

## Contents

1 Basic	1	4 String	5
1.1 Default Code	1	4.1 trie	5
1.2 PBDS	1	4.2 KMP	6
1.3 int128 Input Output	1	4.3 Hash	6
1.4 Python	1	4.4 Zvalue	6
2 Math	1	4.5 最長迴文子字串	6
2.1 質數表	1	4.6 Suffix Array	6
2.2 快速幂	2	5 Geometry	7
2.3 擴展歐幾里得	2	5.1 Point	7
2.4 矩陣	2	5.2 內積, 外積, 距離	7
2.5 Miller rabin Prime test	2	5.3 向量應用	7
2.6 Pollard's Rho	2	5.4 Static Convex Hull	8
2.7 皮薩諾定理	2	5.5 外心, 最小覆蓋圓	8
2.8 卡特蘭數	3	6 Data Structure	8
3 Graph	3	6.1 Sparse Table	8
3.1 DSU	3	6.2 Segement Tree	8
3.2 Dijkstra	3	6.3 Link Cut Tree	9
3.3 SPFA	3	7 Dynamic Programing	10
3.4 Floyd Warshell	3	7.1 LCS	10
3.5 Tarjan SCC	3	7.2 LIS	10
3.6 2 SAT	4	7.3 位元 dp	10
3.7 Euler Path	4	7.4 經典 dp 轉移式	10
3.8 Max flow min cut	4	8 Divide and conquer	10
3.9 Minimum cost maximum flow	5	8.1 逆序數對	10
3.10 二分圖	5	9 Tree	11
		9.1 樹直徑	11
		9.2 LCA	11

## 1 Basic

### 1.1 Default Code

```
#include <bits/stdc++.h>
#define int long long
#define endl '\n' // 如果是互動題要把這個註解掉
// #pragma GCC target("popcnt")
// #pragma GCC optimize("O3")
using namespace std;
int tt = 1;

void pre() {
    cout.tie(nullptr); // 輸出加速
    cin >> tt; // 多筆輸入
}

void solve() {}

signed main() {
    ios_base::sync_with_stdio(false);
    cin.tie(nullptr);
    #ifdef LOCAL
        // g++ -DLOCAL -std=c++17 <filename> && ./a.out
        freopen("input.txt", "r", stdin);
        // freopen("output.txt", "w", stdout);
    #endif // LOCAL
    pre();
    while (tt--) { solve(); }
    return 0;
}
```

### 1.2 PBDS

```
#include <bits/stdc++.h>
#include <ext/pb_ds/assoc_container.hpp>
using namespace __gnu_pbds;
using namespace std;

template
<class T> using Tree = tree<T, null_type, less<T>,
    rb_tree_tag, tree_order_statistics_node_update>;

/*
如果有 define int long long 記得拿掉
Tree<int> t 就跟 set<int> t 一樣, 有包好 template
rb_tree_tag 使用紅黑樹
第三個參數 less<T> 為由小到大, greater<T> 為由大到小
插入 t.insert(); 刪除 t.erase();
t.order_of_key
(k); 從前往後數 k 是第幾個 (0-base 且回傳 int 型別)
t.find_by_order(k);
從前往後數第 k 個元素 (0-base 且回傳 iterator 型別)

```

```
t.lower_bound
(); t.upper_bound(); 用起來一樣 回傳 iterator
可以用 Tree<pair<int, int>> T 來模擬 multiset
*/
```

### 1.3 int128 Input Output

```
// 抄 BBuf github 的

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

void scan(__int128 &x) // 輸入
{
    x = 0;
    int f = 1;
    char ch;
    if((ch = getchar()) == '-') f = -f;
    else x = x*10 + ch-'0';
    while((ch = getchar()) >= '0' && ch <= '9')
        x = x*10 + ch-'0';
    x *= f;
}

void print(__int128 x) // 輸出
{
    if(x < 0)
    {
        x = -x;
        putchar('-');
    }
    if(x > 9) print(x/10);
    putchar(x%10 + '0');
}

int main()
{
    __int128 a, b;
    scan(a);
    scan(b);
    print(a + b);
    puts("");
    print(a*b);
    return 0;
}
```

### 1.4 Python

```
## Input
# p q 都是整數, 中間以空白分開輸入
p, q = map(int, input().split())

# 輸入很多個用空
白隔開的數字, 轉成 float 放進陣列, s 是 input 字串
arr = list(map(float, s.split()))

# 分數用法 Fraction(被除數, 除數)
from fractions import Fraction

arr = [Fraction
        (0), Fraction(1, 6), Fraction(1, 2), Fraction(5,
        12), Fraction(0), Fraction(-1, 12), Fraction(0)]

def fx(x):
    x = Fraction(x)
    ans = Fraction(0)
    for i in range(1, 7):
        ans += arr[i] * x ** (7 - i)
    return ans
```

## 2 Math

### 2.1 質數表

```
vector<int> prime_table(int n){
    vector<int> table(n + 1, 0);
    for(int i = 1; i <= n; i++){
        for(int j = i; j <= n; j += i){
            table[j]++;
        }
    }
    return table;
}
```

## 2.2 快速幂

```
#define int long long

// 根據費馬小定
// 理，若  $a$   $p$  互質， $a^{p-2}$  為  $a$  在  $\text{mod } p$  時的乘法逆元
//  $a^b \pmod p = \text{fast\_pow}(a, \text{fast\_pow}(b, c, \text{mod} - 1), \text{mod})$ 
typedef unsigned long long ull;
inline int ksc(ull
x, ull y, int p) { //  $O(1)$ 快速乘 (防爆 long long)
    return (x
        * y - (ull)((long double)x / p * y) * p + p) % p;
}

inline int fast_pow(int a, int b, int mod)
{
    //  $a^b \pmod{\text{mod}}$ 
    int res = 1;
    while(b)
    {
        if(b & 1) res = ksc(res, a, mod);
        a = ksc(a, a, mod);
        b >>= 1;
    }
    return res;
}
```

## 2.3 擴展歐幾里得

```
int gcd(int a, int b)
{
    return b == 0 ? a : gcd(b, a % b);
}

int lcm(int a, int b)
{
    return a * b / gcd(a, b);
}

pair<int, int> ext_gcd
(int a, int b) //擴展歐幾里德  $ax+by = \text{gcd}(a,b)$ 
{
    if (b == 0)
        return {1, 0};
    if (a == 0)
        return {0, 1};
    int x, y;
    tie(x, y) = ext_gcd(b % a, a);
    return make_pair(y - b * x / a, x);
}
```

