

作业 2

2025 年 3 月 12 日

暗物质晕的质量函数是宇宙中单位体积单位质量间隔的暗物质晕的数目，记为

$$\frac{dn}{dM}(M, z),$$

是质量 M 和红移 z 的函数。

1

从提供的 dn/dM 的列表（单位是 $M_{\odot}^{-1}\text{Mpc}^{-3}$ ），使用二维插值的办法，给出任意 M, z 时的质量函数 $dn/dM(M, z)$ ；（提示：插值的时候可以选择 $M \rightarrow \ln M$ 或者 $\log_{10} M$ ， $dn/dM \rightarrow \ln dn/dM$ 或者 $\log_{10} dn/dM$ ，也可以选择 $z \rightarrow \ln(1+z)$ 或者 $\log_{10}(1+z)$ 。）

2

使用数值积分，计算出 collapse fraction

$$f_{\text{coll}}(z) = \frac{1}{\rho_m} \int_{M_{\text{min}}(z)}^{\infty} M \frac{dn}{dM} dM,$$

其中 $\rho_m = \rho_c \Omega_m$ ， $\Omega_m = 0.32$ ， $\rho_c = 2.7752 \times 10^{11} h^2 M_{\odot} \text{Mpc}^{-3}$ ， $h = 0.6774$ ， $M_{\text{min}} = 2.8 \times 10^9 (1+z)^{-3/2} M_{\odot}$ ；

3

利用数值微分，计算出 collapse fraction 对红移的导数

$$\frac{df_{\text{coll}}}{dz},$$

并进一步计算出宇宙平均的恒星形成率密度 (star formation rate density, SFRD)

$$\text{SFRD}(z) = f_* \frac{\Omega_b}{\Omega_m} \rho_m \frac{df_{\text{coll}}}{dz} \frac{dz}{dt},$$

其中

$$\frac{dz}{dt} = -(1+z)H(z)$$

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}, \quad \Omega_\Lambda = 0.68, \quad \Omega_b = 0.048, \quad H_0 = 67.72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}, \quad f_* = 0.1.$$

4

从提供的星系谱能量分布 (spectrum energy distribution, SED) $s(\nu)$ 的列表 (单位是 $\text{erg s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} (M_\odot \text{yr}^{-1})^{-1}$), 利用一维插值给出任意频率的 $s(\nu)$;

5

利用数值积分, 计算出红移 $z = 5 - 30$ 之间的星系对今天的宇宙贡献的背景辐射

$$J(\nu) = \frac{1}{4\pi} \int_5^{30} \epsilon(\nu', z') \frac{cdz'}{H(z')(1+z')}$$

其中 $\nu' = \nu(1+z')$, $\epsilon(\nu, z) = s(\nu) \times \text{SFRD}(z)$ 。

画出 $J(\nu)$ 作为波长的函数, 波长范围取 $0.1-10 \mu\text{m}$, $J(\nu)$ 单位化成 $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$ 。

6

重复 (5), 但是在其中加上一项星系际介质对频率高于 $\text{Ly}\alpha$ 的辐射的吸收,

$$J(\nu) = \frac{1}{4\pi} \int_5^{30} \epsilon(\nu', z') e^{-\tau(\nu', z')} \frac{cdz'}{H(z')(1+z')}$$

$$\tau(\nu, z) = \begin{cases} \infty & \nu > \nu_\alpha = 2.47 \times 10^{15} \text{ Hz} \text{ \& } z > 6 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

把新的 $J(\nu)$ 作为波长的函数画出来，波长范围取 $0.1\text{-}10\ \mu\text{m}$ 。