691}$ (**Pilih D**)

Langkah 3.3: dari D ke (C)

- Sisa kota: C
- ➡ Probabilitas 100% ke C
- Dari C kembali ke asal (A)
- Misal urutan penuh: **A → B → D → C → A**
- Total jarak:
 - $(A-B = 2), (B-D = 4), (D-C = 8), (C-A = 9)$
 - **Total = 23**

Rekap semut 1

Langkah	Pilihan Kota	Probabilitas
A → ?	B: 0.918 , C: 0.045, D: 0.037	→ B
B → ?	D: 0.691 , C: 0.309	→ D
D → ?	C: 1.0	→ C
C → A	kembali ke asal	

Langkah 4: Semut 2 (Mulai dari Kota C)


Langkah 4.1: dari C ke (A, B, D)

- Heuristik:
 - $\eta_{CA} = 1/9 \approx 0.111$
 - $\eta_{CB} = 1/6 \approx 0.167$
 - $\eta_{CD} = 1/8 = 0.125$

- Bobot (ingat: semua $\tau_{ij} = 1$):

Kota	η^2	$\tau \cdot \eta^2$
A	0.0123	0.0123
B	0.0279	0.0279
D	0.0156	0.0156
Total		0.0558


- Probabilitas:

- $P_{C \rightarrow B} = 0.0279/0.0558 \approx \mathbf{0.5}$
- $P_{C \rightarrow D} = 0.0156/0.0558 \approx \mathbf{0.28}$
- $P_{C \rightarrow A} = 0.0123/0.0558 \approx \mathbf{0.22}$
-  **Pilih B**

Langkah 4.2: dari B ke (A, D)

- Heuristik:
 - $\eta_{BA} = 1/2 = 0.5$
 - $\eta_{BD} = 1/4 = 0.25$
- Bobot:



Kota	η^2	$\tau \cdot \eta^2$
A	0.25	0.25
D	0.0625	0.0625
Total		0.3125

- Probabilitas:
 - A: $0.25 / 0.3125 = \mathbf{0.8}$
 - D: $0.0625 / 0.3125 = \mathbf{0.2}$
 -  **Pilih A**

Langkah 4.3: dari A ke D

- Sisa: hanya D
- ➡ Probabilitas = 1
- kembali ke asal C
- Rute Semut 2: $C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow C$
- Jarak:
 - $(C-B = 6), (B-A = 2), (A-D = 10), (D-C = 8)$
 - **Total = 26**

Update Feromon Setelah Iterasi 1

-  Parameter
 - $Q = 100$
 - $\rho = 0.5$
-  Evaporasi (semua feromon awal 1 \rightarrow jadi 0.5)

Tambahan Feromon:

- **Semut 1:** (A-B-D-C-A), $L = 23$

$$\Delta\tau = \frac{100}{23} \approx 4.35$$

- Edges:
 - A-B, B-D, D-C, C-A

- **Semut 2:** (C-B-A-D-C), $L = 26$

$$\Delta\tau = \frac{100}{26} \approx 3.85$$

- Edges:
 - C-B, B-A, A-D, D-C

Tabel Feromon Setelah Iterasi 1

Edge	Evaporated	Semut 1	Semut 2	Total τ_{ij}
A-B	0.5	4.35	3.85	8.7
B-D	0.5	4.35	–	4.85
D-C	0.5	4.35	3.85	8.7
C-A	0.5	4.35	–	4.85
C-B	0.5	–	3.85	4.35
A-D	0.5	–	3.85	4.35

Matriks Feromon Simetris τ_{ij} Setelah Iterasi 1

	A	B	C	D
A	–	8.7	4.85	4.35
B	8.7	–	4.35	4.85
C	4.85	4.35	–	8.7
D	4.35	4.85	8.7	–

- Setelah mendapatkan matriks feromon yang baru maka langkah-langkah diulang kembali dengan matriks feromon yang baru.

✓ Ringkasan

- Semut 1 memberi penguatan besar pada jalur pendek A-B-D-C-A ($L = 23$)
- Semut 2 memberi penguatan pada C-B-A-D-C ($L = 26$)
- Feromon terbesar kini di A-B dan D-C (masing-masing 8.7)
- Jalur pendek makin disukai di iterasi selanjutnya