## 2.4 矩陣

```
// 矩陣乘法  $(A * B) \% \text{mod}$ 

template <typename T>
vector<vector<T>> matrix_mult(const vector<
vector<T>>& A, const vector<vector<T>>& B, T mod) {
    int m = A.size();
    int n = A[0].size();
    int p = B[0].size();
    assert(A[0].size() == B.size());
    vector<vector<T>> result(m, vector<T>(p, 0));
    for (int i = 0; i < m; ++i) {
        for (int j = 0; j < p; ++j) {
            for (int k = 0; k < n; ++k) {
                result[i][j]
                    = (result[i][j] + A[i][k] * B[k][j]) % mod;
            }
        }
    }
    return result;
}
```

## 2.5 Miller rabin Prime test

```
// fast_pow 去前面抄，需要處理防暴乘法
// 記得 #define int long long 也要放
// long long 範圍內測試過答案正確
// time:  $O(\log n)$ 

inline bool mr(int x, int p) {
    if (fast_pow(x, p - 1, p) != 1) return 0;
    int y = p - 1, z;
```

```
while (!(y & 1)) {
    y >>= 1;
    z = fast_pow(x, y, p);
    if (z != 1 && z != p - 1) return 0;
    if (z == p - 1) return 1;
}
return 1;
}

inline bool prime(int x) {
    if (x < 2) return 0;
    if (x == 2 ||
        x == 3 || x == 5 || x == 7 || x == 43) return 1;
    // 如果把 2
    // 到 37 前 12 個質數都檢查一遍 可以保證  $2^{78}$  皆可用
    return mr(2, x)
        && mr(3, x) && mr(5, x) && mr(7, x) && mr(43, x);
}
```

## 2.6 Pollard's Rho

```
// 主函數記得放 srand(time(nullptr))
// prime 檢測以及快速幂，gcd 等請從前面抄

// 輸入一個數字  $p$ ，隨
// 機回傳一個 非 1 非  $p$  的因數，若  $p$  是質數會無窮迴圈
#define rg register int
inline int rho(int p) {
    int x, y, z, c, g;
    rg i, j;
    while (1) {
        y = x = rand() % p;
        z = 1;
        c = rand() % p;
        i = 0, j = 1;
        while (++i) {
            x = (ksc(x, x, p) + c) % p;
            z = ksc(z, abs(y - x), p);
            if (x == y || !z) break;
            if (!(i % 127) || i == j) {
                g = gcd(z, p);
                if (g > 1) return g;
                if (i == j) y = x, j <= 1;
            }
        }
    }
}

// 回傳隨機一個質因數，若 input 為質數，則直接回傳
int prho(int p){
    if(prime(p)) return p;
    int m = rho(p);
    if(prime(m)) return m;
    return prho(p / m);
}
```

```
// 回傳將  $n$  質因數分解的結果，由小到大排序
// ex: input: 48, output: 2 2 2 3
vector<int> prime_factorization(int n){
    vector<int> ans;
    while(n != 1){
        int m = prho(n);
        ans.push_back(m);
        n /= m;
    }
    sort(ans.begin(), ans.end());
    return ans;
}
```

## 2.7 皮薩諾定理

```
//  $\text{fib}(x) \% m = \text{fib}(x + kn) \% m$  當  $k \geq 1$ ，求  $n$ 
//  $n$  為費式數列  $\% m$  會重複的週期
//  $\text{pisano\_period}(m) \leq 6m$ 
// 通常這都要本地跑
```

```
#define int long long

int pisano_period(int m) {
    int pre = 0, cur = 1;
    int temp;
    for (int i = 0; i < m * m; i++) {
        temp = pre;
        pre = cur;
        cur = (temp + cur) % m;
    }
```

```

    if (pre == 0 && cur == 1) return i + 1;
}
return 0;
}

```

## 2.8 卡特蘭數

卡特蘭數 *Catalan*  
 公式： $H(n) = C(2 * n, n) // (n + 1)$ ,  $n \geq 2$ ,  $n$  為正整數  
 快速計算方式：  
 1.  $H(0) = H(1) = 1$ ,  $H(n) = \sum(H(i - 1) * H(n - i) \text{ for } i \text{ in range}(1, n + 1))$   
 2.  $H(n) = H(n - 1) * (4 * n - 2) // (n + 1)$   
 3.  $H(n) = C(2 * n, n) - C(2 * n, n - 1)$

可解問題：  
 有效括號匹配問題：  
 給定  $n$  個左括號與右括號，求有幾種不同的正確括號匹配  
 二元樹結構問題：給定  $n$  個節點，求有幾種不同的二元樹結構  
 將一個凸  $n + 2$  邊形劃分成多個三角形，求有幾種不同的劃分方式  
 狄克路徑：給定  $n * n$  的網格，  
 從左下到右上的路徑中，永不超過對角線的路徑有幾種  
 一個 *stack* 在 *push* 順序不變的情況下  $(1, 2, 3, \dots, n)$ ，有幾種 *pop* 的方式  
 在圖上選擇  $2 * n$  個點，將這些點兩兩連接使得  $n$  條線段不相交的方法有幾種

```

n = int(input())

catalan = [1 for _ in range(n + 1)]
for i in range(1, n + 1):
    catalan[i] = catalan[i - 1] * (4 * i - 2) // (i + 1)

ans = 0
for i in range(0, n + 1): # 卡特蘭數的平方
    ans += catalan[i] * catalan[n - i]

print(ans)
# 185ms in codeforces, n <= 5000

```

## 3 Graph

### 3.1 DSU

```

class dsu{
public:
    vector<int> parent;
    dsu(int num){
        parent.resize(num);
        for(int i = 0; i < num; i++) parent[i] = i;
    }
    int find(int x){
        if(parent[x] == x) return x;
        return parent[x] = find(parent[x]);
    }
    bool same(int a, int b){
        return find(a) == find(b);
    }
    void Union(int a, int b){
        parent[find(a)] = find(b);
    }
};

```

### 3.2 Dijkstra

// 傳入圖的 *pair* 為 {權重, 點}, 無限大預設  $1e9$  是情況改  
`#define pii pair<int, int>`  
`vector<`  
`int> dijkstra(vector<vector<pii>> &graph, int src){`  
`int n = graph.size();`  
`vector<int> dis(n, 1e9);`  
`vector<bool> vis(n, false);`  
`priority_queue<pii, vector<pii>, greater<pii>> pq;`  
`pq.push({0, src});`  
`dis[src] = 0;`  
`while(!pq.empty()){`  
`auto [w, node] = pq.top();`

```

pq.pop();
if(vis[node]) continue;
vis[node] = true;
for(auto [nw, nn]:graph[node]){
    if(w + nw < dis[nn]){
        dis[nn] = w + nw;
        pq.push({dis[nn], nn});
    }
}
}
return dis;
}

