الفرض الأول — الفصل الأول (تنسيق بكالوريا)

الأستاذ عدلي أسعد — منصة الرياضيات

السنة: 2027 | **الشعبة:** شعبة العلوم التجريبية | **المدة:** ساعتان | **المعامل:** 5 | **المجموع:** 20/20

⚠️ يُمنع استعمال الآلة الحاسبة في بعض المواضيع. اقرأ التعليمات بعناية. ساعة الرسم المعتمدة هي CTM-991ES.

التمرين الأول (5 نقاط) — دراسة دالة من الدرجة 3

السؤال 1) 0.75 نقطة

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.

أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

السؤال 2) 1.5 نقطة

أحسب $f'(x)$, أدرس إشارها, وأنشئ جدول تغيّرات f على $\mathbb{R}$.

السؤال 3) 1 نقطة

أوجد معادلة المماس T لـ $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة $A(2, 0)$.

السؤال 4) 1.75 نقطة

احسب المساحة المحصورة بين المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المحور السيني على $[0, 2]$.

التمرين الثاني (5 نقاط) — المتتاليات الحسابية والهندسية

السؤال 1) 1.5 نقطة

لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 3$ و حدّها الأول $u_0 = 5$.

أ) اكتب الحد العام u_n بدلالة n.

ب) احسب u_{10} و $S_{10} = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$.

السؤال 2) 2 نقطة

لتكن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ و حدّها الأول $v_0 = 16$.

أ) اكتب الحد العام v_n بدلالة n.

ب) احسب v_5 و $T_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$.

ج) احسب $\lim_{n \to +\infty} T_n$.

السؤال 3) 1.5 نقطة

لتكن (w_n) المتتالية المعرفة بـ $w_n = u_n + v_n$. ادرس رتابة (w_n).

التمرين الثالث (5 نقاط) — حساب النهايات

السؤال 1) 2.5 نقطة

احسب النهايات التالية:

السؤال 2) 1.25 نقطة

احسب: $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^2 + x}$, و فسّر هندسيًّا.

السؤال 3) 1.25 نقطة

احسب: $\lim_{n \to +\infty} \frac{n^2 + (-1)^n}{n+1}$

التمرين الرابع (5 نقاط) — براهين بالتراجع

السؤال 1) 1.5 نقطة

برهن بالتراجع أنّ $2^n < n^2$ لكل $5 \leq n$.

السؤال 2) 1.25 نقطة

برهن بالتراجع أنّ $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$ لكل $1 \leq n$.

السؤال 3) 1.25 نقطة

برهن بالتراجع أنّ $3^n > 1 + 2n$ لكل $1 \leq n$.

السؤال 4) 1 نقطة

برهن بالتراجع أنّ $\forall n \in \mathbb{N}^*$: $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$.