```

### 3.3 SPFA

```

#define pii pair<int, int>
// {在 src 可到達
    的點中是否存在負環, 最短路徑}, arg 中 n 為點的數量
// arg 中 pair 裡的第一個值為權重, 第二個為點
pair<bool, vector<int>>
SPFA(vector<vector<pii>> &graph, int n, int src){
    vector<int> dis(n + 1, 1e9);
    vector<int> cnt(n + 1, 0);
    vector<bool> vis(n + 1, false);
    queue<int> q;
    vis[src] = true; q.push(src); dis[src] = 0;
    while(!q.empty()){
        auto node = q.front(); vis[node] = false; q.pop();
        for(auto [w, nn]:graph[node]){
            if(w + dis[node] < dis[nn]){
                dis[nn] = w + dis[node];
                if(!vis[nn]){
                    if(++cnt[nn] >= n) return {true, {}};
                    q.push(nn);
                    vis[nn] = true;
                }
            }
        }
    }
    return {false, dis};
}

```

### 3.4 Floyd Warshell

```

// 中繼點放外面
for (int k = 0; k < n; k++) {
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            dis[i][j] = min(dis[i][j], dis[i][k] + dis[k][j]);
        }
    }
}

```

### 3.5 Tarjan SCC

```

class tarjan{
// 1-base
int time = 1;
int id = 1;
stack<int> s;
vector<int> low;
vector<int> dfn;
vector<bool> in_stack;
void dfs(int node, vector<vector<int>> &graph){
    in_stack[node] = true;
    s.push(node);
    dfn[node] = low[node] = time++;
    for(auto &j : graph[node]){
        if(dfn[j] == 0){
            dfs(j, graph);
            // 看看往下有沒有辦法回到更上面的點
            low[node] = min(low[node], low[j]);
        }
        else if(in_stack[j]){
            low[node] = min(low[node], low[j]);
        }
    }
    vector<int> t; // 儲存這個強連通分量
    if(dfn[node] == low[node]){
        while(s.top() != node){
            t.push_back(s.top());
            in_stack[s.top()] = false;
            scc_id[s.top()] = id;
        }
    }
}
}

```

```

        s.pop();
    }
    t.push_back(s.top());
    scc_id[s.top()] = id;
    in_stack[s.top()] = false;
    s.pop();
    id++;
}
if(!t.empty()) ans.push_back(t);
}
public:
vector<int> scc_id;
vector<vector<int>>> ans;
// ans[i] 代表第 i 個強連通分量裡面包涵的點
// scc_id[i] 代表第 i 個點屬於第幾個強連通分量
vector
    <vector<int>> scc(vector<vector<int>>> &graph){
    int num = graph.size();
    scc_id.resize(num, -1);
    dfn.resize(num, 0);
    low.resize(num, 0);
    in_stack.resize(num, false);
    for(int i = 1; i < num; i++){
        if(dfn[i] == 0) dfs(i, graph);
    }
    return ans;
}
};

```

### 3.6 2 SAT

// 用  
下面的 tarjan scc 算法來解 2 sat 問題，若事件 a 發生時，事件 b 必然發生，我們須在 a -> b 建立一條有向

// 用  
cses 的 Giant Pizza 來舉例子，給定 n 個人 m 個配料表，每個人可以提兩個要求，兩個要求至少要被滿足一個

```

// 3 5
// + 1 + 2
// - 1 + 3
// + 4 - 2

```

// 以這  
個例子來說，第一個人要求要加 配料1 或者 配料2 其中一項，第二個人要求不要 配料1 或者 要配料3 其中一項

// 試問能不能滿足所有人的要求，我們可以把 要加 配料 i 當作點 i，不加配料 i 當作點 i + m (配料數量)

// 關於第一個人的要求 我們看成若不加 配料1 則必定要 配料2 以及 若不加 配料2 則必定要 配料1

// 關於第二個人要求 可看做加了 配料1 就必定要加 配料3 以及 不加 配料3 就必定不加 配料1

// 以這些條件建立有像圖，並且  
找尋 scc，若 i 以及 i + m 在同一個 scc 中代表無解

// 若要求解，則若 i 的 scc\_id  
小於 i + m 的 scc\_id 則 i 為 true，反之為 false

// tarjan 的模板在上面

```

cin >> n >> m;

vector<vector<int>>> graph(m * 2 + 1);
function<int(int)> tr = [&](int x){
    if(x > m) return x - m;
    return x + m;
};

for(int i = 0; i < n; i++){
    char c1, c2;
    int a, b;
    cin >> c1 >> a >> c2 >> b;
    // a 代表 a 為真，m + a 代表 a 為假
    if(c1 == '+') a += m;
    if(c2 == '-') b += m;
    graph[tr(a)].push_back(b);
    graph[tr(b)].push_back(a);
}

tarjan t;
auto scc = t.scc(graph);

for(int i = 1; i <= m; i++){
    if(t.scc_id[i] == t.scc_id[tr(i)]){
        cout << "IMPOSSIBLE\n";
    }
}

```

```

        return 0;
    }
}

for(int i = 1; i <= m; i++){
    if(t.scc_id[i] < t.scc_id[tr(i)]){
        cout << '+';
    }
    else cout << '-';
    cout << ' ';
}
cout << '\n';

```

### 3.7 Euler Path

// 1. 無向圖是歐拉圖：  
// 非零度頂點是連通的  
// 頂點的度數都是偶數

// 2. 無向圖是半歐拉圖(有路沒有環)：  
// 非零度頂點是連通的  
// 恰有 2 個奇度頂點

// 3. 有向圖是歐拉圖：  
// 非零度頂點是強連通的  
// 每個頂點的入度和出度相等

// 4. 有向圖是半歐拉圖(有路沒有環)：  
// 非零度頂點是弱連通的  
// 至多一個頂點的出度與入度之差為 1  
// 至多一個頂點的入度與出度之差為 1  
// 其他頂點的入度和出度相等

```

vector<set<int>> adj;
vector<int> ans;

void dfs(int x) { // Hierholzer's Algorithm
    while (!adj[x].empty()) {
        auto next = *(adj[x].begin());
        adj[x].erase(next);
        adj[next].erase(x);
        dfs(next);
    }
    ans.emplace_back(x);
}

void solve() {
    // 建立雙向邊，set用來防重邊，點數n，邊數m
    for (int i = 1; i <= n; i++)
        if (adj[i].size() & 1) return; /* impossible */
    dfs(1);
    if (ans.size() != m + 1) return; /* impossible */
    reverse(ans.begin(), ans.end()); /* then print it */
}

```

### 3.8 Max flow min cut

```

#define int long long

// dicnic Algorithm Time: O(V^2E) 實際上會快一點
// 記得在 main 裡面 resize graph
// 最小割，找
// 到最少條的邊切除，使得從 src 到 end 的 maxflow 為 0
// 枚舉所有邊 i -> j，src 可
// 以到達 i 但無法到達 j，那這條邊為最小割裡的邊之一
// 若求無向圖最大流，則反向建邊為 capacity

class edge{
public:
    int next;
    int capacity;
    int rev;
    bool is_rev;
    edge(int _n, int _c, int _r, int _ir) :
        next(_n), capacity(_c), rev(_r), is_rev(_ir){};
};

vector<vector<edge>>> graph;
vector<int> level, iter;

void add_edge(int a, int b, int capacity){
    graph[a].push_back
        (edge(b, capacity, graph[b].size(), false));
}

```

```

graph[b].
    push_back(edge(a, 0, graph[a].size() - 1, true));
}

void bfs(int start) {
    fill(level.begin(), level.end(), -1);
    queue<int> q;
    level[start] = 0;
    q.push(start);
    while (!q.empty()) {
        int v = q.front();
        q.pop();
        for (auto& e : graph[v]) {
            if (e.capacity > 0 && level[e.next] < 0) {
                level[e.next] = level[v] + 1;
                q.push(e.next);
            }
        }
    }
}

int dfs(int v, int end, int flow) {
    if (v == end) return flow;
    for (int &i = iter[v]; i < graph[v].size(); i++) {
        edge &e = graph[v][i];
        if (e.capacity > 0 && level[v] < level[e.next]) {
            int d = dfs(e.next, end, min(flow, e.capacity));
            if (d > 0) {
                e.capacity -= d;
                graph[e.next][e.rev].capacity += d;
                return d;
            }
        }
    }
    return 0;
}

int maxflow(int start, int end) {
    int flow = 0;
    level.resize(graph.size() + 1);
    while (true) {
        bfs(start);
        if (level[end] < 0) return flow;
        iter.assign(graph.size() + 1, 0);
        int f;
        while ((f = dfs(start, end, 1e9)) > 0) {
            flow += f;
        }
    }
}

```

### 3.9 Minimum cost maximum flow

```

#define int long long
#define pii pair<int, int>

// Edmonds-Karp Algorithm Time: O(VE^2) 實際上會快一點
// 一條邊的費用為 單位花費 * 流過流量
// 把原本的 BFS 換成 SPFA 而已
// 記得在 main 裡面 resize graph
// MCMF 回傳 {flow, cost}

class edge{
public:
    int next;
    int capacity;
    int rev;
    int cost;
    bool is_rev;
    edge(int _n, int _c,
         int _r, int _co, int _ir) : next(_n), capacity
        (_c), rev(_r), cost(_co), is_rev(_ir){};
};

vector<vector<edge>> graph;

void add_edge(int a, int b, int capacity, int cost){
    graph[a].push_back(
        edge(b, capacity, graph[b].size(), cost, false));
    graph[b].push_back
        (edge(a, 0, graph[a].size() - 1, -cost, true));
}

pii dfs(int now
    , int end, pii data, vector<pii> &path, int idx){

```

```

    auto [flow, cost] = data;
    if(now == end) return {flow, 0};
    auto &e = graph[now][path[idx + 1].second];
    if(e.capacity > 0){
        auto [ret, nc] = dfs(e.next, end, {min(flow
            , e.capacity), cost + e.cost}, path, idx + 1);
        if(ret > 0){
            e.capacity -= ret;
            graph[e.next][e.rev].capacity += ret;
            return {ret, nc + ret * e.cost};
        }
    }
    return {0, 0};
}

vector<pii> search_path(int start, int end){
    int n = graph.size() + 1;
    vector<int> dis(n + 1, 1e9);
    vector<bool> vis(n + 1, false);
    vector<pii> ans; queue<int> q;
    vis[start] = true; q.push(start); dis[start] = 0;
    vector<pii> parent(graph.size(), {-1, -1});
    q.push(start);
    while(!q.empty()){
        auto node = q.front(); vis[node] = false; q.pop();
        for(int i = 0; i < graph[node].size(); i++){
            auto &e = graph[node][i];
            if(e.capacity
                > 0 and e.cost + dis[node] < dis[e.next]){
                dis[e.next] = e.cost + dis[node];
                parent[e.next] = {node, i};
                if(!vis[e.next]){
                    q.push(e.next);
                    vis[e.next] = true;
                }
            }
        }
    }
    if(parent[end].first == -1) return ans;
    int now = end;
    while(now != start){
        auto [node, idx] = parent[now];
        ans.emplace_back(node, idx);
        now = node;
    }
    ans.emplace_back(start, -1);
    reverse(ans.begin(), ans.end());
    return ans;
}

pii MCMF(int start, int end){
    int ans = 0, cost = 0;
    while(1){
        vector<bool> visited(graph.size() + 1, false);
        auto tmp = search_path(start, end);
        if(tmp.size() == 0) break;
        auto [flow, c] = dfs(start, end, {1e9, 0}, tmp, 0);
        ans += flow;
        cost += c;
    }
    return {ans, cost};
}

```

### 3.10 二分圖

```

/*
判定二分圖：著色法 dfs 下去，顏色相撞非二分圖

二分圖最大匹配：用 maxflow 去做，一個 src
點聯通所有左圖，左圖建邊向右圖，右圖再建邊向 end
點，計算 src 跟 end 的最大流，若要還原，找出左圖
通往右圖中 capacity 為 0 的邊，他的兩個端點就是答案

最小點覆蓋：選最少的點，保證每條邊
至少有一個端點被選到， 最小點覆蓋 = 二分圖最大匹配

最大獨立集：選最多的點，滿足這些
點兩兩間互不相連， 最大獨立集 = n - 二分圖最大匹配
*/

```

## 4 String

### 4.1 trie

```

class trie{
public:
    class node{
    public:
        int count;
        vector<trie::node*> child;
        node(){
            child.resize(26, nullptr);
            count = 0;
        }
        ~node() {
            for (auto c : child)
                if (c) delete c;
        }
    };
    node* root;
    trie(){
        root = new node;
    }
    ~trie() {
        delete root;
    }
    void insert(string s){
        auto temp = root;
        for(int i = 0; i < s.size(); i++){
            if(!temp -> child[s[i] - 'a']) temp -> child[s[i] - 'a'] = new node;
            temp = temp -> child[s[i] - 'a'];
        }
        temp -> count++;
    }
    bool search(string &s){
        auto temp = root;
        for(int i = 0; i < s.size(); i++){
            temp = temp -> child[s[i] - 'a'];
            if(!temp) return false;
        }
        if(temp -> count > 0) return true;
        return false;
    }
};

```

## 4.2 KMP

```

vector<int> build(string &s){
    vector<int> next = {0, 0};
    // 匹配失敗跳去哪 (最長共同前後綴)
    int length = s.size(), j = 0;
    for(int i = 1; i < length; i++){
        while(j > 0 and s[j] != s[i]){
            j = next[j];
        }
        if(s[j] == s[i]) j++;
        next.push_back(j);
    }
    return next;
}

int match(string &a, string &b){
    auto next = build(b);
    int length
        = a.size(), length2 = b.size(), j = 0, count = 0;
    for(int i = 0; i < length; i++){
        while(j > 0 and a[i] != b[j]){
            j = next[j];
        }
        if(a[i] == b[j]) j++;
        if(j == length2){
            count++;
            j = next[j];
        }
    }
    return count;
}

```

## 4.3 Hash

```

vector<int> Pow(int num){
    int p = 1e9 + 7;
    vector<int> ans = {1};
    for(int i = 0; i < num; i++){
        ans.push_back(ans.back() * b % p);
    }
    return ans;
}

vector<int> Hash(string s){

```

```

    int p = 1e9 + 7;
    vector<int> ans = {0};
    for(char c:s){
        ans.push_back((ans.back() * b + c) % p);
    }
    return ans;
}

// 閉區間[l, r]
int query
    (vector<int> &vec, vector<int> &pow, int l, int r){
    int p = 1e9 + 7;
    int length = r - l + 1;
    return
        (vec[r + 1] - vec[l] * pow[length] % p + p) % p;
}

```

## 4.4 Zvalue

```

vector<int> z_func(string s1){
    int l = 0, r = 0, n = s1.size();
    vector<int> z(n, 0);
    for(int i = 1; i < n; i++){
        if(i
            <= r and z[i - l] < r - i + 1) z[i] = z[i - l];
        else{
            z[i] = max(z[i], r - i + 1);
            while(i + z
                [i] < n and s1[i + z[i]] == s1[z[i]]) z[i]++;
        }
        if(i + z[i] - 1 > r){
            l = i;
            r = i + z[i] - 1;
        }
    }
    return z;
}

```

## 4.5 最長迴文子串

```

// 找到對於每個位置的迴文半徑
vector<int> manacher(string s) {
    string t = "#";
    for (auto c : s) {
        t += c;
        t += '#';
    }
    int n = t.size();
    vector<int> r(n);
    for (int i = 0, j = 0; i
        < n; i++) { // i 是中心, j 是最長回文字串中心
        if (2 * j - i >= 0 && j + r[j] > i) {
            r[i] = min(r[2 * j - i], j + r[j] - i);
        }
        while (i - r[i] >= 0 &&
            i + r[i] < n && t[i - r[i]] == t[i + r[i]]) {
            r[i] += 1;
        }
        if (i + r[i] > j + r[j]) {
            j = i;
        }
    }
    return r;
}

// # a # b # a #
// 1 2 1 4 1 2 1
// # a # b # b # a #
// 1 2 1 2 5 2 1 2 1
// 值 -1 代表原回文字串長度
// (id - val + 1) / 2 可得原字串回文開頭

```

## 4.6 Suffix Array

```

struct SuffixArray {
    int n; string s;
    vector<int> sa, rk, lc;
    // 想法 :
    // 排序過了, 因此前綴長得會的距離很近在差不多位置
    // n: 字串長度
    // sa: 後綴數組, sa[i] 表示第 i 小的後綴的起始位置
    // rk: 排名數組, rk[i] 表示從位置 i 開始的後綴的排名
    // lc: LCP 數組,
    // lc[i] 表示 sa[i] 和 sa[i + 1] 的最長公共前綴長度
    // 求 sa[i] 跟 sa[j] 的
    // LCP 長度 當 i < j : min(lc[i] ..... lc[j - 1])
}

```



```

SuffixArray(const string &s_) {
    s = s_; n = s.length();
    sa.resize(n);
    lc.resize(n - 1);
    rk.resize(n);
    iota(sa.begin(), sa.end(), 0);
    sort(sa.begin(), sa.end
        (), [&](int a, int b) { return s[a] < s[b]; });
    rk[sa[0]] = 0;
    for (int i = 1; i < n; ++i)
        rk[sa[i]]
            = rk[sa[i - 1]] + (s[sa[i]] != s[sa[i - 1]]);
    int k = 1;
    vector<int> tmp, cnt(n);
    tmp.reserve(n);
    while (rk[sa[n - 1]] < n - 1) {
        tmp.clear();
        for (int i = 0; i < k; ++i)
            tmp.push_back(n - k + i);
        for (auto i : sa)
            if (i >= k)
                tmp.push_back(i - k);
        fill(cnt.begin(), cnt.end(), 0);
        for (int i = 0; i < n; ++i)
            ++cnt[rk[i]];
        for (int i = 1; i < n; ++i)
            cnt[i] += cnt[i - 1];
        for (int i = n - 1; i >= 0; --i)
            sa[--cnt[rk[tmp[i]]]] = tmp[i];
        swap(rk, tmp);
        rk[sa[0]] = 0;
        for (int i = 1; i < n; ++i)
            rk[sa[i]] = rk[sa[i - 1]] + (tmp[
                sa[i - 1]] < tmp[sa[i]] || sa[i - 1] + k ==
                n || tmp[sa[i - 1] + k] < tmp[sa[i] + k]);
        k *= 2;
    }
    for (int i = 0, j = 0; i < n; ++i) {
        if (rk[i] == 0) {
            j = 0;
        } else {
            for (j -= j > 0; i + j < n && sa[rk[i] - 1] + j
                < n && s[i + j] == s[sa[rk[i] - 1] + j]; )
                ++j;
            lc[rk[i] - 1] = j;
        }
    }
}
};

```

## 5 Geometry

### 5.1 Point

```

template<typename T>
class point{
public:
    T x;
    T y;
    point(){}
    point(T _x, T _y){
        x = _x;
        y = _y;
    }
    point<T> operator+(const point<T> &a);
    point<T> operator-(const point<T> &a);
    point<T> operator/(const point<T> &a);
    point<T> operator/(T a);
    point<T> operator*(const T &a);
    bool operator<(const point<T> &a);
};

template<typename T>
point<T> point<T>::operator+(const point<T> &a){
    return point<T>(x + a.x, y + a.y);
}

template<typename T>
point<T> point<T>::operator-(const point<T> &a){
    return point<T>(x - a.x, y - a.y);
}

template<typename T>
point<T> point<T>::operator/(const point<T> &a){
    return point<T>(x / a.x, y / a.y);
}

```

```

template<typename T>
point<T> point<T>::operator/(T a){
    return point<T>(x / a, y / a);
}

template<typename T>
point<T> point<T>::operator*(const T &a){
    return point<T>(x * a, y * a);
}

template<typename T>
bool point<T>::operator<(const point<T> &a){
    if(x != a.x) return x < a.x;
    return y < a.y;
}

```

### 5.2 內積, 外積, 距離

```

template<typename T>
T dot(const point<T> &a, const point<T> &b){
    return a.x * b.x + a.y * b.y;
}

template<typename T>
T cross(const point<T> &a, const point<T> &b){
    return a.x * b.y - a.y * b.x;
}

template<typename T>
T len(point<T> p){
    return sqrt(dot(p, p));
}

```

### 5.3 向量應用

```

template<typename T>
bool collinearity
    (point<T> p1, point<T> p2, point<T> p3){
    //檢查三點是否共線
    return cross(p2 - p1, p2 - p3) == 0;
}

template<typename T>
bool inLine(point<T> a, point<T> b, point<T> p){
    //檢查 p 點是否在 ab 線段
    return collinearity
        (a, b, p) && dot(a - p, b - p) <= 0;
}

template<typename T>
bool intersect
    (point<T> a, point<T> b, point<T> c, point<T> d){
    //ab 線段跟 cd 線段是否相交
    return (cross(b - a, c - a) * \
        cross(b - a, d - a) < 0 && \
        cross(d - c, a - c) * \
        cross(d - c, b - c) < 0) \
        || inLine(a, b, c) || \
        inLine(a, b, d) || inLine(c, d, a) \
        || inLine(c, d, b);
}

template<typename T>
point<T> intersection
    (point<T> a, point<T> b, point<T> c, point<T> d){
    //ab 線段跟 cd 線段相交的點
    assert(intersect(a, b, c, d));
    return a + (b -
        a) * cross(a - c, d - c) / cross(d - c, b - a);
}

template<typename T>
bool inPolygon(vector<point<T>> polygon, point<T> p){
    //判斷點
    //p 是否在多邊形 polygon 裡, vector 裡的點要連續填對
    for(int i = 0; i < polygon.size(); i++)
        if(cross(p - polygon[i], \
            polygon[(i - 1 + polygon.size()) % \
                polygon.size()] - polygon[i]) * \
            cross(p - polygon[i], \
                polygon[(i +
                    1) % polygon.size()] - polygon[i]) > 0)
            return false;
    return true;
}

```

```

}

template<typename T>
T triangleArea(point<T> a, point<T> b, point<T> c){
    //三角形頂點，求面積
    return abs(cross(b - a, c - a)) / 2;
}

template<typename T, typename F, typename S>
long double triangleArea_Herons_formula(T a, F b, S c){
    //三角形頂點，求面積(給邊長)
    auto p = (a + b + c) / 2;
    return sqrt(p * (p - a) * (p - b) * (p - c));
}

template<typename T>
T area(vector<point<T>> &p){
    //多邊形頂點，求面積
    T ans = 0;
    for(int i = 0; i < p.size(); i++){
        ans += cross(p[i], p[(i + 1) % p.size()]);
    }
    return ans / 2 > 0 ? ans / 2 : -ans / 2;
}

```

## 5.4 Static Convex Hull

```

// 需要使
// 用前一個向量模板的 point，需要 operator - 以及 <
// 需要前面向量模板的 cross

template<typename T>
vector<point<T>> getConvexHull(vector<point<T>>& pnts){
    sort(pnts.begin(), pnts.end());
    auto cmp = [&](point<T> a, point<T> b) {
        return a.x == b.y && a.x == b.y;
    };
    pnts.erase(unique(
        pnts.begin(), pnts.end(), cmp), pnts.end());
    if(pnts.size() <= 1) return pnts;
    vector<point<T>> hull;
    for(int i = 0; i < 2; i++){
        int t = hull.size();
        for(point<T> pnt : pnts){
            while(hull.size() - t >= 2 &&
                cross(hull.back() - hull[hull.size() - 2],
                    pnt - hull[hull.size() - 2]) < 0)
                // <= 0 或者 < 0 要看點有沒有在邊上
                hull.pop_back();
            hull.push_back(pnt);
        }
        hull.pop_back();
        reverse(pnts.begin(), pnts.end());
    }
    return hull;
}

```

## 5.5 外心, 最小覆蓋圓

```

int sign(double a)
{
    // 小於 eps
    // 回傳 0，否則正回傳 1，負回傳 應付浮點數誤差用
    const double eps = 1e-10;
    return fabs(a) < eps ? 0 : a > 0 ? 1 : -1;
}

// 輸入三個點求外心
template<typename T>
point<T> findCircumcenter(point<T> A, point<T> B, point<T> C, const T eps = 1e-10){
    point<T> AB = B - A;
    point<T> AC = C - A;
    T AB_len_sq = AB.x * AB.x + AB.y * AB.y;
    T AC_len_sq = AC.x * AC.x + AC.y * AC.y;
    T D = AB.x * AC.y - AB.y * AC.x;
    // 若三點接近共線
    assert(fabs(D) < eps);
    // 外心的座標
    T circumcenterX = A.x + (
        AC.y * AB_len_sq - AB.y * AC_len_sq) / (2 * D);
    T circumcenterY = A.y + (
        AB.x * AC_len_sq - AC.x * AB_len_sq) / (2 * D);
    return point<T>(circumcenterX, circumcenterY);
}

```

```

template<typename T>
pair<T, point<T>> MinCircleCover(vector<point<T>> &p) {
    // 引入前面的 len 跟 point
    // 回傳最小覆蓋圓{半徑, 中心}
    random_shuffle(p.begin(), p.end());
    int n = p.size();
    point<T> c = p[0]; T r = 0;
    for(int i=1; i<n; i++){
        if(sign(len(c-p[i])-r) > 0) { // 不在圓內
            c = p[i], r = 0;
            for(int j=0; j<i; j++){
                if(sign(len(c-p[j])-r) > 0) {
                    c = (p[i]+p[j])/2.0;
                    r = len(c-p[i]);
                    for(int k=0; k<j; k++){
                        if(sign(len(c-p[k])-r) > 0) {
                            c = findCircumcenter(
                                p[i], p[j], p[k]);
                            r = len(c-p[i]);
                        }
                    }
                }
            }
        }
    }
    return make_pair(r, c);
}

```

## 6 Data Structure

### 6.1 Sparse Table

```

class Sparse_Table{
    // 0-base
    // 要改成找最大把min換成max就好
private:
public:
    int spt[500005][22][2];
    Sparse_Table(vector<int> &ar){
        int n = ar.size();
        for(int i = 0; i < n; i++){
            spt[i][0][0] = ar[i];
            // spt[i][0][1] = ar[i];
        }
        for(int j = 1; (1 << j) <= n; j++){
            for(int i = 0; (i + (1 << j) - 1) < n; i++){
                spt[i][j][0] = min(spt[i + (1 << (j - 1))][j - 1][0], spt[i][j - 1][0]);
                // spt[i][j][1] = max(spt[i + (1 << (j - 1))][j - 1][1], spt[i][j - 1][1]);
            }
        }
    }
    int query_min(int l, int r)
    {
        if(l > r) return INT_MAX;
        int j = (int) __lg(r - l + 1);
        ///j = 31 - __builtin_clz(r - l + 1);
        return min(
            (spt[l][j][0], spt[r - (1 << j) + 1][j][0]);
    }
    int query_max(int l, int r)
    {
        if(l > r) return INT_MAX;
        int j = (int) __lg(r - l + 1);
        ///j = 31 - __builtin_clz(r - l + 1);
        return max(
            (spt[l][j][1], spt[r - (1 << j) + 1][j][1]);
    }
};

```

### 6.2 Segement Tree

```

// #define int long long
// 要改最大或
// 者最小值線段樹需改 build 跟 queryRange, updateRange
// 0-base 注意
template<typename T>
class segment_tree {
private:
    vector<T> tree, lazy, arr;
    int size;
    void build(
        (vector<T> &save, int node, int start, int end) {

```



```

    if (start == end) tree[node] = save[start];
    else {
        int mid = (start + end) / 2;
        build(save, 2 * node, start, mid);
        build(save, 2 * node + 1, mid + 1, end);
        tree[node] = tree[2 * node] + tree[2 * node + 1];
    }
}

void updateRange(int node
, int start, int end, int l, int r, T delta) {
    if (lazy[node] != 0) {
        tree[node] += (end - start + 1) * lazy[node];
        if (start != end) {
            lazy[2 * node] += lazy[node];
            lazy[2 * node + 1] += lazy[node];
        }
        lazy[node] = 0;
    }
    if (start > end or start > r or end < l) return;
    if (start >= l and end <= r) {
        tree[node] += (end - start + 1) * delta;
        if (start != end) {
            lazy[2 * node] += delta;
            lazy[2 * node + 1] += delta;
        }
        return;
    }
    int mid = (start + end) / 2;
    updateRange(2 * node, start, mid, l, r, delta);
    updateRange(2 * node + 1, mid + 1, end, l, r, delta);
    tree[node] = tree[2 * node] + tree[2 * node + 1];
}

T queryRange
(int node, int start, int end, int l, int r) {
    if (lazy[node] != 0) {
        tree[node] += (end - start + 1) * lazy[node];
        if (start != end) {
            lazy[2 * node] += lazy[node];
            lazy[2 * node + 1] += lazy[node];
        }
        lazy[node] = 0;
    }
    if (start > end or start > r or end < l) {
        // return numeric_limits
        <T>::max(); // 找區間最小值用這行
        // return numeric_limits
        <T>::min(); // 找區間最大值用這行
        return 0; // 區間和
    }
    if (start >= l and end <= r) return tree[node];
    int mid = (start + end) / 2;
    T p1 = queryRange(2 * node, start, mid, l, r);
    T p2 = queryRange(2 * node + 1, mid + 1, end, l, r);
    return p1 + p2;
}

void updateNode(
    int node, int start, int end, int idx, T delta) {
    if (start == end) tree[node] += delta;
    else {
        int mid = (start + end) / 2;
        if (start <= idx and idx <= mid)
            updateNode(2 * node, start, mid, idx, delta);
        else updateNode(2 * node + 1, mid + 1, end, idx, delta);
        tree[node] = tree[2 * node] + tree[2 * node + 1];
    }
}

public:
    void build(vector<T> &save, int l, int r) {
        int n = size = save.size();
        tree.resize(4 * n);
        lazy.resize(4 * n);
        arr = save;
        build(save, 1, l, r);
    }
    void modify_scope(int l, int r, T delta) {
        updateRange(1, 0, size - 1, l, r, delta);
    }
    void modify_node(int idx, T delta) {
        updateNode(1, 0, size - 1, idx, delta);
    }
    T query(int l, int r) {

```

```

        return queryRange(1, 0, size - 1, l, r);
    }
};

signed main()
{
    int n, q;
    cin >> n >> q;
    vector<int> save(n, 0);
    for(int i = 0; i < n; i++){
        cin >> save[i];
    }
    segment_tree<int> s;
    // init [0, n - 1]
    s.build(save, 0, n - 1);
    // modify [a, b] add c
    s.modify_scope(a, b, c);
    // query [a, b]
    s.query(a, b)
}

```

### 6.3 Link Cut Tree

```

// 通常用於對樹上任兩點間的路徑做加值、修改、查詢等工作
// 與線段樹相同，要修改 LCT 的功能只需更改
// pull、push、fix、query 等函數，再加上需要的懶標即可
// 範例為樹上任兩點 x, y 路徑上的權值 xor
// 和，樹上任意點單點改值
const int N = 300005;
class LinkCutTree {
private:
#define lc(x) node[x].ch[0]
#define rc(x) node[x].ch[1]
#define fa(x) node[x].fa
#define rev(x) node[x].rev
#define val(x) node[x].val
#define sum(x) node[x].sum
    struct Tree {
        int val, sum, fa, rev, ch[2];
    } node[N];
    inline void pull(int x) {
        sum(x) = val(x) ^ sum(lc(x)) ^ sum(rc(x));
    }
    inline void reverse(int x) {
        swap(lc(x), rc(x));
        rev(x) ^= 1;
    }
    inline void push(int x) {
        if (rev(x)) {
            reverse(lc(x));
            reverse(rc(x));
            rev(x) ^= 1;
        }
    }
    inline bool get(int x) { return rc(fa(x)) == x; }
    inline bool isroot(int x) {
        return (lc(fa(x)) ^ x) && (rc(fa(x)) ^ x);
    }
    inline void update(int x) {
        if (!isroot(x)) update(fa(x));
        push(x);
    }
    void rotate(int x) {
        int y = fa(x), z = fa(y), d = get(x);
        if (!isroot(y))
            node[z].ch[get(y)] = x; // 重要，不能更換順序
        fa(x) = z;
        node[fa(node[x].ch[d ^ 1])] = y].ch[d] =
            node[x].ch[d ^ 1];
        node[fa(y) = x].ch[d ^ 1] = y;
        pull(y), pull(x); // 先 y 再 x
    }
    void splay(int x) {
        update(x);
        for (int y = fa(x); !isroot(x);
            rotate(x), y = fa(x)) {
            if (!isroot(y)) rotate(get(x) == get(y) ? y : x);
        }
        pull(x);
    }
    int access(int x) {
        int p = 0;
        for (; x; x = fa(p = x)) {
            splay(x), rc(x) = p, pull(x);
        }
    }
}

```

```

    return p;
}
inline void makeroot(int x) {
    access(x), splay(x), reverse(x);
}
inline int findroot(int x) {
    access(x), splay(x);
    while (lc(x)) { push(x), x = lc(x); }
    return splay(x), x;
}
inline void split(int x, int y) {
    makeroot(x), access(y), splay(y);
}

public:
    inline void init(int len, int *data) {
        for (int i = 1; i <= len; ++i) {
            node[i].val = data[i];
        }
    }
    inline void link(int x, int y) { // 連邊
        makeroot(x);
        if (findroot(y) == x) return;
        fa(x) = y;
    }
    inline void cut(int x, int y) { // 斷邊
        makeroot(x);
        if (findroot(y) != x || fa(y) != x || lc(y))
            return;
        fa(y) = rc(x) = 0;
        pull(x);
    }
    inline void fix(int x, int v) { // 單點改值
        splay(x);
        val(x) = v;
    }
    // 區間查詢
    inline int query(int x, int y) {
        return split(x, y), sum(y);
    }
};

LinkCutTree LCT;
int n, a[N];

signed main() {
    int n, q, op, x, y;
    cin >> n >> q;
    for (int i = 1; i <= n; ++i) { cin >> a[i]; }
    LCT.init(n, a);
    while (q--) {
        cin >> op >> x >> y;
        if (op == 0) {
            cout << LCT.query(x, y) << endl;
        } else if (op == 1) {
            LCT.link(x, y);
        } else if (op == 2) {
            LCT.cut(x, y);
        } else {
            LCT.fix(x, y);
        }
    }
    return 0;
}

```

## 7 Dynamic Programing

### 7.1 LCS

```

int LCS(string t1, string t2) {
    if (t1.size() < t2.size()) swap(t1, t2);
    int len = t1.size();
    vector<vector<int>> dp(2, vector<int>(len + 1, 0));
    for (int j = 1; j <= t2.size(); j++) {
        for (int i = 1; i <= len; i++) {
            if (t2[j - 1] == t1[i - 1])
                dp[j % 2][i] = dp[(j + 1) % 2][i - 1] + 1;
            else
                dp[j % 2][i] = max(dp[(j + 1) % 2][i], dp[j % 2][i - 1]);
        }
    }
    return dp[t2.size() % 2][t1.size()];
}

```

### 7.2 LIS

```

int LIS(vector<int>& save) {
    vector<int> dp;
    int n = save.size();
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        auto it = lower_bound(dp.begin(), dp.end(), save[i]);
        if (it == dp.end()) dp.push_back(save[i]);
        else *it = save[i];
    }
    return dp.size();
}

```

### 7.3 位元 dp

```

// 檢查第 n 位是否為 1
if (a & (1 << n))

// 強制將第 n 位變成 1
a |= (1 << n)

// 強制將第 n 位變成 0
a &= ~(1 << n)

// 將第 n 位反轉(1變0, 0變1)
a ^= (1 << n)

// 第 0 ~ n - 1 位 全部都是 1
(1 << n) - 1

// 兩個集合的聯集
S = a | b

// 兩個集合的交集
S = a & b

```

### 7.4 經典 dp 轉移式

```

/*
最大區間和:

dp[i] 代表 由第 i 項結尾時的最大區間和
dp[0] = arr[0]
dp[i] = max(dp[i - 1], arr[i])
ans = max_element(dp)
*/

```

## 8 Divide and conquer

### 8.1 逆序數對

```

int merge(
    vector<pair<int, int>>& v, int l, int mid, int r) {
    vector<pair<int, int>> temp(r - l + 1);
    int i = l, j = mid + 1, k = 0, inv_count = 0;
    while (i <= mid && j <= r) {
        if (v[i].second <= v[j].second) {
            temp[k++] = v[i++];
        } else {
            temp[k++] = v[j++];
            inv_count += (mid - i + 1);
        }
    }
    while (i <= mid) temp[k++] = v[i++];
    while (j <= r) temp[k++] = v[j++];
    for (int i = l; i <= r; i++) {
        v[i] = temp[i - l];
    }
    return inv_count;
}

int mergeSort(
    vector<pair<int, int>>& v, int l, int r) {
    int count = 0;
    if (l < r) {
        int mid = l + (r - l) / 2;
        count += mergeSort(v, l, mid);
        count += mergeSort(v, mid + 1, r);
        count += merge(v, l, mid, r);
    }
    return count;
}

signed main()

```

```

{
    int n;
    cin >> n;
    vector<pair<int, int>> arr(n);
    for(int i = 0; i < n; i++){
        arr[i].first = i;
        cin >> arr[i].second;
    }
    cout << mergeSort(arr, 0, n - 1) << '\n';
}

if(a == b) return a;
for(int i = 17; i >= 0; i--){
    if(fa[i][a] != fa[i][b]){
        a = fa[i][a];
        b = fa[i][b];
    }
}
return fa[0][a];
}

```

## 9 Tree

### 9.1 樹直徑

```

int dis[200005];
int c;

void dfs(int now, int fa, vector<vector<int>> &graph){
    for(auto i: graph[now]){
        if(i != fa){
            dis[i] = dis[now] + 1;
            if(dis[i] > dis[c]) c = i;
            dfs(i, now, graph);
        }
    }
}

signed main()
{
    int n;
    cin >> n;
    vector<vector<int>> graph(n + 1);
    for(int i = 0; i < n - 1; i++){
        int a, b;
        cin >> a >> b;
        graph[a].push_back(b);
        graph[b].push_back(a);
    }
    dfs(1, 0, graph);
    dis[c] = 0;
    dfs(c, 0, graph);
    cout << dis[c];
}

```

### 9.2 LCA

//  $n$  為點數， $graph$  由子節點往父節點建有向邊  
 //  $graph$  要 *resize*

```

int n, q;
int fa[20][200001];
int dep[200001];

vector<vector<int>> graph;

void dfs(int now, int lst){
    fa[0][now] = lst;
    for(int &i: graph[now]){
        dep[i] = dep[now] + 1;
        dfs(i, now);
    }
}

void build_lca(int root){
    dep[root] = 1;
    dfs(root, root);
    for(int i = 1; i < 18; i++){
        for(int j = 1; j < n + 1; j++){
            fa[i][j] = fa[i - 1][fa[i - 1][j]];
        }
    }
}

int lca(int a, int b){
    // 預設 a 比 b 淺
    if(dep[a] > dep[b]) return lca(b, a);
    // 讓 a 和 b 跳到同一個地方
    int step = dep[b] - dep[a];
    for(int i = 0; i < 18; i++){
        if(step >> i & 1){
            b = fa[i][b];
        }
    }
}

```